Лекція 5

Моделі об'єктів контролю і діагностики

Логічні моделі

За характером взаємодії між об'єктом і засобами діагностування розрізняють *тестові і функціональні системи діагностування.*

Відмінна риса перших полягає в подачі на невикористовуваний за прямим призначенням об'єкт спеціально організованих впливів (дій) засобами діагностування. Другі застосовують для діагностування об'єктів, що використовуються за призначенням. Однак в обох випадках у процесі моделювання застосовуються методи математичної логіки, базові положення якої освітлені нижче.

Деякі аспекти алгебри логіки

Логічні методи засновані на встановленні логічних зв'язків між ознаками і станом об'єктів. При цьому до розгляду приймають, найчастіше, якісні ознаки, для яких можливі лише два визначених значення (наприклад, 0 і 1). Також і стани технічного об'єкта можуть мати тільки два значення. Два значення ознаки чи стану можуть бути виражені будь-якими двома символами (“0” – “1”, “так” – “ні”, “справний” – “несправний”).

Змінні величини чи функції, що приймають тільки два значення (0 і 1), називають логічними чи булевими. Логічні методи застосовують як для початкових стадій розпізнавання, так і для пошуку і локалізації несправностей технічних систем.

У математичній логіці логічні перемінні звичайно позначають заголовними буквами латинського алфавіту. Логічною сумою двох логічних перемінних A і B (чи диз'юнкцією) називають логічну величину C:

$$A \vee B = C,$$

де $\vee$ – знак логічного додавання (замість цього знака часто використовують знак “+”).

Величина С є дійсною (С=1), якщо буде дійсними хоча б одне з висловлень А і В, чи ж обоє разом. Таким чином, для диз'юнкції можна записати:

$$\begin{array}{lcl} 1 \vee 1 = 1 & & 1 + 1 = 1 \\ 0 \vee 1 = 1 & \text{або} & 0 + 1 = 1 \\ 1 \vee 0 = 1 & & 1 + 0 = 1 \\ 0 \vee 0 = 0 & & 0 + 0 = 0 \end{array}$$

Логічне підсумовування при словесному вираженні відповідає союзу “чи”.

Логічним добутком двох логічних величин А і В (чи кон’юнкцією) називають логічну величину С:

$$A \wedge B = C,$$

де $\wedge$ – знак логічного множення (замість цього знака можуть використовуватися знаки “• ” і “х”).

Величина С є дійсною тільки тоді, коли дійсними будуть висловлення А і В. Таким чином, для кон’юнкції можна записати:

$$\begin{array}{lcl} 1 \wedge 1 = 1 & & 1 \times 1 = 1 \\ 0 \wedge 1 = 0 & \text{або} & 0 \times 1 = 0 \\ 1 \wedge 0 = 0 & & 1 \times 0 = 0 \\ 0 \wedge 0 = 0 & & 0 \times 0 = 0 \end{array}$$

Логічний добуток у словесному виражені відповідає союзу “і”.

У булевій алгебрі часто використовують операцію заперечення висловлення А. Її позначають як $\overline{A}$ (читається “не А”).

Операції “і”, “чи” і “не” дозволяють скласти різні комбінації висловлень, що одержали назву булевих функцій. Найпростіші з них одержали назву операцій імплікації й еквівалентності.

Імплікацію двох висловлень позначають у такий спосіб:

$$A \rightarrow B,$$

де $\rightarrow$ – символ імплікації (також використовується знак $\supset$).

Співвідношення $A \rightarrow B$ читається так: “А спричиняє до В” чи “якщо А, то В”. Імплікація (проходження) являє собою операцію, результат якої С є логічною величиною:

$$(A \to B) = C.$$

Вона також може бути виражена за допомогою двох основних операцій у такій формі:

$$A \to B = \overline{A} \vee B.$$

Еквівалентність (чи тотожність) двох висловлень позначають у такий спосіб:

$$A \equiv B,$$

де $\equiv$ – знак еквівалентності.

Ця умова являє собою логічну величину C:

$$(A \equiv B) = C,$$

яку можна виразити за допомогою елементарних операцій:

$$C = A \wedge B \vee \overline{A} \wedge \overline{B} = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}.$$

Отже, якщо еквівалентність дійсна (C=1), те величини A і B обидві дійсні чи помилкові.

Булева функція може бути записана у вигляді:

$$E = f\,(A, B, C, \ldots).$$

Тут E є функцією логічних перемінних A, B, C, …, a f – функціональною залежністю, що виражає послідовність операцій, чинених над перемінними.

У той же час прикладами булевих операцій можуть служити вирази

$$F = A \vee B \wedge C,\ F = A \wedge \overline{B} \wedge C,\ F = \overline{A} \vee B \wedge \overline{C} \vee D.$$

Застосувавши метод імплікації, останній вираз можна привести до більш короткої і наочної форми

$$F = (A \to B) \wedge (C \to D).$$

Для спрощення складних виразів булевих функцій використовуються наступні правила.

Правила абсорбції:

$$A + A = A; \quad A \cdot A = A.$$

Правила комутативності:

$$A + B = B + A; \quad A \cdot B = B \cdot A.$$

Правила асоціативності:

$$(A+B)+C=A+(B+C)=A+B+C;$$
$$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)=A\cdot B\cdot C.$$

Правило дистрибутивності множення щодо додавання:

$$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C.$$

Правило дистрибутивності додавання щодо множення:

$$A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C).$$

Правила заперечення

$$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B};\quad \overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}.$$

Правила поглинання:

$$A\cdot B+A\cdot\overline{B}=A;\quad (A+B)\cdot(A+B)=A;$$
$$A+A\cdot B=A;\qquad A\cdot(A+B)=A.$$

Логічні моделі на тестовій основі

Основою для побудови логічної моделі є функціональна схема обстежуваного об'єкта [6]. Кожен об'єкт, як правило, складається зі зв'язаних між собою функціональних елементів (блоків, вузлів, модулів і т.п.). Кожний з них має вхідні і вихідні сигнали. Будь-який вхідний сигнал може належати області припустимих значень чи виходити з неї, іншими словами, вхідний вплив (дія) може бути допустимим чи недопустимим. Тому вхідні величини можна розглядати як логічні перемінні, приймаючі тільки два значення: 1 і 0. Вихідні сигнали також можуть бути допустимими чи недопустимими і приймати два значення: 1 і 0. Однак на відміну від вхідних величин вони не є логічними перемінними, тому що залежать від перших. У цьому випадку для кожного вихідного сигналу k-го функціонального елемента можна записати:

$$y_k=F_k\left(x_{k_1},x_{k_2},\ldots,x_{k_f}\right),$$
$$l\le f\le l_k,$$

де l_k – число входів k-го елемента.

Функція $F_k\left(x_{k_1}, x_{k_2}, ..., x_{k_f}\right)$, що приймає значення 0 і 1 і залежна від перемінних, кожна з який може приймати також значення 0 і 1, відноситься до числа булевих.

Областю визначення цих функцій служить сукупність усіляких f-мірних наборів 0 і 1, а для її подання досить указати, які значення функції відповідають кожному з цих наборів. Якщо розглядають f вхідних сигналів, то загальне число f-мірних наборів буде

$$n = 2^f.$$

Якщо, наприклад, функціональний елемент (рис. 3.4, а) має п'ять входів (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) і два виходи (y_1, y_2), то загальне число можливих сполучень значень вхідних сигналів складе: $2^5 = 32$.

Значення y_1 і y_2 для кожного сполучення можна визначити експериментально, подаючи на вхід завідомо справного елемента відповідної комбінації значень x_1, …, x_5… Дані відгуків заносять у таблицю (табл. 3.6).

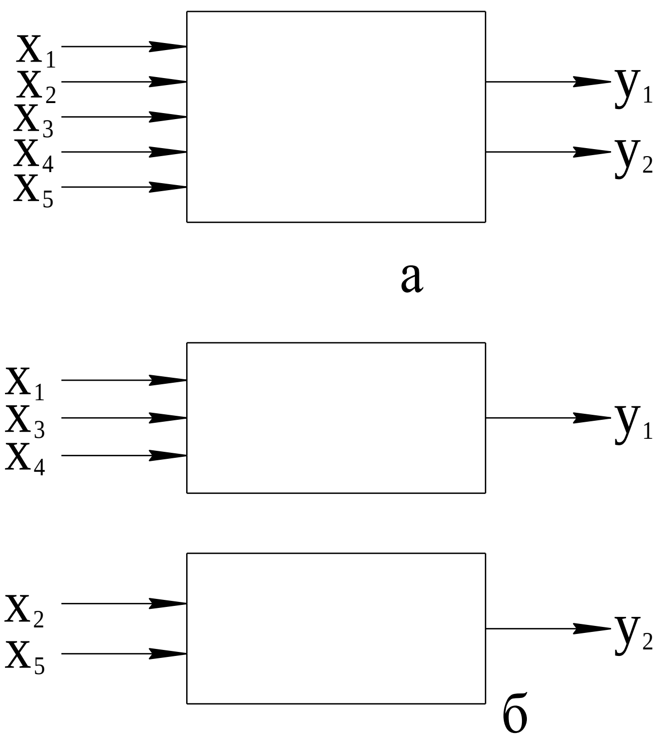

Рисунок 3.4 – Функціональні елементи об'єкта

Таблиця 3.6

№ соб.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1	y_2
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	0	0
8	0	0	1	0	1	0	0
9	0	1	0	0	1	0	1
10	1	0	0	0	1	0	0
11	0	0	1	1	0	0	0
12	0	1	0	1	0	0	0
13	1	0	0	1	0	0	0
14	0	1	1	0	0	0	0
15	1	0	1	0	0	0	0
16	1	1	0	0	0	0	0
17	0	0	1	1	1	0	0
18	0	1	1	1	0	0	0
19	1	1	1	0	0	0	0
20	0	1	0	1	1	0	1
21	1	0	0	1	1	0	0
22	1	0	1	1	0	1	0
23	0	1	1	0	1	0	1
24	1	0	1	0	1	0	0
25	1	1	0	0	1	0	1
26	1	1	0	1	0	0	0
27	0	1	1	1	1	0	1
28	1	1	1	1	0	1	0
29	1	1	1	0	1	0	1
30	1	1	0	1	1	0	1
31	1	0	1	1	1	1	0
32	1	1	1	1	1	1	1

За допомогою таблиці визначають здійснену диз'юнктивну нормальну форму для функції

$$y_1 = F_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5).$$

Це робиться таким чином. Значення y_1, рівні одиниці, розміщують у рядках 22 (x_1=1, x_2=0, x_3=1, x_4=1, x_5=0), 28 (x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=1, x_5=0), 31 (x_1=1, x_2=0, x_3=1, x_4=1, x_5=1), 32 (x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=1, x_5=1).

В результаті отримуємо чотири комбінації входів x_i для виходу y_1. Відповідно до правил математичної логіки ті виходи, що дорівнюють нулю, позначаємо як $\bar{x}_i$ ("не x_i"). У перших трьох комбінаціях це будуть $\bar{x}_2, \bar{x}_5$. Тоді можна записати:

$$F(x_1,\ldots,x_5)=x_1\overline{x_2}x_3x_4\overline{x_5}\vee x_1x_2x_3x_4\overline{x_5}\vee x_1\overline{x_2}x_3x_4x_5\vee x_1x_2x_3x_4x_5.$$

Тому що з усіх п'яти входів x_i тільки x_2 и $x_5=0$, то визначальними для виходу y_2 будуть входи x_1, x_3, x_4 і вищенаведений вираз можна перетворити в більш просту, але рівнозначну йому форму

$$y_1 \equiv x_1 \wedge x_3 \wedge x_4,$$

що означає $y_1 \equiv 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1.$

Звідси можна зробити практичний висновок: вихід y_1 буде дорівнювати нулю в тому випадку, коли несправним виявиться хоча б один із блоків (модулів, вузлів), з якого в систему надходить відповідний сигнал (x_1, x_2, x_3) чи коли сам блок виявиться несправним.

Так само визначають укладену диз'юнктивну нормальну форму для функції

$$y_2 = F_2(x_1,\ldots,x_5).$$

З таблиці видно, що значення y_2, рівні одиниці, розміщуються в рядках 9 (x_1=0, x_2=1, x_3=0, x_4=0, x_5=1), 20 (x_1=0, x_2=1, x_3=0, x_4=1, x_5=1), 23 (x_1=0, x_2=1, x_3=1, x_4=0, x_5=1), 25 (x_1=1, x_2=1, x_3=0, x_4=0, x_5=1), 27 (x_1=0, x_2=1, x_3=1, x_4=1, x_5=1), 29 (x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=0, x_5=1), 30 (x_1=1, x_2=1, x_3=0, x_4=1, x_5=1), 32 (x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=1, x_5=1). В результаті маємо вісім комбінацій входів x_i для виходу y_2. Через $\overline{x}_i$ позначимо входи, рівні нулю. У перших сімох комбінаціях це будуть $\overline{x_1}, \overline{x_3}, \overline{x_4}$. Тоді

$$F_2(x_1,\ldots,x_5)=\overline{x_1}x_2\overline{x_3}\overline{x_4}x_5\vee \overline{x_1}x_2\overline{x_3}x_4x_5\vee \overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4}x_5\vee x_1x_2\overline{x_3}\overline{x_4}x_5\vee$$
$$\vee\overline{x_1}x_2x_3x_4x_5\vee x_1x_2x_3\overline{x_4}x_5\vee x_1x_2\overline{x_3}x_4x_5\vee x_1x_2x_3x_4x_5.$$

Тому що з усіх п'яти входів x_1=0, x_3=0 і x_4=0, то визначальними в цьому випадку будуть входи x_2 і x_5, при яких утвориться вихід y_2. І спрощену, але рівнозначну вищенаведеному виразу, формулу можна записати у вигляді:

$$y_2 \equiv x_2 \wedge x_5.$$

Таким чином, при складанні моделі функціональний елемент (рис. 3.4, а) може бути розчленованим на два елементарних функціональних елементи (рис. 3.4, б), що, в остаточному підсумку, дозволяє мінімізувати процес рішення задачі. У цьому випадку для першого блоку з входами x_1, x_3, x_4 число можливих сполучень вхідних сигналів складе

$$2^3 = 8,$$

а для другого блоку з входами x_2, x_5 воно буде дорівнювати

$$2^2 = 4.$$

Дані поміщені в таблиці 3.7, 3.8.

Таблиця 3.7

№ соб.	x_1	x_2	x_3	x_4
1	0	0	0	0
2	1	0	0	0
3	0	1	0	0
4	0	0	1	0
5	1	1	0	0
6	0	1	1	0
7	1	0	1	0
8	1	1	1	1

Таблиця 3.8

№ соб.	x_2	x_5	y_2
1	0	0	0
2	1	0	0
3	0	1	0
4	1	1	1

З цих таблиць виходить, що відсутність відгуку (вихідного сигналу) y_1 пов'язано з несправністю відповідних блоків, що подають у систему сигнали x_1, x_3, x_4, а відсутність відгуку y_2 свідчить про несправність відповідних блоків, що подають у систему сигнали x_2, x_5. Який конкретно блок є несправним, установлюють шляхом проведення додаткового експерименту. Для цього досить провести діагностування по трьом подіям (№ 5, 6, 7), а для другого випадку (табл. 3.8) – по двом подіям (№ 2,3) згідно табл. 3.7.

Контрольні запитання

1. Які питання розглядає технічне діагностування?
2. Які процеси викликають аварійні відкази?
3. Що таке прогнозуючи контроль?

4. Які основні параметри слід враховувати під час діагностики об’єкта?
5. Які вимоги пред’являють до об’єктів діагностування?
6. Наведіть класифікацію моделей об’єктів діагностування?