

Лекція 4.

ОРГАНІЗАЦІЯ І МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

4.1 Наукова організація експерименту

Загальна методика експериментального дослідження розділяється на три логічно обґрунтованих етапи: підготовку експериментального дослідження, методику його проведення і методику обробки експериментальних даних. Залишивши питання методики проведення експериментальних досліджень для особливого розгляду розглянемо питання наукової організації експерименту, що включає підготовку дослідження і обробку експериментальної інформації.

Необхідність в науковій організації експериментальних досліджень процесів ОМТ викликається все зростаючими вимогами до глибини проникнення в сутність досліджуваних об'єктів і якості інформації. Обґрунтовані думки про перелік випробувальних заходів, їх раціональну послідовність, сукупність реєстрованих величин, вимогах до точності вимірів і частоти реєстрації можна мати лише, маючи в своєму розпорядженні кількісні співвідношення, що зв'язують відшукувані техніко-економічні характеристики випробовуваного об'єкту з його параметрами. Тому найважливішим принципом організації складних експериментів в сучасних умовах є системний підхід, що передбачає розгляд всіх засобів, що беруть участь в експерименті, як єдиної системи, що має математичну модель і що функціонує відповідно до певного алгоритму. Проведення експерименту завжди зв'язане з певними витратами, а співвідношення корисного ефекту, отриманого в результаті експерименту, і витрат на його проведення визначає ефективність експерименту.

Після вивчення всіх матеріалів, що відносяться до мети і предмету дослідження, вирішують його головну задачу - розробляють робочу гіпотезу, тобто наукове припущення про розвиток (протікання) явища, що вивчається,

і його вірогідне пояснення. У робочій гіпотезі виділяють найбільш важливі, вирішальні, а також можливі причинні зв'язки і взаємодії, вірогідний напрям і хід розвитку явища в цілому.

Якщо передбачуваний розвиток явища або зміни чинників, що його обумовлюють, піддаються аналітичній виставі, тобто математичному вираженню у вигляді певних фізико-механічних закономірностей, то вони можуть привести до створення так званої моделі явища (процесу), в якій явища замінені системою математичних формул.

Види моделей, вживаних на практиці, вельми всілякі. Це і фізичні моделі, що є геометрично подібні або масштабно змінені оригінали, і символічні моделі, тобто описи властивостей за допомогою символів (у вигляді рівнянь, графіків функцій, таблиць, графів і ін.), і, нарешті, математичні, або аналогові моделі, коли замість дослідження якого-небудь явища на самому об'єкті або в реальних умовах його протікання імітують його на установці, відтворюючій фізично інше явище, але описуване такими ж рівняннями, що і явище в оригіналі. Як при математичному, так і при фізичному моделюванні доцільно використовувати теорію подібності, що допомагає узагальнити результати експерименту, принципи розмірності, визначити кількість незалежних змінних і контактуючих параметрів.

Після розробки робочої гіпотези переходять до планування науково обгрунтованого і найбільш економно здійснюваного дослідницького процесу: вибирають метод дослідження, устаткування, пристосування і вимірювальну апаратуру; аналізують і враховують погрішності апаратури і методу дослідження, встановлюють помилку і невизначеність експерименту в цілому; приймають рішення про спосіб обробки експериментальної інформації, визначають інтервали і необхідне число відліків; розробляють план експерименту, на основі якого визначають кількість дослідів; встановлюють послідовність проведення дослідів, витрати часу і засобів.

Вибір методу дослідження визначається, головним чином, кількістю і якістю інформації, яку потрібно отримати. При цьому дослідник не повинен

керуватися особистими схильностями або практикою, що склалася. Інакше він ризикує отримати надлишкову або, навпаки, недостатню інформацію, ускладнити і здорожити експеримент, а інколи і отримати недостовірні результати.

Мета експерименту значною мірою визначає фізичний сенс результатів виміру, а це у свою чергу впливає і на вибір методу. Так, якщо вивчається зміна геометричних параметрів процесу (наприклад, витяг і розширення при кукванні і плющенні), то первинні дані доцільно отримувати у вигляді переміщень, використовуючи геометричні методи дослідження. Завдання про глибину проникнення пластичних деформацій, нерівномірності розподілу деформації і подібні до них передбачають оцінку деформованого стану. Тут первинні дані бажано отримувати у вигляді деформацій, наприклад за допомогою поляризаційно-оптичного методу.

Вибираючи метод дослідження, слід звернути увагу на можливість застосувати той або інший спосіб обробки первинних дослідних даних. У зв'язку з інтенсивним розвитком обчислювальної техніки і прикладної математики зараз широко використовують аналітичні методи, що створюють передумови для автоматизації експериментальних досліджень. Проте зберігають своє значення графічні і графоаналітичні методи, що володіють достатньою точністю і простотою. Розвитку і вдосконаленню цих методів сприяє створення автоматизованих систем управління експериментом, що включають візуальні засоби відображення інформації, у тому числі дисплеї, монітори та екрани, мікропроцесори, ПК і т.п.

Вибір методу в тій чи іншій мірі зумовлює склад устаткування для проведення експерименту. Вибираючи устаткування, не слід прагнути до максимально можливої точності, оскільки і на унікальному устаткуванні можна отримати тривіальні результати. Точність вимірювальних приладів повинна відповідати необхідній достовірності результату. Слід також пам'ятати, що вища точність вимірів - це або витрати на дорожче устаткування, або витрати часу на повторення дослідів. Раціональне

співвідношення того і іншого потрібно визначити у кожному конкретному випадку. Нарешті, слід зазначити, що високої ефективності експериментальних досліджень можна досягнути, ретельно продумувавши і обґрунтовано поєднуючи натурні дослідження з лабораторними, виконаними на фізичних, електричних і інших моделях.

Завершальний етап експериментальних досліджень - обробка і узагальнення отриманих результатів експерименту. Для цього використовують всі матеріали спостережень: результати вимірів, описи розвитку процесів, спостережувані під час дослідів закономірності, можливі відхилення і їх причини, нові чинники, не передбачені при плануванні дослідження, зразки, фотографії, таблиці, графіки і ін.

Спочатку знаходять функціональні зв'язки між дослідними даними, представленими зазвичай у вигляді таблиць або графіків. Після відповідної обробки ці дані вивчають, з тим аби якнайповніше розкрити закономірності розвитку досліджуваного процесу, його зв'язок і взаємодію з супутними явищами. Встановивши функціональні зв'язки між окремими параметрами, переходять до аналізу процесу в цілому, його теоретичному узагальненню і вираженню дослідних закономірностей емпіричними формулами.

4.2 Основні положення теорії подібності і моделювання

Постановка експерименту в лабораторних умовах практично завжди пов'язана з моделюванням. *Моделюванням* називають дослідження, що проводяться на моделях або реальних установках із застосуванням методів теорії подібності при постановці експерименту і обробці його результатів. Під *моделями* в широкому сенсі розуміють установки, пристрої, комбінації окремих елементів або суму логічних вистав, відтворюючих явища або групу явищ, подібних до тих, що вивчається. *Подібними* називають явища, в яких всі процеси (повна подібність) або найбільш істотні при даному дослідженні (неповна подібність) у будь-який момент часу і в будь-якій точці простору

відрізняються від відповідних параметрів іншого явища в певне число разів, зване *масштабом моделювання*.

Подібність явищ може бути фізичною і математичною. У *фізично подібних* явищах всі процеси (або основні для даного дослідження) мають однакову фізичну природу. У *математично подібних* явищах процеси мають різну фізичну природу, але описуються однаковими рівняннями.

Положення про геометричну подібність фігур поширюється і на однорідні фізичні явища:

$$l_M/l_H = a_M/a_H = h_M/h_H = \dots = n, \quad (4.1)$$

де $l_M, l_H, a_M, a_H, h_M, h_H$ - подібні лінійні розміри двох подібних фігур (моделі і натура), n - масштабний коефіцієнт, константа, або множник, подібності.

Константи подібності дійсні лише для величин однієї розмірності. Аби знати, до якої величини відноситься константа, при кожній з них ставлять відповідний індекс. Наприклад, для відношення лінійних розмірів подібних тіл константа подібності $l_M/l_H = n_l$ для відношення їх площ і об'ємів константи будуть іншими:

$$S_M/S_H = n_s = n_l^2; V_M/V_H = n_v = n_s n_l = n_l^3. \quad (4.2)$$

Поняття подібності можна розповсюдити на будь-які фізичні явища і на будь-які скалярні, векторні і тензорні величини. Тому для двох подібних систем справедливі, наприклад, такі співвідношення:

$$t_M = n_t t_H; t_M^0 = n_{t_0} t_H^0; P_{iM} = n_p P_{iH}; \quad (4.3)$$

$$u_{iM} = n_u u_{iH}; \sigma_{ijM} = n_\sigma \sigma_{ijH}; \varepsilon_{ijM} = n_\varepsilon \varepsilon_{ijH}; \quad (4.4)$$

де t - час; t_0 - температура; P_i - сили; u_i - переміщення; $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ - компоненти тензорів напруги і деформацій.

Природно, що не всі масштаби моделювання можна вибрати довільно. Наприклад, швидкості, аналогічних точок моделей і натури зв'язані співвідношенням

$$n_v = v_{iM}/v_{iH} = l_i M_{iH}/l_i H_{iH} = n_l/n_t \quad (4.5)$$

тобто масштаб швидкості повністю визначається геометричним і тимчасовим масштабами моделювання.

Рівняння (4.5) можна представити і у такому вигляді:

$$n_v n_t n_l = 1 \quad (4.6)$$

Оскільки:

$$n_v = v_M/v_H; n_t = t_M/t_H; \text{ і } n_l = l_M/l_H, \quad (4.7)$$

з (4.6) витікає, що

$$v_M t_M / l_M = v_H t_H / l_H. \quad (4.8)$$

Члени рівняння (4.8) - безрозмірні комплекси величин, що характеризують дані явища. Для подібних явищ ці комплекси зберігають одне і те ж числове значення, тому рівняння (4.9) можна представити у вигляді

$$vt/l = \text{idem (одне і те ж)}. \quad (4.9)$$

Такі комплекси в теорії подібності називають *інваріантами або критеріями подібності*. Встановлення зв'язку між ними складає зміст першої теореми подібності, запропонованої Ньютоном. Вона формулюється таким чином: *подібні між собою явища мають однакові критерії подібності*.

Згідно другій теоремі подібності, *якщо дані, отримані з досвіду, можна було безпосередньо розповсюдити на подібні явища, ці дані необхідно представити у вигляді залежностей між критеріями подібності*. На підставі цієї теореми будь-яку залежність між змінними, що характеризують яке-небудь явище, можна представити у вигляді залежності між критеріями подібності:

$$F(K_1, K_2, \dots, K_n) = 0, \quad (4.10)$$

де K_1, K_2, \dots, K_n - критерії подібності. Рівняння типа (4.10) носять назву *критерійних рівнянь*.

Третя теорема подібності, що встановлює ознаки подібності явищ, формулюється таким чином: *подібні ті явища, умови однозначності яких подібні і критерії, складені з умов однозначності, чисельно однакові*.

Таким чином, теорія подібності, даючи загальні методичні вказівки, є фундаментальною основою теорії моделювання, що має на меті замінити

вивчення явищ в природі більш просто здійснюваним вивченням аналогічних явищ на математичних і фізичних моделях. Принципи критерійної подібності і аналізу розмірності широко застосовуються при складанні математичних рівнянь робочої гіпотези досліджуваного явища і обробці результатів досліджень.

4.3 Аналіз розмірності і зменшення числа змінних

При складанні рівнянь робочої гіпотези, математичному і фізичному моделюванню вельми доцільно користуватися теорією подібності, а також так званим принципом розмірності. Викладемо його.

При підготовці дослідження завжди намічають певне коло (сукупність) параметрів, які представляються істотними для характеристики явища, що вивчається. Аналітичні вирази, що встановлюють взаємозв'язок між цими параметрами, в найзагальнішому вигляді можна представити як:

$$f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0 \quad (4.11)$$

де q_1, q_2, \dots, q_n - всі без виключення елементи (параметри), протікання явища, що вивчається, що істотно впливають на характер дослідження.

Для коректного аналізу розмірності потрібно знати характер і число фундаментальних параметрів (змінних) в експерименті. *Фундаментальною змінною* називають величину, що впливає на експеримент і здатну змінюватися незалежно від інших змінних. Фундаментальні змінні слід відрізнити від регульованих. Так, прискорення сили тяжіння можна змінити незалежно від інших змінних, відправивши експериментальну установку до космічного простору, проте при всіх земних дослідах воно має практично постійне, нерегульоване значення.

Якщо достовірно відомий весь набір змінних, що характеризують процес, то їх відразу можна перетворити згідно першої частини теореми Букингема: *якщо яке-небудь рівняння однорідне відносно розмірності, то*

його можна привести до співвідношення, що містить набір безрозмірних комбінацій величин.

Однорідними відносно розмірності є рівняння, форма яких не залежить від вибору основних одиниць. Наприклад, відоме рівняння Феннінга для розрахунку втрат на тертя в трубі при ламінарному перебігу рідини:

$$\Delta p = f(L/D)v^2/2g. \quad (4.12)$$

У даному рівнянні можна виділити три безрозмірні комбінації: $\Delta p/(v^2/2g)$, f і L/D .

Неоднорідні рівняння не можуть дати повного математичного опису природного явища або процесу. Можна не знати всіх змінних, що впливають на експеримент, але потрібно мати на увазі, що ці змінні і ті що зв'язують їх в безрозмірне рівняння існують (незалежно від того, відомі вони чи ні). Якщо не вдається отримати систему безрозмірних комбінацій, це означає, що не врахований щонайменше один з чинників

В разі рівняння Феннінга в найзагальнішому його вигляді найбільший інтерес зазвичай представляють втрати Δp . Відомо, що ця величина залежить від довжини L труби, діаметру D і швидкості v потоку. Всі ці величини - незалежні змінні. Хоча прискорення сили тяжіння g - практично величина постійна, його також потрібно враховувати. Інші незалежні змінні - щільність ρ , в'язкість ν рідини і висота h нерівностей, що характеризують властивості внутрішньої поверхні труби. Отже, маємо вісім фундаментальних змінних. Загальне рівняння можна записати у вигляді

$$\Delta p = \varphi(L, D, v, \rho, \nu, h, g). \quad (4.13)$$

Якщо рівняння (4.13) однорідне відносно розмірності, то згідно теореми Букингема його можна виразити через безрозмірні комбінації величин. З досвіду відомо, що таке співвідношення має наступний вигляд:

$$\Delta p/(v^2/2g) = \varphi'(L/D, \nu D\rho/\nu, h/D). \quad (4.14)$$

В порівнянні із записом (4.13) у формулі (4.14) число варійованих змінних скорочене до трьох [рівняння (4.13) містило 7 змінних.

Визначимо тепер комбінації величин, що входять у формулу (4.14). Для цього спочатку виразимо розмірність всіх змінних, що входять в рівняння (4.13), через розмірність маси M , часу T і довжини L , прийнятих за основні (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 Параметри ламінарного потоку рідини в трубі

| Змінна | Позначення | Формула розмірності |
|-----------------------------|------------|----------------------------------|
| Втрати тиску в трубі | Δp | L |
| Довжина труби | L | L |
| Діаметр труби | D | L |
| Швидкість потоку рідини | v | LT ⁻¹ |
| В'язкість рідини | ν | ML ⁻¹ T ⁻¹ |
| Щільність рідини | ρ | ML ⁻³ |
| Висота нерівностей поверхні | h | L |
| Прискорення сили тяжіння | g | LT ⁻² |

Співвідношення між даними величинами представимо у такому вигляді:

$$\Delta p = \varphi(L^a, D^b, v^c, \nu^d, \rho^e, h^k, g^l). \quad (4.15)$$

Підставивши сюди замість символів розмірності з таблиці, отримаємо

$$L = \varphi[L^a, L^b, (LT^{-1})^c, (ML^{-1} T^{-1})^d, (ML^{-3})^e, L^k, (LT^{-2})^l] \quad (4.16)$$

Аби це рівняння було однорідним відносно розмірності, повинні виконуватися наступні співвідношення між показниками міри:

$$\text{для } M: 0 = d + e;$$

$$\text{для } L: 1 = a + b + c - d - 3e + k + l; \quad (4.17)$$

$$\text{для } T: 0 = -c - d - 2l.$$

Отже, маємо три рівняння з сімома невідомими. Їх можна спростити, виключивши b , z і e . Тоді $e = -d$; $c = -d - 2l$; $b = 1 - a - d + l - k$.

Підставляючи ці співвідношення у формулу (4.15), отримаємо:

$$\Delta p = \varphi(L^a, D^{1-a-d+l-k}, v^{-d-2l}, \nu^d, \rho^{-d}, h^k, g^l) \quad (4.18)$$

Об'єднуючи члени з однаковими показниками, легко скласти безрозмірні комбінації:

$$\Delta p/D = \varphi[(L/D)^a, (\nu D \rho / v)^{-d}, (h/D)^k, (Dg/v^2)^l] \quad (4.19)$$

Вісім первинних змінних завдання дають п'ять безрозмірних комбінацій. Тепер слід перевірити фактичну функцію, в яку входять комбінації, і знайти вираз, що описує рух рідини в трубі з втратами на тертя. Експерименти в області ламинарного потоку дають наступну функцію:

$$(\Delta p/D)(Dg/v^2)^1 = 32(L/D)^1 (vD\rho/v)^{-1} (h/D)^0 \quad (4.20)$$

Остаточним буде відоме рівняння для втрат на тертя при ламинарному потоці в круглій трубі:

$$\Delta p/(v^2/2g) = (64/N_{RE}) (L/D) \quad (4.21)$$

В даному випадку є всього 3 безрозмірних комбінації. Звичайно, до вигляду рівняння (4.21) не можна прийти, лише аналізуючи розмірність. Проте абсолютно вочевидь, що аналіз розмірності дозволяє спростити експеримент.

Таким чином, розглянувши частковий приклад, сформулюємо ті правила, згідно яким одиниці складної величини можна виразити через одиниці величин, прийнятих за основні. Перш за все шукану одиницю записують у вигляді добутку основних одиниць в деяких мірах. Отриману залежність виражають у вигляді формули розмірності. Прирівнюючи показники міри при однакових елементах в лівій і правій частинах цієї формули, отримують систему рівнянь, вирішення якої і дає значення незалежних показників мір.

У розглянутому прикладі, маючи 8 фізичних величин і вибравши для вираження їх розмірності 3 основних одиниці, отримали п'ять (8-3) безрозмірних комбінацій. Цей результат не випадковий. Він є проявом другої частини теореми Букингема - так званою π -теоремою: *якщо існує однозначне $\varphi(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0$ між n фізичними величинами, для вираження яких використовується до основних одиниць, то існує співвідношення*

$$\varphi'(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0 \quad (4.22)$$

між $n - k$ безрозмірними комбінаціями, складеними з цих фізичних величин.

Теорема Букингема має велике значення в теорії експерименту. Вона дозволяє знаходити зв'язок не між самими змінними, а між деякими

складеними по розглянутих правилах безрозмірними їх співвідношеннями. Число змінних істотно зменшується, що спрощує дослідження. Крім того, представляючи результати експерименту у вигляді безрозмірних параметрів, тим самим встановлюють області, на які можна закономірно розповсюдити висновки, отримані при дослідженні. Дійсно, вся область однотипних явищ, що мають однакові значення безрозмірних змінних, підкоряється одному і тому ж рівнянню (4.22).

Проілюструємо викладене наступним прикладом.

Хай математична модель процесу ОМТ задана у формі:

$$P = \Phi(\sigma, \mu, a, b, l, h) \quad (4.23)$$

Для перевірки її точності і встановлення допустимої сфери застосування можна узяти декілька матеріалів, виготовити з них зразки і здійснити деформацію в штампах, що мають різні розміри a, b, l, h за різних умов контактного тертя. Якщо для a, b, l, h узяти по п'ять значень, а для σ_s і μ - по три, то буде потрібно $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = 5625$ дослідів.

Ту ж математичну модель можна представити в критерійному вигляді, наприклад:

$$P/s\sigma = f(\mu, ab/h^2, l/h), \quad (4.24)$$

де $P/s\sigma_s$ - відносна питома сила деформації - критерій, широко використовуваний при теоретичному аналізі процесів ОМТ. В цьому випадку права частина рівняння визначається всього трьома комплексами: $\mu, ab/h^2$ и l/h . Для перевірки буде потрібно у 25 разів менше експериментів. Кількість же інформації виявиться більшою, оскільки кожен із критеріїв, наприклад $l/h = \text{const}$, можна розглядати як відношення безлічі значень $l = ih$ до безлічі значень h (i - дійсне число).

4.4 Фізична подібність при моделюванні процесів ОМТ

Розвинені А. А. Ільюшиним основні положення теорії моделювання виходять із законів подібності. Згідно їм процес в моделі протікатиме

подібно до процесу в природі, якщо відомо, що: 1) модель геометрично подібна до природи; 2) граничні і початкові умови (умови однозначності) для величин, що характеризують процес в моделі, подібні таким же для аналогічних величин в природі; 3) критерії подібності, складені з величин, що входять в умови однозначності для моделі, дорівнюють критеріям подібності для природи.

Застосовне к ОМТ моделювання використовуються для досліджування закономірності формозміни металів, деформованого стану металу в різних умовах ОМТ, вплив пластичної деформації на зміну структури і властивостей металів, вплив різних схем напружено-деформованого стану металу на пластичність і опір деформації, розподіл напруги і деформацій в осередку деформації, які визначають параметри процесів при освоєнні нових матеріалів, нові технологічні процеси.

Розглянемо основні умови подібності для процесів пластичної деформації.

1. Згідно принципу подібності тіла, що деформуються, мають бути геометрично подібні. Для цього потрібно, аби стосунки відповідних (подібних) розмірів (довжини l , ширина b , висоти h) природи і моделі були однакові:

$$l_H/l_M = b_H/b_M = h_H/h_M = \dots = m, \quad (4.25)$$

де $m = l/n$ - масштаб моделювання.

При цьому відношенні відповідних поверхонь природи і моделі дорівнюють квадрату, а об'ємів - кубу масштабу моделювання m . Слід зазначити, що відношення тієї або іншої поверхні s до об'єму V у природи і моделі різні. Із збільшенням масштабу моделювання відношення s/V в моделі зростає пропорційно цьому масштабу.

2. Форми робочої частини інструментів для деформації природи і моделі мають бути геометрично подібні, а відношення їх подібних розмірів (наприклад, радіусів округлення матриць, діаметрів валків і т. п.) мають дорівнювати масштабу моделювання m .

3. Степені деформації моделі і натурі в порівнювані моменти часу мають бути однакові, тобто $\varepsilon_M = \varepsilon_N$.

Як приклад розглянемо моделювання процесу формозміни заготовки в штампі. Досліджуємо два геометрично подібних процеси деформації металевих заготовок A і A' (рис. 4.1) за допомогою геометрично подібних і здійснюючих геометрично подібні рухи інструментів B і B' . Виходимо перш за все з того, що механічні властивості металу, що піддається обробці тиском при постійній температурі і в досить широкому діапазоні швидкостей, можна охарактеризувати певним графіком залежності напруги від деформацій. Ця залежність однозначна лише в певному швидкісному режимі деформації, оскільки швидкість деформації впливає на опір деформації. Проте при швидкостях, використовуваних при ОМТ які значно перевершують швидкості повзучості, цей вплив слабкий. Аби істотно збільшити опір зрушенню, потрібно підвищити швидкість деформації на декілька порядків ($10^2 - 10^4$ раз).

Називаємо процес обробки тіла A за допомогою інструменту B випробуванням в натурі, а процес обробки тіла A' інструментом B' - випробуванням на моделі. Масовими силами (силоміць тягарі, інерційними силами) при розгляді нехтуватимемо, оскільки ваги тіл значно менше потрібних для деформації сил, а інерційні сили, обумовлені швидкісним чинником деформації, відносно невеликі.

Аби визначити напруги, деформації і потужності в процесах A , B і A' , B' , для кожного процесу скористаємося відповідними рівняннями рівноваги - залежностями, що встановлюють зв'язок між напругою і деформаціями і виразами деформацій через переміщення. Вигляд рівнянь залежатиме від того, яка теорія пластичності покладена в їх основу. Крім того, встановимо граничні умови для вільних ділянок поверхні тіл A і A' , для ділянок з кулонівським тертям і ділянок, від них відмінних.

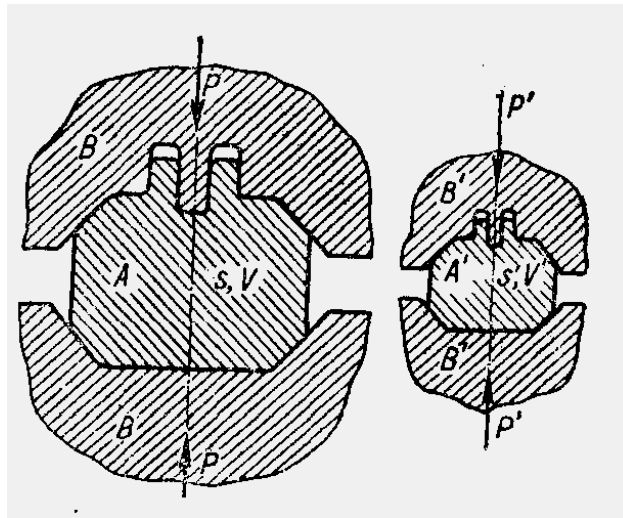


Рис.4.1 Геометрично подібні процеси деформації заготовок.

Тиски тіл A і A' на інструменти B і B' у відповідних крапках при однакових відносних деформаціях відносяться між собою як межі текучості матеріалів тіл A і A' :

$$p/\sigma_T = p'/\sigma_T', \quad (4.26)$$

а значить для сил і потужностей отримаємо вирази:

$$P/\sigma_s s = P'/\sigma_s' s'; \quad W/\sigma_s V = W'/\sigma_s' V' \quad (4.27)$$

Якщо модель A' зроблена з того ж матеріалу, що і натура A , температури випробувань постійні і однакові, то $\sigma_T' = \sigma_T$. Тому тиски в натурі і моделі будуть однакові, сили відноситимуться між собою як площі, а потрібні роботи - як об'єми тіл в моделі і натурі:

$$p' = p; \quad P'/s' = P/s; \quad W'/V = W/V \quad (4.28)$$

З викладеного виходить так званий принцип подібності при ОМТ: якщо однакові процеси пластичної деформації геометрично подібних тіл з однакового матеріалу здійснювати в подібних умовах, то необхідні для деформації тиски будуть рівні між собою, відношення сил дорівнюватиме квадрату, а відношення витрачаємих робіт - кубу відношень відповідних лінійних розмірів тіл. Цей принцип висунутий І. Барбой і Ф. Кіком в 1885 р. Він є поширенням на пластичну деформацію закону подібності, сформульованого В. Л. Кирпічевим в 1874 р.

4.5 Принципи наближеного моделювання

Для того, щоб користуватися закономірностями законів подібності, потрібно при фізичному моделюванні створювати такі умови, при яких забезпечується, з одного боку, геометрична подібність моделі і натури, а з іншої - фізична подібність процесів, що протікають в них при подібній деформації. Теоретично цього можна досягти, виконуючи критерії подібності. У реальних же умовах моделювання це не досягається, причому в інших випадках відступи від вимог теорії вельми істотні.

При моделюванні з практично достатньою точністю забезпечуються приблизні:

- 1) геометрична подібність моделі і натури;
- 2) геометрична подібність інструменту моделі і натури;
- 3) подібність обтисків моделі і натури;
- 4) подібність складу металу моделі і натури: метали можуть відноситися до однієї марки, але до різних плавок; замість литого часто використовують вже деформований метал.

Крім того, відбувається наступне:

- 1) умови нагріву моделі (атмосфера печі, тривалість нагріву) відрізняються від умов нагріву натури; температури деформації заміряються лише приблизно;
- 2) швидкості охолодження моделі і натури неоднакові, у зв'язку з чим температура деформації моделі не збігається з температурою деформації натури;
- 3) швидкість деформації точно не задовольняє жодному з критеріїв кінематичної подібності.

Не дивлячись на відмічені невідповідності, наближене моделювання правомірне, оскільки його результати у багатьох випадках сповна задовольняють практику.

Загальноприйнятої методики наближеного моделювання поки що немає. По одному з методів пропонується, не добиваючись повної теплової

подібності моделі і природи, тобто однакових температур в подібних точках, проводити гарячу деформацію при рівності середніх за об'ємом температур моделі і природи і дотриманні швидкісної умови $\epsilon_M = \epsilon_H$; $v_M = v_H/m$. Проте цей метод вимагає деформації моделі в печі (для підтримки її температури на відповідному рівні), що практично здійснити важко.

Неминучі при моделюванні відступи від принципу подібності слід компенсувати розрахунковим шляхом, застосовуючи експериментально встановлені коефіцієнти. Вплив розбіжності в швидкості деформації можна враховувати швидкісним коефіцієнтом ϕ_c , що показує, в скільки разів збільшиться напруження текучості при тому або іншому збільшенні швидкості деформації ϵ (табл.4.2).

Таблиця 4.2 Значення швидкісного коефіцієнта ϕ_c

| Відношення швидкостей деформації | Температури деформації | | | |
|---|------------------------|----------------------|----------------------|------------------|
| | $T/T_{пл} < 0,3$ | $T/T_{пл} = 0,3-0,5$ | $T/T_{пл} = 0,5-0,7$ | $T/T_{пл} > 0,7$ |
| 10 | 1,05-1,10 | 1,10-1,15 | 1,15-1,30 | 1,30-1,50 |
| 100 | 1,10-1,22 | 1,22-1,32 | 1,32-1,70 | 1,70-2,25 |
| 1000 | 1,16-1,34 | 1,34-1,52 | 1,52-2,20 | 2,20-3,40 |
| При переході від швидкості $\epsilon = 1 \times 10^{-1} \text{с}^{-1}$ до ударного навантаження | 1,10-1,25 | 1,25-1,75 | 1,75-2,50 | 2,50-3,50 |
| Примітка. T - абсолютна температура деформації; $T_{пл}$ – абсолютна температура плавлення. | | | | |

Вплив масштабу враховують масштабним, або об'ємним, коефіцієнтом ϕ_0 . За даними С. І. Губкіна, при збільшенні об'єму, що деформується, з 25 до $25 \cdot 10^3 \text{ см}^3$ коефіцієнт ϕ_0 зменшується від 1 до 0,4. Е. Н. Мошнін і Н. М. Золотухін для внесення поправки до розрахункових значень тисків, деформуючих сил і робіт при гарячому осаджуванні сталевих зливків рекомендують значення коефіцієнта ϕ_0 , приведені в табл. 4.3.

Таблиця 4.3 Значення ϕ_0

| | | | | | |
|----------------|------|------|------|------|------|
| Маса зливка, т | 0,5 | 6,0 | 20 | 50 | 100 |
| ϕ_0 | 0,80 | 0,70 | 0,60 | 0,55 | 0,50 |

Для врахування швидкісного і об'ємного чинників потрібно дійсну напругу a_s у розрахункових формулах множити на коефіцієнти φ_c і φ_0 .

Як уже згадувалося, аби зберегти подібність фізико-механічних властивостей, доцільно виготовляти модель з матеріалу природи. Проте це не завжди зручно і можливо. Тому для виявлення загальних закономірностей процесів пластичного формозмінення часто матеріал моделі вибирають відмінним від матеріалу природи. При цьому стежать, аби криві зміцнення моделі і природи, побудовані в безрозмірних координатах $\sigma/\sigma_T - \varepsilon E/\sigma_T$, були подібні.

Найбільш поширені в практиці моделювання процесів ОМТ такі матеріали, як Al, Pb і різні їх сплави. Інколи для якісного аналізу процесів використовують пластилін, але відмінність у властивостях реологій пластиліну і металів може в деяких випадках привести до помилкових результатів.

Для моделювання процесів гарячої обробки металів в лабораторних умовах рекомендується використовувати Pb. Він добре обробляється, пластичний, має низьку температуру рекристалізації. Вводячи в Pb невеликі кількості Sb (до 5%) і Te (до 0,5%), можна змінювати механічні характеристики модельного матеріалу в досить широких межах.

Добрі результати можна отримати, використовуючи як модельний матеріал Al, який при холодній обробці мало зміцнюється. Як приклад приведемо результати дослідної перевірки Ю. М. Чижіковим закону силової подібності при обтисканні алюмінієвих циліндрових зразків в кімнатній температурі без мастила і з мастилом; масштаб моделювання m змінювався в межах 1,5 ... 7,5.

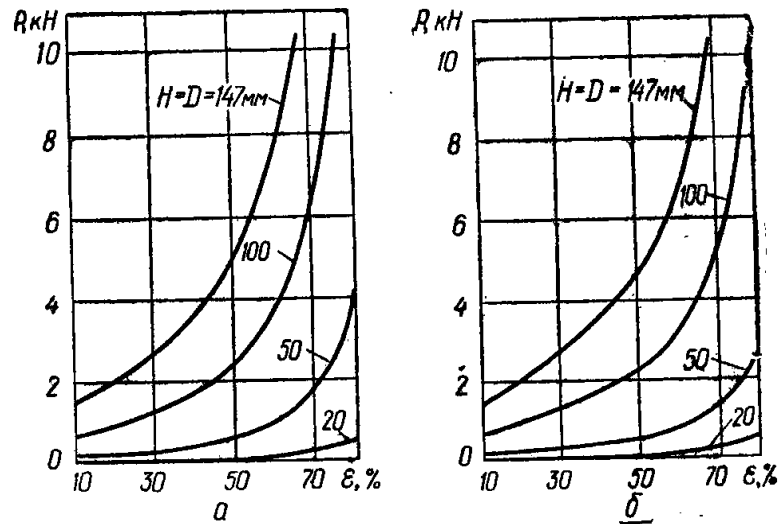


Рис.4.2 Залежність сили осадки P від відносного обтискання ε алюмінієвих зразків: a - без мастила; b - з мастилом касторовою олією

Розміри зразків $D \times H$ при постійному відношенні $D/H=1$ змінювалися від 20×20 до 147×147 мм. Досліджено 4 типорозміру зразків з наступними масштабами m і показниками силової подібності m^2 :

$$m_1 = 50/20 = 2,5; \quad m_1^2 = 6,25;$$

$$m_2 = 100/20 = 5,0; \quad m_2^2 = 25;$$

$$m_3 = 147/20 = 7,35; \quad m_3^2 = 54;$$

$$m_4 = 100/50 = 2; \quad m_4^2 = 4;$$

$$m_5 = 147/50 = 2,94; \quad m_5^2 = 8,65;$$

$$m_6 = 147/100 = 1,47; \quad m_6^2 = 2,16.$$

Зразки піддавали ступінчастому осаджуванню з кроком 10% відносного обтискання ε і постійною швидкістю 0,2 мм/с. Відповідно до закону подібності сила P_2 при деформації тіла великих розмірів (натури):

$$P_2 = m^2 P_1, \quad (4.29)$$

де P_1 - сила при деформації тіла менших розмірів (моделі).

Залежності сили осадки P від відносного обтискання ε (рис.4.2) при деформації як без мастила, так і з мастилом і відношення сил, тобто значення показників подібності, отримані по цих графіках, переконливо показують, що

при осіданні зразків з масштабом моделювання 1,5 ... 7,5 закон силової подібності (4.29) виконується з достатньою для практики точністю.

4.6 Математичне моделювання

Під *математичним предметним моделюванням* розуміють спосіб дослідження фізичних процесів шляхом вивчення явищ, що мають відмінне від досліджуваних фізичний зміст, але описуваних однаковими з ними співвідношеннями. У простих випадках для цієї мети використовують відомі аналогії між механічними, електричними і іншими явищами. Класичним прикладом тут служить аналогія між розподілом електричного потенціалу U і сталим розподілом температури T усередині однорідного ізотропного тіла.

Рівняння теплопровідності Фур'є, виражене у відносних координатах:

$$\nabla^2 T = (C_p \gamma / \lambda) (\partial T / \partial t) \quad (4.30)$$

і рівняння, відповідне електричним явищам в сітці з r і C :

$$\nabla^2 U = rC (\partial U / \partial t) \quad (4.31)$$

мають ідентичну структуру.

Якщо за номінальні одиниці набуємо яких-небудь значень $T_o, U_o, t_o, r_o, C_o, \gamma_o, \lambda_o$, то в відносній системі одиниць отримаємо $T' = T/T_o; U' = U/U_o; t' = t/t_o; C'_p = C_p/C_{p_o}; \gamma' = \gamma/\gamma_o; \lambda' = \lambda/\lambda_o; r' = r/r_o; C' = C/C_o; x' = x/x_o, y' = y/y_o; z' = z/z_o$. Тоді дані рівняння у відносній системі одиниць наберуть вигляду

$$\nabla^2 T' = (C_{p_o} \gamma_o l_{o1}^2 / \lambda_o t_{o1}) (C'_p \gamma' / \lambda') (\partial T' / \partial t'); \quad (4.32)$$

$$\nabla^2 U' = (r_o C_o n_{o2}^2 / t_{o2}) r' C' (\partial U' / \partial t'). \quad (4.33)$$

У електричній моделі число елементів n відповідає довжині l в просторових координатах. Тому як номінальна величина n_o можна вибрати деяке число n_{o2} .

Комплекси номінальних значень, ув'язнені в дужках, згідно теорії Фур'є про розмірність фізичних рівнянь, є безрозмірними фізичними величинами. Для груп подібних явищ одного і того ж класу, відповідних

одному і тому ж вигляду диференціального рівняння, безрозмірні комплекси, взяті в дужках мають бути тотожні:

$$C_{p0}\gamma_0 l_{01}^2 / \lambda_0 t_{01} = r_0 C_0 n_{02}^2 / t_{02} \quad (4.34)$$

Позначимо відношення величин, утворюючих умови однозначності в зразку і моделі, константами подібності: $l_0/n_{02} = n_1$; $t_{01}/t_{02} = n_t$; $(C_{p0}\gamma_0/\lambda_0)/r_0 C_0 = n_a$. Вибір множників подібності обмежимо, наклавши умову $n_a n_t / n_1 = 1$.

Аби побудувати штучну електричну модель, потрібно провести подібне перетворення умов однозначності системи зразка, інваріантне відносно її критеріїв. Тоді можна одні і ті ж елементи електричних моделей використовувати для вирішення різних практичних завдань.

У математичному моделюванні широко використовують аналогові (АВМ) і цифрові (ЦВМ) обчислювальні машини. АВМ видають рішення у вигляді осцилограм на екрані електронно-променевої трубки. Такі машини застосовують, якщо потрібна не стільки висока точність, скільки наочність процесу. Істотний недолік АВМ загального призначення - відсутність автоматичного введення інформації. Програму (схему моделі) і вихідні дані вводять в машину уручну за допомогою шнурової комутації і потенціометрів, що обертаються. Це вимагає багато часу і великої напруги експериментатора, проте часто окупається тим, що, на відміну від ЦВМ, час рішення на АВМ мало залежить від складності завдання і складає, як правило, секунди.

Сучасні ЕОМ складаються з великої кількості обчислювальних елементів, операційних блоків і вузлів різного призначення. Моделювання в них різного роду ланок - масштабних, інтегруючих, диференціюючих, таких, що підсумовують, інерційних, форсуючих - здійснюється за допомогою вирішуючих підсилювачів, включених у відповідні схеми.

Розглянемо приклад моделювання на АВМ волочіння металу через систему з декількох волок, що коливаються.

Відомо, що волочіння металу через волокни, що коливаються, за певних умов дає можливість збільшити обтиски. У одних випадках це досягається за рахунок зменшення сил тертя і зниження опору деформації. У інших - за

рахунок того, що дріт обробляється декількома послідовно розташованими волоками, коливання яких погоджені таким чином, що кожна з них навантажується по черзі. Якщо технологічний процес ведуть відповідно до останнього способу, величина результуючого обтиску і швидкість волочіння залежать від числа послідовно розташованих волок, розподілу обтисків між ними, швидкості коливальних рухів кожної з них і деяких інших чинників. Відшукати раціональні параметри установки і режими ведення процесу в цьому випадку - серйозне завдання. Проте із-за складності і нелінійності систем диференціальних рівнянь, що описують процес в динаміці, аналітичне рішення цієї задачі вельми ускладнено. У зв'язку з цим було здійснено математичне моделювання такого процесу на АВМ.

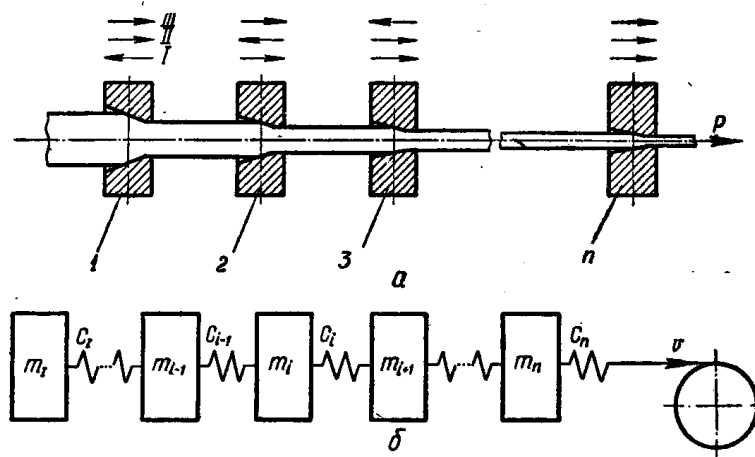


Рис.4.3 Схема волочіння металу через декілька рухливих волок (а) і його розрахункова схему (б); стрілки над волоками показують напрями руху волок в певні моменти часу

Аби застосувати АВМ, потрібно спочатку розробити модель, яка з достатньою мірою наближення відобразить основні характеристики процесу, що вивчається.

При розробці такої моделі розглядався загальний випадок волочіння через n послідовно розташованих рухливих волок (рис.4.3, а). Після заправки дріт деформується волокою 1, яка в даний момент рухається назустріч металу (напрями стрілок 1). Останні волокни (2, 3, ..., n) в цей час здійснюють

холостий хід, рухаючись разом із дротом. Волочіння в них не відбувається. Після закінчення робочого ходу волокни I (назустріч металу) починається робочий хід волокни 2 (напрями стрілок II); всі останні волокни рухаються разом із дротом. Потім здійснює робочий хід волокна 3 (напрями стрілок III) і так далі.

Розрахункова схема, прийнята при моделюванні, представлена на рис.4.3, б. Волокни і пов'язані з ними рухомі частини приводу змальовані тут у вигляді зосереджених мас m_i (i - порядковий номер волокни), що здійснюють зворотно-поступальні рухи уздовж осі волочіння з швидкістю v_i . Відрізки оброблюваного металу поміж волокнами розглядаються як пружні елементи. Оскільки розмах коливань волок істотно менше відстані між ними, коефіцієнт жорсткості металу на кожній ділянці C_i вважається величиною постійною. Приведена розрахункова схема полегшує аналіз режимів роботи установки і складання рівнянь, що виражають кількісний взаємозв'язок між основними параметрами досліджуваного процесу.

Аналізуючи умови, в яких знаходяться відрізки дроту поміж волокнами, можна встановити, що із-за різниці в швидкостях руху переднього і заднього кінців кожного відрізку вони піддаються пружній деформації. Відповідно до закону Гука силу, що виникає при цьому в металі, можна виразити через цю деформацію:

$$P_{yi} = C_i \int_0^t \left[(v_{i+1} + v'_{i+1}) - (v_i + \mu_i v_i) \right] dt + P_{y0}. \quad (4.35)$$

Тут P_{yi} - сили пружної деформації дроту на ділянці між i -й і $(i+1)$ -й волокнами; P_{y0} - початкове значення сили пружної деформації дроту у момент часу $t = 0$ на тій же ділянці; $C_i = Es_i/l_i$ - коефіцієнт жорсткості смуги; E - модуль подовжньої пружності матеріалу дроту; s_i - площа поперечного перетину дроту на відповідній ділянці; l_i - середня відстань поміж i -ою і $(i+1)$ волокнами; v_i, v_{i+1} - швидкості руху відповідних волок; v'_i, v'_{i+1} - відносні швидкості руху дроту біля входу у відповідні волокни; μ_i - коефіцієнт витяжки в i -й волоці; t - час.

Безпосередньо на волоку і пов'язані з нею рухомі деталі установки діють дві сили: сила Q_i , що розвивається приводом, і сила осевого тиску металу на волоку. Перша з них є функцією декілька змінних:

$$Q_i = f_i(Z_i, x_i, v_i, t), \quad (4.36)$$

де Z_i - сигнал управління приводом i -ої волоки; x_i - координата, що позначає зсув i -ї волоки відносно початкового положення уздовж осі волочіння. Конкретно взаємозв'язок між змінними, що входять в цей вираз, визначається типом приводу волок (електромагнітний, електродинамічний, гідравлічний) і його конструктивними особливостями.

Силу осевого тиску металу на волоку можна визначити таким чином:

$$P_{o.d.i} = P_{y_i} - P_{y(i-1)} \quad (4.37)$$

Цей вираз справедливий як для моменту холостого ходу волоки, коли $v_i' = 0$ і волочіння в ній не відбувається, так і для робочого ходу, коли $v_i' > 0$.

З іншого боку, відомо, що як сила волочіння, так і сила осевого тиску металу на волоку знаходяться в лінійній залежності від величини противонатяження. Тому в режимі волочіння для i -ї волоки повинна виконуватися умова

$$P_{o.d.i} = P_{oi} - (1 - b_i)P_{y(i-1)} \quad (4.38)$$

де P_{oi} - сила осевого тиску металу на волоку при волочінні без противонатягу; b_i - коефіцієнт, що враховує вплив противонатягу на силу волочіння. У даному випадку в ролі противонатягу виступає сила пружної деформації відрізка дроту, що знаходиться між i ($i+1$)-й волоками.

Відносна швидкість металу біля входу в i -у волоку визначається по-різному залежно від того, має місце процес волочіння в i -й волоке чи ні:

$$v_i' = \begin{cases} 0, \text{ якщо } P_{y_i} - P_{y(i-1)} < P_{oi} - (1 - b_i)P_{y(i-1)} \\ A|v_{i-1}' + \mu v_{i-1}'| + B|v_{i+1}' + \mu v_{i+1}'| - A + B > 0, \text{ інакше} \end{cases} \quad (4.39)$$

Тут

$$A = \frac{b_i C_{i-1}}{\mu_i C_i + b_i C_{i-1}}; B = \frac{C_i}{\mu_i C_i + b_i C_{i-1}}. \quad (4.40)$$

Перша умова відповідає відсутності, а друге - наявності процесу волочіння в даній волоці.

Для визначення швидкості волоки можна скористатися рівнянням руху:

$$m_i dv_i/dt = P_{o.i} + Q_i \quad (4.41)$$

Відхилення волоки від початкового положення x_{oi} визначається наступним виразом:

$$x_i = \int_0^t v_i dt. \quad (4.42)$$

Сигнали управління приводом волок, формовані блоком управління (БУ), можуть бути функцією декілька змінних:

$$Z_i = \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n, v_i, t), \quad (4.43)$$

вигляд якої залежить від алгоритму роботи БУ і його схемного і конструктивного рішення.

Отримана система рівнянь (4.34) - (4.42) досить повно описує процес волочіння металу через декілька волок, що по черзі навантажуються. У разі потреби ці рівняння можна доповнити обмеженнями, що відображають конструктивні особливості конкретної установки. Зазвичай ці обмеження накладають на відхилення волоки від початкового положення, її швидкість, на силу, що розвивається приводом волоки і так далі. Реалізація цих обмежень при моделюванні процесу зазвичай не зустрічає утруднень.

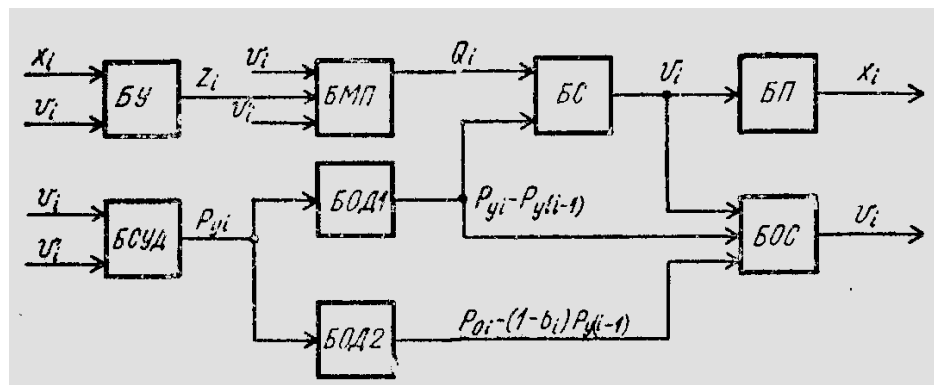


Рис.4.4 Блок-схема моделі установки з n рухливими волоками.

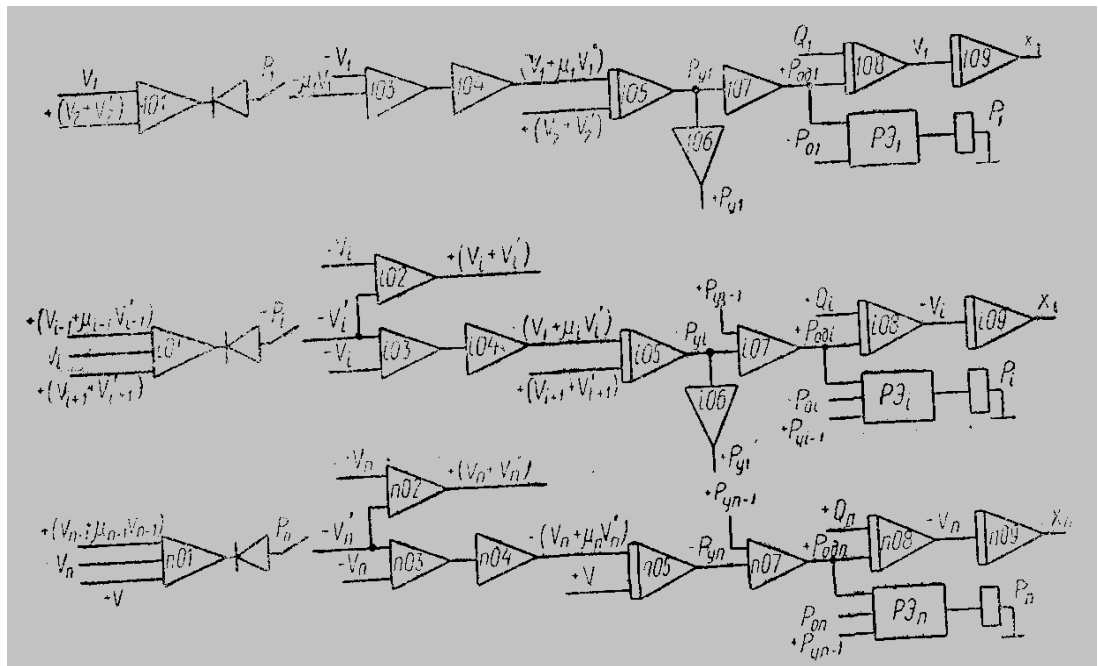


Рис.4.5 Структурна схема моделі.

Умовно блок-схему вирішення отриманої системи рівнянь (рис.4.4) можна розділити на дві частини. У першу увійдуть блок управління БУ, що реалізовує вирішення рівняння (4.43), і блок моделювання приводу БМП, призначений для вирішення рівнянь (4.36), що відображають роботу приводу волок. Другу частину схеми складуть останні блоки, за допомогою яких відпрацьовуються величини, що характеризують технологічні параметри процесу. Функціональне призначення цих блоків наступне: БСУД - блок обчислення пружної деформації відрізків дроту, розташованих між суміжними волоками; БОД1 і БОД2 - блоки визначення сили осьового тиску металу на волоку відповідно по рівняннях (4.37) і (4.38); БОС – блок, що виробляє величину відносної швидкості руху металу біля входу у волоку; БС - блок обчислення швидкості руху волок; БП - блок обчислення положення волок.

Прийняте ділення блок-схеми на дві частини обумовлене тим, що моделювання процесу може мати дві різних мети: 1) вибір типа приводу волок, схеми управління і їх раціональних параметрів; 2) дослідження впливу

технологічних параметрів (режим обтисків, швидкість волочіння, кількість волок і т. д.) на процес і вибір їх оптимального поєднання.

Оскільки питання моделювання приводів і схем управління вистачає і які добре висвітлені в спеціальній літературі, тут ми на них зупинятися не будемо, а розглянемо структурну схему моделі, що відображає взаємозв'язок технологічних параметрів.

Запропонована схема (рис.4.5) розроблялася так, щоб моделювання параметрів, що відображають зміну в процесі роботи стану волоки і пов'язаної з нею штаби металу, здійснювалося за допомогою типового вічка. Таке рішення дає можливість легко змінювати при моделюванні кількість волок, що беруть участь в процесі.

Підсилювач $i 01$, діод, реле P_i , і релейний елемент РЕ вирішують вираз (4.39), визначаючи тим самим відносну швидкість металу біля входу у волоку. За допомогою підсилювачів $i 02$, $i 03$ знаходиться абсолютна швидкість металу біля входу і на виході з волоки. Інтегратор $i 05$ вирішує рівняння (4.35) відносно P_{y_i} , суматор $i 07$ відповідно до (4.37) відпрацьовує $P_{o.d.i}$. За допомогою інтеграторів $i 08$ і $i 09$ по рівняннях (4.41) і (4.42) визначаються швидкості волоки v_i і зсуви x_i уздовж осі волочіння від вихідної точки. Підсилювачі $i 04$ і $i 06$ служать для зміни знаку.

Розроблена схема дає можливість отримати осцилограми швидкості, положення волок, сил пружної деформації смуги на різних ділянках і сил осьового тиску металу на волоки. Крім того, вона дозволяє легко і швидко змінювати режими роботи і параметри модельованої системи і спостерігати вплив цих змін на характер роботи установки, що вивчається.

Розробляючи алгоритм управління приводами волок, потрібно передбачати паузи між моментами відключення одного приводу і включення наступного, що дозволяють унеможливити одночасне волочіння металу в двох волоках.

Досить простим і ефективним виявився метод програмного управління приводом у поєднанні з управлінням у функції шляхои за допомогою МПРУ.