

Практичне заняття 2

Механіка електропривода

Розв'язування задач

1.2.1. Визначити момент інерції J_1 чавунного шківа (рис.П1.1) з такими розмірами: $D_1 = 0.1$ м, $D_2 = 0.2$ м, $D_3 = 0.8$ м, $D_4 = 1.0$, $l_1 = 0.4$ м, $l_2 = 0.06$ м, $l_3 = 0.5$ м. Розрахувати момент інерції J_2 такого ж шківа, якщо його обід зробити з алюмінію, а всі інші частини - з чавуну. Порівняти, на скільки процентів зменшиться момент інерції шківа з алюмінієвим ободом. Питома маса чавуну $\gamma_b = 7800$ кг/м³, а алюмінію - $\gamma_a = 2500$ кг/м³.

Розв'язок:

Момент інерції чавунного шківа з алюмінієвим ободом

$$J_1 = \frac{\pi \cdot \gamma_b}{32} (1 (D_1^4 - D_4^4) + 1 (D_2^4 - D_3^4) + 1 (D_3^4 - D_1^4));$$

$$J_1 = \frac{3,14 \cdot 7800}{32} (0,4(1^4 - 0,8^4) + 0,06(0,8^4 - 0,2^4) + 0,5(0,2^4 - 0,1^4)) = 200 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

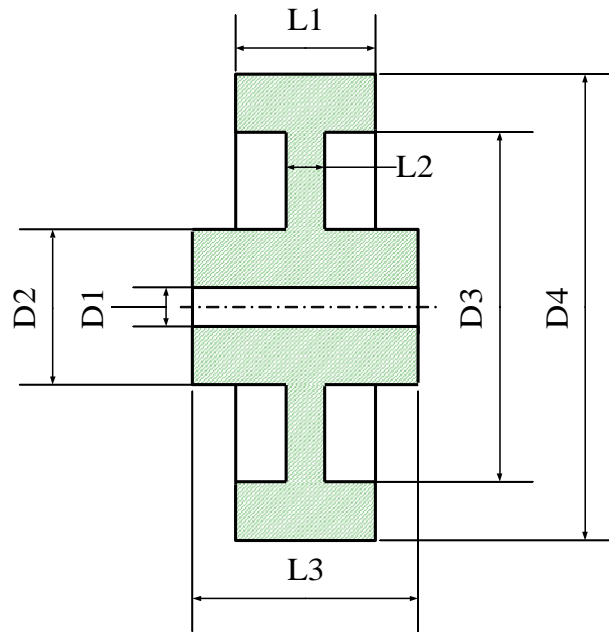


Рисунок П1.1 – Конструкція чавунного шківa

Момент інерції чавунного шківa з алюмінієвим ободом

$$J_2 = \frac{\pi}{32} (Y_a \cdot 1 (D_4^4 - D_3^4) + Y_b \cdot 1 (D_3^4 - D_2^4) + Y_b \cdot 1 (D_4^4 - D_1^4))$$

$$J_1 = \frac{3,14 \cdot}{32} (2500 \cdot 0,4(1^4 - 0,8^4) + 7800 \cdot 0,06(0,8^4 - 0,2^4) + 7800 \cdot 0,5(0,2^4 - 0,1^4)) = 77,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

У процентному відношенні

$$(J_1 - J_2) \frac{100\%}{J_1} = (200 - 77,2) \frac{100\%}{200} = 61,4\%$$

Момент інерції шківa з алюмінієвим ободом буде на 61,4 % менший від повністю чавунного.

1.2.2 Визначити приведені до валу двигуна статичний момент і момент інерції механізму підіймача (рис. П1.2) при підйманні вантажу масою 1300 кг з швидкістю $V = 1,7$ м/с. Двигун обертається з кутовою швидкістю $\omega = 97$ рад/с. Діаметр барабана $D_6 = 0,65$ м,

момент інерції $J_6 = 8.1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Коефіцієнт корисної дії (ККД) передач $\eta = 0.82$. Момент інерції редуктора, приведений до валу двигуна, $J_p = 0.12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Масою троса можна знехтувати.

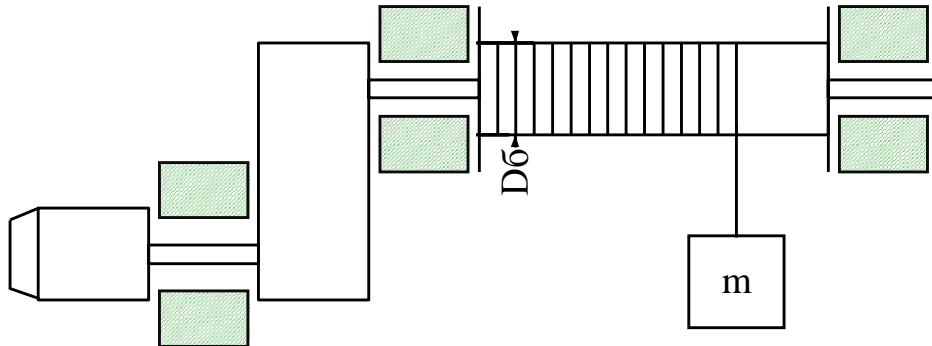


Рисунок П1.2 – Конструктивна схема механізму підіймача

Розв'язок:

Статичний момент, приведений до валу двигуна, при підйманні вантажу

$$M_c = \frac{m \cdot g \cdot v}{\omega_d \cdot \eta}$$

$$M_c = \frac{1300 \cdot 9.81 \cdot 1.7}{97 \cdot 0.82} = 5.23 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Кутова швидкість барабана

$$\omega_d = \frac{2v}{D_6}$$

$$\omega_d = \frac{2 \cdot 1.7}{0.65} = 5.23 \text{ рад} / \text{с}$$

Передавальне число передач

$$i_p = \frac{\omega_d}{\omega_6}$$

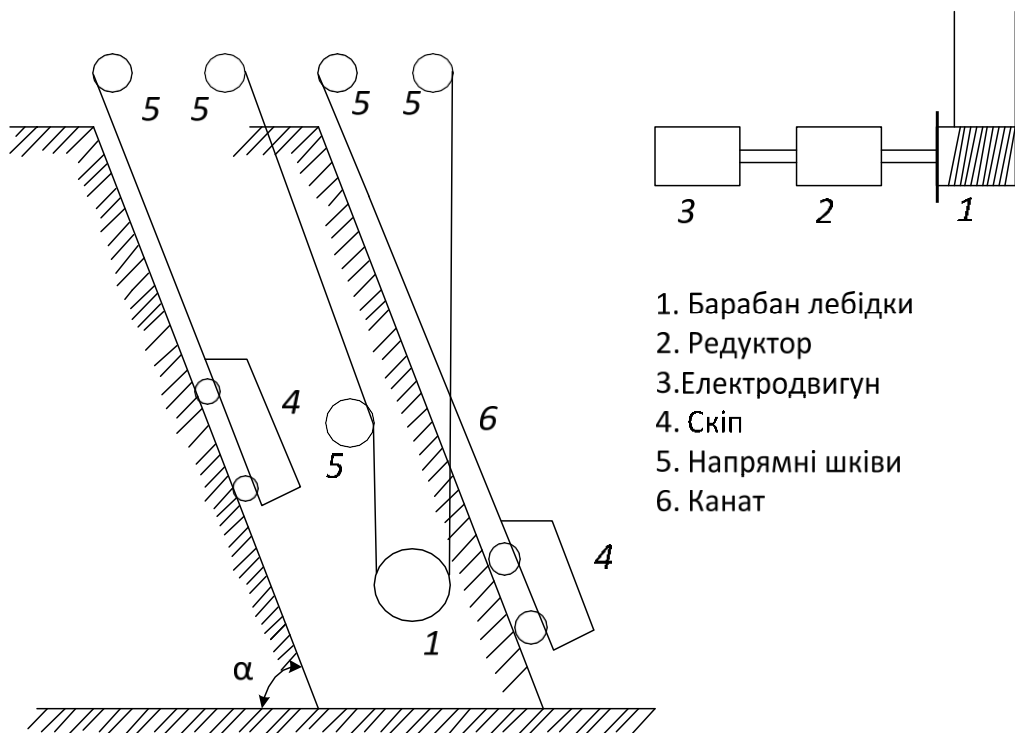
$$i_p = \frac{97}{5.23} = 18.54$$

Момент інерції механізму, приведений до валу двигуна

$$J_{пр} = J_p + \frac{J_0}{i_p^2} + m \frac{v^2}{\omega_d^2}$$

$$J_{пр} = 0.12 + \frac{8.1}{18.54^2} + 1300 \frac{1.7^2}{97} = 0.534 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

1.2.3. Для електроприводу двоскіпового підйомника (рис. П1.3) розрахувати момент двигуна, необхідний для забезпечення рівноприскороного руху скіпа з прискоренням $\alpha = 0.6 \text{ м/с}^2$, якщо відомі такі величини: маса вантажу $m_b = 9000 \text{ кг}$; маса порожнього скіпа $m_c = 7000 \text{ кг}$; момент інерції привідного двигуна $J_d = 4.5 \text{ кг} \times \text{м}^2$; момент інерції барабана $J_b = 1200 \text{ кг} \times \text{м}^2$; момент інерції одного напрямного шківа $J_{ш} = 1000 \text{ кг} \times \text{м}^2$; кількість шківів $n_{ш} = 6$; момент інерції редуктора, приведений до валу двигуна, $J_p = 4.0 \text{ кг} \times \text{м}^2$; маса канатів $= 2300 \text{ кг}$; діаметр барабану лебідки $D_b = 2.0 \text{ м}$; діаметр шківа $D_{ш} = 1.8 \text{ м}$; передавальне число редуктора $i = 25$; ККД підйомника $\eta = 0.7$; кут нахилу руху скіпа $\alpha = 45^\circ$.



1. Барабан лебідки
2. Редуктор
3. Електродвигун
4. Скіп
5. Напрямні шківи
6. Канат

Рисунок П1.3 - Конструктивна схема двоскіпового підйомника

Коефіцієнт, що враховує всі сили тертя на поверхні переміщення скіпів, прийняти рівним $k_T = 0.05$.

Розв'язок:

Сила натягу канату від ваги завантаженого скіпа

$$F_{зв} = (m_{ск} + m_в) \times g \times \sin \alpha; F_{зв} = (9 + 7) \times 10^3 \times 9.81 \times \sin 45^\circ = 111 \times 10^3 \text{Н.}$$

Сила тиску на поверхню руху

$$N_{зв} = (m_{ск} + m_в) \times g \times \sin \alpha; N_{зв} = (9 + 7) \times 10^3 \times 9.81 \times \sin 45^\circ = 111 \times 10^3 \text{ Н.}$$

Сила тертя від тиску завантаженого скіпа

$$F_{T1} = k_T \times N_{зв}; F_{T1} = 0.05 \times 111 \times 10^3 \text{Н.}$$

Сумарне статичне зусилля на підйомному кінці канату

$$F_1 = F_{зв} + F_{T1}; F_1 = (111 + 5.6) \times 10^3 = 116.6 \times 10^3 \text{Н.}$$

Сила натягу канату від ваги порожнього скіпа

$$F_{п} = m_{ск} \times g \times \sin \alpha; F_{п} = 7 \times 10^3 \times 9.81 \times \sin 45^\circ = 48.5 \times 10^3 \text{Н.}$$

Сила тертя від тиску порожнього скіпа

$$F_{T2} = k \times F_{п}; F_{T2} = 0.05 \times 48.5 \times 10^3 = 2.4 \times 10^3 \text{ Н.}$$

Сумарне статичне зусилля на збігаючому кінці канату

$$F_2 = F_{п} - F_{T2}; F_2 = (48.5 - 2.4) \times 10^3 = 46.1 \times 10^3 \text{ Н.}$$

Результуюче зусилля на ободі барабана

$$F_{рез} = F_1 - F_2; F_{рез} = (116.6 - 46.1) \times 10^3 = 71.5 \times 10^3 \text{ Н.}$$

Статичний момент опору, приведений до валу двигуна

$$M = \frac{71.5 \cdot 10 \cdot 2}{2 \cdot 25 \cdot 0.7} = 4085.7 \text{Н} \cdot \text{м}$$

Приведений до валу двигуна момент інерції привода

$$J_{пр} = J_{д} + J_{р} + J_{б} / i^2 + n_{шк} \times J_{шк} \times (D_{б} / D_{шк})^2 / i^2 + (2 \times m_{ск} + m_в + m_к) \times 10^3 / i^2$$

$$J_{\text{пр}} = 4.5 + 4 + 1200 / 25^2 + 6 \times 1000 \times (2 / 1.8)^2 / 25^2 + \\ + (2 \times 7 + 9 + 2.3) \times 10^3 / 25^2 = 62.77 \text{ кг} \times \text{м}^2;$$

Кутове прискорення двигуна

$$\varepsilon = a \times i; \varepsilon = 0.6 \times 25 = 15 \text{ рад/с}^2.$$

Момент двигуна, який забезпечить рівноприскорений рух скіпа

$$M = M_c + J_{\text{пр}} \times \varepsilon; M = 4085.7 + 62.77 \times 15 = 5027 \text{ Н} \times \text{м}.$$

1.2.4. Визначити, як буде змінюватись швидкість і амплітуда коливань підвішеного вантажу при розгоні візка крана (рис. П1.4), та величина моменту, який повинен розвивати двигун, щоб зменшити амплітуду коливань вантажу в два рази.

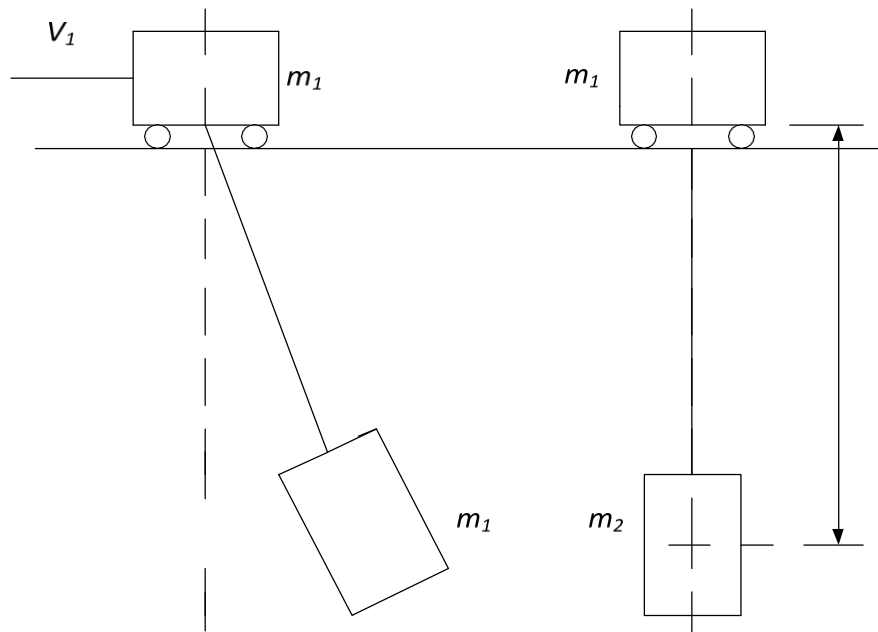


Рисунок. П1.4 - Конструктивна схема візка крана

Вихідні дані для розрахунків: маса візка $m = 7000 \text{ кг}$; маса вантажу $m^2 = 14000 \text{ кг}$; довжина підвіски $l_1 = 4.0 \text{ м}$; жорсткість 1 м канату $c = 5 \times 10^5 \text{ Н}$; момент інерції двигуна і зв'язаних з ним обертальних частин $J_{\text{пр}} = 0.3 \text{ кг} \times \text{м}^2$; передавальне число редуктора $i = 20$; діаметр ходового колеса візка $D_k = 0.5 \text{ м}$; середній момент

двигуна $M_{дс} = 100 \text{ Н} \times \text{м}$; момент статичного опору $M_c = 30 \text{ Н} \times \text{м}$.

Втратами в передачах знехтувати.

Розв'язок:

Розрахункова модель, виконана відносно лінійної швидкості V , наведена на рис. П1.5.

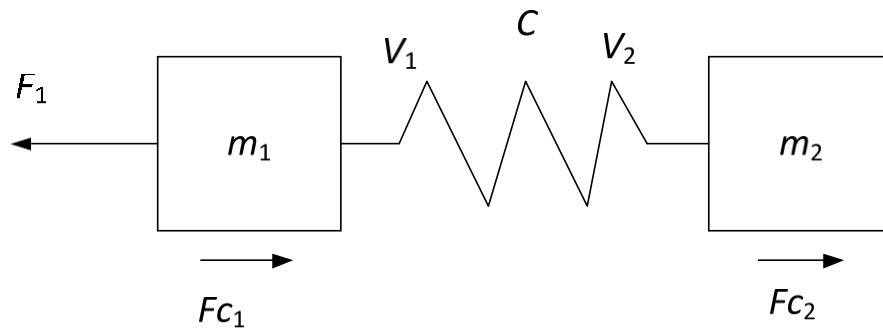


Рисунок П1.5 - Розрахункова модель візка крана

Радіус приведення параметрів

$$\rho = \frac{D_k}{2 \times i}; \quad \rho = \frac{0.5}{2 \times 20} = 0.0125 .$$

Приведене зусилля від моменту двигуна

$$F = \frac{M_{дс}}{\rho}; \quad F = \frac{100}{0.0125} = 8000 \cdot \text{Н}$$

Приведене зусилля від статичного моменту

$$F_c = \frac{M_c}{\rho}; \quad F_c = \frac{30}{0.0125} = 2400 \cdot \text{Н}$$

Приведена маса двигуна

$$m_{дзв} = \frac{J_{пр}}{\rho^2}; \quad m_{дз} = \frac{0.3}{0.0125^2} = 2 \times 10^3 \text{ кг}$$

Сумарні приведені маси

$$\sum m = m_{дзв} + m_B + m_2; \quad \sum m = 2000 + 7000 + 14000 = 23 \times 10^3;$$

$$m_1 = m_{\text{дзв}} + m_{\text{в}};$$

$$m_1 = 2000 + 7000 = 9 \times 10^3 \text{ кг.}$$

$$a = \frac{F - F_c}{\sum m};$$

$$a = \frac{8000 - 2400}{23000} = 0.24 \text{ м/с}^2$$

Середнє значення прискорення

$$\Omega = \sqrt{\frac{c_{\text{к}} \times \sum m}{m_1 \times m_2}};$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{25 \times 10^3 \times 23 \times 10^3}{9 \times 10^3 \times 14 \times 10^3}} = 2.1 \cdot 1/\text{с}$$

$$c_{\text{к}} = \frac{c}{l_1};$$

$$c_{\text{к}} = \frac{10^5}{4} = 25 \times 10^3 \text{ Н/м}$$

Частота коливань

Швидкість переміщення

$$v_2 = a \times t - (a/\Omega) \times \sin \Omega t;$$

$$v_2 = 0.24 \times t - 0.114 \times \sin 2.1t.$$

Величина відхилення вантажу

$$\Delta s = \int_1 v dt - \int_2 v dt = - \frac{a \times m_2}{c_{\text{к}}} \cos \Omega t$$

Амплітуда відхилень

$$|A| = \frac{a \times m^2}{c_{\text{к}}}$$

$$|A| = \frac{0.25 \times 14 \times 10^3}{25 \times 10^3} = 0.14 \cdot \text{м}$$

1.2.5. Розрахувати момент інерції колінчатого валу з маховиком (рис. П1.6), якщо питома вага їх матеріалу $7,8 \text{ т/м}^3$, а число монтажних отворів у маховику 4.

Розв'язок:

Всі розрахунки виконують відносно осі обертання колінчатого валу. За вихідні величини приймають: L – довжина даного елемента і R_i – його радіуси.

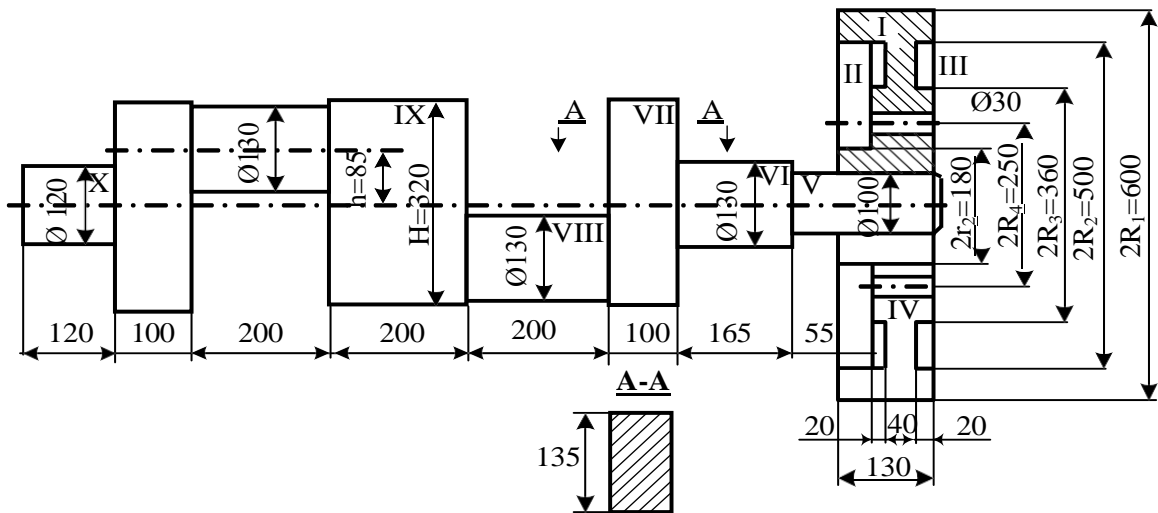


Рисунок П1.6 – Конструкція колінчатого валу з маховиком

Розрахунок моменту інерції маховика:

Спільний момент інерції маховика складається з: моменту інерції маховика як полого циліндра

$$J_I = \frac{\pi \gamma L}{2} (R_1^4 - r_1^4) \cdot 10^3,$$

$$J_I = \frac{3,14 \cdot 7,8 \cdot 0,13}{2} (0,3^4 - 0,05^4) \cdot 10^3 = 12,75 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент інерції великої виїмки II

$$J_{II} = \frac{\pi \gamma L}{2} (R_1^4 - r_1^4) \cdot 10^3,$$

$$J_{II} = \frac{3,14 \cdot 7,8 \cdot 0,05}{2} (0,25^4 - 0,09^4) \cdot 10^3 = 2,28 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент інерції малих виїмок III

$$J_{III} = \frac{2\pi \gamma L}{2} (R_2^4 - R_3^4) \cdot 10^3,$$

$$J_{III} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 7,8 \cdot 0,02}{2} (0,25^4 - 0,18^4) \cdot 10^3 = 1,33 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Моменти інерції чотирьох монтажних отворів IV

$$J_{IV} = \frac{4\pi\gamma L \left(\frac{d}{2}\right)^2}{2} \left(R^2 + \frac{d^2}{8} \right) \cdot 10^3$$

$$J_{IV} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 7,8 \cdot 0,08 \cdot \left(\frac{0,03}{2}\right)^2}{2} \left(0,125^2 + \frac{0,03^2}{8} \right) \cdot 10^3 = 0,0138 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Спільний момент інерції маховика

$$J_M = J_1 - J_2 - J_3 - J_4,$$

$$J_M = 12,75 - 2,28 - 1,33 - 0,0138 = 9,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Розрахунок моменту інерції колінчатого валу:

Момент інерції колінчатого валу складається з: моменту інерції кінця валу V під маховик

$$J_V = \frac{\pi\gamma L}{2} r^4 \cdot 10^3,$$

$$J_V = \frac{3,14 \cdot 7,8 \cdot 0,185}{2} \cdot 0,05^4 \cdot 10^3 = 0,0142 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент інерції валу VI

$$J_{VI} = \frac{3,14 \cdot 7,8 \cdot 0,165}{2} \cdot 0,065^4 \cdot 10^3 = 0,0348 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент інерції колінчатого переходу VII

$$J_{VII} = \gamma b H L \frac{b^2 + H^2}{12} \cdot 10^3$$

де b – глибина переходу ($b = 135$ мм),

$$J_{VII} = 7,8 \cdot 0,135 \cdot 0,32 \cdot 0,1 \cdot \frac{0,135^2 + 0,32^2}{12} \cdot 10^3 = 0,344 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент інерції валу шатуна VIII

$$J_{VIII} = \pi \gamma L r^2 \left(h^2 + \frac{r^2}{2} \right) \cdot 10^3,$$

$$J_{VIII} = 3,14 \cdot 7,8 \cdot 0,2 \cdot 0,065^2 \left(0,085^2 + \frac{0,065^2}{2} \right) \cdot 10^3 = 0,196 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент інерції підсиленого колінчатого переходу IX

$$J_{IX} = 2J_{VII},$$

$$J_{IX} = 2 \cdot 0,344 = 0,688 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент інерції останньої ділянки валу X

$$J_X = \frac{3,14 \cdot 7,8}{2} \cdot 0,12 \cdot 0,06^2 \cdot 10^3 = 0,0196 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Спільний момент інерції колінчатого валу

$$J_B = J_5 + J_6 + 2J_7 + 2J_8 + J_9 + J_{10},$$

$$J_B = 0,0142 + 0,0348 + 2 \cdot 0,344 + 2 \cdot 0,196 + 0,688 + 0,0196 = 1,836 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Спільний момент інерції колінчатого валу з маховиком

$$J = J_M + J_B,$$

$$J = 9,1 + 1,836 \approx 10,9 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

1.2.6. Визначити момент інерції привода з двигуном постійного струму типу П-22 із незалежним збудженням на основі номінальних ($P_{\text{ном}} = 1 \text{ кВт}$, $n_{\text{ном}} = 1500 \text{ об/хв}$, $I_{\text{ном}} = 12 \text{ А}$, $U_{\text{ном}} = 110 \text{ В}$, $R_{\text{я}} = 1,08 \text{ Ом}$) та дослідних даних, представлених у таблиці 1.1 та 1.2.

Таблиця 1.1 – Номінальні дослідні дані

U, В	I _в , А	n, об/хв.	P ₀ =U·I ₀ , Вт	ΔP _{вр} =P ₀ -I ₀ ² , Вт
10	0,6	120	6	5,6
20	0,6	270	12	11,6
30	0,65	395	19,5	19
40	0,7	510	28	27,5
50	0,75	660	37,5	36,9
60	0,8	800	48	47,3
70	0,85	930	59,5	58,7
80	0,95	1090	76	75
90	0,95	1220	85,5	84,5
100	1	1370	100	98,9
105	1	1450	105	103,9

Таблиця 1.2 – Номінальні дослідні дані

t, с	0	5	10	15	20	25	30	35	40
n, об/хв.	1480	1340	1230	1110	1000	900	780	690	590
t, с	45	50	55	60	65	70	75	80	85
n, об/хв	500	410	330	250	170	110	50	10	0

Розв'язок:

За даними табл. 1.1 і 1.2 будують криві $\Delta P_{\text{вр}} = f(n)$ і $\Delta P_{\text{вр}} = f(t)$ (рис П1.7).

Потім на основі цих кривих отримують залежність $\Delta P_{вр} = f(t)$ (рис. П1.8) і визначають площу А, обмежену цією кривою та осями координат.

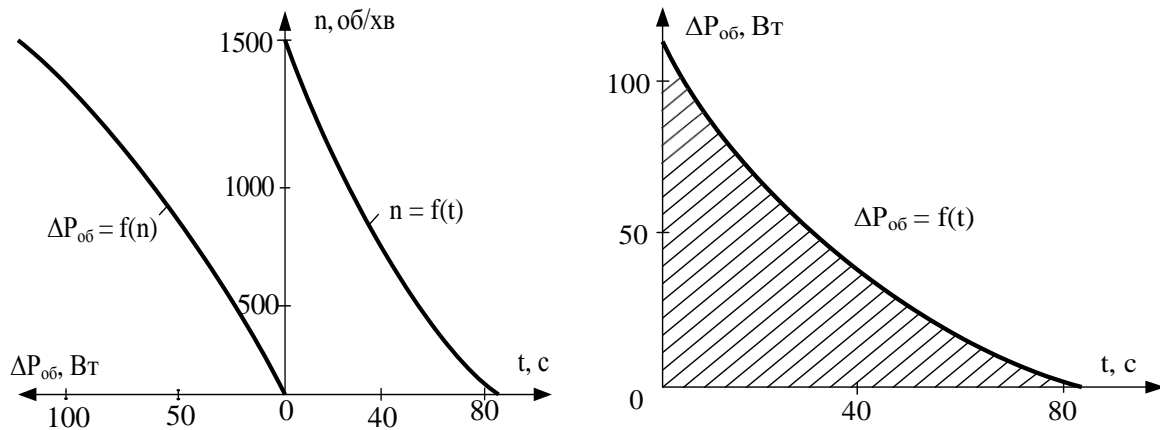


Рисунок. П1.7- Залежність $\Delta P_{вр} = f(t)$ Рисунок. П1.8 - Залежність $\Delta P_{вр} = f(t)$

Площа А чисельно дорівнює енергії (роботі), використаній на подолання втрат у період гальмування

$$A=3170 \text{ Дж.}$$

Момент інерції привода з двигуном

$$J = 180 \frac{A}{n^2} = 180 \cdot \frac{3170}{1480^2} = 0,268 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 .$$

1.2.7. Робочий механізм з'єднаний з редуктором за допомогою довгого валу, який має жорсткість $c_{12} = 3 \cdot 10^5 \text{ Н м/рад}$. Коефіцієнт в'язкого тертя передачі $c_{12} = 2 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с/рад}$; момент інерції механізму $J_m = 420 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; момент інерції двигуна з редуктором $J_1 = 1.2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; передавальне число привода $i_p = 20$; ККД передач $\eta = 0.9$. Момент статичного навантаження механізму $M_m = 2700 \text{ Н} \cdot \text{м}$; момент, який

розвиває двигун під час розгону, вважати постійним і рівним $M_{\Pi} = 350 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Визначити закон зміни моменту, що передається через гнучкий вал та порівняти максимальні значення моментів з врахуванням і без врахування в'язкого тертя.

Розв'язок:

Середнє кутове прискорення на валу

$$\varepsilon_{\text{сер}} = \frac{M_{\Pi} \cdot i_p - M_M / \eta_p}{J_1 \cdot i_p^2 + J_M}; \quad \varepsilon_{\text{сер}} = \frac{350 \cdot 20 - 2700 / 0.9}{1.2 \cdot 20^2 + 420} = 4.4 \text{ рад/с}^2.$$

Частота коливань моменту при відсутності в'язкого тертя

$$\Omega = \sqrt{c_{12} \cdot (J_1 \cdot i_p^2 + J_M) / (J_1 \cdot i_p^2 \cdot J_M)};$$

$$\Omega = \sqrt{3 \cdot 10^5 \cdot (1.2 \cdot 20^2 + 420) / (1.2 \cdot 20^2 \cdot 420)} = 36.61 / \text{с}.$$

Коефіцієнт затухання

$$\alpha = \beta_{12} \cdot \Omega^2 / 2 \cdot c_{12}; \quad \alpha = 2 \cdot 10^3 \cdot 36.6^2 / 2 \cdot 3 \cdot 10^5 = 4.471 / \text{с}.$$

Частота коливань моменту при наявності в'язкого тертя

$$\Omega_0 = \sqrt{\Omega^2 - \alpha^2}; \quad \Omega_0 = \sqrt{36.6^2 - 4.47^2} = 36.51 / \text{с}.$$

Закон зміни моменту, що передається через гнучкий вал

$$M_B = M_M + J_M \cdot \varepsilon_{\text{сер}} - J_M \cdot \varepsilon_{\text{сер}} \cdot e^{-t} \cdot ((\alpha \cdot \sin \Omega_0 t) / \Omega_0 + \cos \Omega_0 t);$$

$$M_B = 2700 + 420 \cdot 4.4 - 420 \cdot 4.4 \cdot e^{-4.47t} \cdot (X);$$

$$\text{де: } (X) = ((4.47 \cdot \sin 36.5t) / 36.5 + \cos 36.5t).$$

Максимальне значення моменту за відсутності в'язкого тертя

$$M_{B0} = 2700 + 420 \cdot 4.4 + 420 \cdot 4.4 = 6396 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Максимальне значення моменту при наявності в'язкого тертя буде, якщо

$$\Omega_{0t} = \pi, \text{ тобто при } t = \pi/36.5 = 0.086 \text{ с.}$$

$$M_{\text{ввт}} = 2700 + 420 \cdot 4.4 + 420 \cdot 4.4 \cdot e^{-0.384} = 5812 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Співвідношення моментів $k_M = M_{B_{VT}}/M_{B0}$

$$k_M = 5812/6396 = 0.909.$$

Максимальне значення моменту за наявності в'язкого тертя зменшиться на 91 %.

D1