Лекція 8. Способи подання абстрактного автомата

Цифровий абстрактний автомат – пристрій, який здійснює прийом, зберігання і перетворення дискретної інформації по деякому алгоритму. Прикладами цифрових автоматів можуть служити живі організми, процесори, побутова техніка, калькулятори – це реальні пристрої, а також абстрактні, наприклад, моделі алгоритмів. Цифрові автомати можуть бути комбінаційного і послідовністного типу.

8.1 Класифікація абстрактних автоматів

З метою класифікації автоматів розглядають ряд ознак, таких як визначеність функції переходів і функції виходів, однозначність заданих функцій, стійкість станів. Перерахуємо види абстрактних автоматів, розподіливши їх за класифікаційними ознаками (рис. 8.1).

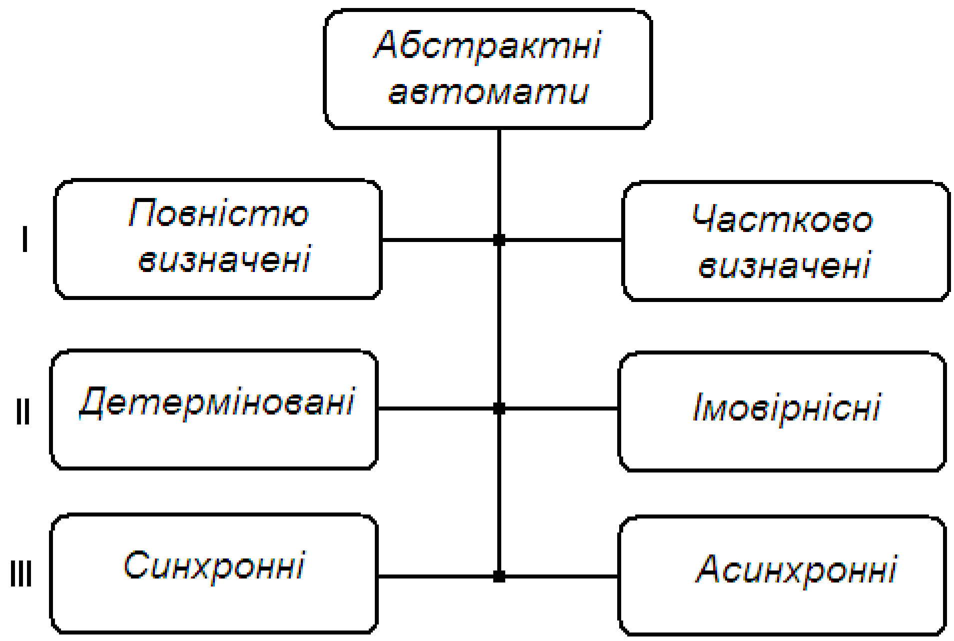


Рисунок 8.1 – Класифікація абстрактних автоматів

Цифрові абстрактні автомати можна розділити на:

1) повністю визначені і частково визначені;

2) детерміновані і імовірнісні;

3) синхронні і асинхронні.

Повністю визначеним називається абстрактний цифровий автомат, у якого функція переходів і функція виходів визначені для всіх пар (Q_i, y_n).

Частково визначеним називається абстрактний автомат, у якого функція переходів або функція виходів, або обидві ці функції визначені не для всіх пар (Q_i, y_n).

До детермінованих відносяться автомати, в яких виконана умова однозначності переходів: автомат, який знаходиться в деякому стані Q_i, під дією будь-якого вхідного сигналу x_m не може перейти більш, ніж в один стан.

Інакше це буде імовірнісний автомат, в якому при заданому стані Q_i і заданому вхідному сигналі x_m можливий перехід із заданою імовірністю в різні стани.

Для визначення синхронних і асинхронних автоматів вводиться поняття стійкого стану. Стан стійкий, якщо попавши в цей стан під дією деякого сигналу x_m, автомат вийде з нього лише під дією іншого сигналу, відмінного від x_m.

Автомат, в якого всі стани стійкі - асинхронний.

Автомат називається синхронним, якщо він не валяється асинхронним.

Абстрактний автомат називається кінцевим, якщо кінцева безліч Q^n={Q0, Q1, ... , Q_i}, x={x1, x2, ... , x_m}, y={y1, y2, ... , y_n}. Автомат носить назву ініціального, якщо в ньому виділений початковий стан $Q^n{}_0$.

8.2 Комбінаційні цифрові автомати

Цифровий (дискретний) автомат – пристрій, який здійснює прийом, зберігання і перетворення дискретної інформації по деякому алгоритму. Прикладами цифрових автоматів можуть служити живі організми, процесори, побутова техніка, калькулятори – це реальні пристрої, а також абстрактні, наприклад, моделі алгоритмів. Цифрові автомати можуть бути комбінаційного і послідовністного типу.

Комбінаційним цифровим автоматом прийнято називати пристрій з n входами і m виходами, в якого сукупність вихідних сигналів в даний момент часу повністю визначається сукупністю вхідних сигналів, які діють в даний момент часу і не залежить від вхідних сигналів, які діяли в попередні моменти часу.

Під синтезом комбінаційного цифрового автомату мається на увазі побудова логічної схеми в заданому базисі логічних елементів.

Синтез комбінаційних цифрових автоматів включає складання формалізованого завдання, перетворення логічної функції з метою оптимізації, з врахуванням наявної елементної бази і побудова принципової схеми. Як вихідні дані може виступати описове завдання, логічна функція або таблиця істинності. Перетворення і мінімізацію здійснюють за допомогою теорем і положень алгебри логіки, карт Карно і логічної схеми пристрою.

Приклад. Побудувати схему порівнювання двох двохрозрядних двійкових кодів, яка реалізує наступну умову: $N \le M$. Синтез виконати:

1) в базисі І-НІ (базис Шеффера);

2) в базисі АБО-НІ (базис Пірса).

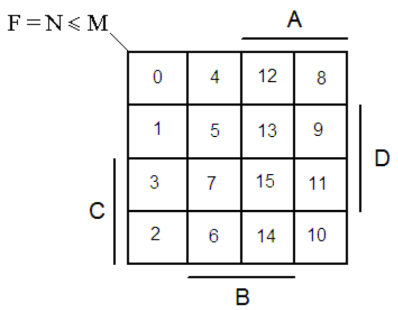
<u>Етапи абстрактного синтезу.</u>

1. Позначимо розряди порівнювальних кодів: $N = (A\ B)$; $M = (CD)$.

2. Сформулюємо умову функціонування пристрою за допомогою таблиці істинності (табл. 8.1).

3. Оскільки за умовою (1) синтез необхідно виконати в базисі Шеффера, доцільно функцію $F\ (N \le M)$ подати в ДДНФ.

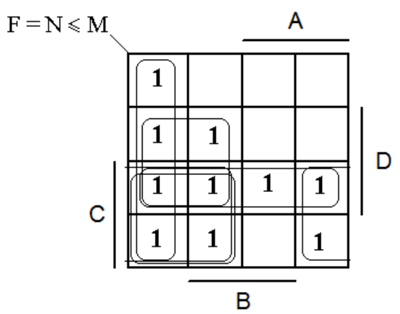
$$F(N \le M) = \Sigma(0,1,2,3,5,6,7,10,11,14) =$$
$$= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}CD + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D} +$$
$$+ \overline{A}BCD + A\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}CD + ABCD$$



Таблиця 8.1 – Алгоритм функціонування комбінаційного абстрактного автомата

Dec	A	B	C	D	F = N ≤ M
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

4. Виконаємо мінімізацію логічної функції F(N ≤ M)



$$F(N \le M) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}D + \bar{A}C + CD + \bar{B}C$$

5. Використовуючи інверсний закон, перетворимо отриману функцію:

$$F(N \le M) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}D + \bar{A}C + CD + \bar{B}C = \overline{\overline{\bar{A}\bar{B} + \bar{A}D + \bar{A}C + CD + \bar{B}C}} =$$

$$= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}} \cdot \overline{\bar{A}D} \cdot \overline{\bar{A}C} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{\bar{B}C}} = \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}} \cdot \overline{\bar{A}D} \cdot \overline{\bar{A}C} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{\bar{B}C}}$$

6. Побудуємо схему пристрою, використовуючи логічні елементи І-НІ (рис. 8.2).

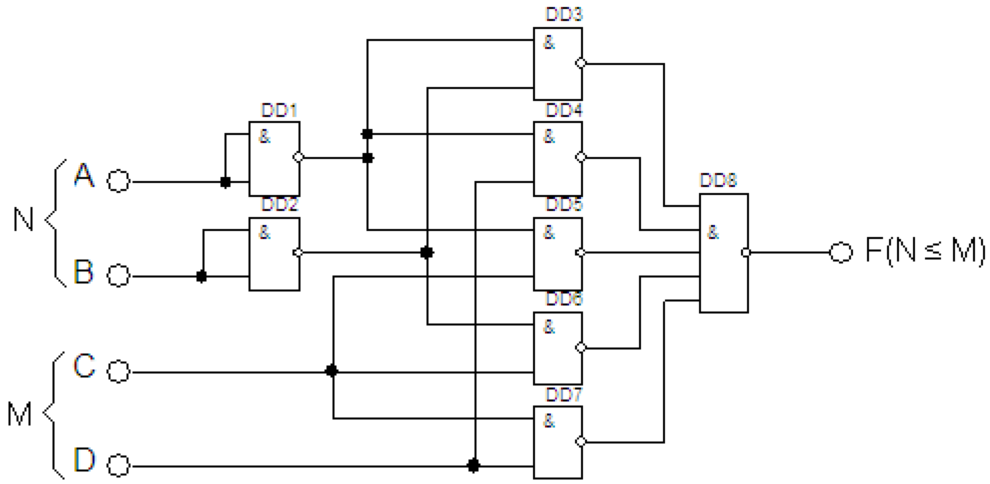
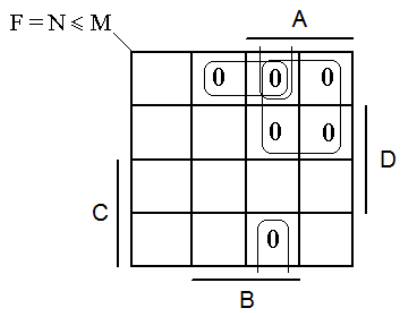


Рисунок 8.2 - Схема порівнювання двох двохрозрядних двійкових кодів за умовою F(N ≤ M) в базисі Шеффера

7. Оскільки за умовою (2) синтез необхідно виконати в базисі Пірса, доцільно функцію F(N ≤ M) подати в ДКНФ.

$$F(N \le M) = \Pi(4,8,9,12,13,14) =$$
$$= (A + \overline{B} + C + D)(\overline{A} + B + C + D)(\overline{A} + B + C + \overline{D})(\overline{A} + \overline{B} + C + D) \cdot$$
$$\cdot (\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D})(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D)$$

8. Виконаємо мінімізацію логічної функції F(N ≤ M)



9. Використовуючи інверсний закон, перетворимо отриману функцію:

$$F(N \le M) = (\overline{A} + \overline{C})(\overline{B} + C + D)(\overline{A} + \overline{B} + D) = \overline{\overline{(\overline{A} + \overline{C})(\overline{B} + C + D)(\overline{A} + \overline{B} + D)}} =$$
$$= \overline{\overline{(\overline{A} + \overline{C})} + \overline{(\overline{B} + C + D)} + \overline{(\overline{A} + \overline{B} + D)}}$$

10. Побудуємо схему пристрою, використовуючи логічні елементи І-НІ (рис. 8.3).

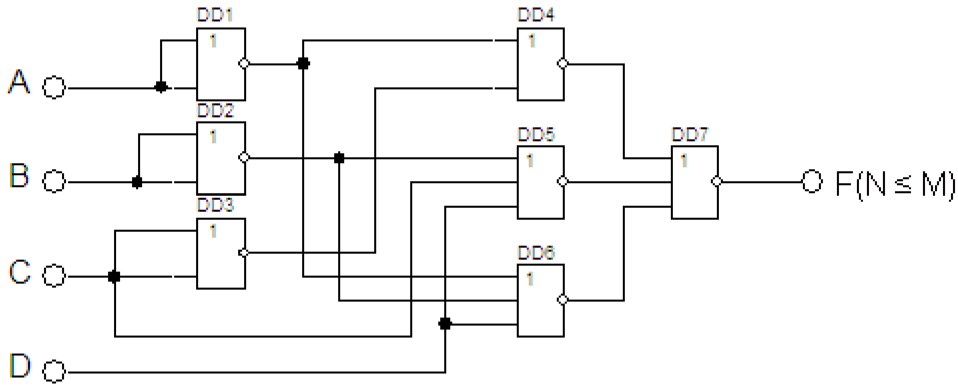


Рисунок 8.3 - Схема порівнювання двох двохрозрядних двійкових кодів за умовою F(N ≤ M) в базисі Пірса

8.3 Синтез частково визначених цифрових автоматів

В деяких випадках при завданні автомата не визначені всі можливі переходи з окремих станів для конкретних вхідних сигналів. У таких випадках автомат називається частково визначеним. Ознакою часткової визначеності автомата є наявність незаповнених кліток в таблиці переходів і виходів. На графі автомата в цьому випадку з деяких вершин виходять не всі дуги, відповідні повному набору комбінацій вхідних сигналів.

Часткова визначеність автомата може виникати з кількох причин. Перш за все, вона може бути обумовлена тим, що на входи автомата можуть поступати не всі можливі комбінації вхідних сигналів, а лише деякі з них. Наприклад, якщо на вхід автомата поступають двійково-десяткові коди чисел, то з 16-ти можливих комбінацій кожної тетради лише 10 комбінацій є дозволеними, а останні 6 – забороненими. При цьому для заборонених комбінацій переходи автомата з одного стану в інше не визначені.

У таблиці 8.2 код з вагами розрядів 8-4-2-1 є двійково-десятковим кодом з природним кодуванням десяткових цифр. У цьому коді ваги розрядів ті ж, що і при записі двійкових чисел. Код з вагами розрядів 2-4-2-1 є одним із спеціальних кодів. Такі коди використовуються при виконанні арифметичних операцій над числами, записаними в двійково-десятковому коді.

Таблиця 8.2 - Двійково-десяткові коди 8-4-2-1 та 2-4-2-1

Десяткові цифри	Вага розрядів у тетрадах	
	8-4-2-1	2-4-2-1
0	0 0 0 0	0 0 0 0
1	0 0 0 1	0 0 0 1
2	0 0 1 0	0 0 1 0
3	0 0 1 1	0 0 1 1
4	0 1 0 0	0 1 0 0
5	0 1 0 1	1 0 1 1
6	0 1 1 0	1 1 0 0
7	0 1 1 1	1 1 0 1
8	1 0 0 0	1 1 1 0
9	1 0 0 1	1 1 1 1
Заборонені комбінації		
	1 0 1 0	0 1 0 1
	1 0 1 1	0 1 1 0
	1 1 0 0	0 1 1 1
	1 1 0 1	1 0 0 0
	1 1 1 0	1 0 0 1
	1 1 1 1	1 0 1 0

Другою причиною часткової визначеності автомата є використання як елементів пам'яті RS- або JK-тригерів. Характеристичні словники переходів цих тригерів мають вигляд:

Перехід	S	R
$0 \to 0$	0	×
$0 \to 1$	1	0
$1 \to 0$	0	1
$1 \to 1$	×	0

Перехід	J	K
$0 \to 0$	0	×
$0 \to 1$	1	×
$1 \to 0$	×	1
$1 \to 1$	×	0

У цих таблицях відповідно до логіки роботи тригерів значення вхідних сигналів визначені не для всіх можливих переходів. Тому при формуванні таблиці функцій збудження ця невизначеність буде внесена і в цю таблицю, а автомат виявиться визначеним лише частково.

Наступною причиною часткової визначеності автомата є неповне використання можливостей елементів пам'яті для кодування станів автомата. Нагадаємо, що стан автомата – це інформація, записана в елементах пам'яті автомата. Тому максимальна кількість станів N_{max}, яке може мати автомат при фіксованому числі елементів пам'яті, визначається співвідношенням: $N_{max} = 2^n$, де: n – число елементів пам'яті автомата.

Таким чином, максимальна кількість станів може набувати значень, рівних 2, 4, 8, 16, 32 і так далі Якщо ж кількість станів деякого автомата не дорівнює цілого ступеня числа 2, то при кодуванні станів автомата використовуються не всі можливі комбінації станів елементів пам'яті. Наприклад, при кількості станів автомата, рівній 13, необхідно мати 4 елемента пам'яті. В цьому випадку максимальна кількість станів автомата дорівнює 16, з яких використовуються лише 13, а 3 стани є забороненими.

8.4 Математична модель цифрових абстрактних автоматів з пам’яттю

Цифрові автомати (ЦА) визначається тим, що значення виходів залежить не лише від вхідних значень, але і від поточного стану пристрою. Тобто вводиться поняття – стан. Для того, щоб зберігати дані про стан, в якому знаходиться пристрій в цифровому автоматі використовуються елементи, що запам'ятовують – тригери.

Автоматом з пам'яттю називають автомат, який описується функціями переходів і виходів, оператор якого є оператором з пам'яттю. Вихідні слова автомата з пам'яттю залежать не лише від вхідних слів, але і від послідовності їх вступу.

Автомат з пам'яттю має безліч внутрішніх станів, в які він переходить під впливом слів вхідного алфавіту. Наявність безлічі внутрішніх станів додає автомату здатність запам'ятовування вхідної інформації, яка поступила на вхід автомата у минулому.

Математичною моделлю ЦА є абстрактний автомат, визначений як 6-компонентний об'єкт: $S = (Q^n, x, y, f, \lambda, Q_i)$ у якого:

$Q^n = \{Q0, Q1, \ldots, Q_i\}$ – алфавіт станів – безліч станів, в яких може знаходитися цифровий автомат. Чим більше станів, тим більше потрібно елементів (тригерів), які запам'ятовують, для побудови ЦА.

$x = \{x1, x2, \ldots, x_m\}$ – алфавіт вхідних значень – безліч значень, які можуть поступати на вхід ЦА. Наприклад, якщо у автомата дворозрядний двійковий вхід, то елементами алфавіту можуть бути 00, 01, 10 і 11.

$y = \{y1, y2, \ldots, y_n\}$ – алфавіт вихідних значень – безліч значень, які можуть бути встановлені на виході ЦА.

f – функція переходів $Q^{n+1} = f(Q^n(t), x(t))$. Функція переходів визначає, в який стан Q^{n+1} перейде автомат під впливом вхідного сигналу x(t), якщо у нинішній момент часу автомат знаходиться в стані $Q^n(t)$.

λ – функція виходів $y(t) = \lambda(Q^n(t), x(t))$. Функція виходів визначає яке вихідне значення y(t) буде встановлено на виході автомата залежно від вхідного значення x(t) і поточного стану $Q^n(t)$.

Q_i - початковий стан автомата – стан в який встановлюється ЦА після подачі живлення або після скидання.

Під алфавітом тут розуміється не порожня множина попарно різних символів. Елементи алфавіту називаються буквами, а кінцева впорядкована послідовність букв - словом в даному алфавіті.

Абстрактний автомат (рис. 8.3) має один вхід і один вихід. Автомат працює в дискретному часі, який набуває цілих ненегативних значень t = 0, 1, 2, ...

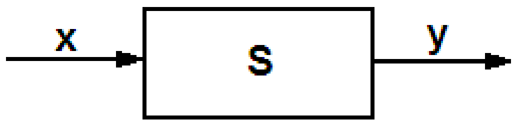


Рисунок 8.3 – Абстрактний автомат

У кожен момент t дискретного часу автомат знаходиться в деякому стані $Q^n(t)$ з безлічі станів автомата, причому в початковий момент t = 0 він завжди знаходиться в початковому стані Q^n_0. У момент t, будучи в стані $Q^n(t)$, автомат здатний сприйняти на вході букву вхідного алфавіту x(t). Відповідно до функції виходів він видасть в той же момент часу t букву вихідного алфавіту $y(t) = \lambda(Q^n(t), x(t))$ і відповідно до функції переходів перейде в наступний стан $Q^{n+1} = f(Q^n(t), x(t))$.

Сенс поняття абстрактного автомата полягає в тому, що він реалізує деяке відображення безлічі слів вхідного алфавіту x в безліч слів вихідного алфавіту y. Тобто якщо на вхід автомата, встановленого в початковий стан

$Q^n{}_0$, подавати буква за буквою деяку послідовність букв вхідного алфавіту x0, x1 ... – вхідне слово, то на виході автомата послідовно з'являтимуться букви вихідного алфавіту y0, y1 ... – вихідне слово. Т.ч. вихідне слово є функцією вхідного слова, тобто функцією відображення, яка здійснюється абстрактним автоматом.

На рівні абстрактної теорії поняття "Робота автомата" розуміється як перетворення вхідних слів у вихідні. Можна сказати, що в абстрактному автоматі відволікаємося від його структури - вмісту прямокутника (рис. 8.4), розглядаючи його як "чорний ящик", тобто основну увагу приділяємо поведінці автомата відносно зовнішнього середовища.

Поняття стану у визначенні автомата введене у зв'язку з тим, що часто виникає необхідність в опису поведінки систем, виходи яких залежать не лише від стану входів в даний момент часу, але і від деякої передісторії, тобто від сигналів, які поступали на входи системи раніше. Стани якраз і відповідають деякій пам'яті про минуле, дозволяючи усунути час як явну змінну і виразити вихідний сигнал як функцію стану і входу в даний момент часу.

8.5 Різновиди цифрових абстрактних автоматів

На практиці найбільшого поширення набули два класи автоматів: автомати Мілі (Mealy) і Мура (Moore). Іноді виявляється зручним користуватися поєднаною моделлю автомата, так званим С- автоматом.

Закон функціонування автомата Мілі задається рівняннями:

$Q^{n+1} = f(Q^n(t), x(t)); y(t)) = f(Q^n(t), x(t))$, де $t = 0,1,2,\ldots$

Закон функціонування автомата Мура задається рівняннями:

$Q^{n+1} = f(Q^n(t), x(t)); y(t)) = f(Q^n(t))$, де $t = 0,1,2,\ldots$

Q^{n+1} – подальший стан автомата, Q^n – початковий стан автомата, $x(t)$ – вхідний сигнал, $y(t)$ – вихідний сигнал.

З порівняння законів функціонування видно, що, на відміну від автомата Мілі, вихідний сигнал в автоматі Мура залежить лише від поточного стану автомата і в явному вигляді не залежить від вхідного сигналу. Для повного завдання автомата Мілі або Мура додатково до законів функціонування, необхідно вказати початковий стан і визначити внутрішні, вхідні і вихідні множини попарно різних символів.

Відмінність С - автомата від моделей Мілі і Мура полягає в тому, що він одночасно реалізує дві функції виходів y1 і y2, кожна з яких характерна для цих моделей окремо.

8.6 Способи опису і завдання абстрактних автоматів

Для того, щоб задати автомат, необхідно описати всі компоненти об'єкту: $S = (Q^n, x, y, f, \lambda, Q_i)$. Безліч Q^n, x, y описуються і задаються простим перерахуванням своїх елементів. Серед різноманіття різних способів завдань функцій f і λ (отже і всього автомата в цілому) найбільшого поширення набули табличний і графічний.

При табличному способі завдання автомат Мілі описується за допомогою двох таблиць. Одна з них (таблиця переходів) задає функцію $Q^{n+1}= f(Q^n(t), x(t))$, друга (таблиця виходів) – функцію $y(t) = f(Q^n(t), x(t))$.

Таблиця переходів відображає функцію переходів. Рядкам таблиці відповідають вхідні значення, які можуть поступати на входи ЦА, тобто в таблиці стільки рядків, скільки елементів у вхідному алфавіті. Стовпцям таблиці відповідають стани автомата, тобто стовпців стільки, скільки станів в автомата. На пересіченні i-стовпця і m-строки в елементі таблиці вказується стан в яке перейде ЦА під впливом вхідного сигналу x_m (якому відповідає m-строка) із стану Q_i (якому відповідає i-стовпець). Таблиця переходів приведена на рисунку 8.4. Таблиця переходів має однаковий вигляд як для автомата Мура, так і для автомата Мілі. Для часткових автоматів Мілі і Мура в розглянутих таблицях на місці не певних станів і вихідних сигналів ставиться прочерк.

	Вхідні стани ЦА				
Вхідний сигнал	Q0	Q1	Q2	⋮	Q_i
x0	Q2	Q_i	Q2	⋮	Q_i
…	…				
x_m	Q3	Q1	Q_i	⋮	Q2

Рисунок 8.4 – Таблиця переходів ЦА

У таких автоматах вихідний сигнал на якому-небудь переході завжди не визначений, якщо невизначеним є стан переходу.

Таблиця виходів для автомата Мілі має такий же вигляд як і таблиця переходів, лише на пересіченні i-стовпця і m-строки в елементі таблиці вказується вихідне значення, яке сформує ЦА під впливом вхідного сигналу xm (якому відповідає m-строка) в стані Qi (якому відповідає i-стовпець). Таблиця виходів автомата Мілі приведена на рисунку 8.5.

	Вхідні стани ЦА				
Вхідний сигнал	Q0	Q1	Q2	⋮	Q_m
x0	y0	y3	y_m	⋮	y4
…	…				
x_m	y2	y1	y5	⋮	y_m

Рисунок 8.5 – Таблиця виходів автомата Мілі

Таблиця виходів для автомата Мура складається з одного рядка. Стовпцям таблиці відповідають стани автомата, тобто в таблиці стільки стовпців, скільки станів в автомата. Приклад таблиці наведений на рисунку 8.6

	Вхідні стани ЦА				
Вхідний сигнал	Q0	Q1	Q2	⋮	Q_m
x_m	y0	y3	y_m	⋮	y4

Рисунок 8.6 – Таблиця виходів автомата Мура

8.7 Графічний спосіб завдання цифрових автоматів

При графічному способі автомат задається у вигляді орієнтованого графа, вершини якого відповідають станам, а дуги - переходам між ними. Дуга, направлена з вершини Q_m, задає перехід в автоматі із стану Q_m в стан Q_s. На початку цієї дуги записується вхідний сигнал x_i, який викликає даний перехід $Q_s = f(Q_m, x_i)$. Для графа автомата Мілі вихідний сигнал y_n, сформований на переході, записується в кінці дуги, а для автомата Мура - поряд з вершиною Q_m, відміченою станом Q_m, в якому він формується. Якщо перехід в автоматі із стану Q_m в стан Q_s виконується під дією декількох вхідних сигналів, то дузі графа, направленій з Q_m в Q_s, приписуються всі ці вхідні і відповідні вихідні сигнали. Граф С-автомата містить вихідні сигнали двох типів і вони позначаються на графі як на графах відповідних автоматів. Граф автомата Мура представлений на рисунку 8.7, а автомата Мілі – на рисунку 8.8.

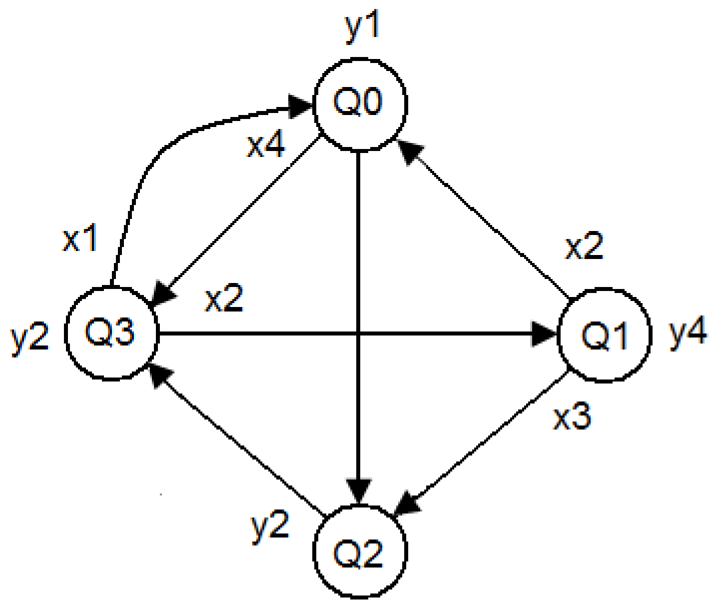


Рисунок 8.7 – Графічне представлення автомата Мура

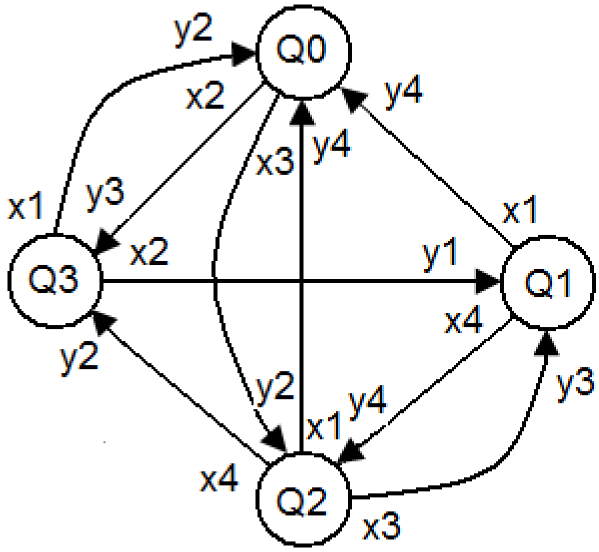


Рисунок 8.8 – Графічне представлення автомата Мілі

8.8 Структура цифрового автомата

Внутрішня структура цифрового автомата представлена на рисунку 8.9. Комбінаційна схема №1 реалізує переходи автомата з одного стану в інше під впливом вхідних сигналів. Схема проектується виходячи із закодованої таблиці переходів і підграфа переходів вибраного елемента пам'яті.

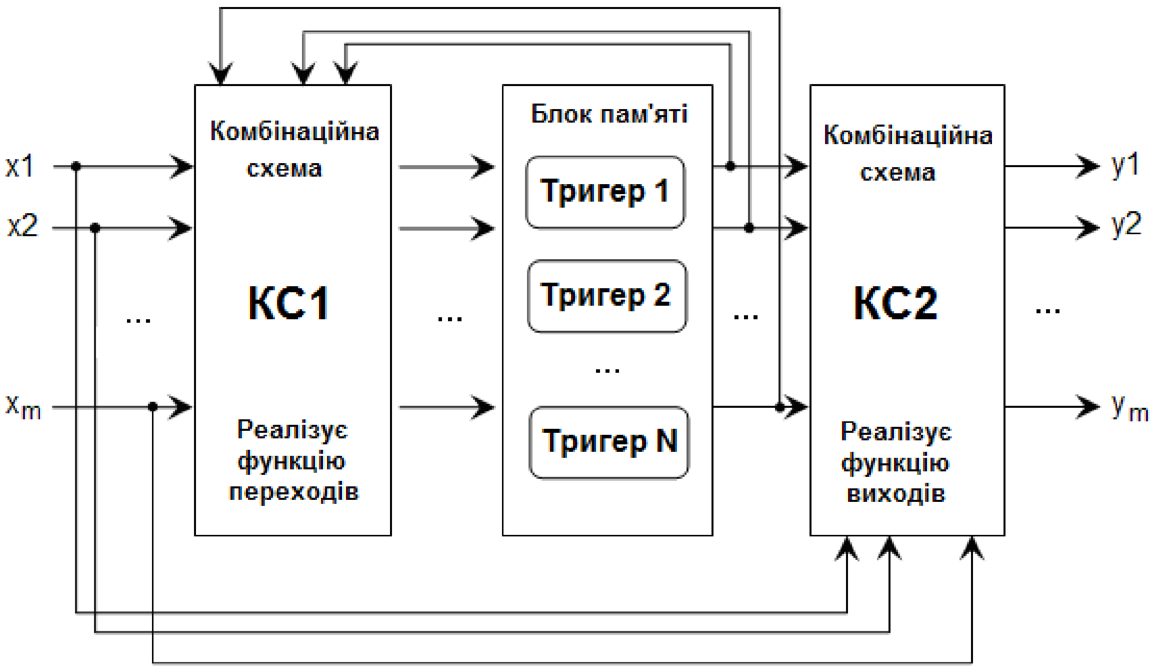


Рисунок 8.9 – Структурна схема цифрового автомата

Блок пам'яті є набором тригерів, які зберігають розряди закодованого номера стану. Кількість тригерів залежить від кількості станів, в яких може знаходитися автомат. І обчислюється як:

$$N=\log_2 M,$$

де M – кількість станів, а N –кількість тригерів.

Автомат складається з набору m елементарних автоматів (тригерів T_1, T_2 ..., T_m), комбінація станів яких в кожен момент часу визначає внутрішній стан в цілому всього автомата. Під впливом вхідних сигналів автомат повинен переходити з одного стану в іншій. Для зміни стану автомата необхідно перемкнути один або декілька тригерів, які визначають стан автомата. Перемикання тригерів здійснюється подачею сигналів q_i на відповідні входи. Оскільки новий стан автомата визначається його попереднім станом і набором вхідних сигналів, то і сигнали q_i є функціями вихідних сигналів тригерів (Q_1, Q_2, ..., Q_m) і вхідних сигналів автомата (x_1, x_2, ..., x_m).

8.9 Абстрактних синтез цифрових автоматів

Теорія цифрових автоматів розглядає абстрактний і структурний синтез цифрових автоматів. Абстрактний синтез не описує внутрішньої будови автомата, а дає опис взаємодії з довкіллям. До абстрактного синтезу відносять:

- визначення вхідного, вихідного і алфавіту станів, функції переходів і виходів;

- завдання графів автомата і таблиць переходів і виходів;

- мінімізацію числа станів.

Таким чином, для синтезу автомата необхідно виконати наступне:

а) визначити, яка комбінація станів тригерів відповідатиме кожному з внутрішніх станів автомата, тобто провести кодування внутрішніх станів автомата;

б) синтезувати комбінаційний пристрій формування сигналів *x*, управління тригерами використовуючи таблицю переходів;

в) синтезувати комбінаційний пристрій, який формує вихідні сигнали *y* автомата, використовуючи таблицю виходів.

При табличному способі завдання автомати Мілі і Мура описуються за допомогою двох таблиць. Одна з них таблиця переходів, друга таблиця виходів.

При табличному способі завдання автоматів Мілі та Мура таблиця переходів має однаковий вигляд і задає функцію $Q^{n+1} = f(Q^n(t), x(t))$ (табл. 8.3).

Таблиця 8.3 - Таблиця переходів відображає функцію переходів

Вхідний сигнал	Q0	Q1	Q2	Q3
0	Q2	Q0	Q2	Q0
1	Q3	Q1	Q0	Q2

Рядкам таблиці відповідають вхідні значення, які можуть поступати на входи ЦА, тобто в таблиці стільки рядків, скільки елементів у вхідному алфавіті. Стовпцям таблиці відповідають стани автомата, тобто стовпців стільки, скільки станів в автомата. На пересіченні і-стовпця і m-рядка в елементі таблиці вказується стан в який перейде ЦА під впливом вхідного сигналу x_m (якому відповідає m-рядок) із стану Q_i (якому відповідає і-стовпець).

Таблиці виходів автомати Мілі задає функцію $y(t) = f(Q^n(t), x(t))$ (табл. 8.4).

Таблиця 8.4 - Таблиця виходів для автомата Мілі

Вхідний сигнал	Q0	Q1	Q2	Q3
0	1	0	1	0
1	1	1	0	1

Таблиця виходів для автомата Мура складається з одного рядка і задає функцію $y(t) = f(Q^n(t))$ (табл. 8.5).

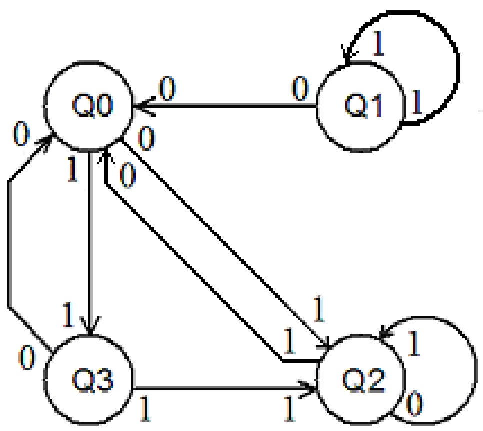
Таблиця 8.5 - Таблиця виходів для автомата Мура

Вхідний сигнал	Q0	Q1	Q2	Q3
0, 1	1	0	1	0

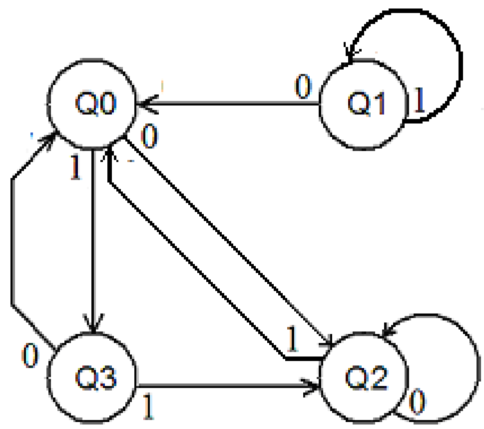
Таблиця виходів має такий же вигляд як і таблиця переходів, лише на пересіченні i-стовпця і m-рядка в елементі таблиці вказується вихідне значення, яке сформує ЦА під впливом вхідного сигналу x_m (якому відповідає m-рядок) в стані Q_i (якому відповідає i-стовпець).

При графічному способі автомат задається у вигляді орієнтованого графа, вершини якого відповідають станам, а дуги - переходам між ними (рис. 8.10). Дуга, направлена з вершини Q_m, задає перехід в автоматі із стану Q_m в стан Q_s. На початку цієї дуги записується вхідний сигнал x_i, який викликає даний перехід $Q_s = f(Q_m, x_i)$.

Для графа автомата Мілі вихідний сигнал y_n, який формується на переході, записується в кінці дуги, а для автомата Мура - поряд з вершиною Q_m, відміченою станом Q_m в якому він формується.



а



б

Рисунок 8.10 – Графи автоматів Мілі (а) і Мура (б)

8.10 Структурний синтез цифрового автомата

Якщо синтез комбінаційних схем зводиться до реалізації аналітичних виразів булевих функцій за допомогою логічних елементів, то синтез цифрових автоматів з пам'яттю не настільки очевидний. У загальному випадку задача структурного синтезу автоматів з пам'яттю зводиться до знаходження загальних прийомів побудови структурних схем складних автоматів на основі композиції деяких елементарних автоматів, тобто зводиться до пошуку певних способів їх з'єднання між собою. Слід підкреслити, що далеко не при всякому виборі системи елементарних автоматів можна побудувати (шляхом їх композиції) будь-який структурний автомат. У тому випадку, коли це можливо, говорять, що задана система елементарних автоматів структурно повна. Але і на основі структурно повних систем елементарних автоматів ефективно вирішити задачу структурного синтезу довільного автомата з пам'яттю поки удається тільки для структурно повних систем елементарних автоматів деякого спеціального виду. Розглянемо один з таких методів синтезу, який дозволяє звести задачу структурного синтезу довільного автомата з пам'яттю до задачі синтезу комбінаційних схем. Метод синтезу, в основу якого покладений вказаний принцип, отримав назву канонічного методу структурного синтезу автоматів з пам'яттю. Канонічний метод структурного синтезу оперує з елементарними автоматами, які діляться на два великих класи. Перший клас складають елементарні автомати з пам'яті, які називають елементами пам'яті. Другий клас складають елементарні комбінаційні автомати – логічні елементи. Для зведення задачі структурного синтезу довільного автомата з пам'яттю до задачі синтезу комбінаційних схем накладають обмеження на тип елементів пам'яті. Результатом роботи методу являються рівняння булевих функцій автомата в канонічній формі подання. Необхідними даними для початку роботи методу служить абстрактний цифровий автомат з пам'яттю.

Канонічний метод структурного синтезу умовно можна розділити на такі етапи:

1) кодування станів;

2) побудова канонічної таблиці структурного автомата;

3) вибір елементів пам’яті автомата;

4) побудова таблиці збудження тригерів;

5) побудова рівнянь булевих функцій виходів і збудження автомата;

6) побудова функціональної схеми автомата.

Автомат складається з набору елементарних автоматів (тригерів), комбінація станів яких в кожен момент часу визначає внутрішній стан в цілому всього автомата. Під впливом вхідних сигналів автомат повинен переходити з одного стану в інший. Для зміни стану автомата необхідно перемкнути один або декілька тригерів, які визначають стан автомата. Перемикання тригерів здійснюється подачею сигналів x на відповідні входи. Для формування сигналів управління тригерами використовується комбінаційний пристрій. Структура цього пристрою визначає функцію переходів автомата. Функція виходів реалізується іншим комбінаційним пристроєм, який формує вихідні сигнали автомата.

Для зберігання стану автомата використовується пам'ять, побудована на RS-тригерах, кожен з яких має два стани («0» або «1»). Число різних комбінацій станів m тригерів дорівнює 2^m. Оскільки кожній з цих комбінацій може відповідати лише один певний стан автомата, вибір необхідного числа m тригерів повинен виконуватися з умови, що число станів автомата не перевищуватиме 2^m. За заданими умовами автомат має чотири стани. Для його реалізації вистачає двох тригерів, тобто $m=\log_2 4=2$. Потім кожній комбінації станів тригерів потрібно поставити у відповідність певний стан автомата. Кодування станів автомата може виконуватися різними способами. Для автомата, який синтезується, кодування його станів виконаємо відповідно до таблиці 8.6.

Таблиця 8.6 – Кодування станів автомата Мілі

Стан автомата	Стан тригерів	
	F2	F1
Q0	0	0
Q1	0	1
Q2	1	0
Q3	1	1

Далі заповнимо таблицю 8.7 функціонування автомата, заданого графом, представленим на рисунку 8.10.

Таблиця 8.7 – Таблиця функціонування автомата Мілі

Вхідний сигнал x	Попередній стан		Сигнал стану		Сигнали управління тригерами				Вихідний сигнал y
	$F2^n(t)$	$F1^n(t)$	$F2^{n+1}(t)$	$F1^{n+1}(t)$	S2	R2	S1	R1	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
0	0	0	1	0	1	0	0	×	1
0	0	1	0	0	0	×	0	1	0
0	1	0	1	0	×	0	0	×	1
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	×	×	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0	×	0
1	1	1	1	0	×	0	0	1	1

Розглянемо детальніше заповнення таблиці функціонування автомата Мілі. У першому стовпці записуються всі можливі комбінації коду вхідного сигналу. У стовпцях 2-5 стани автомата. Для заданого вхідного сигналу і стану автомата (табл. 8.3) по графу (рис. 8.10) знаходиться значення вхідного сигналу, яке записується відповідно до кодування (табл. 8.6) в другому і третьому стовпцях таблиці, і наступний стан автомата, в якій він переходить. Код цього стану заноситься в четвертий і п'ятий стовпці таблиці.

Стовпці з 6 по 9 відведені для запису сигналів управління тригерами. Управління тригерами здійснюється подачею сигналів на входи установки «0» (вхід R) і установки «1» (вхід S). Ці сигнали для кожного тригера визначаються порівнянням станів у момент часу $F^n(t)$ и в наступний момент часу $F^{n+1}(t)$. Наприклад, в першому рядку таблиці $F2^n(t) = 0$, $F2^{n+1}(t) = 1$. Це означає, що згідно словнику переходів RS–тригера:

Перехід	S	R
$0 \to 0$	0	×
$0 \to 1$	1	0
$1 \to 0$	0	1
$1 \to 1$	×	0

другий тригер переводиться із стану «0» в стан «1», для чого має бути поданий сигнал «1» на вхід S2 і «0» на вхід R2. У випадках коли логічний рівень сигналу управління невизначений («0» або «1»), відповідні клітки таблиці залишаються порожніми або в них заноситься символ «×».

Для побудови комбінаційного пристрою, який формує сигнали управління тригерами, складемо для цих сигналів (S2, R2, S1, R1) таблиці істинності у формі карт Карно (рис. 8.11).

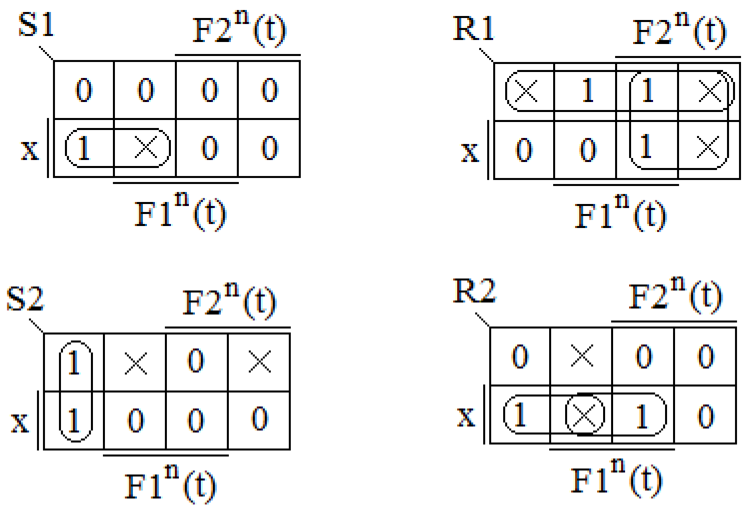


Рисунок 8.11 – Карти Карно для комбінаційного пристрою, який формує сигнали управління тригерами

Розглядаючи S2, R2, S1 і R1 як неповністю визначені логічні функції аргументів F2, F1, і x запишемо МДНФ цих функцій:

$$S1 = \overline{F2} \cdot x; \quad R1 = F2 + \overline{x}; \quad S2 = \overline{F2} \cdot \overline{F1}; \quad R2 = \overline{F2} \cdot x + F1 \cdot x.$$

Для побудови комбінаційного пристрою, який формує вихідний сигнал автомата, будуємо таблицю істинності у формі карти Карно для y, яка представлена на рисунку 8.12.

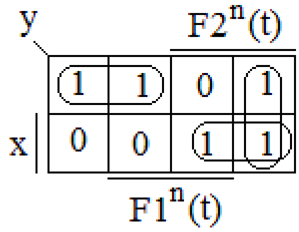


Рисунок 8.12 - Карта Карно для комбінаційного пристрою, який формує сигнал виходу

МДНФ функції вихідного сигналу:

$$y = \overline{F2}\cdot\overline{x} + F2\cdot\overline{F1} + F2\cdot x.$$

Використовуючи отримані логічні вирази і вибравши як базис логічні елементи І, АБО, НІ, побудуємо структурну схему абстрактного автомата, який синтезується (рис. 8.13).

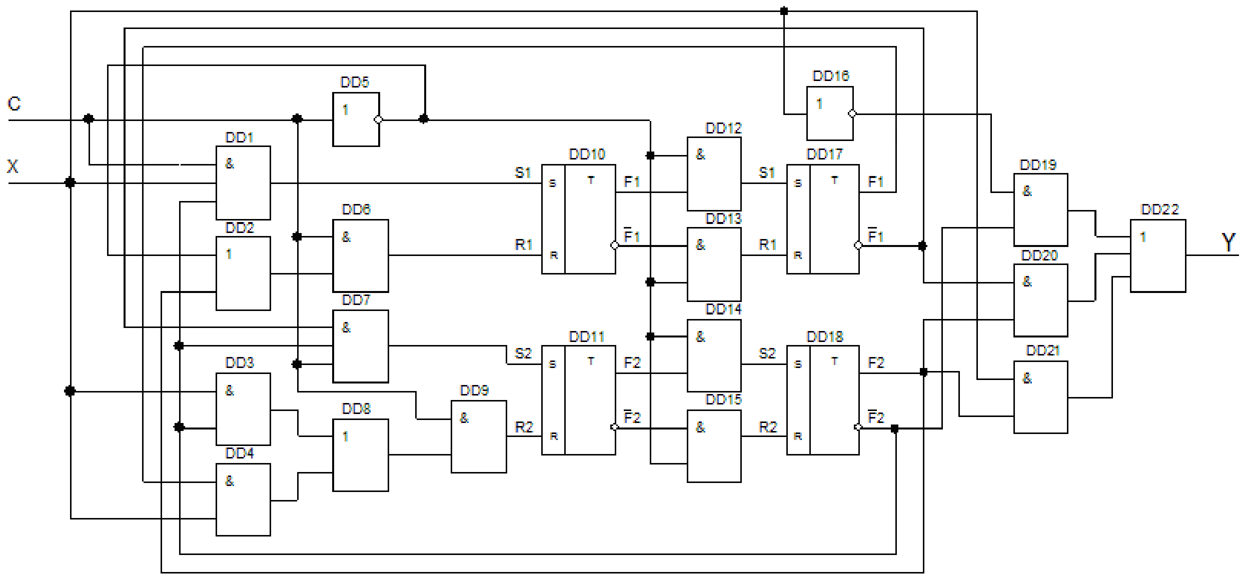


Рисунок 8.13 - Структурна схема синтезованого абстрактного автомата Мілі

При цьому тригери встановлюються в стани $F1^{t+1}$ і $F2^{t+1}$, відповідно до заданого таблицею переходів законом функціонування автомата. Проте на час дії сигналу Fупр. (такту t) виходи (F і $\overline{F}$) вхідних тригерів DD9 і DD10 блоковані групою схем І, на вхід кожною з яких поступає сигнал Fупр. В цей же час група вихідних тригерів DD15 і DD16 зберігають свої стани $F1^t$ і $F2^t$, і лише їх вихідні сигнали поступають на входи обох комбінаційних схем і спільно з вхідним сигналом X визначають логіку роботи автомата. Після закінчення дії управляючого імпульсу Fупр., протягом такту (t+1) сигнали з виходів тригерів DD9 і DD10 через схеми І, на входи яких вже поступає вирішуючий інверсний сигнал Fупр., подаються на відповідні входи тригерів DD15 і DD16, внаслідок чого останні переходять в стани $F1^{t+1}$ і $F2^{t+1}$. Завдяки наявності в схемі автомата додаткових тригерів DD15 і DD16, сигнали $F1^t$ і $F2^t$ на вході комбінаційного пристрою зберігаються незмінними протягом всього часу (такту t) дії управляючого імпульсу Fупр.. Це відповідає алгоритму роботи синхронного двоступінчатого MS – тригера. Основний рівень (M) служить для запису вхідного сигналу і попереднього запам'ятовування нового стану автомата, а допоміжний рівень (S) – для переходу автомата в новий стан і подальшого його зберігання.