Диференціальні рівняння першого порядку, не розв′язяні відносно похідної

3.1. Основні поняття та означення. Теорема про достатні умови існування і єдиності розв’язку

Диференціальне рівняння першого порядку, не розв’язане відносно похідної має вигляд

$$F(x, y, y') = 0. \tag{3.1}$$

Найбільш часто зустрічаються диференціальні рівняння першого порядку n-ого степеня

$$y'^n + a_1(x, y)y'^{n-1} + .. + a_{n-1}(x, y)y' + a_n(x, y) = 0. \tag{3.2}$$

Означення 3.1. Функція $y = y(x)$, визначена і неперервно диференційовна на (a, b), називається розв’язком диференціального рівняння (3.1), якщо вона після підстановки в (3.1) перетворює це диференціальне рівняння в тотожність

$$F(x, y(x), y'(x)) \equiv 0, x \in (a, b).$$

Означення 3.2. Будемо говорити, що рівняння $\Phi(x, y)$ визначає розв’язок диференціального рівняння (3.1) в неявній формі, якщо воно визначає y як функцію x і вона є розв’язком диференціального рівняння (3.1).

Означення 3.3. Говорять, що співвідношенням $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $t_0 < t < t_1$, визначається розв’язок диференціального рівняння (3.1) в параметричній формі, якщо

$$F\left(\varphi(t), \psi(t), \frac{\varphi'(t)}{\psi'(t)}\right) \equiv 0,\ t_0 < t < t_1.$$

Криві на площині (x, y), які відповідають розв’язкам, будемо називати інтегральними кривими.

Задача Коші – задача знаходження розв’язків, які задовольняють умові $y(x_0) = y_0$.

Означення 3.4. Говорять, що задача Коші для диференціального рівняння (3.1) з початковими умовами (x_0, y_0) має єдиний розв’язок, якщо через точку (x_0, y_0) в достатньо малому околі її проходить стільки інтегральних кривих, скільки напрямків поля визначає диференціальне рівняння в цій точці. В противному – не єдиний розв’язок.

Теорема 3.1. (про існування і єдиність розв’язку задачі Коші).

Якщо функція $F(x, y, y')$ задовольняє наступним умовам:

а) є визначеною і неперервною разом зі своїми частинними похідними в деякому замкнутому околі точки (x_0, y_0, y_0');

б) $F(x_0, y_0, y_0') = 0$;

в) $F'_{y'}(x_0, y_0, y_0') \neq 0$,

то диференціальне рівняння (3.1) має єдиний розв'язок $y = y(x)$, визначений і неперервно–диференційовний в околі точки $x = x_0$, який задовольняє умові $y(x_0) = y_0$ і такий, що $y'(x_0) = y'_0$.
(Теорема без доведення).

Припустимо, що розв'язуючи диференціальне рівняння (3.1) відносно y', ми знайдемо дійсні розв'язки

$$y' = f_k(x, y),\ k = 1,2,..,m, \tag{3.3}$$

де $f_k(x, y)$ визначені в області D так, що ми маємо m диференціальних рівнянь першого порядку, розв'язаних відносно y'. Припустимо, що в будь якій точці $(x, y) \in D$ напрямки поля, визначені кожним диференціальним рівнянням (3.3), різні. Так що інтегральні криві різних рівнянь не можуть дотикатися один одного на D.

Нехай кожне диференціальне рівняння (3.3) на D має загальний інтеграл

$$\Psi_k(x, y) = c,\ k = 1,..,m. \tag{3.4}$$

<u>Означення 3.5.</u> Сукупність інтегралів (3.4) будемо називати загальним інтегралом диференціального рівняння (3.1) в області D.

Інколи замість співвідношення (3.4) записують

$$(\Psi_1(x, y) - c)\ldots(\Psi_m(x, y) - c) = 0. \tag{3.5}$$

Якщо поле на D не задовольняє сказаному вище, тобто існує хоча б одна точка (x_0, y_0), в якій значення хоча б двох функцій $f_k(x, y)$ співпадали, то інтегральні криві, які відповідають диференціальному рівнянню, дотикаються один одного в точці (x_0, y_0). Тому, крім інтегральних кривих диференціального рівняння (3.3), будуть ще склеєні інтегральні криві. Всі вони будуть входити в (3.4) або (3.5).

В загальному випадку диференціальне рівняння (3.1) не вдається розв'язати відносно y' в елементарних функціях. В цих випадках шукають однопараметричне сімейство інтегральних кривих у вигляді

$$\Phi(x, y, c) = 0, \tag{3.6}$$

яке називається загальним інтегралом диференціального рівняння (3.1).

Якщо сімейство інтегральних кривих задано у вигляді

$$y = \varphi(x, c), \tag{3.7}$$

то воно називається загальним розв'язком диференціального рівняння (3.1).

Зауважимо, що в (3.6) можуть входити і розв'язки диференціального рівняння виду (3.3), коли y' – комплексні. Ми таких диференціальних рівнянь не будемо розглядати, тому відповідні їм розв'язки треба виключати.

Сімейство інтегральних кривих, знайдене в параметричному вигляді

$$\begin{cases} x = \varphi(t, c) \\ y = \psi(t, c) \end{cases} \tag{3.8}$$

будемо називати загальним розв'язкам диференціального рівняння в параметричній формі.

<u>Означення 3.6.</u> Розв'язок $y = y(x)$ диференціального рівняння (3.1) будемо називати частинним розв'язком, якщо в кожній його точці задача Коші має єдиний розв'язок.

<u>Означення 3.7.</u> Розв’язок $y = y(x)$ називається особливим розв’язком, якщо в кожній його точці порушується єдиність розв’язку задачі Коші.

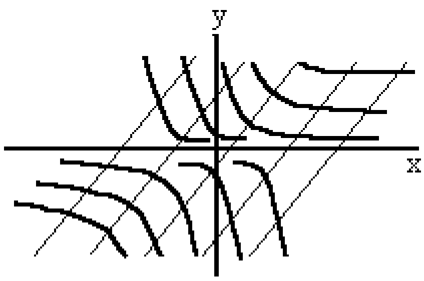
Аналогічно диференціальним рівнянням, розв’язаним відносно y', диференціальне рівняння (3.1) може мати розв’язки, які є ні частинними ні особливими.

Аналіз частинних і особливих розв’язків для цих рівнянь більш складний. Зауважимо, що в випадку (3.3) розв’язок $y = y(x)$ буде особливим, якщо він буде особливим хоча б для одного з диференціальних рівнянь (3.3).

<u>Приклад 3.1.</u> Розв'язати диференціальне рівняння

$$y'^2 + (y^2 - 1)y' - y^2 = 0. \tag{3.9}$$

<u>Розв'язання</u>. З (3.9) маємо: $y' = 1, y' = -y^2$. Тоді $y = x + c, y = \dfrac{1}{x+c}$ – загальний інтеграл. Його можна записати таким чином $(y - x - c)\left(y - \dfrac{1}{x-c}\right) = 0$. Цей загальний інтеграл є накладка двох сімейств інтегральних кривих (мал. 3.1).



Мал. 3.1

Розв’язок задачі Коші для диференціального рівняння (3.9) в кожній точці площини (x, y) є єдиним. В точці (x_0, y_0) ми маємо два напрямки поля: $y_0' = 1,\ y_0' = {y_0}^2$. І через цю точку проходить дві інтегральні криві

$$y = x + y_0 - x_0, \tag{3.10}$$

$$y = \frac{1}{x + \dfrac{1}{y_0} - x_0}, \text{ якщо } y_0 \neq 0 \tag{3.11}$$

і $y = x - x_0$, та $y = 0$, якщо $y_0 = 0$.

Розв’язки (3.10),(3.11) – частинні розв’язки при фіксованих x_0, y_0. Особливих розв’язків немає.

3.2. Знаходження кривих, підозрілих на особливий розв’язок

Припустимо, що диференціальне рівняння (3.1) представлено в формі (3.3). При дослідженні на особливий розв’язок рівнянь виду (3.3) ми вище прийшли до висновку, що ці розв’язки можливі на тих кривих, на яких $\dfrac{\partial f_k}{\partial y}$ є необмеженою. Але переходити від диференціального рівняння (3.1) до рівнянь (3.3) – недоцільно при визначені особливих розв’язків, так як $\frac{\partial f_k}{\partial y} = \frac{\partial y'}{\partial y}$.

Дійсно, припустимо, що існують похідні $\frac{\partial F}{\partial y}$ та $\frac{\partial F}{\partial y'}$,тоді

$$\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial y} = 0 .$$

Звідки

$$\frac{\partial y'}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial y'}} . \tag{3.12}$$

Припустимо, що $\frac{\partial F}{\partial y} \neq 0$, тоді $\frac{\partial y'}{\partial y}$ буде необмеженою при умові

$$\frac{\partial F}{\partial y'} = 0 . \tag{3.13}$$

Таким чином, криві, підозрілі на особливий розв’язок будуть визначатися з системи

$$\begin{cases} F(x, y, y') = 0 \\ \dfrac{\partial F(x, y, y')}{\partial y'} = 0 \end{cases}. \tag{3.14}$$

Розв’язком системи (3.14)

$$R(x, y)=0 \tag{3.15}$$

є дискримінантна крива. Якщо вона задовольняє диференціальне рівняння (3.1) і в кожній точці порушується єдиність, то це буде особливий розв’язок.

Приклад 3.2. Дослідити на особливі розв'язки диференціальне рівняння

$$F(x, y, y') = y'^2 + 2P(x, y)y' + Q(x, y) = 0 . \tag{3.16}$$

Розв'язання. Знаходимо дискримінантну криву, розв'язуючи систему рівнянь

$$\begin{cases} y'^2 + 2P(x, y)y' + Q(x, y) = 0 \\ \qquad 2y' + 2P(x, y) = 0 \end{cases}.$$

Маємо

$$R(x, y) = P^2(x, y) - Q(x, y) = 0 . \tag{3.17}$$

Співвідношення (3.17) – дискримінантна крива рівняння (3.16). А на ній ми маємо не два, а один напрямок поля $y' = -P(x, y)$. В той же час – через неї може проходити не одна інтегральна крива.

3.3. Загальний метод введення параметру

Розглянемо диференціальне рівняння (3.1). Припустимо, що воно допускає параметризацію

$$x=\varphi(u,v), y=\psi(u,v),\ y'=\eta(u,v) \tag{3.18}$$

так, що $F\big(\varphi(u,v),\psi(u,v),\eta(u,v)\big)\equiv 0$ при всіх значеннях параметрів u і v.

Використовуючи (3.18) і співвідношення $dy=y'dx$ ми завжди диференціальне рівняння (3.1) можемо привести до диференціального рівняння, яке розв'язане відносно похідної

$$dx=\frac{\partial\varphi}{\partial u}du+\frac{\partial\varphi}{\partial v}dv,\ dy=\frac{\partial\psi}{\partial u}du+\frac{\partial\psi}{\partial v}dv\,.$$

Тому

$$\frac{\partial\psi}{\partial u}du+\frac{\partial\psi}{\partial v}dv=\eta(u,v)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}du+\frac{\partial\varphi}{\partial v}dv\right).$$

Візьмемо, наприклад, u за незалежну змінну, v – за залежну, тоді прийдемо до диференціального рівняння

$$\frac{dv}{du}=f\big(u,v\big). \tag{3.19}$$

Якщо

$$v=w(u,c) \tag{3.20}$$

– загальний розв'язок диференціального рівняння (3.19), то загальний розв'язок диференціального рівняння (3.1) можна отримати в параметричній формі

$$x=\varphi\big(u,w(u,c)\big), y=\psi\big(u,w(u,c)\big). \tag{3.21}$$

Розглянемо деякі частинні випадки.

А. Диференціальні рівняння, розв'язані відносно шуканої функції.

Це рівняння має вигляд

$$y=\varphi(x,y')\,. \tag{3.22}$$

За параметри u і v можна взяти x і y'. Позначимо $y'=p$, тоді

$$y=\varphi(x,p),\ dy=pdx. \tag{3.23}$$

Маємо

$$dy=\frac{\partial\varphi}{\partial x}dx+\frac{\partial\varphi}{\partial p}dp=pdx\,.$$

Звідки

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial\varphi}{\partial p}\frac{dp}{dx}=p\,. \tag{3.24}$$

Нехай $p=w(x,c)$ – загальний розв'язок диференціального рівняння (3.24), тоді $y=\varphi\big(x,w(x,c)\big)$ – загальний розв'язок диференціального рівняння (3.22).

Диференціальне рівняння (3.24) може мати особливий розв'язок $p=\gamma(x)$, тоді диференціальне рівняння (3.22) може мати особливий розв'язок $y=\varphi\big(x,\gamma(x)\big)$.

В. Випадок, коли диференціальне рівняння розв'язане відносно незалежної змінної.

Це рівняння має вигляд

$$x = \varphi(y, y'). \tag{3.25}$$

Інтегрується воно аналогічно диференціальному рівнянню (3.22). Покладемо $y' = p$. Тоді

$$x = \varphi(y, p), dy = pdx.$$

Використовуючи співвідношення $dy = pdx$, отримаємо

$$dy = p\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial p}dp\right).$$

Звідки

$$\frac{1}{p} = \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{dp}{dy}. \tag{3.26}$$

Якщо $p = w(y, c)$ – загальний інтеграл диференціального рівняння (3.26), то

$$x = \varphi\big(y, w(y, c)\big) \tag{3.27}$$

– загальний інтеграл диференціального рівняння (3.25).

Якщо $p = \gamma(y)$ – особливий розв'язок диференціального рівняння (3.26), то $x = \varphi\big(y, \gamma(y)\big)$ – може бути особливим розв'язком диференціального рівняння (3.25).

Розглянемо тепер більш прості випадки, коли рівняння можна проінтегрувати.

C. <u>Рівняння Лагранжа.</u>

Це рівняння має вигляд

$$y = \varphi(y')x + \psi(y'). \tag{3.28}$$

Воно інтегрується в квадратурах. Покладемо $y' = p, x = x$. Тоді

$$y = \varphi(p)x + \psi(p), dy = pdx. \tag{3.29}$$

З (3.29) маємо

$$\varphi(p)dx + \big(\varphi'(p)x + \psi'(p)\big)dp = pdx,$$

$$\big(\varphi(p) - p\big)dx + \big(\varphi'(p)x + \psi'(p)\big)dp = 0. \tag{3.30}$$

Диференціальне рівняння (3.30) лінійне по x

$$\frac{dx}{dp} + \frac{\varphi'(p)}{\varphi(p) - p}x = \frac{\psi'(p)}{p - \varphi(p)}. \tag{3.31}$$

Нехай $x = A(p)c + B(p)$ – розв'язок диференціального рівняння (3.31). Тоді загальний розв'язок рівняння Лагранжа запишемо в параметричній формі

$$\begin{cases} x = A(p)c + B(p) \\ y = \varphi(p)\big(A(p)c + B(p)\big) + \psi(p) \end{cases}. \tag{3.32}$$

Особливі розв'язки можуть бути там, де

$$\varphi(p) - p = 0, \tag{3.33}$$

тобто

$$y = p_i x + \psi(p_i), \tag{3.34}$$

де p_i – корені рівняння (3.33).Розв'язок (3.34) може бути частинним або особливим.

D. Рівняння Клеро.

Це рівняння – частинний випадок рівняння Лагранжа, коли $\varphi(y') = y'$

$$y = y'x + \psi(y'). \tag{3.35}$$

Покладемо $y' = p$, тоді

$$\begin{cases} y = px + \psi(p) \\ dy = pdx \end{cases}. \tag{3.36}$$

Використовуючи $dy = pdx$, отримаємо $pdx + (x + \psi'(p))dp = pdx$. Звідки

$$(x + \psi'(p))dp = 0. \tag{3.37}$$

Рівняння (3.37) розпадається на два

$$dp = 0, \ \ x + \psi'(p) = 0. \tag{3.38}$$

Перше рівняння (3.38) дає $p = c$, підставляючи його в (3.35) будемо мати загальний розв'язок

$$y = cx + \psi(c). \tag{3.39}$$

Друге – $x = -\psi'(p)$, разом з (3.35) утворює параметричний розв'язок

$$\begin{cases} x = -\psi'(p) \\ y = -p\psi(p) + \psi(p) \end{cases}. \tag{3.40}$$

Розв'язок (3.40) є особливим, так як він співпадає з обвідною. Дійсно

$$\begin{cases} y = cx + \psi(c) \\ 0 = x + \psi'(c) \end{cases},$$

звідки

$$\begin{cases} x = -\psi'(c) \\ y = -c\psi'(c) + \psi(c) \end{cases}. \tag{3.41}$$

Дискримінантна крива (3.41) співпадає з розв'язком (3.40).

<u>Приклад 3.3.</u> Розв'язати рівняння Лагранжа

$$y = xy'^2 + y'^2.$$

<u>Розв'язання</u>. Покладемо $y' = p$. Маємо $y = xp^2 + p^2$, $dy = pdx$,

$$p^2dx + 2pxdp + 2pdp = pdx, \ (p^2 - p)\frac{dx}{dp} + 2px + 2p = 0.$$

Отримали лінійне рівняння

$$\frac{dx}{dp} + \frac{2}{p-1}x = \frac{2}{1-p}.$$

Його розв'язок

$$x = \frac{c_1}{(p-1)^2} - 1, \tag{3.42}$$

$$y = \frac{c_1 p^2}{(p-1)^2} \tag{3.43}$$

– загальний розв'язок нашого рівняння в параметричній формі. Або, виключаючи p, отримаємо

$$y=\left(\sqrt{x+1}+c\right)^2, \ \left(c=\sqrt{c_1}\right). \tag{3.44}$$

Знайдемо ті розв'язки, яким відповідають

$$p^2-p=0, \ p_1=0, \ p_2=1, \ y_1=0, \ y_2=x+1.$$

Перший розв'язок – особливий, другий – частинний.

<u>Приклад 3.4.</u> Розв'язати рівняння

$$y=y'x-\frac{1}{4}y'^2.$$

<u>Розв'язання</u>. Це рівняння Клеро. Його загальний розв'язок $y=cx-\frac{1}{4}c^2$.

Запишемо дискримінантну криву

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}c \\ y=\frac{1}{4}c^2 \end{cases}.$$

Звідки $y=x^2$ – особливий розв'язок, так як через цей розв'язок проходить ще розв'язок, який міститься в загальному при $c(x)=2x$.

3.4. Неповні рівняння

а) <u>Диференціальні рівняння, які містять тільки похідну.</u>

Це рівняння вигляду

$$F(y')=0. \tag{3.45}$$

Рівняння (3.45) може мати скінчену або нескінчену кількість дійсних розв'язків

$$y'=k_i, i=1,2,..., \tag{3.46}$$

де k_i – деякі числа, які задовольняють рівняння $F(k_i)=0$.

Інтегруємо (3.46)

$$y=k_ix+c, \quad i=1,2,... \tag{3.47}$$

Так як $k_i=\frac{y-c}{x}$, то

$$F\left(\frac{y-c}{x}\right)=0 \tag{3.48}$$

– загальний інтеграл диференціального рівняння (3.45).

Таким чином, при таких припущеннях інтегральні криві диференціального рівняння (3.45) є системою прямих ліній, які можна записати у вигляді (3.48). При цьому в (3.48) можуть входити комплексні розв'язки диференціального рівняння.

<u>Приклад 3.5.</u> Розв'язати диференціальне рівняння

$$y'^3-1=0.$$

Розв'язання. Згідно (3.48) $\left(\frac{y-c}{x}\right)^3-1=0$ – загальний інтеграл. Однак у нього, крім дійсного розв'язку $y=x+c$, входять розв'язки комплексних диференціальних рівнянь $y'=\frac{-1\pm\sqrt{3}\cdot i}{2}$.

б) Диференціальні рівняння, які не містять шуканої функції.

Такі рівняння мають вигляд

$$F(x,y')=0. \tag{3.49}$$

Якщо (3.49) можна розв'язати відносно похідної

$$y'=f_k(x), k=1,2,..., \tag{3.50}$$

то

$$y=\int f_k(x)dx+c, k=1,2,... \tag{3.51}$$

є загальним інтегралом диференціального рівняння (3.49).

Якщо ж розв'язати відносно y' не можна, а допускається параметризація

$$F(\varphi(t),\psi(t))\equiv 0, \tag{3.52}$$

тобто

$$x=\varphi(t), y'=\psi(t). \tag{3.53}$$

Тоді загальний розв'язок знаходять в параметричній формі

$$dy=\psi(t)\varphi'(t)dt,$$

$$\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\int\psi(t)\varphi'(t)dt+c \end{cases}. \tag{3.54}$$

Якщо диференціальне рівняння (3.49) має вигляд

$$x=\varphi(y'), \tag{3.55}$$

тоді це рівняння легко параметризується $y'=\varphi(t)$. В частинному випадку $y'=t$. Загальний розв'язок запишеться в формі

$$\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\int t\varphi'(t)dt+c \end{cases}. \tag{3.56}$$

Приклад 3.6. Зайти загальний розв'язок рівняння

$$x=e^{y'}-y'.$$

Розв'язання. Вводимо параметризацію $y'=t$, тоді

$$x=e^t-t,\ dy=tdx,\ dy=t(e^t-1)dt.$$

Маємо

$$\begin{cases} x=e^t-t \\ y=(t-1)e^t-\frac{t^2}{2}+c \end{cases}$$

– загальний розв'язок в параметричній формі.

в) Диференціальні рівняння, які не містять незалежної змінної.

Це рівняння вигляду

$$F(y,y')=0. \tag{3.57}$$

Якщо рівняння (3.57) розв'язане відносно y', тобто

$$y' = f_k(y),\ k = 1,2,...\ , \qquad (3.58)$$

то

$$\int \frac{dy}{f_k(y)} = x + c,\ k = 1,2,... \qquad (3.59)$$

є загальним інтегралом диференціального рівняння (3.57). Особливими розв'язками можуть бути криві $y = b_i$, де b_i – корені рівняння $f_k(b) = 0,\ k = 1,2,...$ (або $F(b,0) = 0$).

Якщо не можна диференціальне рівняння (3.57) розв'язати відносно y', але воно допускає параметризацію

$$y = \varphi(t), y' = \psi(t), \qquad (3.60)$$

то

$$\begin{cases} x = \int \frac{\varphi'(t)}{\psi(t)} dt + c \\ y = \varphi(t) \end{cases} \qquad (3.61)$$

– загальний розв'язок диференціального рівняння (3.57) в параметричній формі.

<u>Приклад 3.7.</u> Розв'язати диференціальне рівняння

$$y'^2 + y^2 = 1.$$

<u>Розв'язання</u>. Введемо параметризацію $y' = Sin\,t, y = Cos\,t$,

$$dy = Sin\,t dx,\ dx = -\frac{Sin\,t}{Sin\,t} dt.$$

Звідки

$$\begin{cases} x = -t + c \\ y = Cos\,t \end{cases}$$

– загальний розв'язок нашого рівняння в параметричній формі.

г) <u>Узагальнено однорідні рівняння.</u>

Диференціальне рівняння назвемо узагальнено однорідним, якщо ліва частина є однорідною функцією аргументів x, y, y', яким відповідають величини 1-го, k-го і $(k-1)$ виміру, тобто

$$F\left(tx, t^k y, t^{k-1} y'\right) = t^m F\left(x, y, y'\right). \qquad (3.62)$$

Зробимо заміну

$$x = e^t, y = ze^{kt}, \qquad (3.63)$$

де t – нова незалежна змінна, z – нова шукана функція. Маємо

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt}\frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt}\frac{1}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dy}{dt}\frac{1}{e^t} = \frac{dy}{dt}e^{-t}.$$

Тобто $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt}e^{-t}$. З іншої сторони

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt}\left(ze^{kt}\right)e^{-t} = \left(\frac{dz}{dt}e^{kt} + kze^{kt}\right)e^{-t} = \left(\frac{dz}{dt} + kz\right)e^{(k-1)t}. \qquad (3.64)$$

Підставимо (3.63),(3.64) в диференціальне рівняння (3.1)

$$F\left(e^{t}, ze^{kt}, \left(\frac{dz}{dt}+kz\right)e^{(k-1)t}\right)=e^{mt}F\left(1, z, \frac{dz}{dt}+kz\right)=0.$$

Отримане рівняння

$$F\left(1, z, \frac{dz}{dt}+kz\right)=0 \qquad (3.65)$$

не містить незалежної змінної t.