

# Дисципліна: «Основи наукових досліджень в теплоенергетиці та гідроенергетиці»

## Лекція 6

### ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

#### 5.1. Альтернативні способи і ресурси оптимізації технічних об'єктів

##### Основні поняття

**Оптимізація** (англ. optimization, optimisation) — процес надання будь-чому найвигідніших характеристик, співвідношень (наприклад, оптимізація виробничих процесів і виробництва, енерговикористання тощо).

**Задача оптимізації** — задача знаходження точки (точок) екстремуму, або декількох екстремумів заданої функції.

**Оптимальний** (від лат. optimus) — найкращий з можливих варіантів чогось, найвідповідніший певному завданню, умовам. Наприклад, максимальна продуктивність устаткування чи відповідний мінімуму витрат по закінченому виробничому циклу. Оптимальні розрізи — значення розмірів чи конструкції технологічного елемента, зумовлені спеціальним розрахунком для досягнення максимального виробничого ефекту, мінімальних трудових чи грошових витрат та ін. критерію.

**Критерій оптимальності** — основний показник якості роботи системи, фундаментальне поняття системи оптимального функціонування об'єктів (машин, процесів, підприємства, галузі, економіки загалом). В економіці, наприклад, критерієм оптимальності може бути максимум прибутку, мінімум трудових затрат, мінімальний час досягнення мети тощо.

**Математичною оптимізацією** або математичним програмуванням в математиці, інформатиці та дослідженні операцій називають відбір найкращого елемента (за певним критерієм) з множини доступних альтернатив. У найпростішому випадку задача оптимізації полягає у знаходженні екстремуму (мінімуму або максимуму) дійсної функції шляхом систематичного вибору вхідних значень з дозволеного набору та обчислення значення функції.

Подальші узагальнення теорії та методів оптимізації до інших формулювань становлять велику область прикладної математики.

Оптимізація охоплює знаходження «найкращих можливих» значень деякої цільової функції в межах області визначення, включаючи різні типи цільових функцій та різні типи областей значення (Рис. 5.1).

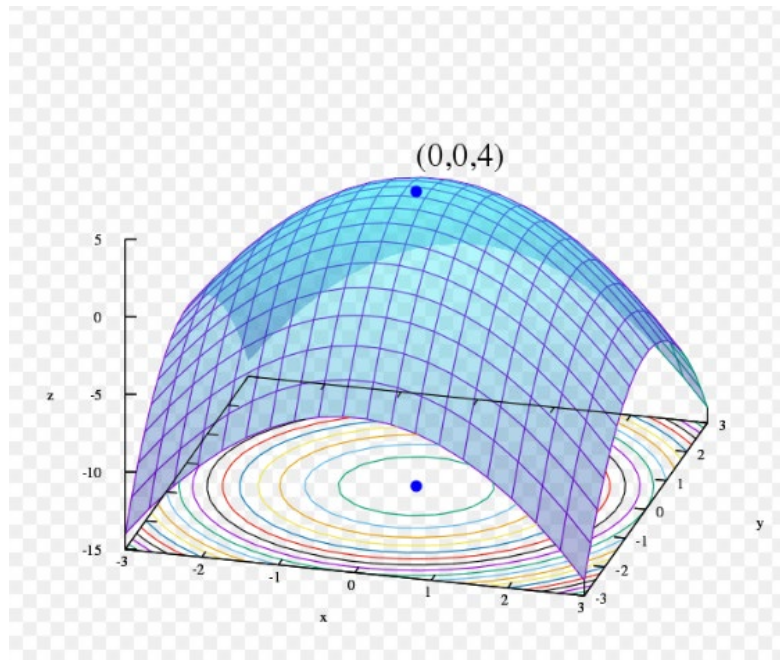


Рис. 5.1. Графік параболіду, заданого рівнянням  $z = f(x, y) = -(x^2 + y^2) + 4$ .  
Глобальний максимум в точці  $(x, y, z) = (0, 0, 4)$ .

**Методи оптимізації** класифікують відповідно до задач оптимізації:

- *Локальні методи*: сходяться до якого-небудь локального екстремуму цільової функції. У разі унімодальної цільової функції, цей екстремум єдиний, і буде глобальним максимумом/мінімумом.
- *Глобальні методи*: мають справу з багатоекстремальними цільовими функціями. При глобальному пошуку основною задачею є виявлення тенденцій глобальної поведінки цільової функції.

Існуючі в цей час методи пошуку можна розбити на три великі групи:

1. детерміновані;
2. випадкові (стохастичні);
3. комбіновані.

За критерієм вимірності допустимої множини, методи оптимізації поділяють на методи *одномірної оптимізації* і методи *багатомірної оптимізації*.

За видом цільової функції й допустимої множини, задачі оптимізації й методи їхнього розв'язання можна розділити на такі класи:

- Задачі оптимізації, у яких цільова функція  $f(x)$  і обмеження є лінійними функціями, розв'язуються так званими методами лінійного програмування.
- В іншому разі мають справу із задачею нелінійного програмування і застосовують відповідні методи.

За вимогами до гладкості й наявності в цільової функції частинних похідних, їх також можна розділити на:

- прямі методи, що вимагають тільки обчислень цільової функції в точках наближень;
- методи першого порядку: вимагають обчислення перших частинних похідних функції;
- методи другого порядку: вимагають обчислення других частинних похідних.

Крім того, оптимізаційні методи поділяються на такі групи:

- аналітичні методи;
- чисельні методи;
- графічні методи.

Крім того, розділами математичного програмування є параметричне програмування, динамічне програмування і стохастичне програмування. Математичне програмування використовується при розв'язанні оптимізаційних задач дослідження операцій.

Спосіб знаходження екстремуму повністю обумовлюється класом задачі. Але перед тим, як отримати математичну модель, потрібно виконати 4 етапи моделювання:

- Визначення меж системи оптимізації (факторний простір)
- Вибір змінних проектування (керованих змінних)
- Визначення обмежень на керовані змінні
- Вибір числового критерію оптимізації (цільової функції)

## **5.2. Оптимізація технічних об'єктів із застосуванням планування експерименту**

Планування експерименту – сучасна поширена процедура вибору числа та умов проведення дослідів, необхідних та достатніх для вирішення задачі досліджень, зокрема, задач оптимізації із заданою точністю.

### 5.2.1. Підходи до планування експерименту, експериментальні плани

Розрізняють два підходи планування експерименту:

- **класичний**, при якому по черзі змінюється кожен фактор до визначення часткового максимуму при постійних значеннях інших факторів,
- **статистичний**, де одночасно змінюють багато факторів.

При цьому суттєвим є:

- мінімізація числа дослідів;
- одночасне варіювання всіма параметрами;
- використання математичного апарата, який формалізує дії експериментатора;
- вибір чіткої стратегії, що дозволяє ухвалювати обґрунтовані рішення після кожної серії експериментів.

Загалом розрізняють такі експериментальні плани:

- дисперсійного аналізу;
- відбору суттєвих факторів;
- багатфакторного аналізу;
- отримання поверхні відгуку;
- динамічних задач планування;
- вивчення механізмів явищ;
- побудови діаграм «склад — властивість»,
- побудови діаграм «склад — стан».

Для складання математичних моделей, що описують область високої кривизни поверхні відгуку, використовуються плани другого порядку. У цьому випадку застосовується ортогональне центральне композиційне планування і ротатабельне планування.

При цьому ротатабельне планування дозволяє отримати більш точний математичний опис у порівнянні з ортогональним центральним композиційним плануванням. Це досягається завдяки збільшенню дослідів в центрі плану та спеціальному вибору величини зоряного плеча.

Англійськими хіміками Боксом і Вілсоном запропоновано метод крутого сходження (рух по градієнту), що дозволяє найкоротшим шляхом визначити координати екстремуму досліджуваного процесу. Для математичного опису екстремальної області застосовують різні методи планування експерименту, в основі яких лежить представлення

екстремальної області (рис. 5.1) поліномами другого порядку, що адекватно описують досліджуваний процес.

До таких планів належить план Бокса — Бенкена — один з різновидів статистичних планів, що застосовуються при плануванні наукових та, особливо, промислових експериментів. Ці плани дозволяють отримувати максимальну кількість об'єктивної інформації про вплив чинників, що вивчаються, на виробничий процес за допомогою найменшого числа спостережень (дослідів). Вони належать до симетричних некомпозиційних трирівневих планів другого порядку і являють собою поєднання дворівневого  $(-1, +1)$  повного факторного експерименту з неповноблочним збалансованим планом. Область планування — гіперкуб, причому кожен із чинників набуває значення на трьох рівнях:  $-1$ ,  $0$  і  $+1$ . Плани Бокса — Бенкена за рядом статистичних характеристик перевершують центрально-композиційні ортогональні і ротатабельні плани, що широко застосовуються в промисловому експерименті.

Для вивчення промислового процесу застосовують еволюційні планування експерименту, де дослідник повинен весь час пристосовуватися до умов виробництва, що змінюються. Специфічним є планування з відсіюванням експериментів.

Сучасна теорія планування експерименту склалася у 1960-х роках. Її методи тісно пов'язані з теорією наближення функцій та математичним програмуванням. Розроблено оптимальні плани і досліджено їхні властивості для широкого класу моделей.

Планування експерименту та обробка даних здійснюється за допомогою комп'ютерних програм: Mathcad, Statistica, Axum7, Statgraphics, Simulink та ін.

### **5.2.2. Планування і оптимізація технологічних об'єктів на основі системи планування експерименту STATGRAPHICS**

Комп'ютерна система планування експерименту, зокрема, така як STATGRAPHICS Plus for Windows, істотно змінила практику моделювання. Якщо раніше це вважалося сферою обмеженого кола кваліфікованих професіоналів в математичній статистиці, які володіють у досить повному обсязі її тонкощами, то сьогодні планування стало доступне широкому колу фахівців в інших галузях знань, зокрема, у електротехніці. Працюючи з модулем планування експерименту Design of Experiment (DOE), дослідник отримує повну впевненість в тому, що проведений ним статистичний аналіз даних здійснюється найбільш коректним чином. Модуль DOE автоматично проводить дослідника

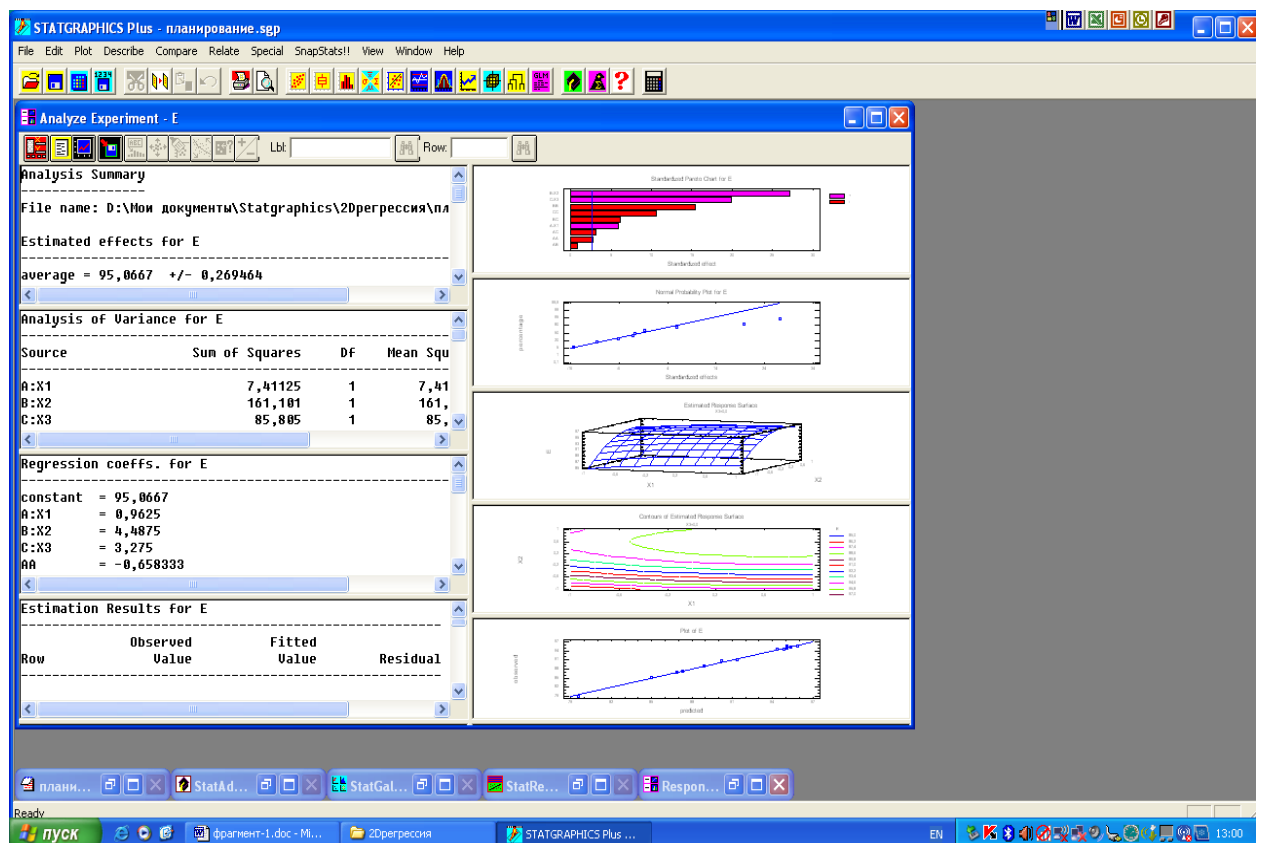


Рис.5.2 – Робочий інтерфейс програми Statgraphics при роботі в модулі DOE

через весь цикл планування експерименту. DOE допомагає сформулювати критерій оптимальності плану експерименту, пропонує ряд оптимальних планів і наводить всі необхідні табличні та графічні викладки на кожному етапі проведення експерименту.

У всіх видах експериментів результати та висновки залежать від кількості різнорідних даних. Тому перша послуга, яку надає модуль DOE – допомога в організації збору інформації про досліджуваний об'єкт, для чого передбачена можливість генерації великої кількості як стандартних, так і нестандартних робочих таблиць, їх редагування і роздрук (рис. 5.2).

У плануванні експерименту значна увага приділяється способам відображення експериментальної інформації. У STATGRAPHICS включений весь спектр графічних процедур, які дозволяють підбирати, а також ясно і точно «простежувати» особливості аналізованого матеріалу, починаючи від карт Парето і до тривимірних поверхонь відгуку різного виду і контурних кривих, на яких можна простежити факторні координати оптимуму. При цьому всі графічні відображення є інтерактивними. Можна (як в автоматичному, так і ручному режимах) підібрати найбільш ілюстративні рисунки та графіки експериментальних планів, у супроводі відповідних чисельних

результатів.

Модуль планування експерименту програми STATGRAPHICS Plus for Windows надає повний набір різних типів планів аж до тих, в яких враховуються взаємодії аналізованих факторів по восьмий порядок включно. Крім того, за бажанням експериментатора можуть бути розглянуті взаємодії більш високого порядку. Все це разом узятє, включаючи експертну консультаційну систему StatAdvisor, що допомагає інтерпретувати результати і виявляти вади в проведеному аналізі, дозволяє говорити про модуль DOE, як про високорозвинений інструмент, що суттєво підвищує ефективність планування експерименту.

Модуль DOE програмного пакету STATGRAPHICS широко використовується при дослідженні технологічних процесів. Більшість з цих процесів носять масовий статистичний характер і їхній опис неможливий без застосування методів математичної статистики. У більшості випадків завдання дослідника зводиться до розробки статистичної регресійної моделі процесу у вигляді поліноміальної залежності вихідного параметра (параметрів), а саме цільової функції або параметра оптимізації від ряду вхідних.