

## Лабораторна робота № 2. Поняття еластичності

*Еластичність* характеризує відносну зміну економічного показника під дією одиничної відносної зміни фактору, від якого він залежить, за умови незмінності решти факторів, що впливають на досліджуваний показник. Іншими словами, еластичність показує, на скільки процентів зміниться досліджуваний показник, якщо фактор, від якого він залежить, збільшиться на 1% [2].

Нехай досліджується залежність економічного показника  $y$  від зміни фактору  $x$ , значення якого впливають на значення  $y$ . Розглянемо випадок, коли спостерігається функціональна залежність  $y = y(x)$ . Швидкість зміни величини  $y$  відносно зміни величини  $x$  визначається похідною  $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ , проте її застосування у економічних дослідженнях здебільшого є незручним, оскільки величина похідної залежить від обраних одиниць виміру  $x$  та  $y$ . Тому для вивчення впливу зміни величини  $x$  на величину  $y$  у економіці застосовують не абсолютні, а відносні (процентні) зміни величин, що досліджуються. Зв'язок між змінами відносних величин оцінюють за допомогою еластичності.

*Еластичністю функції*  $y = y(x)$  відносно змінної  $x$  називають границю відношення відносних змін величин  $y$  та  $x$ :

$$E_x(y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y} \right) \quad (4.1)$$

Формулу (4.1) можна записати у вигляді:

$$E_x(y) = \frac{d(\ln y)}{d(\ln x)}. \quad (4.2)$$

*Handwritten notes:*  
 $d(\ln y) = \frac{dy}{y}$   
 $d(\ln x) = \frac{dx}{x}$

Якщо еластичність визначають наближено за дискретним набором даних, наприклад, заданих у вигляді таблиці, то замість (4.1) та (4.2) для обчислення еластичності у точці  $(x_1, y_1)$  використовують формулу:

$$E_x(y) = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \cdot \frac{x_2 - x_1}{x_1} = \frac{\Delta y_1}{y_1} \cdot \frac{\Delta x_1}{x_1}. \quad (4.3)$$

Еластичність, обчислену за формулою (4.3), називають *кінцевою еластичністю*.

У економічних дослідженнях використовують також середню (дугову) еластичність:

$$E_x(y) = \frac{y_2 - y_1}{\frac{(y_1 + y_2)}{2}} : \frac{x_2 - x_1}{\frac{(x_1 + x_2)}{2}}, \quad (4.4)$$

а також логарифмічну еластичність

$$E_x(y) = \frac{\Delta(\ln y)}{\Delta(\ln x)} = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\ln x_2 - \ln x_1} = \ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right) : \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right). \quad (4.5)$$

З означення еластичності (4.1) випливають основні властивості цього показника [5]:

1)  $E_{ax}(by) = E_x(y)$ , тобто еластичність не залежить від одиниць виміру показників  $x$  та  $y$ ;

2) еластичності взаємно обернених функцій є взаємно оберненими величинами:  $E_x(y) = \frac{1}{E_y(x)}$ ;

3) еластичність добутку двох функцій дорівнює сумі їх еластичностей:  $E_x(u \cdot v) = E_x u + E_x v$ ;

4) еластичність частки функцій дорівнює різниці їх еластичностей:  $E_x\left(\frac{u}{v}\right) = E_x u - E_x v$ ;

5) Еластичність суми двох функцій знаходять за формулою:

$$E_x(u + v) = \frac{d(u + v)}{dx} \cdot \frac{x}{u + v} = \left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}\right) \cdot \frac{x}{u + v} = \frac{u \cdot E_x u + v \cdot E_x v}{u + v}.$$

Розглянемо основні показники еластичності, що використовуються у математичній економіці.

1. *Еластичність попиту за ціною (пряма еластичність)* визначається за формулою

$$E_p(q) = \frac{\frac{dq}{q}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q},$$

де  $p$  – ціна одиниці товару,  $q$  – величина попиту на нього. Вона показує відносну зміну у відсотках величини попиту на товар при зміні ціни цього

товару на 1% та характеризує реакцію споживачів на зміну ціни товару.

2. *Перехресну еластичність попиту за ціною* знаходять за формулою

$$E_{p_j}(q_i) = \frac{\frac{dq_i}{q_i}}{\frac{dp_j}{p_j}} = \frac{dq_i}{dp_j} \cdot \frac{p_j}{q_i}.$$

Вона показує відносну процентну зміну величини  $q_i$  попиту на  $i$ -й товар при зміні ціни  $p_j$  на  $j$ -й товар, що заміщує чи доповнює  $i$ -й товар у споживанні, на 1%.

3. *Еластичність попиту за доходом* обчислюють за формулою:

$$E_l(q) = \frac{\frac{dq}{q}}{\frac{dl}{l}} = \frac{dq}{dl} \cdot \frac{l}{q},$$

де  $l$  – середня величина доходу споживачів. Вона характеризує відносну процентну зміну величини попиту на товар при збільшенні доходу споживачів на 1%. Додатна еластичність попиту за доходом спостерігається для нормальних (якісних) товарів, від’ємна – для малоцінних (низькоякісних).

4. *Цінова еластичність ресурсів*

$$E_p(R) = \frac{\frac{dR}{R}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dR}{dp} \cdot \frac{p}{R}$$

характеризує відносну зміну у відсотках величини  $R$  попиту на певний ресурс при зміні ціни цього ресурсу на 1%.

5. *Еластичність заміщення при виробництві одного ресурсу іншим*

$$E_{R_j}(R_i) = \frac{dR_i}{dR_j} \cdot \frac{R_j}{R_i}$$

показує, на скільки процентів зміниться кількість  $R_i$   $i$ -го ресурсу при збільшенні кількості  $R_j$   $j$ -го ресурсу на 1% так, що при цьому загальний обсяг виробництва не змінюється.

**Завдання**

$$x = 60$$

$$y = 50000$$

$$E_x(y) \Big|_{x=60} = -500 \cdot \frac{3}{5} = -0,6$$

$$E_x(y) = y \cdot \frac{x}{y}$$

Варіант 1

1. Залежність між собівартістю одиниці продукції  $y$  (г.о.) та її валовим обсягом виробництва  $x$  (г.о.) визначається рівністю  $y = 80000 - 500x$ . Знайдіть еластичність собівартості за обсягом виробництва для обсягу виробництва 60 г.о.

2. Залежність між попитом  $q$  та ціною  $p$  одиниці продукції підприємства визначається співвідношенням  $q = 18 - \sqrt{p}$ . Знайдіть еластичність попиту за ціною та з'ясуйте, при яких значеннях ціни попит є нейтральним, еластичним та нееластичним.

$$E_p(q) = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} \quad q(2) = 2,5$$

$$E_p(q) = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = \frac{p}{5} = \frac{2}{2,5} = 0,8$$

Варіант 2

1. Функції попиту та пропозиції на деякий товар мають вигляд:

$$q/p < 0, \quad s' > 0 \quad q' = \frac{-6}{(p+2)^2} < 0 \quad q = \frac{p+8}{p+2}, \quad s = p+0,5; \quad q=s \Rightarrow p=2$$

$$E_p(q) \Big|_{p=2} = -\frac{6}{16} \cdot \frac{2}{2,5} = -0,3$$

де  $p$  – ціна одиниці товару,  $q$  – величина попиту,  $s$  – пропозиції. Знайдіть ціну рівноваги, яка урівноважує попит та пропозицію на ринку; а також еластичність попиту та пропозиції для цієї ціни. Визначте зміну попиту при збільшенні ціни на 5% у порівнянні з ціною рівноваги.

2. Знайдіть еластичність попиту  $q$  (од.) на товар при заданій його ціні  $p$  г.о., якщо  $q+10p=50$ ,  $p=3$ .

$$q = 18 - \sqrt{p}, \quad \frac{dq}{dp} = -\frac{1}{2\sqrt{p}} \quad |E_p(q)| = 1 - \text{нейтр.} \quad |E_p(q)| > 1 \text{ еласт.}$$

1. Функції попиту та пропозиції на деякий товар мають вигляд:

$$|E_p(q)| = +\frac{1}{2\sqrt{p}} \cdot \frac{p}{18-\sqrt{p}} = \frac{\sqrt{p}}{2(18-\sqrt{p})} \quad q = 100 - 2p, \quad s = 4p + 2; \quad |E_p(q)| = 1 \Rightarrow p = 14,0$$

де  $p$  – ціна одиниці товару,  $q$  – величина попиту,  $s$  – пропозиції. Знайдіть ціну рівноваги, яка урівноважує попит та пропозицію на ринку; а також еластичність попиту та пропозиції для цієї ціни. Визначте зміну попиту при збільшенні ціни на 5% у порівнянні з ціною рівноваги.

$$q=s \Rightarrow p \approx 16,3 \quad E_p(q) = -2 \cdot \frac{p}{(100-2p)} \quad E_p(s) = 4 \cdot \frac{p}{4p+2}$$

2. Знайдіть еластичність попиту  $q$  (од.) на товар при заданій його ціні  $p$  г.о., якщо  $5q+3p=70$ ,  $p=10$ .

## Варіант 4

1. Залежність між собівартістю одиниці продукції  $y$  (г.о.) та її валовим обсягом виробництва  $x$  (г.о.) визначається рівністю  $y = 2000 - 50x$ . Знайдіть еластичність собівартості за обсягом виробництва для обсягу виробництва 60 г.о.
2. Залежність між попитом  $q$  та ціною  $p$  одиниці продукції підприємства визначається співвідношенням  $q = \frac{180}{4p + 3}$ . Знайдіть еластичність попиту за ціною та з'ясуйте, при яких значеннях ціни попит є нейтральним, еластичним та нееластичним.