

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

О.І. Кушлик-Дивульська
Б.Р. Кушлик

Основи теорії прийняття рішень

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою НТУУ «КПІ»

Київ
НТУУ «КПІ»
2014

УДК 519.86(075.8)

О.І. Кушлик-Дивульська, Б.Р. Кушлик. Основи теорії прийняття рішень. – К., 2014. – 94с.

*Рекомендовано Методичною радою НТУУ «КПІ»
(Протокол № 6 від 27 лютого 2014 р.)*

Рецензенти: О.М. Станжицький, доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри загальної математики механіко-математичного Київського університету імені Тараса Шевченка
О.В. Бородін, канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри вищої математики Національного університету харчових технологій

Відповідальний редактор О.М. Величко, доктор техн. наук, професор, завідувач кафедри репрографії ВПІ НТУУ «КПІ»

Навчальний посібник написано відповідно до навчальної програми кредитного модуля «Основи теорії прийняття рішень» для напряму підготовки «Видавничо-поліграфічна справа».

Теоретична частина посібника містить 2 розділи, кожен із яких розділено за темами. Кожна тема складається із теоретичної частини, питань для самоконтролю. Крім теоретичного матеріалу посібник містить приклади розв'язування типових прикладних задач.

Для студентів технічних і економічних спеціальностей Національного технічного університету України «КПІ», студентів інших навчальних закладів усіх форм навчання, що мають подібну програму підготовки, а також зацікавлених осіб.

Передмова

Теорія прийняття рішень – область дослідження, в якій використовуються поняття і методи математики, статистики, економіки, менеджменту і психології, яка вивчає закономірності вибору людьми шляхів вирішення різного роду завдань, а також досліджує способи пошуку найбільш вигідних з можливих рішень. Наведений теоретичний матеріал в посібнику має класичну частину, що складає основу теорії прийняття рішень, та розділи сучасної теорії, які охоплюють теми імітаційного моделювання, багатокритеріальних рішень та управління ризиками. Виклад матеріалу посібника є досить стислим, і передбачає попереднє знайомство з курсами з теорії ймовірностей, математичного аналізу, лінійної алгебри, економіки, менеджменту та фінансового менеджменту. Наприкінці кожного теми наведені питання для самоперевірки.

Посібник «Основи теорії прийняття рішень» призначений для студентів денної та заочної форм навчання Видавничо-поліграфічного інституту. Також він буде корисним при написанні дипломних робіт спеціалістами та магістрами спеціальності 0515 «Видавничо-поліграфічна справа», для спеціалізацій 7.05150102, 8.05150102 – «Технології електронних, мультимедійних видань», 7.05150103, 8.05150103 – «Комп'ютерні технології та системи видавничо-поліграфічних виробництв», 7.05150104, 8.05150104 – «Матеріали видавничо-поліграфічних виробництв».

Наведено список навчальної літератури, яка допоможе більш повному самостійному опануванню матеріалом.

Автори вважають, що посібник буде корисний не тільки для студентів економічних, технічних спеціальностей різних форм навчання, але й для фінансистів, бізнесменів, співробітників податкової інспекції та страхових компаній, соціологів та політологів.

Розділ I

Загальні аспекти прийняття рішень

1. Рішення. Концепція прийняття рішення

У наш час теорію прийняття рішень (ТПР) застосовують переважно для аналізу тих проблем, які можна відносно легко й однозначно формалізувати, а результати досліджень – адекватно інтерпретувати. Методи ТПР використовують у різних галузях управління: проектуванні складних технічних і організаційних систем, плануванні розвитку міст, доборі програм розвитку економіки й енергетики регіонів, організації нових економічних зон тощо.

Потреба в застосуванні засобів і методів ТПР в управлінні очевидна: швидкий розвиток і ускладнення економічних зв'язків, виявлення залежностей між окремими складними процесами та явищами, які раніше здавалися не пов'язаними один з одним, призводять до різкого зростання труднощів під час прийняття обґрунтованих рішень. Витрати на прийняття рішень зростають, наслідки помилок стають усе серйознішими, а звернення до фахового досвіду та інтуїції не завжди зумовлює вибір найкращої стратегії. Застосування методів ТПР дає змогу розв'язати цю проблему, до того ж швидко й достатньо точно і ефективно.

1.1. Рішення. Класифікація рішень

Рішення – результат інтелектуальної діяльності людини, що призводить до певного висновку або до необхідних дій. Рішення – той пункт, у якому робиться вибір між альтернативними та, як правило, конкуруючими можливостями.

Децидент – особа чи група осіб, що приймають рішення.

Завданням прийняття рішення називають таке завдання, яке можна сформулювати в термінах мети, засобів і результату.

Види рішень

Організаційне рішення – вибір, який має зробити децидент, щоб виконати обов'язки згідно з посадою, яку він займає.

Програмоване рішення – результат реалізації певної послідовності кроків або дій, подібних до тих, які приймають у ході розв'язання математичного рівняння (застосовують для проблем, що повторюються з певною регулярністю та виникають здебільшого в технічних галузях).

Непрограмовані рішення – визначення цілей організацій, поліпшення якості продукції, удосконалення структури управлінських підрозділів, посилення мотивації підлеглих (потрібні в ситуаціях, які певною мірою нові, внутрішньо неструктуровані чи пов'язані з новими чинниками).

Інтуїтивне рішення – вибір, зроблений на основі відчуття того, що він правильний («осаяння», «шосте відчуття»).

Рішення, що ґрунтується на міркуваннях – вибір, який зумовлений знаннями чи нагромадженим досвідом. Міркування за аналогією, як основа організаційного рішення, корисні, тому що багато ситуацій в організаціях повторюються.

Раціональне рішення – не залежить від минулого досвіду, його обґрунтовують у ході об'єктивного аналітичного процесу.

Ситуації, у яких відбувається вибір рішень, мають такі структурні елементи: проблемна ситуація, децидент, мета, керування, варіанти рішень, обмеження, зовнішнє середовище.

Мета – одна з найскладніших і водночас найдавніших категорій. Вона відображає призначення системи, яке не є детерміністично фіксованим. Мета конкретизується за допомогою аспектів і цілей. Цілі в часовому аспекті поділяють на тактичні, макроцілі й ідеали.

Нагромаджений практичний досвід у галузі проблем прийняття рішень показує, що часто найважчими і найважливішими виявляються такі аспекти цих проблем, які безпосередньо не стосуються процесу прийняття рішення, а саме:

- введення експертів і децидента в проблематику задач, які потрібно розв'язати;
- формування спільної мови спілкування для різних груп експертів і децидента;
- узгодження думок і поглядів різних груп експертів і децидента;
- виявлення справжніх цілей розв'язання та постановки задачі.

Класифікація рішень

1. За масштабом об'єкта:

- глобальні;
- локальні.

2. За характером мети:

- стратегічні;
- тактичні.

3. За джерелом виникнення:

- по розпорядженню;
- ініціативні;
- за замовленням.

4. За способом доведення:

- усні;
- письмові.

5. За суб'єктом прийняття:

- колегіальні;
- індивідуальні;
- колективні.

6. За ступенем новизни:

- традиційні;
- новаційні.

7. За методами розробки:

- кількісні;
- евристичні.

8. *За наявністю інформації:*

- визначені;
- ймовірнісні;
- невизначені.

9. *За цільовою направленістю:*

- одноцільові;
- багатоцільові.

10. *За змістом рішень:*

- економічні;
- технічні;
- соціальні;
- організаційні.

11. *За періодом дії:*

- довготривалі;
- оперативні.

12. *За станом свідомості :*

- усвідомлені;
- мало усвідомлені;
- неусвідомлені.

1.2. Послідовність і зміст основних етапів процесу прийняття рішень

Під *процесом прийняття рішення (ППР)* розуміють послідовність процедур, що приводять до знаходження рішення. ППР складається з декількох основних етапів. Різні автори з різним ступенем деталізації розглядають послідовність етапів, але в загальному зберігається наступна послідовність дій.

1. Виявлення проблемної ситуації та постановка задачі прийняття рішення.

2. Формулювання поняття якості рішення та його структуризація до рівня критеріїв.

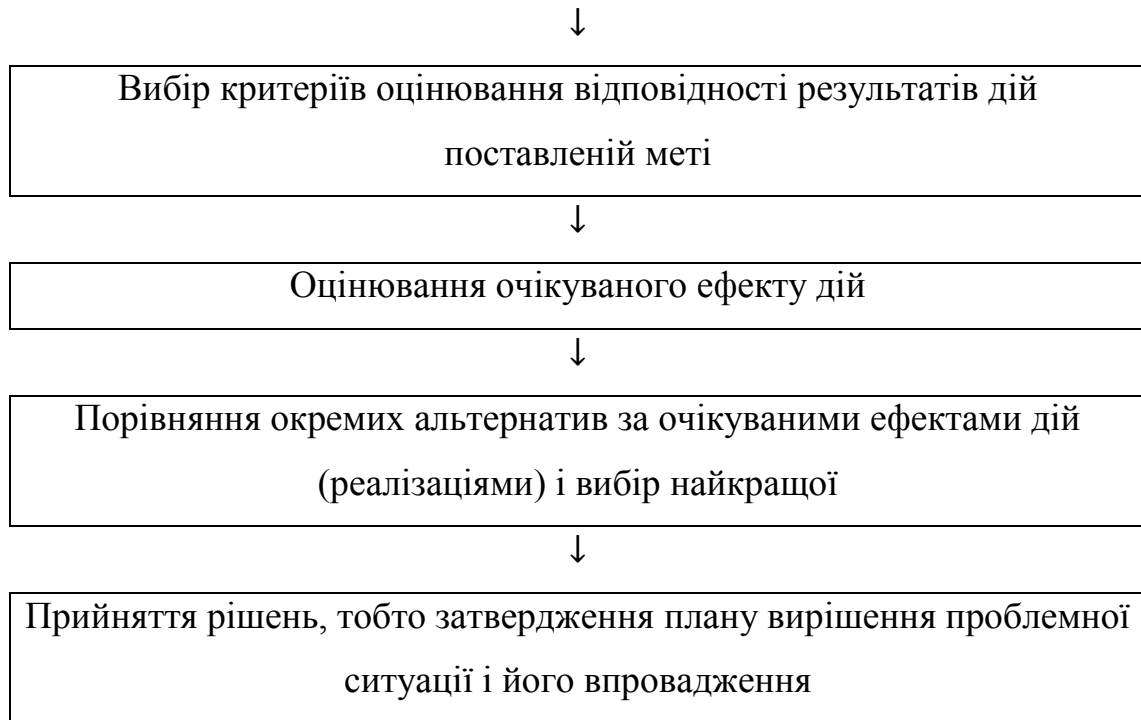
3. Описання характеристик зовнішнього середовища, прогнозування можливих результатів дій ППР із подальшим виявленням або конструюванням альтернативних варіантів рішень.

4. Оцінювання якості варіантів рішень, порівняння їх між собою та вибір одного чи декількох найвідповідніших меті.

5. Аналіз рішень, опрацювання плану реалізації та впровадження рішення.

Потреба у виділенні окремих етапів у ППР і їх зміст залежить здебільшого від характеру проблеми, що розв'язується. Нижче подано послідовність етапів деталізованого ППР, а також відповідність між застосуванням методів системного аналізу, теорії прийняття рішень, дослідження операцій і окремими підмножинами етапів ППР.





1.3. Графічне зображення проблемної ситуації

Важливо правильно обґрунтувати проблему. Наприклад, ідея японського професора Ісікави. Діаграма Ісікави — графічний спосіб дослідження та визначення найбільш суттєвих причинно-наслідкових взаємозв'язків між чинниками (факторами) та наслідками у досліджуваній ситуації чи проблемі. Діаграма названа на честь одного з найбільших японських теоретиків менеджменту професора Ісікави Каору (Ishikawa Kaoru — яп. 石川馨が), який запропонував її 1952 року (за іншими даними — 1943 року), як доповнення до існуючих методик логічного аналізу та покращення якості процесів в промисловості Японії.

Ісікава є одним з розробників нової концепції організації виробництва, втіленої на фірмі «ТОУОТА». Запропонована професором Каору Ісікава схема унаочнює роботу над покращенням якості виробничих процесів. Вона, як і більшість інструментів якості, є засобом візуалізації та організації знань, який систематичним чином полегшує розуміння і кінцеву діагностику певної проблеми.

Така діаграма надає можливість виявити ключові взаємозв'язки між різними факторами та більш достеменно зрозуміти досліджуваний процес.

Діаграма сприяє визначенню головних чинників, які спричиняють найзначніший внесок до проблеми, що розглядається, та попередженню або усуненню їх дії. Схема знаходить широке застосування при розробленні нової продукції, з метою виявлення потенційних факторів, дія яких викликає спільний ефект.

Нижче, на рис. 1.1, наведено один із прикладів діаграми Ісікави.

.

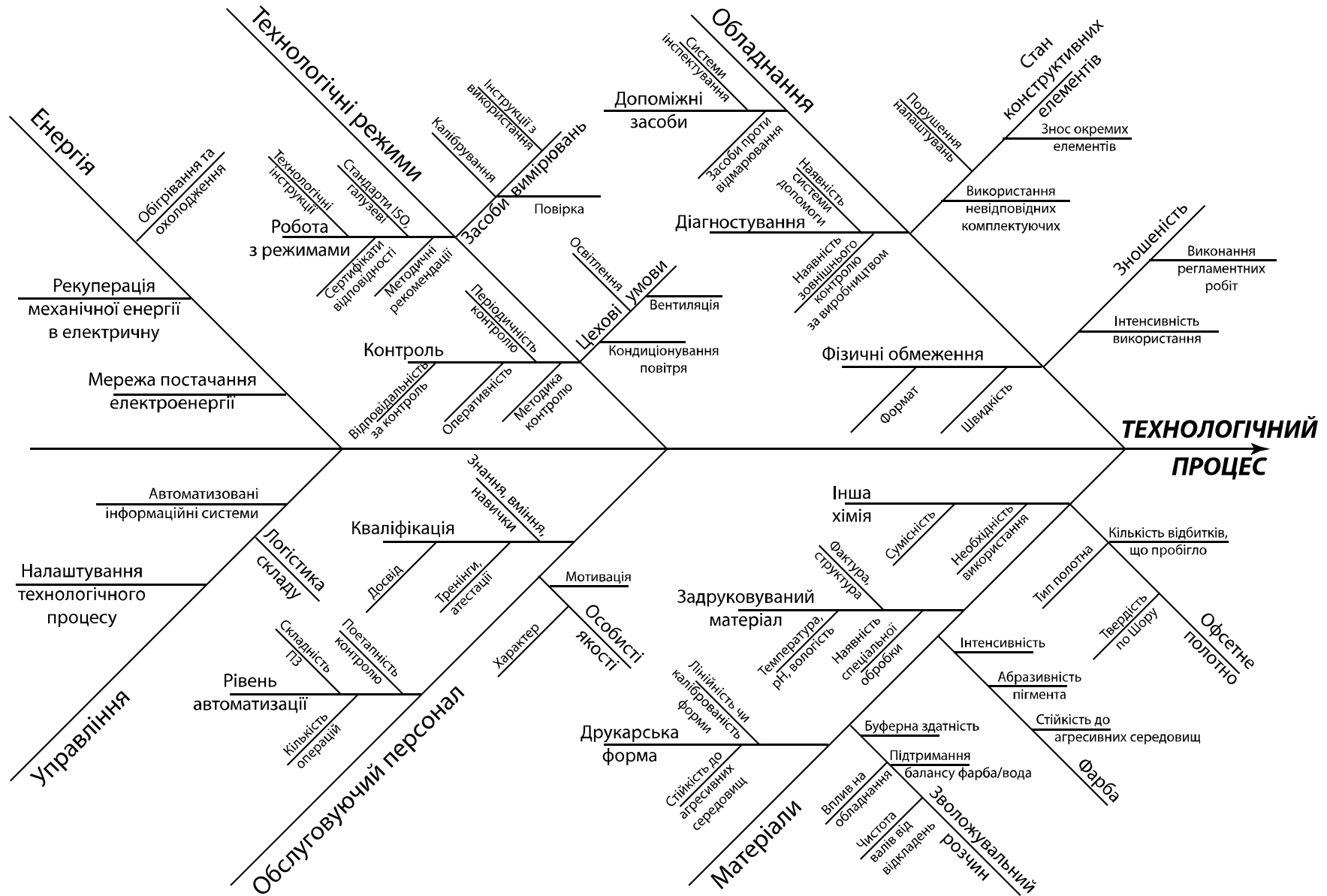


Рис. 1.1. – Приклад діаграми Ісікави

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте мету і завдання теорії прийняття рішень.
2. Опишіть види рішень та наведіть приклади їх прийняття.
3. Класифікуйте основні види управлінських рішень.
4. Опишіть один із етапів послідовності прийняття рішення (на конкретному прикладі).

2. Бінарні відношення

Бінарні відношення – теоретичне підґрунтя теорії прийняття рішень, оскільки для дослідження переваг децидента використовують основні типи бінарних відношень, а властивості бінарних відношень інтерпретуються якісно в термінах системи переваг децидента.

2.1. Способи перетворень бінарних відношень і дії над ними

Апарат попарних відношень у теорії прийняття рішень є теоретичним підґрунтям для оцінювання переваг альтернатив шляхом попарних порівнянь.

Відношення – твердження, що відображає взаємний зв'язок між двома чи більшою кількістю об'єктів.

Означення 1. Бінарним відношенням на множині A називають підмножину $A \times A$, тобто $R \subseteq A \times A$.

Якщо пара знаходиться у відношенні R , то цей факт позначається як xRy або $(x, y) \in R$. Множина A називається носієм відношення R .

Означення 2. Областю визначення бінарного відношення R називають множину

$$\delta_A = \{a \in A \mid \exists b \in A: (a, b) \in R\},$$

тобто до області визначення R належать ті елементи множини-носія A , для яких знайдеться хоча б один елемент цієї множини, з якими елементи множини R перебувають у відношенні aRb .

Означення 3. Областю значень бінарного відношення R називають множину

$$\rho_R = \{b \in A \mid \exists a \in A: (a, b) \in R\},$$

тобто до області значень належать ті елементи множини-носія A , для яких знайдеться хоча б один елемент цієї множини, з якими елементи множини R перебувають у відношенні aRb .

Означення 4. Верхнім перетином $R^+(x)$ бінарного відношення R множиною-носієм A відносно елемента x називають множину

$$R^+(x) = \{y \in A \mid (y, x) \in R\}.$$

Означення 5. Нижнім перетином $R^-(x)$ бінарного відношення R множиною-носієм A відносно елемента x називають множину

$$R^-(x) = \{y \in A \mid (x, y) \in R\}.$$

Елементарні типи бінарних відношень (порожнє, повне, діагональне й антидіагональне).

Означення 6. Порожнім називають відношення R (позначають \emptyset), яке не виконується для жодної пари $(x, y) \in A \times A$, тобто

$$R = \emptyset \mid \forall (x, y) \in A \times A : \nexists (x, y) \in R.$$

Означення 7. Повним називають відношення U , що виконується для всіх пар $(x, y) \in A \times A$, тобто

$$R = \{U \mid \forall (x, y) \in A \times A : (x, y) \in R\}.$$

Означення 8. Діагональним називають відношення E , що виконується для однакових елементів, тобто

$$R = \{E \mid \forall (x, y) \in A \times A \wedge x = y: (x, y) \in R\},$$

$$b_{ij}(E) = \begin{cases} 1, \text{ якщо } i = j; \\ 0, \text{ якщо } i \neq j. \end{cases}$$

Означення 9. Антидіагональним називають відношення \bar{E} , що виконується для всіх пар $(x, y) \in A \times A$, але $x \neq y$, тобто

$$R = \{\bar{E} \mid \forall (x, y) \in A \times A \wedge x \neq y: (x, y) \in R\},$$

$$b_{ij}(\bar{E}) = \begin{cases} 0, \text{ якщо } i = j; \\ 1, \text{ якщо } i \neq j. \end{cases}$$

Основні операції над бінарними відношеннями

Над бінарними відношеннями можна виконувати такі основні операції: перетин, об'єднання, знаходження різниці, симетричної різниці, доповнення, оберненого відношення, композиції, звуження, включення.

Означення 10. Перетином відношень P і Q (позначають $P \cap Q$) називають відношення, якому належать пари (x, y) , спільні для відношень P та Q .

Означення 11. Об'єднанням відношень P і Q (позначають $P \cup Q$) називають відношення, яке утворюють пари (x, y) , що входять до відношення P або до Q .

Означення 12. Різницею відношень P і Q (позначають $P \setminus Q$) називають відношення, яке складається з пар (x, y) , що входять до відношення P , але не належать Q .

Означення 13. Симетричною різницею відношень P і Q (позначають $P \Delta Q$) називають відношення, яке складається з пар відношення $P \cup Q$, що не належать $P \cap Q$.

Означення 14. Доповненням відношення P (позначають \bar{P}) називають відношення, яке складається з пар $(x, y) \notin P$:

$$\bar{P} = \{(x, y) \in A \times A \mid (x, y) \notin P\},$$

тобто $\bar{P} = (A \times A) \setminus P$.

Означення 15. Оберненим до відношення $P \subseteq A \times A$ (позначають P^{-1}) називають відношення, до складу якого пара (x, y) входить тоді і тільки тоді, коли $(y, x) \in P$.

Означення 16. Композицією відношень (позначають $P \circ Q$) називають відношення, яке утворюють усі пари $(x, y) \in A \times A$, для яких існує таке $z \in A$, що правильні твердження: $(x, z) \in A$, $(z, y) \in A$.

Окремі випадки композиції: $P^2 = P \circ P$, $P^n = P^{n-1} \circ P$.

Означення 17. Звуженням відношення P на підмножину $D: D \subseteq A$ називають відношення (позначають P_D), до складу якого входять такі пари $(x, y) \in P$, що $x \in D$, $y \in D$.

Означення 18. Відношення P міститься у відношенні Q , якщо всі пари $(x, y) \in P$ належать також Q . Якщо $P \neq Q$, тоді позначають $P \subset Q$.

Зв'язок між відношеннями, означеними на різних множинах, описують у термінах ізоморфізму та гомоморфізму.

Означення 19. Відношення P з носієм A ($P \subseteq A \times A$) та відношення Q з носієм C ($Q \subseteq C \times C$) називають *ізоморфними*, якщо існує таке взаємно-однозначне відображення $\Psi: A \rightarrow C$, що xPy виконується тоді і тільки тоді, коли $\Psi(x)Q\Psi(y)$, де $x \in A, y \in A, \Psi(x) \in C, \Psi(y) \in C$.

Означення 20. *Гомоморфним* називають однозначне відображення відношення P з носієм A у відношення Q з носієм C , тобто існує однозначне відображення φ множини A в множину C і воно відображає $\varphi: A \rightarrow C$ таким чином, що із $xPy \Rightarrow \varphi(x)Q\varphi(y)$.

Означення 21. *Двоїстим* до відношення P називають відношення

$$P^d = \overline{P^{-1}} = \overline{(P)}^{-1}.$$

2.2. Властивості та основні типи бінарних відношень

Означення 22. *Рефлексивним* називають таке відношення P , для якого виконується твердження $E \subseteq P$.

Означення 23. *Антирефлексивним* називають таке відношення P , для якого $P \cap E = \emptyset$.

Означення 24. *Симетричним* називають таке відношення P , для якого $P \subseteq P^{-1}$.

Означення 25. *Асиметричним* називають таке відношення P , для якого $P \cap P^{-1} \subseteq \emptyset$, тобто якщо $(x, y) \in P$, тоді $(y, x) \notin P$.

Означення 26. *Антисиметричним* називають таке відношення P , для якого $P \cap P^{-1} \subseteq E$.

Приклад. Розглянемо відношення P, Q, R :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Відношення P симетричне та рефлексивне, Q – антирефлексивне й асиметричне, R – антисиметричне, що перевіряється безпосередньо за означенням цих властивостей:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \subseteq P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = P.$$

$$E \cap Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cap \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \emptyset,$$

$$Q \cap Q^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cap \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \emptyset,$$

$$R \cap R^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cap \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \subseteq E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Означення 27. Транзитивним називають таке відношення P , для якого $P \circ P \subseteq P$, тобто, якщо xPz та zPy , тоді xPy .

У графі $G(P)$ транзитивного відношення P : якщо існує шлях із x бу, тоді існує також дуга (x, y) .

Означення 28. Ациклічним називають таке відношення P , для якого $P^k \cap P^{-1} = \emptyset$ для будь-якого k .

Означення 29. Зв'язним називають таке відношення P , для якого

$$(P \cup P^{-1}) \setminus E = U \setminus E.$$

Деякі властивості бінарних відношень

1. Відношення P симетричне тоді і тільки тоді, коли $P = P^{-1}$.
2. Якщо відношення P асиметричне, тоді воно також і анти рефлексивне.
3. Якщо відношення P та Q симетричні, тоді є також симетричні відношення $P \cup Q, P \cap Q$.
4. Композиція симетричних відношень P та Q симетрична тоді і тільки тоді, коли $P \circ Q = Q \circ P$.
5. Відношення P^{-1} , обернене до транзитивного відношення P , є також транзитивним.

6. Перетин будь-якої кількості транзитивних відношень з одним і тим самим носієм є транзитивним відношенням.
7. Якщо два відношення транзитивні і одне з них транзитивне відносно іншого, тоді об'єднання всіх цих відношень є також транзитивне.
8. Для транзитивного відношення P його симетрична складова P_S і асиметрична складова P_A є транзитивні, причому P_A транзитивна відносно P_S .

Означення 30. Толерантністю (байдужістю) називають таке відношення P (позначають I), яке є водночас рефлексивним і симетричним.

Приклад відношення толерантності – відношення нерозрізняльності, що виникає у випадку вимірювання характеристик об'єктів: два об'єкти нерозрізненні за деякою ознакою, якщо різниця її значень не перевищує похибки вимірювання. Відношення толерантності не транзитивне (нагромадження похибки при послідовних порівняннях об'єктів не дає підстав для висновку про нерозрізненість першого й останнього об'єктів ланцюжку порівнянь).

Означення 31. Еквівалентність – відношення P , яке є водночас рефлексивним, симетричним та транзитивним.

Отже, еквівалентність – це толерантність, що має властивість транзитивності.

Означення 32. Квазіпорядок – відношення P , яке є водночас рефлексивним та транзитивним.

Таке відношення виникає у випадку порівняння декількох альтернатив за векторним критерієм якості.

Означення 33. Порядок – відношення P , яке є водночас рефлексивним, антисиметричним та транзитивним.

Означення 34. Строгий порядок – відношення P , яке є водночас асиметричним та транзитивним.

Означення 35. Лінійний порядок – відношення P , яке є водночас рефлексивним, асиметричним, транзитивним та зв'язним.

Означення 36. Досяжністю для довільного відношення P (позначають \vec{P}) називають найменше з відношень квазіпорядку, що містить у собі відношення P .

Матриця досяжності має 1 на головній діагоналі, а відповідний граф – петлі при кожній вершині, оскільки будь-яка вершина графа досяжна сама з себе, тобто відношення досяжності рефлексивне.

Означення 37. Взаємною досяжністю для довільного відношення P (позначають $\vec{\vec{P}}$) називають симетричну складову відповідного відношення досяжності $\vec{P} : \vec{\vec{P}} = \vec{P} \cap \vec{P}^{-1}$.

Деякі властивості бінарних відношень (продовження)

9. Симетрична складова відношення квазіпорядку є відношенням еквівалентності.
10. Відношення P ациклічне тоді і тільки тоді, коли його відношення досяжності \vec{P} асиметричне, тобто \vec{P} – відношення порядку. (Із цього твердження випливає, що для ациклічного відношення $P\vec{P} = E$).
11. Якщо граф лінійного відношення немає контурів, то воно транзитивне.

2.3. Подання системи переваг бінарними відношеннями

Основні результати теорії впорядкованих множин дають змогу обґрунтувати процедури перетворення та модифікації системи переваг децидента.

Аксиома вибору. Якщо X – об'єднання множин $X_i, i = 1, \dots, n$, що не перетинаються, то існує щонайменше одна підмножина $Y \subseteq X$, перетин якої з кожною множиною X_i одноелементний.

Розглянемо важливі для прийняття рішень поняття *max* та *min*, а також *major* і *minor* за певним відношенням R .

Означення. Елемент $x \in A$, де A – множина-носій відношення R , називається його *max*, якщо для $\forall u \in A: xRu$, тобто xRu для всіх елементів множини-носія A .

Означення. Елемент $x \in A$, де A – множина-носіїв відношення R , називається його *min*, якщо для $\forall u \in A: uRx$, тобто uRx для всіх елементів множини-носія A .

Означення. Елемент $x \in A$, де A – множина-носіїв відношення R , називається його *major*, якщо для $\forall u \in A: u\bar{R}x$, де \bar{R} – доповнення до відношення R , тобто $u\bar{R}x$ для всіх елементів множини-носія A .

Означення. Елемент $x \in A$, де A – множина-носіїв відношення R , називається його *minor*, якщо для $\forall u \in A: x\bar{R}u$, де \bar{R} – доповнення до відношення R , тобто $x\bar{R}u$ для всіх елементів множини-носія A .

Означення. Множина A називається впорядкованою за відношенням строгого порядку D (транзитивним і симетричним), якщо вона є носієм цього відношення: $D \subseteq A \times A$.

Надалі впорядковану множину будемо позначати $\langle A, D \rangle$.

Означення. Елемент $u \in A$ називають *мажорантою* підмножини $X \subset A$, якщо він є мажорантою звуження відношення D на підмножині X .

Означення. Впорядкована множина називається *індуктивною*, якщо кожна підмножина X , яка є ланцюгом, має мажоранту.

Лема Куратовського-Цорна. В індуктивній упорядкованій множині для кожного елемента існує мажоранта.

Зручний і точний спосіб подання впорядкованих множин – *діаграми Гассе*. На них кожен елемент зображено точкою площини. Якщо елемент u домінує над x , то точки x та u сполучені відрізком, причому точка, яка відповідає елементові x , має бути нижче за u .

Елементи множини A зображають точками площини, причому для таких елементів $x, u \in P: xPu$, точка, що відповідає елементові x , знаходиться вище, ніж та, яка відповідає u . Ці точки потрібно з'єднати відрізком. Отже, якщо в діаграмі в напрямку руху «вниз» є шлях від x до z , то xPz . Дуг, що відображають транзитивність відношення P , не наводять.

Приклад 1. Нехай $A = \{1, 2, 3\}$. На множині всіх підмножин A розглянемо відношення «бути підмножиною».

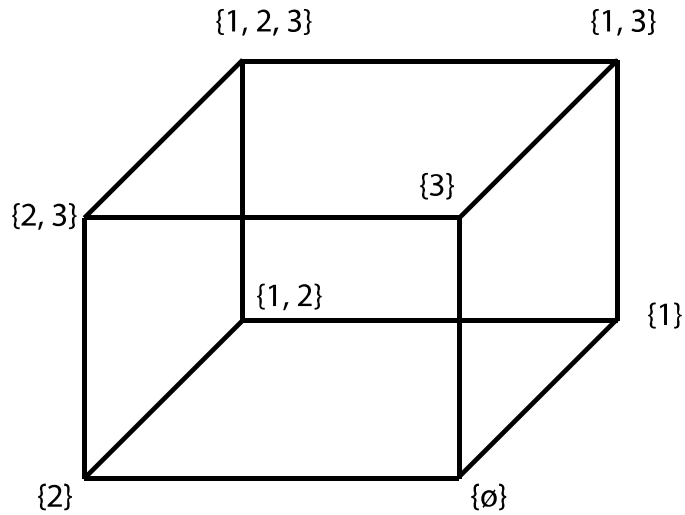


Рис. 2.1. – Діаграма Гассе для прикладу 1

Приклад 2. Нехай $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$. На множині A розглянемо відношення «ділиться».

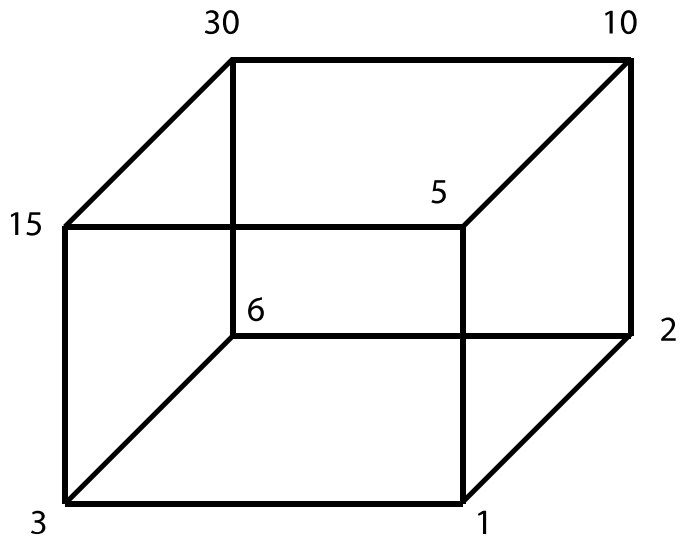


Рис. 2.2. – Діаграма Гассе для прикладу 2

Отже, діаграми Гассе для відношень прикладів 1, 2 збігаються. Це означає, що ці частково впорядковані множини мають однакову структуру, тобто є ізоморфними.

Приклади(побудови графів).

Приклад 1. Нехай матриці відношень N і M мають вигляд

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

і їх носій – множина $A = \{x_1, x_2, x_3\}$. Подайте відношення N у вигляді верхніх та нижніх перетинів та знайдіть результати таких операцій: $N \cap M, N \cup M, N \setminus M, \bar{N}, N \circ M, N \Delta M$.

Приклад 2. Знайдіть транзитивне замикання відношення R і подайте його у вигляді графа.

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.4. Структура «домінування – байдужість»

Відношення переваги включає в себе два аспекти:

- *перевага* (домінування, переважання);
- *байдужість* (індиферентність, толерантність).

Тому означають два відношення між об'єктами, які надалі називатимемо відношенням домінування та байдужості.

Приклад турніру з шахів. Турнір, де результат зустрічі двох учасників – вигреш одного з них або нічия. На множині учасників турніру задають відношення домінування та байдужості: a домінує b означає, що a виграв у b ; a та b байдужі означає, що вони зіграли внічию.

Позначимо через α відношення домінування, а відповідно β – відношення байдужості.

Ця структура має такі властивості:

- 1) Відношення домінування α асиметричне.

Приклад. Не може бути такого, щоб, наприклад, на тенісному турнірі учасник a переміг учасника b й b переміг a ; щоб кандидат a зібрав більше голосів, ніж кандидат b , а b – більше, ніж a (в одному й тому самому турі голосування). Отже, $\alpha \cap \alpha^{-1} = \emptyset$.

- 2) Відношення байдужості β симетричне.

Приклад. Якщо учасник a зіграв внічию з учасником b , то й b зіграв внічию з a ; якщо вік особи a близький до віку особи b , то й вік b близький до a . Тому $\beta^{-1} = \beta$.

3) Жодна пара об'єктів не належить водночас до відношень домінування та байдужості, тобто $\alpha \cap \beta = \emptyset$.

4) Кожен об'єкт байдужий до самого себе, тобто відношення β рефлексивне. Ця властивість має швидше характер угоди, оскільки об'єкт не порівнюють сам із собою. Ознака цілком відповідає змісту, який зазвичай вкладають у поняття байдужості.

Питання для самоконтролю

1. Означте двоїсте, рефлексивне, антирефлексивне, симетричне, асиметричне й антисиметричне відношення і наведіть приклади.
2. Чим відрізняються відношення толерантності та еквівалентності?
3. Яке відношення буде різницею відношень «бути дитиною» та «бути донькою», якщо множина-носій є множиною всіх людей?
4. Яке відношення є композицією відношень «бути братом» і «бути батьком»?
5. Проілюструйте взаємні зв'язки між максимумами, мажорантами, мінімумами та мінорантами на прикладі відношень P та Q .

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Метризовані відношення та експертні оцінювання

Для оцінювання ступеня переваг на множині альтернатив застосовують різноманітні шкали вимірювання, кожній з яких властиві свої допустимі

перетворення. Для оцінювання переваг застосовують низку методів, які дають свої переваги та вади, залежно від особливостей конкретної експертизи.

3.1. Шкали вимірювання переваг

Звичайні бінарні відношення дозволяють зробити висновок про те, чи краща одна з альтернатив за іншу, але не дозволяють оцінити «силу» такої переваги.

Дві основні проблеми теорії вимірювань (ТВ)

- Визначення типу шкали вимірювань для конкретних даних.
- Пошук алгоритмів аналізу даних, результат яких не змінюється за будь-якого допустимого перетворення шкали (тобто дані є інваріантними щодо цього перетворення).

Для вимірювання значень кожного критерію чи показника, що характеризує певну властивість варіантів рішень, використовують окрему шкалу чи міру.

Вимірювання – присвоєння об'єктам чи окремим їх властивостям числових або нечислових характеристик за певними правилами.

Види шкал вимірювань

1. *Шкала найменувань (номінальна шкала)*. Ця шкала класифікує об'єкти чи окремі їхні ознаки для їх розпізнавання та виявлення подібності або відмінності (називають часто також класифікаційною). Число використовують як назву (ім'я). Єдина функція в цій шкалі – розрізнення об'єктів.

Аксіоми ідентифікації

- а) A являє собою B або ні.
- б) Якщо A являє собою B , то B являє собою A .
- в) Якщо A являє собою B , а B являє собою D , то A являє собою D .

2. *Порядкова шкала*. Дозволяє ранжувати об'єкти чи сукупності їхніх ознак за пріоритетом. Числа в цих шкалах відображають порядок розміщення

елементів – «місця» (об'єктів або їхніх ознак) за пріоритетом. Проте не можна визначити міру домінування, тобто виміряти, наскільки один об'єкт кращий, важливіший за інший.

Аксиоми впорядкування

а) Якщо A кращий за B чи рівноцінний йому, то B не кращий за A .

б) Правильне одне із двох тверджень: або A кращий за B чи рівноцінний йому; або B кращий за A чи рівноцінний йому.

в) Якщо A кращий за B чи рівноцінний йому і B кращий за D чи рівноцінний йому, то A кращий за D чи рівноцінний йому.

Останнє твердження називають *аксіомою транзитивності*.

3. *Шкали інтервалів* – однакові різниці числових значень, виміряні в них, відповідають однаковим різницям вимірюваної ознаки. Різні шкали можуть мати різні нульові точки відліку (наприклад, шкали для вимірювання температури за Цельсієм і Фаренгейтом). Дають змогу виміряти «віддаль» між об'єктами, визначити, на скільки одиниць виміру один об'єкт кращий за інший.

4. *Шкали відношень чи метричні* (пропорційні). Мають природну нульову точку відліку. Вони найпоширеніші серед кількісних шкал у науці і практиці. У шкалі відношень вимірюють більшість фізичних одиниць: масу тіла, довжину, заряд тощо. Подібні перетворення (ті, що змінюють лише масштаб) є допустимі для шкал відношень.

5. *Шкала різниць* – частковий випадок шкали інтервалів, коли може змінюватись лише початок відліку: $\varphi(x) = x + b$ (наприклад, різні системи літочислення).

6. *Абсолютна шкала* – шкала, у якій числові значення задано з точністю до тотожних перетворень. В такій шкалі фіксовані і початок відліку, і масштаб.

3.2. Середні величини

Середні значення в теорії прийняття рішень використовують для заміни сукупності чисел одним, тобто для порівняння сукупності за допомогою

середнього. Іншими словами, це є частковим випадком інформаційного фільтра опрацювання інформації.

Застосовують такі середні величини: середнє арифметичне, медіану, моду, середнє геометричне, середнє гармонічне, середнє квадратичне.

Зауваження.

Загальні формули розрахунку статечних середніх мають показник ступеня (m). У залежності від того, яке значення він приймає, розрізняють такі види статечних середніх:

Середня гармонійна, якщо $m = -1$;

Середня геометрична, якщо $m \rightarrow 0$;

Середня арифметична, якщо $m = 1$;

Середня квадратична, якщо $m = 2$;

Середня кубічна, якщо $m = 3$.

Якщо розрахувати всі види середніх для одних і тих самих вихідних даних, то значення їх виявляться неоднаковими. Тут діє правило мажорантності: зі збільшенням показника ступеня m збільшується і відповідна середня величина:

$$X_{\text{гарм}} \leq X_{\text{геом}} \leq X_{\text{арифм}} \leq X_{\text{квадр}} \leq X_{\text{куб}}.$$

Користуючись цим правилом, статистика може залежно від настрою і бажання її «знавця» або «втопити», або «виручити» студента, який отримав на сесії оцінки 2 і 5. Який його середній бал? Якщо судити за середнім арифметичним, то середній бал дорівнює 3,5. Але якщо декан бажає «втопити» нещасного і обчислить середню гармонійну

$$X_{\text{гарм}} = \frac{2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}} = \frac{20}{7} = 2,86,$$

то студент залишається і в середньому двієчником, не дотягнувши до трійки. Проте студентський комітет може заперечити декана і представити середню кубічну величину:

$$X_{\text{куб}} = \sqrt[3]{\frac{2^3 + 5^3}{2}} = \sqrt[3]{66,5} \approx 4,05.$$

Студент вже виглядає «хорошистом» і навіть претендує на стипендію! І тільки в тому випадку, якщо ледар провалив обидва іспити, статистика допомогти не в змозі: на жаль, всі середні з двох двійок рівні все тій же двійці! Формули статечних середніх величин наведені нижче в таблиці. У формулах середніх значень n – це кількість одиниць сукупності (кількість індивідуальних значень осередненою ознаки X); x – індивідуальне значення ознаки у кожної одиниці. Якщо сукупність об'єктів розподілена по групах різної чисельності, то x – це значення ознаки, загальне для всієї групи; f – чисельність групи (частота повторення даного значення ознаки).

Таблиця 3.1. Формули середніх величин

Вид ступеневій середньої	Показник ступеня (m)	Формули розрахунку середньої	
		простий	зваженої
Гармонічна	-1	$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{X} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{x}}$ $m = xf$
Геометрична	$\rightarrow 0$	$\bar{X} = \sqrt[m]{\prod x} = \sqrt[m]{x_1 * x_2 * \dots * x_n}$	$\bar{X} = \sqrt[m]{\prod x^f} = \sqrt[m]{x_1^{f_1} * x_2^{f_2} * \dots * x_n^{f_n}}$
Арифметична	1	$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$
Квадратична	2	$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$
Кубічна	3	$\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}}$	$\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}}$

Мода (Mo) – це варіант ознаки, який при цьому поєднанні причин різного порядку найчастіше зустрічається у варіаційному ряду. Наприклад, ціна, за якою найчастіше реалізується товар на ринку, є модою або модальною ціною. Місячна заробітна плата, яка найчастіше зустрічається у даному колективі, є для нього модальною заробітною платою. На практиці моду знаходять, як

правило, за згрупованими даними. У дискретному ряду мода визначається без обчислення як значення ознаки з найбільшою частотою.

Медіана (Me) – середнє число у групі чисел; тобто половина чисел мають значення більші, ніж медіана, а інша половина – менші, ніж медіана. Наприклад, медіана від 2, 3, 3, 5, 7 і 10 становить 4.

У порядковій шкалі як середнє можна використовувати медіану і моду, але середнє арифметичне чи середнє геометричне обчислювати недоцільно.

Природна система аксіом (вимог до середніх величин) приводить до асоціативних середніх.

«Середнє за Колмогоровим» (1930 р.) обчислюється за формулою

$$\tilde{x} = G\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n F(x_i)\right),$$

де F – строго монотонна функція (строго спадна або строго зростаюча), $G = F^{-1}$ – обернена функція до F .

«Середнє за Колмогоровим» – окремий випадок середнього, що узагальнює декілька видів:

- а) якщо $F(x) = x$ – середнє арифметичне;
- б) якщо $F(x) = \ln x$ – середнє геометричне;
- в) якщо $F(x) = 1/x$ – середнє гармонічне;
- г)) якщо $F(x) = x^2$ – середнє квадратичне.

Доведено, що в шкалі інтервалів із всіх середніх за Колмогоровим допустиме лише середнє арифметичне.

Моду і медіану не можна подати як «середнє за Колмогоровим».

Окрім середніх величин, вивчено й інші статистичні характеристики: показники розкиду, зв'язку, відстані й ін. Так, коефіцієнт кореляції не змінюється за будь-якого допустимого перетворення в шкалі інтервалів, як відношення дисперсії – у шкалі різниць, коефіцієнт варіації – у шкалі відношень тощо. У теорії прийняття рішень необхідно застосовувати лише інваріантні алгоритми опрацювання даних.

Зауваження.

Означення. Коваріацією (кореляційним моментом) випадкових величин X і Y називається математичне сподівання добутку різниць випадкових величин і їх математичних сподівань:

$$K(X, Y) = \text{cov}(X, Y) = M((X - M(X))(Y - M(Y))).$$

Після розкриття дужок

$$K(X, Y) = M(XY) - M(X)M(Y).$$

З останньої формули випливає, що для дискретної двовимірної випадкової величини (X, Y)

$$K(X, Y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i y_j p_{ij} - \sum_{i=1}^m x_i p_i \sum_{j=1}^n y_j q_j.$$

Точка $(M(X), M(Y))$ називається *центром розсіювання* двовимірної випадкової величини.

Коваріація є характеристикою зв'язку між величинами системи (X, Y) . Коваріація описує не тільки зв'язок між X і Y , а також і їх розсіювання. Дійсно, якщо хоча б одна з величин мало відрізняється від свого математичного сподівання, то коваріація буде малою, якби не були зв'язані між собою випадкові величини X і Y .

Істотним недоліком коваріації є те, що її розмірність збігається з добутком розмірностей випадкових величин. Тому замість коваріації використовують безрозмірну величину – *коефіцієнт кореляції*, який характеризує *тісноту зв'язку* між величинами X і Y .

Означення. Коефіцієнтом кореляції між випадковими величинами X і Y називається число

$$\rho = \rho(X, Y) = \frac{K(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}.$$

Властивості коефіцієнта кореляції

Теорема 1. Для будь-яких випадкових величин $-1 \leq \rho(X, Y) \leq 1$.

Теорема 2. Коефіцієнт кореляції між випадковими величинами X і Y дорівнює ± 1 тоді і тільки тоді, коли X і Y зв'язані лінійною залежністю $Y = aX + b$, причому $\rho(X, Y) = 1$ при $a > 0$, $\rho(X, Y) = -1$ при $a < 0$.

Теорема 3. Якщо випадкові величини X і Y незалежні, то $\rho(X, Y) = 0$.

Наслідок. Якщо $\rho(X, Y) \neq 0$, то X і Y залежні випадкові величини.

Означення. Випадкові величини X і Y , для яких $\rho(X, Y) = 0$, називаються некорельованими і для яких $\rho(X, Y) \neq 0$ називаються корельованими.

3.3. Методи експертного оцінювання

Методами експертного оцінювання називають методи організації робіт із фахівцями-експертами й опрацювання отриманої від них інформації. Ця інформація набуває зазвичай частково кількісної, частково якісної форми. Мета експертного дослідження – підготовка інформації для ухвалення рішень децидентом.

Існують індивідуальні та колективні експертні оцінки.

Основні етапи експертного опитування

1. Ухвалення рішення про необхідність проведення експертного опитування і формування децидентом його мети.
2. Добір і призначення децидентом основного складу робочої групи.
3. Розроблення основним складом робочої групи та затвердження децидентом завдання на проведення експертного опитування.
4. Розроблення аналітичною підгрупою робочої групи докладного сценарію збирання та аналізу експертних думок (оцінок).
5. Обрання експертів відповідно до їх компетентності.
6. Формування експертної комісії.
7. Збирання експертної інформації.
8. Комп'ютерний аналіз експертної інформації.
9. Повторення двох попередніх етапів (у випадку застосування згідно зі сценарієм експертної процедури з кількох турів).
10. Підсумковий аналіз експертних думок.

11. Офіційне закінчення діяльності робочої групи.

Експертизи класифікують за кількома ознаками:

Перша класифікаційна ознака – мета експертизи. Одне із основних питань експертизи таке: Що саме має бути результатом роботи експертної групи – інформація про прийняття рішення децидентом чи проект рішення? Якщо потрібно підготувати проект рішення для децидента, то при цьому некритично приймають *догми узгодженості й одновимірності*.

Зауваження. Догма узгодженості. Вважається, що рішення може бути ухвалене лише на основі узгоджених думок експертів. Тому виключають з експертної групи тих, чия думка відрізняється від думки більшості. При цьому виключаються як некваліфіковані особи, так і найбільш оригінальні мислителі, які глибше проникли в проблему, ніж більшість.

Догма одновимірності. Важлива конкретна (вузька) постановка завдання перед експертами, але такої постановки часто немає, тоді виникають спроби розробки узагальненого показника якості, наприклад, у вигляді лінійної функції від всіх перерахованих змінних.

Друга класифікаційна ознака для експертних процедур – кількість турів. Експертиза може складатись з одного туру, фіксованої кількості турів чи із невизначеної їх кількості.

Третя класифікаційна ознака для експертних процедур – організація спілкування експертів. Розглядають переваги та вади елементів за такою шкалою: немає спілкування – заочне анонімне спілкування – заочне відкрите спілкування – очне спілкування з обмеженнями – очне спілкування без обмежень.

Методи експертного оцінювання

1. Метод Дельфі

Під час першого туру для експертів формулюють мету експертизи та перелік запитань у вигляді анкети. Для складних систем пояснення можна

подати у вигляді концептуальної моделі системи та характеру можливих відповідей. Оформлені результати відповідей експертів на анкети опрацьовує аналітична група. Вона визначає граничні точки зору, середнє значення, верхній та нижній кuartилі. Віддаль між кuartилями характеризує узгодженість поглядів експертів.

Зауваження. Кuartиль – значення ознаки, які ділять упорядковану за зростанням сукупність елементів на 4 рівних частини. Перший кuartиль відповідає 25-му процентилю, другий – медіана, третій кuartиль відповідає 75-му процентилю. Процентиліта кuartилі використовують для визначення концентрації елементів сукупності в групах із певним значенням ознак чи інтервалів, зокрема застосовують для виділення окремих груп тестованих, найбільш типових або нетипових для певної множини спостережень.

У другому турі експерти отримують інформацію, як усереднені оцінки альтернатив і обґрунтування (анонімні) граничних оцінок та корегують попередні оцінки відповідно до неї. Аналітична група опрацьовує скореговану інформацію.

Третій і четвертий тури такі самі. Узгодженість оцінок або зростає від туру до туру, або думки експертів поляризуються.

Основні особливості *методу Дельфі*:

- анонімність висловлювань;
- обґрунтування думок експертів із граничними оцінками;
- наявність зворотного зв'язку.

2. *Метод сценаріїв*

Суть методу полягає в декомпозиції завдань прогнозування, зокрема, у виділенні окремих варіантів розвитку подій із множини тих, що охоплюють всі можливості розвитку.

2 етапи методу.

1. Побудова вичерпного, але доступного для огляду, набору сценаріїв.

2. Виконання прогнозування в межах кожного сценарію з метою отримання відповіді на питання, що цікавлять дослідника.

Кожен етап можна формалізувати лише частково. Істотна частина міркувань якісна, оскільки прагнення до зайвої формалізації та математизації приводить до штучного внесення невизначеності там, де її немає. Для децидента часто достатньо словесного прогнозування без його кількісного уточнення.

3. *Метод мозкового штурму*

Призначений для виявлення нових ідей.

3 етапи методу.

1. Генерування ідей – відкрите обговорення проблеми і прогнозування усіх варіантів рішення, часом абсурдних і безглузких. На цьому етапі критика строго заборонена.

2. Аналіз або оцінка альтернатив. Піддаються аналізу всі без винятку ідеї. Під час цього із 100 ідей залишається приблизно 5-6, які можна перетворити у прикладні проекти, 2-3 з них, як правило, матимуть корисний ефект.

3. Експертний арбітраж – прийняття рішення компетентним експертом або децидентом.

4. *Методи комісії або дискусійної наради*

Метод комісії полягає в організації та проведенні відкритої дискусії, щоб відкритим або таємним голосуванням отримати єдиний узгоджений висновок експертів. Перевага цього методу – можливість зростання інформативності експертів і зміна ними попередніх висновків внаслідок обговорення. Недолік – публічність, через яку можливий тиск на експертів.

Суть дискусійної наради полягає в тому, що майбутній проект створюється в умовах уявного експерименту. В ході обговорення моделюють ситуацію, яка ще не склалась.

Для отримання якісних оцінок велике значення має обґрунтований добір експертів, що мають достатній досвід і здатні об'єктивно розв'язати проблему.

3.4. Методи якісного оцінювання переваг

Якщо потрібно якісно оцінити переваги альтернатив або класифікувати їх за якісними ознаками, то варто використати парні чи множинні порівняння, безпосереднє ранжування, класифікацію.

1. *Метод попарних порівнянь*. Його суть полягає в послідовному пред'явленні експертові пар альтернатив, який і визначає кращу із альтернатив або їх належність до одного класу. Якщо переваги експерта транзитивні, порівнюються всі пари альтернатив і експерт може порівняти їх між собою, то виникає відношення лінійного порядку, яке зумовлює ранжування, тобто вимірювання в порядковій шкалі. Коли під час класифікації – розбитті альтернатив на класи – виконується умова транзитивності, одержимо відношення еквівалентності. У разі ж непорівнянності частини альтернатив, отримаємо відношення квазіпорядку, тому вимірювання можливе лише у квазішкалі.

Недолік методу – непослідовність експерта може призвести до порушення умови транзитивності.

У багатьох складніших методах (наприклад, методі аналітичної ієрархії) попарне порівняння використовують як один із кроків.

2. *Метод множинного порівняння* – узагальнення методу попарних порівнянь. При його застосуванні експертам пред'являють не пари, а множини альтернатив із подальшим їх упорядкуванням або розбиттям на класи.

Недолік методу – складність у використанні.

3. *Метод ранжування* полягає в безпосередньому пред'явленні експертові всіх оцінюваних альтернатив та подальшому їх впорядкуванні згідно з перевагами.

Приклад. Стратегічний план розвитку фірми.

Проект/ № експерта	A	B	C	D	E	F	G	H
1.	5	3	1	2	8	4	6	7
2.	5	4	3	1	8	2	6	7
3.	1	7	5	4	8	2	3	6
4.	8	4	2,5	2,5	8	1	7	5
5.	8	2	4	6	2	5	1	7
6.	5	6	4	3	2	1	7	8
7.	6	1	2	3	5	4	8	7
8.	5	1	3	2	7	4	6	8
9.	6	1	3	2	5	4	7	8
10.	5	3	2	1	8	4	6	7
11.	7	1	3	2	6	4	5	8
12.	1	6	5	3	8	4	2	7

Ранжування за середнім арифметичним:

$$D > C > (B, F) > A > G > E > H.$$

Ранжування за медіаною:

$$D > (C, B) > F > A > G > H > E.$$

Проект	A	B	C	D	E	F	G	H
Сума рангів	60	39	37,5	31,5	76	39	64	85
Сер. арифметичне рангів	5	3,25	3,125	2,625	6,(3)	3,25	5,(3)	7,083
Підсумковий ранг за сер. арифметичним	5	3,5	2	1	7	3,5	6	8
Медіана рангів	5	3	3	2,25	7,5	4	6	7
Ранг за медіаною	5	2,5	2,5	1	8	4	6	7

4. *Метод гіперупорядкування* дає змогу отримати більше інформації про переваги альтернативи, ніж попередні методи. Спочатку експерт ранжує альтернативи, а на наступному етапі – різниці оцінок для сусідніх ранжувань. Нехай експерт визначив, що $x_4 > x_1 > x_3 > x_2$.

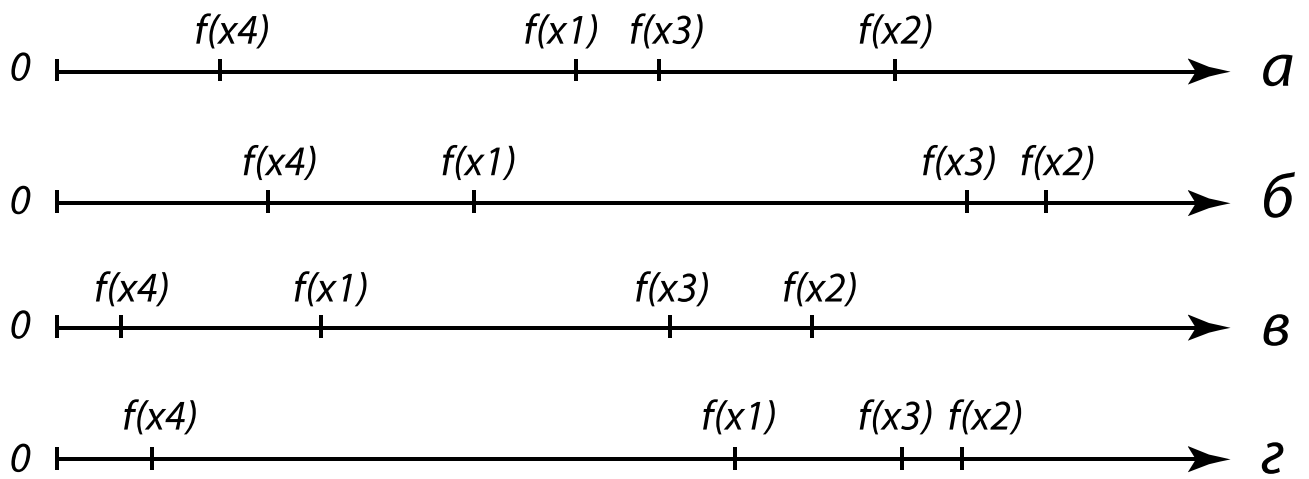


Рис. 3.1. – Варіанти різниць оцінок

Нехай експерт у подальшому визначив різниці оцінок наступним чином:
 $(f(x_1) - f(x_3)) > (f(x_4) - f(x_1)) > (f(x_3) - f(x_2))$. Цьому варіанту відповідають альтернативи б) та в).

5. *Метод векторів переваг* дає змогу достатньо просто отримати інформацію про порівняльну важливість альтернатив: для кожної альтернативи $x_i \in A$ експерт має зазначити, скільки альтернатив із множини $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ переважають її. Отримаємо вектор $z = z_1, z_2, \dots, z_n$, де $z_i, i=1, \dots, n$ – відносна перевага альтернативи $x_i \in A$. За допомогою вектора переваг можна подати інформацію про результати попарних та множинних порівнянь, а також ранжувань.

При класифікації альтернатив можна застосовувати ті самі стратегії дій, що і у методі попарних порівнянь або ранжування.

3.5. Методи отримання кількісних експертних оцінок

1. *Метод безпосередньо числового оцінювання альтернатив* полягає у визначенні експертом для кожної альтернативи $x_i \in A, i = 1, \dots, n$ числа $f(x_i)$, що задає її важливість. Якщо такі оцінки відомі, то можна визначити, наскільки, чи у скільки разів одна альтернатива переважає іншу. Крім цього, вважається, що всі альтернативи порівнянні між собою, і не виникає випадків не транзитивності.

2. *Метод Черчмена-Аноффа* використовують тільки у шкалі відношень. Суть методу.

- Кожній альтернативі $x_i \in A$, $i = 1, \dots, n$ можна поставити у відповідність число $f(x_i)$, $i = 1, \dots, n$.
- Якщо альтернатива x_i переважає x_j , то $f(x_i) > f(x_j)$.
- Якщо альтернативи x_i та x_j рівноцінні, то $f(x_i) = f(x_j)$.
- Якщо числа $f(x_i)$ та $f(x_j)$ відображають якість альтернатив x_i і x_j , то $f(x_i) + f(x_j)$ відповідає якості сумісної реалізації альтернатив x_i та x_j (умова адитивності альтернатив).

Спочатку альтернативи ранжують за важливістю (нехай $x_1 > x_2 > \dots > x_n$). Експерт називає попередні оцінки $f(x_i)$, $i = 1, \dots, n$. Надалі порівнює x_1 та сумарну дію альтернатив x_2, \dots, x_n . Якщо x_1 важливіша за цю суму, експерт корегує оцінки так, щоб виконувалось співвідношення

$$f(x_1) > \sum_{i=2}^n f(x_i).$$

У протилежному випадку має виконуватись нерівність

$$f(x_1) \leq \sum_{i=2}^n f(x_i).$$

Тоді для уточнення альтернативу x_1 послідовно порівнюють із сумами $\sum_{i=2}^k f(x_i)$, $k \geq 2$ у порядку зменшення k від $(n - 1)$ до 2. Як тільки знайдено перше k , для якого виконується умова

$$f(x_1) \geq \sum_{i=2}^k f(x_i),$$

альтернативу x_1 виключають із подальшого розгляду із вже зафіксованим значенням.

3. *Метод Геретоуна.* Первинною інформацією для визначення числових оцінок альтернатив є результати попарних порівнянь, а оцінка кожної альтернативи є випадковою величиною. Вважається, що кожна випадкова величина розподілена за нормальним законом із математичним сподіванням M_i , $i = 1, \dots, n$ та дисперсією D_i , $i = 1, \dots, n$, а її реалізацію оцінює експерт. Різниця оцінок випадкових величин $f(x_i)$ та $f(x_j)$ також розподілена за

нормальним законом із математичним сподіванням $M_{ij} = M_i - M_j$; $i, j = 1, \dots, n$ та дисперсією $D_{ij} = D_i + D_j + 2r_{ij}\sqrt{D_i \cdot D_j}$, де r_{ij} – коефіцієнт кореляції між $f(x_i)$ та $f(x_j)$.

Зауваження. **Нормальний закон розподілу (normal law of distribution)** (який ще називається законом Гаусса) відіграє виключно важливу роль в теорії ймовірностей і займає серед інших законів розподілу особливий стан. Це закон, який найчастіше зустрічається на практиці. Головна особливість, яка виділяє нормальний закон серед інших законів, полягає в тому, що він є граничним законом, до якого наближаються інші закони розподілу.

Так, наприклад, велика кількість гарматних пострілів, здійснених в різних умовах, показує, що розсіювання снарядів на площині при пострілі з однієї гармати при встановленому прицілі підлягає нормальному закону.

«Універсальність» нормального закону пояснюється тим, що *будь-яка випадкова величина*, яка є сумою великої кількості окремих числових значень, кожне з яких підпорядковується різним законам розподілу і несуттєво впливає на суму, розподілена майже за нормальним законом.

Більшість випадкових величин, таких, наприклад, як похибки вимірів, похибки гарматних стрільб і т. д. можуть бути подані як суми великої кількості малих доданків – елементарних похибок, кожна з яких визначається дією окремої причини, яка не залежить від інших. Яким би законам розподілу не підпорядковувались окремі елементарні похибки, особливості цих розподілів в сумі великої кількості доданків нівелюються і сума підпорядковується закону, що близький до нормального. Підсумовані похибки в загальній сумі повинні бути незначними.

Означення. Випадкову величину X називають *розподіленою нормально*, якщо її диференціальна функція розподілу ймовірностей має вигляд

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

де a, σ – параметри розподілу.

Графік функції $f(x)$ називають *нормальною кривою* або *кривою Гаусса*.

При $a=0$ та $\sigma=1$ нормальну криву називають *нормованою*, функція розподілу щільності має вигляд:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}},$$

тобто це є функція Лапласа, яка табульована, зокрема в електронних таблицях.

Нормальний закон розподілу повністю визначається своїм математичним сподіванням та дисперсією (середнім квадратичним відхиленням):
 $M(X) = a$, $D(X) = \sigma^2$, $\sigma(X) = \sigma$.

Результатом застосування методу є значення M_i , $i = 1, \dots, n$, які обираються як числові оцінки альтернатив за значеннями частот s_{ij} . Тут s_{ij} – частота вибору альтернативи x_i , як важливішої за x_j і її числове значення

$$s_{ij} = P(f(x_i) > f(x_j)) = \frac{1}{2\pi\sqrt{D_{ij}}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(t-M_{ij})^2}{2D_{ij}}} dt.$$

4. *Метод фон Неймана-Моргенштерна* також виходить зі стохастичного характеру значень оцінок. У ньому для визначення оцінок використано суміші ймовірностей.

Якщо виконується певна система аксіом (зв'язності, транзитивності, відношення переваг), то для кожної з основних альтернатив x_1, x_2, \dots, x_n задано числа u_1, u_2, \dots, u_n , що характеризують числову оцінку мішаних (і як частковий випадок – не мішаних) альтернатив. Це означає, що існує певна функція корисності $u_1p_1 + u_2p_2 + \dots + u_np_n$ і найкращою є альтернатива, для якої значення функції корисності найбільше.

3.6. Методи оцінювання компетентності експерта

Широко застосовують такі методи математичного опрацювання результатів експертного оцінювання, як перевірка несуперечливості експерта й узгодженості оцінки експертів. Оскільки відповіді експертів у багатьох процедурах експертного опитування – це не числа (градації якісних ознак,

ранжування, розбиття, результати попарних порівнянь, нечіткі переваги та ін.), то для їх аналізу використовуються методи статистики нечислових об'єктів.

Суперечливість тверджень експерта виявляється насамперед у порушенні транзитивності. Вважають, що чим більша частина суперечливих тверджень у експерта, тим він є менш компетентним. Для оцінювання несуперечливості використовують коефіцієнт несуперечливості

$$k = 1 - h/h_{max},$$

де h – кількість суперечливих тверджень експерта, h_{max} – максимальна кількість можливих суперечливих тверджень при попарному порівнянні множини можливих альтернатив $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Коефіцієнт несуперечливості приймає значення: $k = 0$ – повна суперечність; $k = 1$ – повна узгодженість оцінок експерта.

Питання для самоконтролю

1. Опишіть види шкал вимірювання.
2. Класифікуйте експертизи.
3. Вкажіть загальні методи експертного оцінювання.
4. Опишіть один із методів експертного оцінювання.
5. Змоделюйте один із стратегічних планів розвитку фірми при певній кількості експертів і проведіть відповідне ранжування.
6. Яким вимогам має відповідати метод сценаріїв?
7. Який зміст має коефіцієнт несуперечливості?

Розділ II

Прийняття рішень за умов багатокритеріальності та в умовах невизначеності

4. Метод аналітичної ієрархії (MAI)

Метод аналітичної ієрархії ґрунтується на принципах декомпозиції та синтезу, реалізація яких дає змогу зменшити кількість можливих помилок у процесі отримання інформації від експерта. За допомогою MAI отримують структуру у вигляді ієрархії, що дозволяє уникнути складних порівнянь, замінивши їх попарними. Цей метод дає змогу перевіряти послідовність (несуперечливість) тверджень експерта.

4.1. Ієрархії та пріоритети

Означення. Ієрархія – певна абстракція структури системи, призначена для вивчення функціональної взаємодії її компонентів і їх дій на систему загалом.

Означення. Метод аналітичної ієрархії (MAI) – систематична процедура, що ґрунтується на ієрархічному поданні елементів, які визначають суть проблеми.

Проблему піддають декомпозиції на простіші складові з подальшим оцінюванням децидентом відносного ступеня взаємодії елементів отриманої ієрархічної структури. Метод будується на принципі ідентичності та декомпозиції, згідно з яким структурування проблем у вигляді ієрархії чи мережі містить процедури синтезу множинних тверджень, оцінювання пріоритетності критеріїв та знаходження альтернативних рішень

Рівні ієрархії мають наступне призначення.

1. В результаті ідентифікації загального призначення розв'язання проблеми виявляють єдиний елемент або фокус (проблему загалом) і розміщують його у вершині ієрархії.
2. На другому рівні відображають економічні, політичні та соціальні сили, що впливають на результат.
3. Третій рівень утворюють актори, що маніпулюють цими силами.
4. Четвертий рівень утворюють цілі кожного із акторів.
5. На п'ятому рівні описують можливі сценарії або результати, яких прагнуть досягнути кожен із акторів, застосовуючи свої політики. Тому між четвертим і п'ятим рівнем може бути проміжний рівень політик.

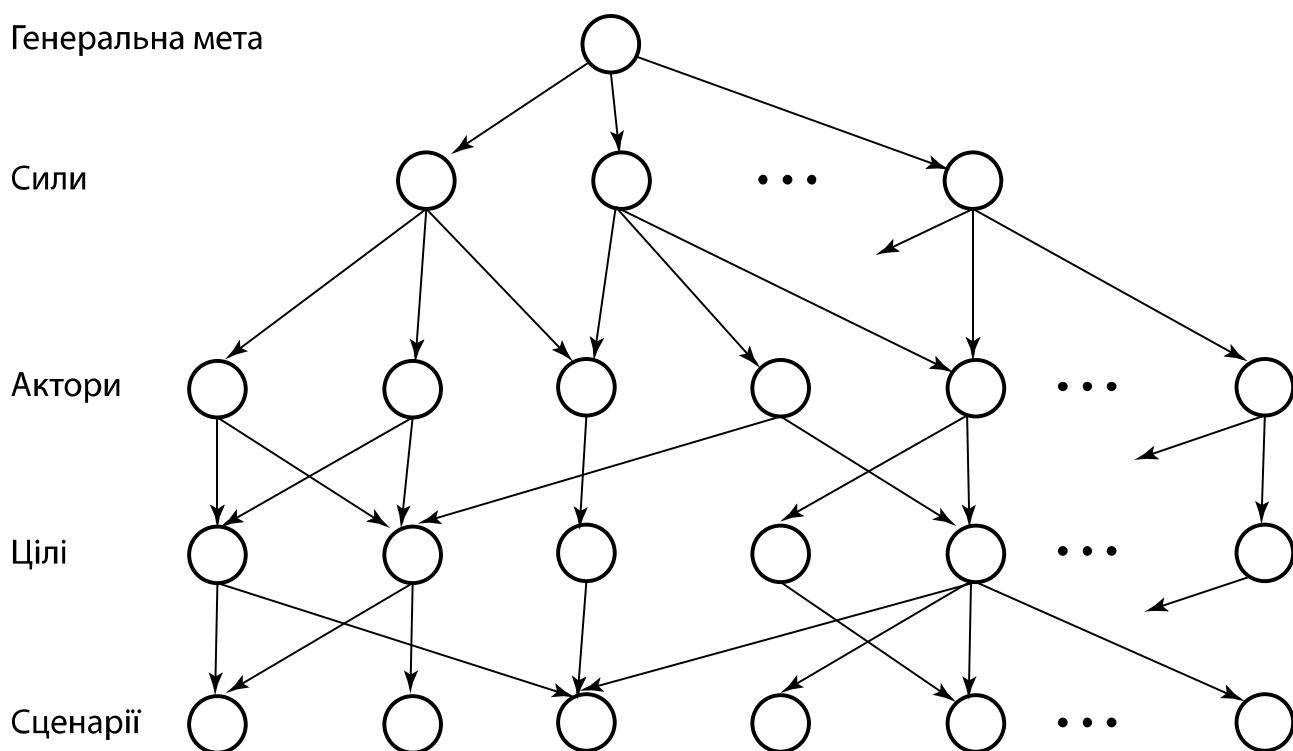


Рис. 4.1. – Структура ієрархії МАІ

Основне завдання в ієрархії – оцінити вищі рівні, виходячи з взаємодії різних рівнів, а не з безпосередньої залежності від елементів на цих рівнях.

При застосуванні МАІ для децидента корисними є такі рекомендації.

- Якщо є множина дій (альтернатив), серед яких потрібно зробити вибір, і є сумніви щодо критеріїв, за якими оцінюєте альтернативи, порівняйте попарно

критерії щодо коротко- та довгострокових дій, ризику й переваг, а також побудуйте матрицю попарних порівнянь щодо ефективності й успіху.

- Порівняйте обрані дії за значеннями кожного критерію на найнижчому рівні, обчисліть ваги ієрархічно і оберіть дію з вищим пріоритетом.

- Якщо розглянули достатню кількість альтернатив та тверджень і є впевненість, що всі істотні чинники взято до уваги, то зроблено все, що було в людських силах для того, щоб обрати найкращу альтернативу за наявних умов.

Послідовність етапів МАІ

1. Формулювання проблеми, яку потрібно розв'язати.
2. Постановка проблеми загалом – включення її (якщо це необхідно) до великої системи, у якій є інші зацікавлені дійові особи (актори), розгляд їх ідей та бажаних результатів.
3. Ідентифікація критеріїв, за якими буде оцінено якість розв'язання проблеми.
4. Побудова ієрархії спільних критеріїв, окремих критеріїв, властивостей альтернатив і самих альтернатив. У проблемі з багатьма учасниками рівні можуть стосуватися навколишнього середовища акторів, їхніх цілей, політик і результатів, за допомогою яких буде одержано узагальнений результат (стан сфери дій). Щоб усунути неясності слід ретельно визначити кожен елемент в ієрархії.
5. Задання пріоритетів первинних критеріїв (сил) щодо їх впливу на генеральну мету.
6. Чітке формулювання питання для попарних порівнянь у кожній матриці. Звернути увагу на орієнтацію кожного питання (наприклад, вартість має зменшуватись, а ефективність збільшуватись).
7. Задання пріоритетів часткових критеріїв щодо загальних. Збір результатів попарних порівнянь.
8. Опрацювання зібраних даних згідно з алгоритмом МАІ для обчислення глобальних пріоритетів і глобальної узгодженості результатів.

9. У разі вибору серед альтернатив – обрання тієї, що має найбільше значення глобального пріоритету. У разі розміщення ресурсів оцінювання вартості альтернативи, обчислення відношення ефективності до вартості та відповідний розподіл ресурсів: повністю або пропорційно. Якщо потрібно визначити пріоритети вартості – розподіляють ресурси пропорційно пріоритетам.

4.2. Обґрунтування методу аналітичної ієрархії

У МАІ порівнюють пари елементів задачі попарно щодо їх впливу (дії, ваги, інтенсивності) на спільну для них характеристику.

Матриця має вигляд

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \frac{1}{a_{12}} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \frac{1}{a_{1n}} & \frac{1}{a_{2n}} & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Після отримання кількісних тверджень про пари (B_i, B_j) у числовому вигляді a_{ij} потрібно кожному елементові множини $B = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ поставити у відповідність числові ваги чи пріоритети. У разі ієрархічного подання проблем матрицю складають для порівняння відносної важливості критеріїв другого рівня відносно загальної мети першого рівня (кореня ієрархії), а потім будують такі ж самі матриці попарних порівнянь наступного рівня відносно елементів попереднього.

Попарні порівняння виконують у шкалі відношень за бальною системою.

Бал, k	Визначення
1	Однакова важливість
3	Помірна перевага
5	Суттєва перевага
7	Значна перевага
9	Дуже велика перевага

2, 4, 6, 8	Проміжні значення (використовують у перехідних ситуаціях)
$1/k$	Обернені величини

Приклад. Наявні чотири моделі комп'ютерів (A, B, C, D). Експерт дав такі оцінки:

1. Модель C помірно переважає A .
2. Модель B помірно поступається моделі C .
3. Модель A значно переважає D .
4. Перевага моделі C над моделлю D між дуже великою і значною.
5. Модель A помірно поступається моделі B .
6. Модель B помірно переважає D .

За даними оцінки матриця має вигляд

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1/3 & 7 \\ 3 & 1 & 1/3 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 8 \\ 1/7 & 1/3 & 1/8 & 1 \end{pmatrix}.$$

В шкалі відношень обрано значення від 1 до 9, оскільки такій кількості точок відповідає психологічна межа 7 ± 2 предмети для одночасного порівняння. Якщо важко розрізнити, скільки існує проміжних градацій – можна застосувати шкалу із меншою кількістю градацій.

Локальні пріоритети отримують, визначивши множину головних власних векторів для кожної з обернено симетричних матриць ієрархії та нормалізувавши результат.

Наближене обчислення пріоритетів проводять визначаючи середнє геометричне рядків матриці попарних порівнянь A з подальшою нормалізацією всіх складових отриманого вектора за формулою

$$x_i = \frac{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}}{\sum_{i=0}^n (\prod_{j=1}^n a_{ij})}$$

Отримані значення власного вектора $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ використовують для подальших обчислень.

Для оцінювання індексу узгодженості оцінок експерта використовують формулу

$$I_u = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j \sum_{i=1}^n a_{ij}) - n}{n - 1} = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1},$$

де λ_{max} – максимальне власне значення матриці. Значення індексу узгодженості для випадкових матриць наведено нижче в таблиці.

Розмір	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Випадкова узгодженість	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Відношення узгодженості обчислюють за формулою

$$I_0 = \frac{I_n}{M(I_n)},$$

де $M(I_n)$ – випадкова узгодженість. Якщо отримане значення I_0 менше 10% – рівень узгодженості можна вважати задовільним (іноколи доводиться задовольнятися значенням 20%).

Значення індексу узгодженості, отримане з матриці попарних порівнянь, потрібно помножити на пріоритет властивості, якої стосувалось порівняння, і до цього числа додати аналогічні результати для ієрархії загалом. Після цього отримане значення слід порівняти з відповідним значенням індексу, яке дорівнює сумі випадкових значень, зважених за відповідними пріоритетами.

$$\begin{cases} (1 - \lambda_1)x_1^{(1)} + 2x_2^{(1)} = 0, \\ 2x_1^{(1)} + (1 - \lambda_1)x_2^{(1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1^{(1)} + 2x_2^{(1)} = 0, \\ 2x_1^{(1)} + 2x_2^{(1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow x_2^{(1)} = -x_1^{(1)} \Rightarrow X^{(1)} = \begin{pmatrix} t_1 \\ -t_1 \end{pmatrix}.$$

При $\lambda_2 = 3$ система (3.2) має вигляд

$$\begin{cases} -2x_1^{(2)} + 2x_2^{(2)} = 0, \\ 2x_1^{(2)} - 2x_2^{(2)} = 0 \end{cases} \Rightarrow x_2^{(2)} = x_1^{(2)} \Rightarrow X^{(2)} = \begin{pmatrix} t_2 \\ t_2 \end{pmatrix}, t_1, t_2 \in \mathbb{R}.$$

4.3. Побудова ієрархії МАІ

Головне завдання МАІ – визначення глобальних пріоритетів альтернатив, тобто їх пріоритетів відносно кореня ієрархії. Як вихідні дані при цьому використовують результати опитування експертів у вигляді матриць попарних порівнянь при всіх вузлах ієрархії, окрім листя – альтернатив.

Для ілюстрації розглянемо *приклад*. Родина із середнім статком хоче придбати автомобіль. Внаслідок аналізу було виявлено наступні критерії, які варто брати до уваги: престижність, вартість, питомі витрати пального, комфортність, надійність, максимальна швидкість, розміри, витрати на технічне обслуговування, гарантійні зобов'язання.

Подальший розгляд дає змогу обрати як «кандидатів» три моделі та подати задачу у вигляді ієрархії.

Первинну множину критеріїв після аналізу було звужено до таких суттєвих: Q_1 – комфортність; Q_2 – надійність; Q_3 – швидкість; Q_4 – вартість; Q_5 – престижність; Q_6 – обслуговування; Q_7 – гарантії; Q_8 – витрати пального. За допомогою опитування членів родини побудовано таку матрицю попарних порівнянь для рівня 2 – критеріїв.

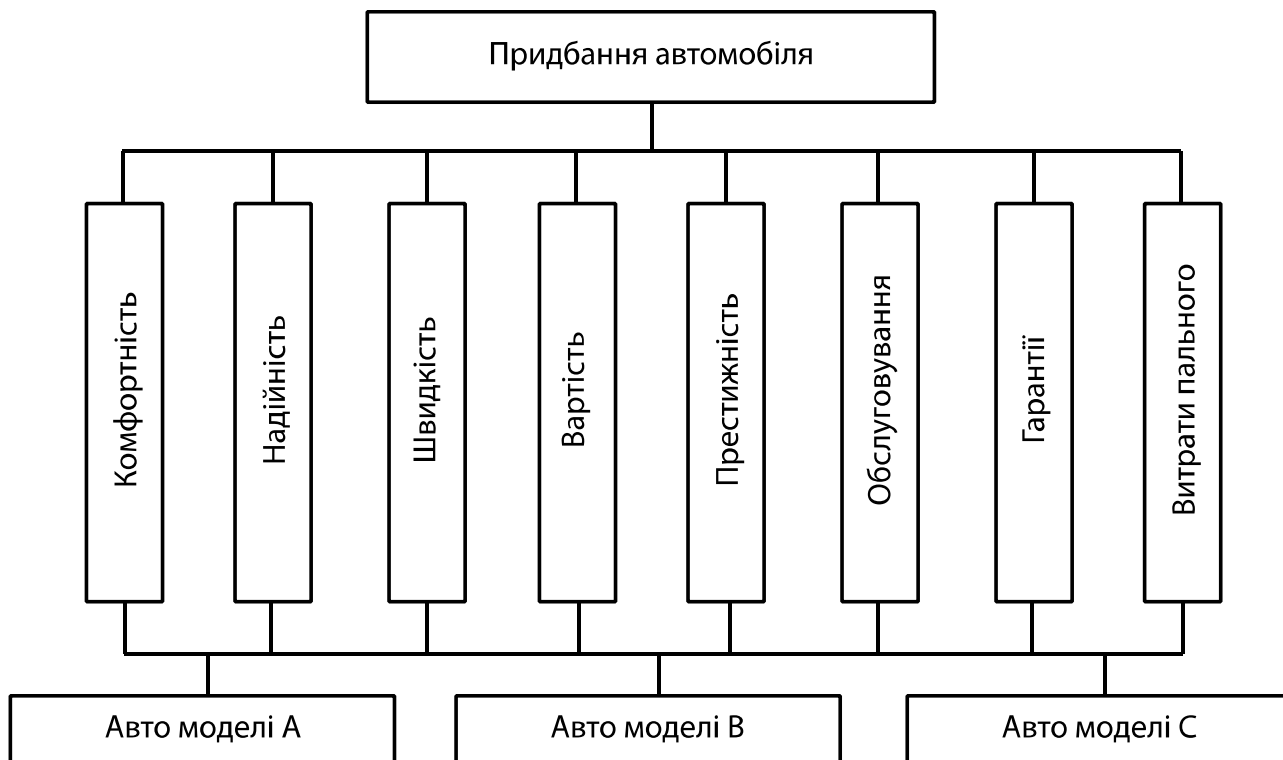


Рис. 4.2. – Ієрархічна структура задачі придбання автомобіля

Таблиця 4.1. Матриця попарних порівнянь критеріїв

Критерій	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8
Q_1	1	5	3	7	6	6	1/3	1/4
Q_2	1/5	1	1/3	5	3	3	1/5	1/7
Q_3	1/3	3	1	6	3	4	6	1/5
Q_4	1/7	1/5	1/6	1	1/3	1/4	1/7	1/8
Q_5	1/6	1/3	1/3	3	1	1/2	1/5	1/6
Q_6	1/6	1/3	1/4	4	2	1	1/5	1/6
Q_7	3	5	1/6	7	5	5	1	1/2
Q_8	4	7	5	8	6	6	2	1

Після цього, порівнюючи попарно три автомобілі (A, B, C) за кожним із критеріїв (рівень 3), отримано вісім матриць (для кожного із критеріїв) розміром 3×3 (за кількістю альтернатив до вибору).

Таблиця 4.2. Матриці попарних порівнянь альтернатив *A, B, C* за критеріями

Q_1	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Q_2	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Q_3	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Q_4	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>A</i>	1	6	8	<i>A</i>	1	7	1/5	<i>A</i>	1	8	6	<i>A</i>	1	1	1
<i>B</i>	1/6	1	4	<i>B</i>	1/7	1	1/8	<i>B</i>	1/8	1	1/4	<i>B</i>	1	1	1
<i>C</i>	1/8	1/4	1	<i>C</i>	5	8	1	<i>C</i>	1/6	4	1	<i>C</i>	1	1	1

Q_5	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Q_6	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Q_7	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Q_8	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>A</i>	1	5	4	<i>A</i>	1	8	6	<i>A</i>	2	1/2	1/2	<i>A</i>	1	1/7	1/5
<i>B</i>	1/5	1	1/3	<i>B</i>	1/8	1	1/5	<i>B</i>	2	1	1	<i>B</i>	7	1	3
<i>C</i>	1/4	3	1	<i>C</i>	1/6	5	1	<i>C</i>	2	1	1	<i>C</i>	5	1/3	1

Приклад. Оцінювання послідовності тверджень експерта та визначення локальних пріоритетів ієрархії.

Обчислити локальні вектори пріоритетів, індекс узгодженості та відношення узгодженості для матриці попарних порівнянь критеріїв (таблиця 4.1) та матриць попарних порівнянь альтернатив *A, B, C* за критеріями $Q_1 - Q_8$ (таблиця 4.2).

Наведемо нижче результати визначення вектора пріоритетів, індексу узгодженості та відношення узгодженості для матриці попарних порівнянь критеріїв (таблиця 4.3). Вектор пріоритетів отримано як результат обчислення головного власного вектора з подальшою його нормалізацією. Одержане значення відношення узгодженості завелике, але вважатимемо його прийнятним. У відносно великих матрицях ($n = 7, 8, 9$) досягнення високого рівня узгодженості проблематичне, але у цьому випадку слід зважати на збільшення ризику через неузгодженість.

Таблиця 4.3. Визначення узгодженості матриці критеріїв

Критерій	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8	Вектор пріоритетів
Q_1	1	5	3	7	6	6	1/3	1/4	0,173
Q_2	1/5	1	1/3	5	3	3	1/5	1/7	0,054
Q_3	1/3	3	1	6	3	4	6	1/5	0,188
Q_4	1/7	1/5	1/6	1	1/3	1/4	1/7	1/8	0,018
Q_5	1/6	1/3	1/3	3	1	1/2	1/5	1/6	0,031
Q_6	1/6	1/3	1/4	4	2	1	1/5	1/6	0,036
Q_7	3	5	1/6	7	5	5	1	1/2	0,167
Q_8	4	7	5	8	6	6	2	1	0,333
								I_u	0,238
								I_0	0,169

Обчислимо відповідні характеристики для множини таблиць наступного рівня – оцінювання альтернатив.

Таблиця 4.4. Обчислені значення локальних пріоритетів для альтернатив

Q_1	A	B	C	Вектор пріоритетів	Q_2	A	B	C	Вектор пріоритетів
A	1	6	8	0,754	A	1	7	1/5	0,233
B	1/6	1	4	0,181	B	1/7	1	1/8	0,005
C	1/8	1/4	1	0,065	C	5	8	1	0,713
			I_u	0,068				I_u	0,124
			I_0	0,117				I_0	0,213

Q_3	A	B	C	Вектор пріоритетів	Q_4	A	B	C	Вектор пріоритетів
A	1	8	6	0,745	A	1	1	1	0,333
B	1/8	1	1/4	0,065	B	1	1	1	0,333
C	1/6	4	1	0,181	C	1	1	1	0,333
			I_u	0,068				I_u	0,000
			I_0	0,117				I_0	0,000

Q_5	A	B	C	Вектор пріоритетів	Q_6	A	B	C	Вектор пріоритетів
A	1	5	4	0,674	A	1	8	6	0,747
B	1/5	1	1/3	0,101	B	1/8	1	1/5	0,060
C	1/4	3	1	0,226	C	1/6	5	1	0,193
			I_u	0,043				I_u	0,099
			I_0	0,074				I_0	0,170

Q_7	A	B	C	Вектор пріоритетів	Q_8	A	B	C	Вектор пріоритетів
A	2	1/2	1/2	0,200	A	1	1/7	1/5	0,072
B	2	1	1	0,400	B	7	1	3	0,650
C	2	1	1	0,400	C	5	1/3	1	0,278
			I_u	0,000				I_u	0,032
			I_0	0,000				I_0	0,056

Що стосується інтерпретації результатів, то в цьому прикладі витрати пального є найважливішими у виборі автомобіля, друге місце посідає комфортність, а третє – швидкість руху. У реальній ситуації за результатами такого аналізу несуттєві критерії Q_4 можна було б відкинути і повторити опитування експерта, але із ілюстративною метою залишено всі.

Приклад. Обчислення глобальних пріоритетів альтернатив. Потрібно визначити глобальні пріоритети альтернатив на основі результатів наведених прикладів.

Глобальні пріоритети обчислюють на наступному етапі МАІ – *ієрархічного синтезу*. Із цією метою для виявлення складених, або глобальних, пріоритетів автомобілів виконаємо зворотній хід: із передостаннього рівня рухаємось до кореня ієрархії, збираючи вектори локальних пріоритетів у матриці та множачи їх на вектори локальних пріоритетів безпосередніх предків, доки не досягнемо кореня ієрархії. У наведеному прикладі ця процедура зводиться до збирання матриці з векторів локальних пріоритетів альтернатив за критеріями ($s = 2$):

$$P_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,754 & 0,233 & 0,745 & 0,333 & 0,674 & 0,747 & 0,200 & 0,072 \\ 0,181 & 0,055 & 0,065 & 0,333 & 0,101 & 0,060 & 0,400 & 0,650 \\ 0,065 & 0,713 & 0,181 & 0,333 & 0,226 & 0,193 & 0,400 & 0,278 \end{pmatrix},$$

вектор локальних пріоритетів відносно кореня дерева

$$x_1^{(1)} = (0,173 \ 0,054 \ 0,188 \ 0,018 \ 0,031 \ 0,036 \ 0,167 \ 0,333)^T.$$

Знак транспонування вжито для зручності його запису. Тоді

$$p_1^{(1)} = P_1^{(1)} \times x_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,396 \\ 0,341 \\ 0,263 \end{pmatrix}.$$

Оскільки оновлене значення $i = 0$, то роботу алгоритму на цьому завершено. Отже, за загальним показником (попри найгірші показники за критерієм витрат пального) обрано автомобіль A , тому що інші показники є ліпшими порівняно з конкурентами.

Зауваження. Матриці A розміру $m \times r$ і B розміру $k \times n$ називаються узгодженими для множення, якщо кількість стовпчиків першої матриці дорівнює кількості рядків другої, тобто $r = k$.

Добутком матриці A ($m \times k$) на матрицю B ($k \times n$) називається матриця,

$$c_{ij} = \sum_{r=1}^n a_{ir} b_{rj}, \quad 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n.$$

Наприклад, для матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ добуток має такий вигляд:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 9 & 23 \end{pmatrix},$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 9 \\ 11 & 14 \end{pmatrix}.$$

Питання для самоконтролю

1. Опишіть суть методу аналітичної ієрархії.
2. Якою є послідовність побудови ієрархії в МАІ?
3. Як будують індекс узгодженості?

5. Ризики в прийнятті рішень

У більшості випадків рішення доводиться приймати за умов, коли існують невизначеності різних типів, що зумовлює потреби в розробленні відповідних моделей і алгоритмів. Основні групи невизначеностей – невідомість, недостовірність і неоднозначність. Прийняття рішень у випадку невизначеності нерозривно пов'язане з ризиком, тому за цих умов потрібно ідентифікувати, оцінювати й контролювати ризики різних типів.

5.1. Поняття та джерела невизначеності

Головні джерела невизначеності – це економічне, нормативно-законодавче, техніко-технологічне та внутрішнє середовища.

З погляду часу вирізняють перспективну невизначеність (виникають непередбачені чинники) та ретроспективну (брак інформації про поведінку об'єкта в минулому). У разі ретроспективної невизначеності можливі три варіанти: інформацію можна відновити, можна замінити перспективною, не можна ні відновити, ні замінити.

Задачу прийняття рішень в умовах невизначеності аналізують у такій послідовності.

1. Складають перелік доступних можливостей збирання інформації, проведення експериментів і виконання дій.
2. Складають перелік подій, які, скоріше за все, можуть трапитися.
3. Визначають послідовність у часі подій, які надають доступну інформацію, і послідовні дії, які можна виконати.
4. Вирішують, наскільки влаштовують наслідки різних дій.
5. Оцінюють шанси кожної конкретної невизначеної події.

Методологія аналізу рішень змушує децидента розглядати завдання як органічне ціле, кількісно оцінювати взаємодію різних аспектів проблеми. Систематичне вивчення цінності отримуваної інформації в контексті прийняття рішень надає основу для збирання, опрацювання й організації даних із нових джерел інформації. Такий метод дає змогу розмежовувати суб'єктивні переваги вже на початку процесу прийняття рішення, оцінювати ставлення децидента до ризику невизначеності різних факторів, стимулює його активно знаходити нові реальні альтернативи поведінки.

5.2. Невизначеності в задачах прийняття рішень

У формулюванні задачі прийняття рішень реальна ситуація відображається за допомогою певної мови (в основному, мови децидента). Найважливіші види невизначеності, що виникають у задачах прийняття рішень, зображають у вигляді дерева класифікації.

Невизначеності в задачах прийняття рішень:

- I. Невідомість
- II. Недостовірність
 1. Неповнота
 2. Недостатність
 3. Недовизначеність
 4. Неадекватність

III. Неоднозначність

1. Фізична невизначеність

А) Випадковість

Б) Неточність

2. Лінгвістична невизначеність

А) Невизначеність значень спів (полісемія)

— Омонімія

— Нечіткість

Б) Невизначеність змісту фраз

— Прагматична

— Семантична, яка у свою чергу буває поверхневою та глибинною

— Синтаксична

3. Невизначеність мети

4. Багатоособовість

На першому рівні розташовані основні фактори, від яких залежить вид невизначеності: невідомість, недостовірність і неоднозначність.

У ситуації невідомості фактично відсутня інформація про задачу, це можливо на початковій стадії дослідження. Якщо в процесі збирання інформації на певному етапі виявляється, що зібрано не всю інформацію чи одержати її з певних причин неможливо, то невизначеність трансформується в недостовірність. Вона може набирати вигляду неповноти чи недостатності (є не вся потрібна інформація), для деяких задач є неточні описи (недовизначеність), певні елементи задачі описано лише за аналогією з уже розв'язуваними (неадекватність).

Причини можливої неоднозначності опису – зовнішнє середовище (фізична невизначеність) і фахова мова, що використовується децидентом (лінгвістична невизначеність).

Фізична невизначеність може бути пов'язана як із наявністю в зовнішньому середовищі кількох можливостей, кожна з яких реалізовується

випадково (ситуація випадковості або стохастичної невизначеності), так і з неточністю вимірювань величини за допомогою фізичних приладів (ситуація неточності).

Лінгвістична невизначеність виникає внаслідок використання природної мови (в окремому випадку – фахової мови децидента) для описання задачі прийняття рішень. Цей вид невизначеності зумовлений необхідністю оперувати скінченною кількістю слів і обмеженим набором структурних фраз (речень, абзаців, текстів) для описання за скінченний час нескінченної множини різноманітних ситуацій, що виникають у процесі прийняття рішень. Лінгвістична невизначеність породжена, з одного боку, множинністю значень слів (понять і відношень) мови (полісемією), а з іншого – неоднозначністю змісту фраз.

У прийнятті рішень доцільно виділити два види полісемії: омонімію та нечіткість. Якщо об'єкти задачі прийняття рішень, що відображаються одним і тим же словом, суттєво різняться, то така ситуація належить до омонімії, наприклад: коса – вид узбережжя, сільськогосподарський інструмент, вид зачіски. Коли ж ці об'єкти подібні, то це нечіткість, наприклад: невеликий запас пального на складі – 1т, 1,1т і т.д.; множина чисел, значно менших за тисячу.

Щодо джерел неоднозначності змісту фраз, вирізняють синтаксичну, семантичну та прагматичну неоднозначність. У першому випадку, уточнивши синтаксис, можна зрозуміти зміст фрази, наприклад, «залізні болти та гайки» - болти залізні, а гайки можуть бути з іншого металу; чи і болти, і гайки залізні; «стратити не можна помилувати» – стратити не можна, помилувати або ж стратити, не можна помилувати. В іншому випадку в разі поверхової семантичної невизначеності змісту фраз окремі слова зрозумілі, але неясний зміст усієї фрази, наприклад: «блакитні зелені думки люто сплять». Коли є глибинна семантична невизначеність, незрозумілі окремі слова, але загальний зміст зберігається. Класичний приклад – «глокая куздра штеко будланула бокра й курдючит бокренка». Можна припустити, що речення написане російською мовою і означає, що особа жіночої статі щось учинила з особою чоловічої статі

й щось робить із його нащадком. Нарешті, прагматична невизначеність спричинена неоднозначністю використання синтаксично та семантично зрозумілої інформації для досягнення певних цілей діяльності.

Невизначеність може виникати й через невизначеність мети (це веде до виникнення задач із багатьма критеріями), а також у багатоособових задачах прийняття рішень. У випадку активної протидії в одних ситуаціях чи активного сприяння в інших невизначеність моделюється методами теорії ігор. Урахування фізичної невизначеності може ускладнитися виникненням лінгвістичної невизначеності в описанні розподілу ймовірностей. Інакше кажучи, ці види невизначеності можуть накладатися один на інший.

5.3. Небезпека та ризик

Небезпека – це загроза людям у всьому тому, що являє цінність. Це категорія ймовірності, що змінюється в просторі та часі. Під характеристикою небезпеки, пов'язаної з конкретною подією чи процесом, слід розуміти ймовірність прояву цієї події чи процесу в певному місці та в заданий час. Небезпеки різних подій або процесів порівнюють, усереднюючи ймовірності їх прояву за просторовими чи часовими параметрами.

Ризик, на відміну від небезпеки, не можна розглядати окремо від можливих наслідків його прояву. *Ризик* – кількісна міра небезпеки з урахуванням її наслідків. Наслідки прояву небезпеки завжди призводять до збитку, який може бути економічним, соціальним, екологічним і т. ін. Тому оцінка ризику має бути пов'язана з оцінкою збитку. Що більший очікуваний збиток, то вищий ризик. Окрім того, ризик тим вищий, чим більша ймовірність прояву відповідної небезпеки. Отже, поняття «ризик» об'єднує два поняття – «ймовірність небезпеки» та «збиток».

5.4. Класифікація ризиків

У сучасній науковій літературі розглядають кілька різновидів ризику, кожен із яких має свої особливості. Основні різновиди ризиків:

- 1) ті, що загрожують безпеці (safety risks);
- 2) здоров'ю (health risks);
- 3) стану навколишнього середовища (environmental risks);
- 4) суспільному добробуту (public welfare/goodwill risks);
- 5) фінансові (financial risks).

Залежно від часу, місця та зовнішніх умов після виникнення ризикової події можливі три результати для суб'єкта (фізичної чи юридичної особи), який долучився до цього явища чи процесу:

- 1) збитки (програш);
- 2) прибуток (вигода, виграш);
- 3) немає результату (немає ні прибутку, ні збитків).

Класифікація ризиків за типами полегшує формування відповідної реакції на ризик. Можливі декілька варіантів класифікації залежно від класифікаційних ознак. Наведемо деякі класифікації ризиків, що використовуються на практиці.

<i>Класифікаційна ознака</i>	<i>Вид ризику</i>	<i>Характеристика ризику</i>
Природа виникнення	Суб'єктивний (особистісний)	Нерозвинені здатності до ризику; недостатній досвід, необґрунтовані амбіції; порушення правил поведінки; недостатнє розуміння угоди чи навпаки, високий рівень здібностей, освіти, професіоналізму тощо
	Об'єктивний	Недостатня інформація; стихійні лиха; несподівані зміни: кон'юктури ринку, рівня інфляції, законодавства, умов кредитування, оподаткування, інвестування тощо
Залежно від етапу розв'язання проблем	На етапі прийняття рішень	Помилки в застосуванні методів визначення рівня ризику через недостатню інформацію чи її низьку якість, дезінформацію; чи, навпаки, відмінне володіння цими методами, залучення якісної інформації, розвинену інтуїцію тощо
	На етапі реалізації рішення	Помилки в реалізації правильного рішення, несподівані зміни суб'єктивних умов
За масштабами	Локальний	Ризик окремої фірми (компанії, об'єднання, їхніх структурних ланок)
	Галузевий	Ризик, пов'язаний зі специфікою галузі
	Регіональний	Охоплює проблему на рівні території, економічних районів країни
	Національний	Стосується проблеми на рівні макроекономіки

		(через несподівані зміни в політиці, законодавстві, кредитуванні, оподаткуванні тощо)
	Міжнародний (міжкраїнний)	Пов'язаний зі змінами в кон'юктурі світового ринку, відносинами між країнами, масштабними стихійними лихами тощо
За сферою виникнення	Зовнішній	Несподівані зміни в економічній політиці, макроумовах відтворення; стихійні лиха на великих територіях; валютний ризик; стрибки кон'юктури на світовому ринку тощо
	Внутрішній	Ризики, зумовлені спеціалізацією: виробничий, фінансовий, страховий і т. ін.
За можливістю страхування	Які страхують	Які організації, що приймають на себе ризик страхувальників, кількісно визначають і страхують
	Які не страхують	Форсмажорні ризики, оцінити рівень яких неможливо, а також масштабні ризики, коли ніхто не готовий прийняти на себе ризик страхувальника
За видами діяльності	Фінансовий	Ризики на фондовому ринку – ліквідності, інфляційний, валютний і т. ін.; банківські – кредитний, процентний, портфельний; ризик падіння загальноринкових цін (інфляційний); лізинговий і факторинговий, пов'язані зі специфікою клієнта банку
	Юридичний	Зумовлений низькою якістю законодавчих актів і несподіванки змін у законодавстві
	Виробничий	Через вимушені перерви у виробництві, вихід із ладу виробничих фондів, утрату оборотних коштів, несвоєчасність постачання устаткування, сировини тощо
	Комерційний	Унаслідок несподіваних змін у кон'юктурі ринку й інших умов комерційної діяльності
	Інвестиційний	Зумовлений невизначеностями, непередбачуваними обставинами в інвестиційній сфері, інноваційній діяльності
	Страховий	Формування страхового фонду, керування останнім, а також власним майном, коштами та персоналом
	Інноваційний	Впливає з невизначеностей в інноваційній сфері (починаючи від вироблення інноваційної ідеї, утілення її в продукті чи технології та закінчуючи реалізацію відповідного продукту на ринку)
За можливістю диверсифікованості	Систематичний	Властивий певній сфері діяльності (так, на фондовому ринку, систематичним вважають ризик зменшення цінності паперів загалом)
	Специфічний	Пов'язаний з одержанням підприємницького доходу від конкретної операції в даній сфері діяльності
За ступенем	Мінімальний	Характеризується рівнем можливих втрат

допустимості		розрахункового прибутку в межах 0 –25%
	Підвищений	Не перевищує можливі втрати розрахункового прибутку 25 –50%
	Критичний	Характеризується можливими втратами розрахункового прибутку 50 –70%
	Недопустимий	Можливі втрати близькі до розміру власних засобів, що може призвести до банкрутства фірми. Коефіцієнт ризику дорівнює 75–100%

Як використовувати ці класифікації? Насамперед, вони дають змогу окреслити можливості керування ризиками, а потім – комплексно боротися з ризиками, об'єднаними в групи. Теж є важливим визначення всього спектру ризиків з метою переконання, що все враховано.

5.5. Методи оцінювання ризиків

Визначити стан реалізації рішення чи оцінити ризики непросто.

Основні методи, що застосовуються для оцінювання ризиків

1. Метод сценаріїв. Зазвичай розробляють кілька сценаріїв реалізації рішення (стратегії розвитку, виконання проекту тощо). Найчастіше обмежуються оптимістичним, песимістичним і реалістичним сценаріями.

2. Метод дерев рішень. Застосовують, коли є скінченна кількість рішень і варіантів реалізації ризиків. Цей метод особливо корисний тоді, коли рішення залежить від попередніх і впливають на подальший розвиток подій.

3. Метод імітаційного моделювання. Він ґрунтується на одержанні послідовностей випадкових чисел – значень ризиків. Імітують багато реалізацій – одноразових актів розвитку ситуації за умови обрання того чи іншого варіанта рішення з обчисленням можливих значень критеріїв якості. Унаслідок таких експериментів знаходять розподіл значень кожного критерію якості для кожного з варіантів рішення, а потім аналізують отримані результати й обирають остаточний варіант рішення.

4. Метод достовірних еквівалентів. Найпоширеніший варіант – експертне корегування ситуації залежно від суб'єктивної оцінки ймовірностей. Однак інтерпретація суб'єктивних ймовірностей, властива цьому підходу, не завжди

відповідає сутності оцінювання ризику. Очевидно, що використання коефіцієнтів імовірності в такому трактуванні робить прийняття рішень довільним і за формального підходу може призвести до серйозних помилок у керуванні.

5. Аналіз чутливості. Цей метод полягає в аналізі факторів, які окремо впливають на рішення.

5.6. Розподіл планування ризиків і керування ризиками

Керування ризиками – неперервний процес, що супроводжує реалізацію будь-якого рішення та спрямований на відстежування, мінімізацію і компенсацію ризиків. Отже, керування ризиками є комплексом профілактичних заходів, що спрямовані на виявлення ризиків і їх нівелювання.

У керуванні ризиками доцільно дотримуватися наступних правил.

1. Що точніше визначено ризик, то ближча ситуація до детермінованої.
2. Для точного визначення ризику потрібні великі витрати часу кваліфікованих фахівців, що, в свою чергу, може призвести до зростання деяких інших ризиків.
3. Зменшення одного ризику може зумовити зростання інших, тому керування ризиками – комплексна задача.
4. Ризики є максимальними на початку прийняття рішення та зменшуються наприкінці його реалізації.

Основний метод керування ризиками – *комплексний підхід*. Наприклад, керуючи проектами, створюють комплекс планів і призначають для кожного з них відповідальних осіб. У цій галузі планування ризиків популярна ННМ-модель – модель «ієрархічної голографії». За її допомогою оцінюють вплив ризиків із різних точок зору, для чого використовують наступні методи.

1. *Часовий метод*, який дає змогу відстежувати ризики за етапами життєвого циклу рішення.
2. *Метод керування*, пов'язаний із стосунками всередині команди робітників.

3. *Метод оточення*, залежить від устаткування та стандартного (готового) програмного забезпечення.
4. *Метод якості*, ґрунтується на використанні тріади «час – термін – якість».
5. *Технологічний метод*, при якому небезпечно використовувати не лише нові, «неперевірені», «сирі» технології, але й старі, так звані «успадковані».

Процес керування ризиками складається з таких кроків.

1. Виявлення передбачуваних ризиків.
2. Аналіз і оцінювання внутрішніх і зовнішніх ризиків.
3. Обрання методів керування ризиками.
4. Керування ризиками впродовж реалізації рішення.
5. Оцінювання результатів керування ризиками.

Система керування ризиками – особливий вид діяльності, спрямований на пом'якшення впливу ризиків на остаточні результати виконання рішення. Ризиками керують упродовж усього часу реалізації рішення за допомогою моніторингу, контролю та відповідних корегувальних дій.

Питання для самоконтролю

1. Розкрийте (на прикладі) суть взаємних зв'язків між безпекою та ризиком.
2. Назвіть основні види невизначеностей, які виникають у задачах прийняття рішень. Наведіть конкретний приклад, пов'язаний з поліграфічним виробництвом.
3. Охарактеризуйте ризики в залежності від класифікаційної ознаки та їх виду.
4. Опишіть основні методи оцінювання ризиків, один з яких проілюструйте на прикладі.
5. Яких правил варто дотримуватись при керуванні ризиками?

6. Опишіть основні методи оцінки ризиків.

6. Моделі та методи прийняття рішень в умовах невизначеності

Невизначеність виникає у відкритих завданнях прийняття рішень, у яких децидент не знає всієї сукупності чинників, що діють. Ситуація невизначеності характеризується тим, що вибір конкретного плану дій може зумовити будь-який результат із певної множини варіантів, але ймовірності впливу випадкових факторів невідомі. Можливі два випадки:

- ймовірності невідомі через те, що немає потрібної статистичної інформації;
- ситуація не статистична, і говорити про об'єктивні ймовірності взагалі немає сенсу (ситуація «досконалої» невизначеності).

Саме «досконалої» невизначеність найчастіше трапляється, адже рішення (особливо стратегічні) приймають конкретні особи в унікальних умовах.

6.1. Задача прийняття рішень в умовах невизначеності

За повної невизначеності – «досконалої невідомості» – достатньо прийняти будь-яке рішення (включно з варіантом «нічого не робити»). Інший варіант – ситуація, коли децидент знає можливі варіанти своїх дій, а також те, які варіанти дій виконуються у відповідь і що він може виграти чи програти за певних обставин, але невідома інформація про можливість виконання якихось дій або її неможливо отримати. Така ситуація належить до класичних задач прийняття рішень за умов невизначеності.

Нехай децидент може обрати одну із можливих альтернатив-стратегій, а «природа» у відповідь абсолютно байдуже до вибору децидента обирає одну зі своїх. Тоді ситуацію прийняття рішення відображає матриця A , рядки якої відповідають вибору децидентом однієї зі своїх стратегій $A_i, i = 1, \dots, m$ (свідомому вибору), а стовпчики – вибору «природою» однієї з власних можливих стратегій $P_j, j = 1, \dots, n$ (несвідомому байдужому до децидента

вибору природи). Так, «природа» свідомо не обере дощову погоду тоді, коли децидент вийшов на вулицю без парасолі; їй байдуже, який варіант поведінки обрав децидент. Матриця A має вигляд

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

У такому поданні значення a_{ij} – виграш децидента. Якщо воно від’ємне, то це є його програш, і він прагне обрати таку стратегію, за якої його виграш буде максимальним.

Найпростіша ситуація така, коли одна зі стратегій гравця A_i домінує всі інші його стратегії, тому вибір можна звузити, виключивши з розгляду всі доміновані стратегії та залишивши по одній з еквівалентних стратегій для децидента.

6.2. Критерії прийняття рішень в умовах невизначеності

Класичні критерії прийняття рішень у разі невизначеності

1. Максимінний критерій Вальда. Згідно з цим критерієм гра з природою є грою з агресивним і розумним суперником,

$$Q_w = \min_{j \in \{1, n\}} a_{ij} \Rightarrow \max_{i \in \{1, m\}} .$$

Обирають стратегію з індексом k , для якої

$$k = \arg \max_{i \in \{1, m\}} \left(\min_{j \in \{1, n\}} a_{ij} \right).$$

Це позиція крайнього песимізму. Стосовно природи вона є перестраховальна.

Приклад. Прийняття рішення за критерієм Вальда

Нехай ситуацію прийняття рішення задано такою таблицею

Стратегія	Π_1	Π_2	Π_3	$\min a_{ij}$
A_1	1,0	100,0	1,0	1,0
A_2	1,1	1,1	1,1	1,1

Потрібно обрати оптимальну стратегію за критерієм Вальда й проаналізувати вибір.

Якщо проаналізувати можливості вибору з погляду децидента неформально, то стратегія A_1 видається перспективнішою, однак за критерієм Вальда буде обрано стратегію A_2 , для якої гарантований виграш становить 1,1 (натомість для стратегії A_1 – 1,0).

Критерій Вальда прийнятний, коли ситуація ухвалення рішення має такі характеристики:

- нічого не відомо про можливість реалізації «природою» своїх стратегій;
- доводиться зважати на різні стратегії «природи»;
- рішення унікальне, його можна прийняти лише один раз;
- потрібно виключити будь-який ризик.

2. Критерій Байєса – Лапласа. Найпростіший варіант невизначеності – «доброякісна» стохастична. У цьому випадку стани природи характеризуються ймовірностями їх виникнення $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, і оптимальна та стратегія A_k , для якої критерій Байєса досягає максимуму

$$Q_B = \sum_{j=1}^n a_{ij} p_j \Rightarrow \max_{i \in \overline{1,m}}$$

тобто обрано стратегію A_k з індексом k , для якої

$$k = \arg \max_{i \in \overline{1,m}} \sum_{j=1}^n a_{ij} p_j.$$

Отже, згідно з критерієм Байєса обирають альтернативу, яка забезпечує максимальний середній виграш. Якщо ж ймовірності невідомі, але є підстави вважати їх приблизно рівними, то доцільно застосувати критерій Лапласа

$$Q_L = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij} \Rightarrow \max_{i \in \overline{1,m}}$$

обираючи стратегію A_k з індексом k , для якої

$$k = \arg \max_{i \in \{1, m\}} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}.$$

Застосовуючи критерій Байєса, передбачають, що ситуація ухвалення рішення має такі властивості:

- імовірності застосування стратегій «природою» відомі, та не залежать від часу;
- рішення приймають (теоретично) нескінченно багато разів;
- для невеликої кількості реалізацій рішення припускає певний ризик.

3. Критерій середнього ризику. У багатьох випадках бажано мати критерій, який давав би змогу не просто оцінювати виграш у разі застосування децидентом певної стратегії, але й відображав «вдалість» або «невдалість» обрання тієї чи іншої стратегії в конкретній ситуації.

Для цього вводять поняття ризику як різницю між виграшем, який можна було б отримати, якщо відомі умови «природи» – її стратегія P_j і виграш, який одержимо, не знаючи їх та обираючи стратегію A_i :

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij}, \text{ де } \beta_j = \max_{i \in \{1, m\}} a_{ij}. \quad (6.1)$$

Маємо дві постановки задачі: в одній треба отримати максимальний виграш, а в іншій – мінімізувати ризик. Відповідний критерій для середнього ризику в разі стохастичної невизначеності є наступним

$$Q_R = \sum_{j=1}^n r_{ij} p_j \Rightarrow \min_{i \in \{1, m\}}.$$

Обираємо стратегію A_k з індексом k , для якої

$$k = \arg \min_{i \in \{1, m\}} \sum_{j=1}^n \left(\max_{i \in \{1, m\}} a_{ij} - a_{ij} \right) p_j \Rightarrow \min_{i \in \{1, m\}}.$$

4. Критерій Севіджа. Це теж досить песимістичний критерій, як і критерій максимуму. Проте у випадку обрання оптимальної стратегії, він орієнтує на мінімальний гарантований ризик і має вигляд

$$Q_C = \max_{j \in 1, n} r_{ij} \Rightarrow \min_{i \in 1, m} .$$

Обираємо стратегію A_k з індексом k , для якої

$$k = \arg \min_{i \in 1, m} \left(\max_{j \in 1, n} \left(\max_{i \in 1, m} a_{ij} - a_{ij} \right) \right).$$

Приклад прийняття рішення за критеріями Севвіджа, Байєса та Лапласа. Нехай ситуацію прийняття рішення задано наступною таблицею.

	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4
A_1	1	4	5	9
A_2	3	8	4	3
A_3	4	6	6	2

Потрібно побудувати матрицю ризиків і обрати найкращу стратегію, а також визначити найкращу стратегію децидента за заданими ймовірностями застосування «природою» своїх стратегій $p = (0,5; 0,2; 0,2; 0,1)$ та за критерієм Лапласа.

Обчислимо значення β_j – максимального виграшу, який можна отримати в разі застосування «природою» своїх стратегій Π_j за умови, що децидент знає, яку стратегію застосувала «природа».

	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4
A_1	1	4	5	9
A_2	3	8	4	3
A_3	4	6	6	2
β_j	4	8	6	9

Обчислимо матрицю ризиків за співвідношенням (6.1).

	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4
A_1	3	4	1	0
A_2	1	0	2	6
A_3	0	2	0	7

Розглянувши матрицю ризиків, можна зрозуміти деякі риси гри з «природою». Так, у другому рядку перший і останній елементи матриці

виграшів дорівнюють 3. Однак ці виграші нерівноцінні щодо вибору стратегії: за стану «природи» P_1 можемо виграти не більше ніж 4 одиниці, і вибір A_2 для цієї ситуації майже добрий. За стану «природи» P_4 можна було б, обравши A_1 , одержати на 6 одиниць більше, тобто вибір A_2 для цієї ситуації поганий. Ризик – це по суті плата за брак інформації, тому, звичайно, бажано було б мінімізувати ризик, пов'язаний із вибором рішення.

Обчислимо середні виграші відомого розподілу ймовірностей. У цьому прикладі

$$Q(A_1) = 0,5 \cdot 1 + 0,2 \cdot 4 + 0,2 \cdot 5 + 0,1 \cdot 9 = 3,2;$$

$$Q(A_2) = 0,5 \cdot 3 + 0,2 \cdot 8 + 0,2 \cdot 4 + 0,1 \cdot 3 = 4,2;$$

$$Q(A_3) = 0,5 \cdot 4 + 0,2 \cdot 6 + 0,2 \cdot 6 + 0,1 \cdot 2 = 4,6,$$

тому оптимальна стратегія A_3 . Згідно з критерієм Лапласа всі стани «природи» можна вважати рівно ймовірними, тому за цим критерієм стратегії A_1 та A_2 рівноцінні.

5. Критерій песимізму-оптимізму Гурвіца. Відповідно до цього критерію, обираючи розв'язок, не варто орієнтуватися ні на песимізм, ані на оптимізм. Слід узяти певну їх комбінацію, задавши коефіцієнт песимізму $\lambda, 0 \leq \lambda \leq 1$. Коли $\lambda = 1$, отримуємо критерій максиміну, а в разі $\lambda = 0$ – крайній оптимізм (притаманний азартному гравцеві). Критерій Гурвіца має вигляд

$$H = \lambda \cdot \min_{j \in \{1, n\}} a_{ij} + (1 - \lambda) \cdot \max_{j \in \{1, n\}} a_{ij} \Rightarrow \max_{i \in \{1, m\}} .$$

Зрозуміло, що в цьому випадку проблему не розв'язано. Її розв'язання перенесено в іншу площину – пошук «правильного» значення коефіцієнта оптимізму.

6. Критерій Ходжа–Лемана. Він ґрунтується на максимінному критерії та критерії Байєса. Параметр ν відповідає довірі до використовуюваного розподілу ймовірностей. Якщо ступінь довіри великий, то застосовують

критерій Байєса, а ні – то переважає складова, що відповідає максимінному критерію.

Критерій Ходжа–Лемана має вигляд

$$Q_B = v \sum_{j=1}^n a_{ij} p_j + (1 - v) \min_{j \in \{1, n\}} a_{ij} \Rightarrow \max_{i \in \{1, m\}} .$$

У випадку $v = 1$ отримуємо критерій Байєса, а для $v = 0$ – критерій максимуму. Зазначений критерій найчастіше застосовують за наступних умов:

- імовірності застосування «природою» своїх стратегій невідомі, але можливі деякі припущення про розподіли ймовірності;
- ухвалення рішення теоретично допускає нескінченно багато реалізацій;
- за небагатьох реалізацій можливий певний ризик.

6.3. Метод дерева рішень

Метод дерева рішень полягає в графічній побудові різних варіантів дій, що застосовуються для розв'язання первісної проблеми.

Дерево рішень – це граф, вершини його відповідають ключовим станам, у яких виникає потреба вибору, а дуги (гілки дерева) – різним подіям (рішенням, наслідкам, операціям), що можуть відбутися в ситуації, яка обумовлюється вершиною. Кожній дузі (гілці) дерева приписуються числові характеристики (навантаження) – наприклад, розмір платежу та ймовірність його виконання. Головна перевага методу дерева рішень – його наочність.

Щоб побудувати дерево, насамперед потрібно отримати первинну інформацію. Послідовність її збирання є наступною.

1. Визначення складу та тривалості фаз життєвого циклу проблеми, яку потрібно вирішити.
2. Виявлення ключових подій, що можуть вплинути на подальший розвиток проблеми.
3. Визначення часу настання ключових подій.
4. Формулювання всіх можливих рішень, що можуть бути прийняті після настання кожної ключової події.

5. Визначення вартості (чи іншої характеристики) кожного етапу розв'язання проблеми (вартості робіт між ключовими подіями).

6. Обчислення ймовірності прийняття кожного складового рішення.

На підставі отриманих даних будують дерево рішень. Воно складається з полів трьох типів, що можуть повторюватися залежно від складності проблеми, а саме:

- поле дій (можливих альтернатив), де наведено всі можливі альтернативи дій із розв'язання проблеми;
- поле можливих подій (ймовірностей подій), де наведено можливі ситуації щодо реалізації кожної альтернативи та визначено ймовірності виникнення цих ситуацій;
- поле можливих наслідків (очікуваних результатів), де кількісно охарактеризовано наслідки (результати), які можуть бути в кожній ситуації.

Основними компонентами дерева рішень є наступні:

- першу точку прийняття рішення зображують у вигляді чотирикутника; вона вказує на місце, де потрібно прийняти остаточне рішення;
- точки прийняття локальних рішень також зображують у вигляді чотирикутників; вони показують, де потрібно приймати складові рішення;
- точки можливостей зображують у вигляді кіл; вони характеризують очікувані результати можливих подій;
- гілки дерева зображують лініями від першої точки прийняття рішення до результатів реалізації кожної альтернативи.

При експертному визначенні ймовірностей прийняття інвестиційних рішень необхідно враховувати, що для всіх можливих реакцій на одну певну подію їх сума дорівнює 1.

Ймовірність реалізації певного сценарію визначається як добуток ймовірностей окремих інвестиційних рішень, що його утворюють.

За всією сукупністю сценаріїв розвитку визначається множина можливих показників чистої поточної вартості проекту, середнє очікуване значення для них з врахуванням ймовірностей виникнення сценаріїв, визначаються та

оцінюються показники варіації – середньоквадратичне відхилення, коефіцієнт варіації.

Питання для самоконтролю

1. Поясніть суть класичних критеріїв прийняття рішень в умовах невизначеності.
2. Оберіть найкращі альтернативи за критеріями Вальда, Севіджа, Гурвіца, Лапласа, Ходжа-Лемана, якщо коефіцієнт песимізму дорівнює 0,4 у грі з природою, яку задано матрицею

	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅
A ₁	10	5	3	9	12
A ₂	3	8	2	9	4
A ₃	12	6	1	10	9
A ₄	2	4	6	15	3

3. Які поля та основні компоненти входять до складу дерева рішень?
4. Опишіть послідовність побудови дерева рішень та наведіть приклад.

7. Концепція корисності та раціональний вибір

Вперше поняття «корисність» та близьке до нього поняття «задоволення» почали використовувати економісти, які досліджували поведінку споживачів. Концепція корисності ґрунтується насамперед на аксіоматичному підході, суть якого полягає у формулюванні системи аксіом, за допомогою яких доводиться існування функції корисності.

7.1. Основна модель корисності в економіці

Ця модель призначена для пояснення того, як слід визначити вектор споживання $Q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$, тобто набір благ, які споживає певна особа.

Ідея цієї моделі дуже проста: споживач вибирає найкращий набір благ із множини доступних наборів. При цьому діють такі обмеження.

По-перше, вектор Q має належати до множини допустимих розв'язків X , яку задано для кожного споживача, зокрема, з огляду на фізичні обмеження, пов'язані з його діяльністю. Наприклад, якщо особа лише споживає, не працюючи та не надаючи послуг, то X – підмножина R^n , що складається з векторів із невід'ємними компонентами. Але множини X можна задавати вужче, не включаючи до неї векторів, які не задовольняють деяких елементарних потреб. Таким способом у моделі можна відобразити ідею прожиткового мінімуму (біологічного чи обумовленого в суспільних угодах).

По-друге, споживач має обмежений дохід C , і він повинен купувати предмети споживання на ринку, на якому кожне благо $j = 1, \dots, n$ має певну ціну c_j . Отже, вартість набору Q не має перевершувати доходу споживача C :

$$\sum_{j=1}^n c_j Q_j \leq C. \quad (7.1)$$

По-третє, переваги споживача між різними векторами, що більш-менш добре задовольняють його потреби, подають функцією $U = U(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$, яку він прагне максимізувати. Її називають функцією корисності чи функцією задоволення; вона визначена на множині X . Значення цієї функції в точках, що є різними наборами благ, показують, наскільки ці набори задовольняють споживача. Нерівність

$$U(Q_r) > U(Q_m)$$

означає, що для споживача блага Q_r переважає вартість Q_m . З усіх можливих наборів споживач обирає той, для якого значення корисності максимальне.

Стандартна модель мотивації у випадку прийняття рішення є наступною: якщо особа має вимогу Y і можна припустити, що, виконуючи дію X , можна досягти результату Y , то буде обрано дію X (за умови, що не існує жодної перешкоди для виконання дії X або сильнішої вимоги, ніж Y). Класична задача доцільності стосується того, які альтернативи та бажання повинні мати люди.

Найобґрунтованіший підхід до цієї проблеми – теорія раціонального вибору, яка надає найефективніші способи досягнення конкретних бажань.

7.2. Види корисності

1. Експериментальна корисність

Основні позитивні положення теорії експериментальної корисності можна окреслити наступними тезами.

1. У кожний момент досліджується корисність, яка означає задоволення чи біль (її називають миттєвою корисністю).
2. Ця корисність має кількість і валентність, а також нейтральну точку на межі між бажаним і небажаним, задоволенням і болем.
3. Експериментальна корисність – це все добре чи погане в експерименті.
4. Сума миттєвих корисностей за певний період – це загальна корисність за цей період (властивість адитивності).
5. Оптимальним є таке рішення, для якого повна корисність (очікувана повна корисність) максимальна.
6. Миттєва корисність повинна бути вимірною, як мінімум, у порядковій шкалі.

Теорія експериментальної корисності пов'язана з трьома проблемами, що підважують теорію корисності. Перша стосується залежної корисності, друга – невизначеного походження функції корисності програми, а третя – остаточне випробування будь-якої теорії корисності.

2. Залежна корисність

Економісти попередніх періодів припускали (зокрема, для потреб аналітики), що корисність певної кількості товарів не залежить від того, яку корисність мають інші товари, тобто загальну корисність набору (Q_1, Q_2, \dots, Q_n) можна подати як

$$U = U(Q_1) + U(Q_2) + \dots + U(Q_n).$$

Це припущення не реальне – наприклад, внесок корисності кожного елемента пари доповнення (скажімо, скибки хліба та тостера) є сумою їх корисностей, зумовлену іншим елементом пари:

$$u(\text{тостер, хліб}) = u(\text{тостер}|\text{хліб}) + u(\text{хліб}|\text{тостер}).$$

Немає цілком незалежних товарів, тому повну корисність обчислюють наступним співвідношенням:

$$U = \sum_{i=1}^n U(Q_i|Q_j), i \neq j, j = \overline{1, n}. \quad (7.2)$$

Із погляду вимірювань обчислити повну корисність таким способом практично неможливо. Крім того, набір споживання – така собі ідеалізація, тому що ніхто ніколи не створював і не зможе створити єдиного набору товарів споживання. Обидві ці проблеми можна розв'язувати, вимірюючи експериментальну корисність.

Миттєва корисність – сукупний продукт повного набору споживання в кожний момент (рис. 7.1). Уявімо, що особа має набір споживання з трьох товарів, і графіки показують їх внесок у задоволення для різних моментів. Щоб визначити миттєву корисність, потрібно знати відчуття особи в даний час. Немає потреби знати, що сприяє цьому відчуттю та як сильно. Більше того, щоб знати, наскільки окремий товар сприятиме цьому відчуттю, якщо його додати до набору персонального споживання, потрібно лише виміряти миттєву корисність до того моменту, коли товар отримано, та після нього.

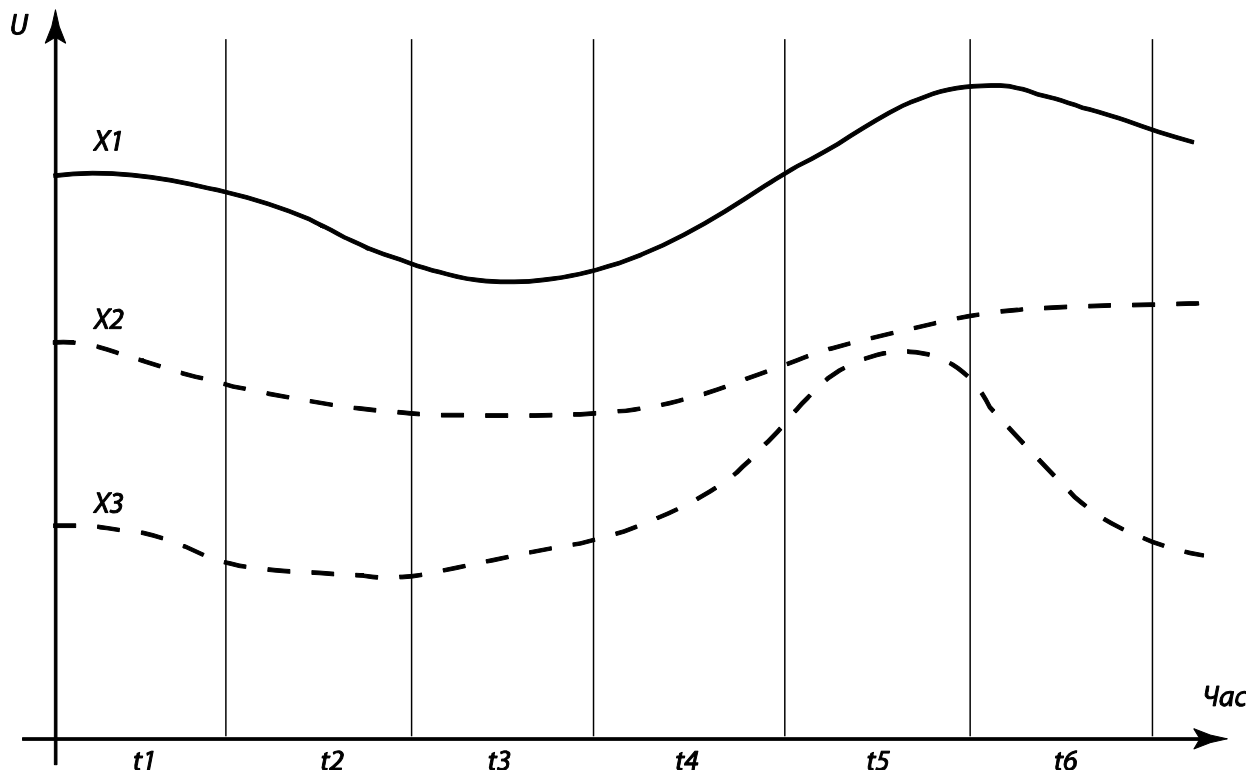


Рис. 7.1. – Зміна залежних корисностей у часі

Теорія експериментальної корисності оперує також із близьким поняттям відокремленості в часі.

3. Міжперсональна порівняльність

Нехай проводиться вимірювання повної корисності особи за двох різних соціальних умов. Оскільки припускається, що для кожної людини більша повна корисність означає кращу спільноту, то приходимо до висновку, що коли в спільноті A кожен має хоча б таку саму повну корисність, як у спільноті B , і принаймні одна особа в спільноті A має більшу корисність, ніж у B , то буде обрано спільноту A . Проте, якщо в конфлікті існує дві думки, то, навіть знаючи загальну повну корисність будь-кого, не можна прийняти рішення щодо результатів. Якщо декому краще в спільноті A , ніж у B , а комусь іншому краще в спільноті B , ніж у A , немає впевненості в тому, що оптимальний повний розподіл належить спільноті B . Можна було б припустити, що кожен має таку функцію корисності, для якої реалізація переваги менша за додаткову одиницю корисності, або що певні потреби фундаментальніші, ніж інші.

Мета теорії корисності, як і «сильної» теорії експериментальної корисності, – знайти об'єктивний показник ступеня «добробуту», що означає об'єктивно краще чи гірше виконання певних дій. Це стосується щонайменше двох критеріїв:

- бажаний показник ступеня слід вимірювати чи оцінювати так, щоб поліпшити прийняття рішення;
- оцінений у такий спосіб бажаний показник має бути представницьким.

І корисність рішення, і експериментальна корисність пов'язані з першим критерієм. Корисність рішення реалізується через вибір, а експериментальна корисність вимірюється за допомогою психофізичних методів. Тому будь-яке обговорення віддає перевагу другому критерію і визначають, на якій підставі вимірювати корисність, щоб отримати адекватні результати.

7.3. Постулати раціонального вибору в економіці

Один із основних постулатів економічної теорії полягає в тому, що людина робить раціональний вибір. Це означає, що прийняття рішення людиною є результатом упорядкованого процесу мислення. *Корисністю* називають величину, яку особа з раціональним економічним мисленням максимізує в процесі вибору, тобто, іншими словами, *корисність* – це уявна міра психологічної та споживчої цінності благ.

Можна навести багато прикладів того, що є благом для окремої особи, але з погляду суспільства таким не є (зокрема, для наркоманів зілля – благо, а для суспільства – велике зло). У зв'язку із запитаннями такого типу виникає проблема: чи потрібно обмежувати особу в можливості обрання благ (скажімо, за допомогою медичних чи інших рецептів)? Для врахування таких випадків у різних країнах діють свої закони та приписи.

Натомість корисність розглядають як властивість блага, завдяки якому особа обирає його для себе. Звичайно, можна вимірювати фізичні, хімічні й інші природні властивості благ, але не можна безпосередньо «вимірювати» корисність. В основному, блага можна класифікувати за різними ознаками

(наприклад, за здатністю задовольняти потреби особи – матеріальні та духовні, за способом виникнення – природні та вироблені). Зрозуміло, що більшість благ є лише в обмеженій кількості, і власне ці блага є економічними. Очевидно, що саме такими є виготовлені блага, інакше не було б сенсу продукувати їх. Однак, і природні блага (вода, ліс, корисні копалини) у багатьох випадках теж є економічними. Навіть повітря – економічне благо, тому що його кількість у чистому вигляді обмежена, і людство витрачає кошти для збереження й очищення повітря.

Вважають, що зі зростанням кількості блага діє закон зменшення граничної корисності (закон Гонеса), тобто по суті зі збільшенням кількості блага його гранична корисність зменшується. Правдивість цього постулату підтверджують спостереження за споживачами. Коли щось є благом для людини, і цього блага в неї немає, то вона відчуває постійну потребу в ньому. Перша «порція» блага надає найбільше задоволення, а кожна наступна «порція», що має той самий обсяг, – усе менше задоволення.

Поведінка споживача на ринку товарів і послуг залежить від таких обставин:

- можливості благ;
- не насиченості;
- транзитивності;
- незалежності;
- взаємної заміності та взаємного доповнення благ;
- досконалої конкуренції;
- докладної інформації;
- обмеженості доходу;
- максимізації корисності.

7.4. Парадокси економічного вибору

Парадокс Адама Сміта. Найцікавіше запитання наступне: від чого залежить ціна блага для споживача? Відповідь нібито лежить на поверхні.

Звичайно, від корисності, і це природно – чим вища корисність блага, тим більше людина готова заплатити за нього.

Це твердження ставить під сумнів парадокс А. Сміта: *Що корисніше для людини – вода чи алмаз?* Немає сумніву в тому, що вода. Без неї людина гине, а без алмазу може жити, хоча він значно дорожчий, ніж вода. А. Сміт розв'язав цей парадокс так: *Води багато, а алмазів мало, тому вони трапляються набагато рідше, ніж вода.* Безумовно, корисність усієї води більша, ніж корисність усіх алмазів, і якщо людину поставити перед вибором «вода чи алмази», вона обере воду й буде готова заплатити за неї найвищу ціну, тому що це ціна її життя. Проте, коли говорять про одиницю води й одиницю алмазу, постає зовсім інший вибір: скільки людина готова заплатити за додатковий літр води та додатковий карат алмазів. Зазвичай їй доступно багато води та мало алмазів, а тому вона згодна платити значно вищу ціну за алмази. Якщо ж ми змінимо умови вибору, уявивши, що людина перебуває в пустелі та не має ні води, ні алмазів, і їй запропонують літр води чи алмаз, то, зрозуміло, що в такому випадку вибір буде зроблений на користь води. Висновок із парадокса А. Сміта полягає в тому, що ціна одиниці блага для споживача залежить від граничної корисності.

Парадокс Карла Менгера. Припустимо, що в пустелі живе самітник, який час від часу відвідує інших людей, щоб придбати в них харчі. Основа його харчування – зерно, якого він може придбати від одного до п'яти мішків залежно від ціни на ринку. Корисність першого мішка – це ціна життя самітника, тому що придбавши його, він зможе прожити до наступної поїздки. Корисність другого мішка – це сите життя, удосталь хліба. Третій мішок він може використати для того, щоб виростити поросля й отримати м'ясо, а з четвертого зварити пиво. П'ятий мішок потрібен йому для того, щоб годувати пташок. Запитання таке: від корисності якого мішка залежить ціна, котру готовий заплатити самітник на ринку за кожен із п'яти мішків зерна?

Зрозуміло, що ціна на ринку не залежить від самітника. Якщо вона висока, то за єдиний мішок він готовий віддати все, що в нього є, тому що ціна

– його життя. Коли ж ціна на ринку менша, то й оцінка самітником корисності кожного наступного мішка зменшується.

Як самітник оцінює корисність мішка, придбавши певну їх кількість? Відповідь очевидна. Оскільки на ринку всі мішки коштують однаково, то самітник заплатив одну й ту саму ціну за кожен із них, і корисність усіх мішків однакова. Так, якщо він купив п'ять мішків, то корисність будь-якого з них залежить для нього від корисності п'ятого мішка (задоволення годувати пташок), тобто граничної корисності п'яти мішків. Отже, ціна, яку споживач готовий заплатити за одиницю певного блага, залежить від граничної корисності цього блага.

Гроші самі собою не задовольняють ніяких потреб людини, але за них можна придбати блага, що мають певну корисність. Тому корисність певної суми грошей дорівнює корисності благ, які можна придбати за них. Функція корисності грошей така сама, як функція корисності блага: 1000 грн дуже корисні для того, у кого немає грошей, і майже нічого не варті для мільйонера.

Парадокс перерозподілу благ. Перерозподіл благ усередині суспільства за егалітарним принципом – «зрівнялівка» - зумовлює парадокс зрівняльного розподілу, який теж ґрунтується на властивості зменшення граничної корисності зі збільшенням кількості блага.

Нехай суспільство складають дві особи, є одне-єдине благо, і функції корисності цих осіб ідентичні (рис. 7.2). Нехай Q_1 – кількість блага, отриманого першою особою, а Q_2 – другою. Перерозподілимо благо так, щоб і першій, і другій особі дісталось середнє значення

$$Q_m = \frac{Q_1 + Q_2}{2}.$$

Тоді перша особа одержить додатково $\Delta Q = Q_m - Q_1$ блага, а друга – стільки ж утратить. Приріст корисності для першої особи становитиме U_1^L , а корисність другої зменшиться на U_2^L . Внаслідок властивості зменшення граничної корисності блага за збільшенням його кількості приріст корисності дорівнюватиме $U_1^L - U_2^L > 0$, тобто в результаті зрівняльного перерозподілу загальна сумарна корисність зросте. Отже, висновок про те, що «зрівнялівка»

збільшує сумарну корисність, безперечний. У цьому випадку частину благ забирають у того, у кого їх багато, і віддають тим, у кого їх менше.

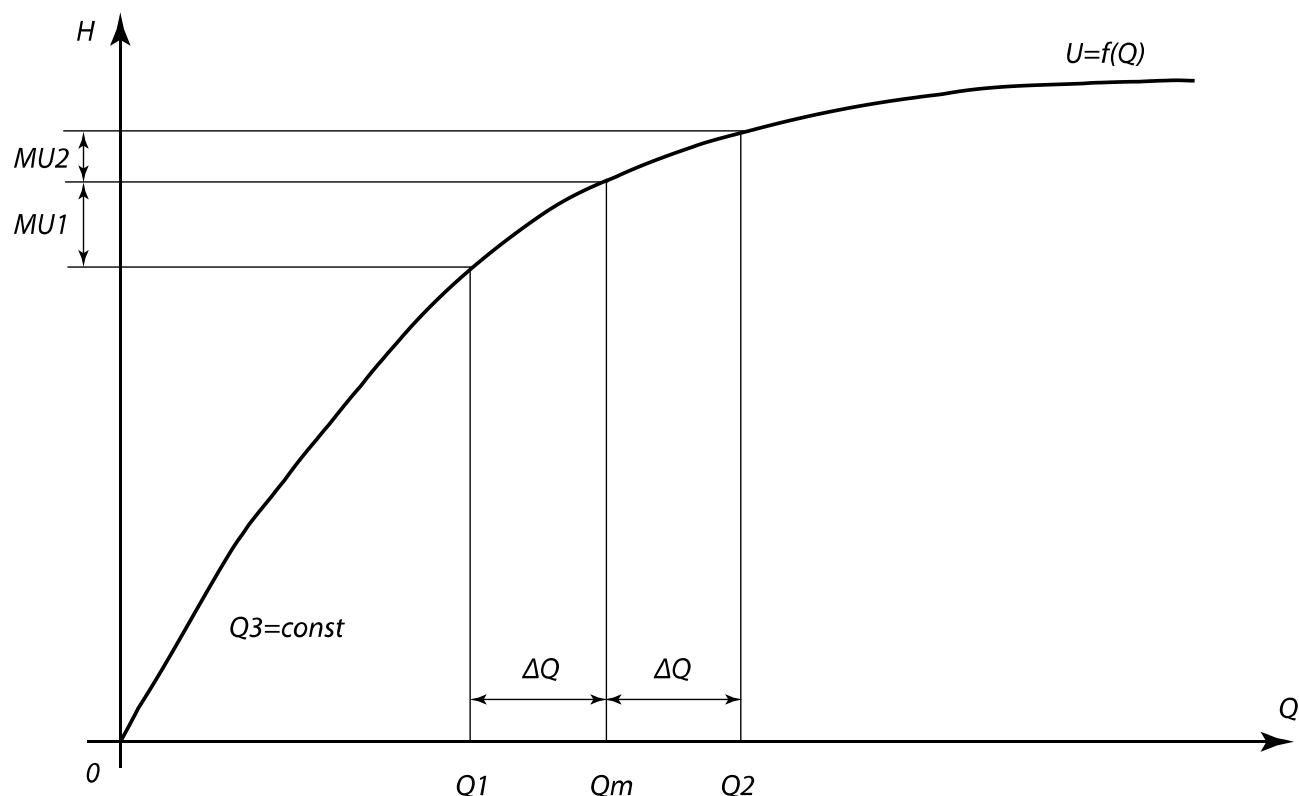


Рис. 7.2. – Зрівнялівка, парадокс перерозподілу благ

Оскільки гранична корисність благ для багатих мала, а для бідних – достатньо велика, то перерозподіл збільшує сумарну корисність благ. Однак, у випадку «досконалого» перерозподілу благ, тобто за принципом «зрівняти всіх», най здібніші особи втрачають мотивацію заробити більше грошей, що врешті-решт призводить до зубожіння суспільства.

Оптимальний набір благ. В більшості випадків споживач потребує не одного блага, а декількох – їх набору. Він змушений робити вибір за умов обмеженого бюджету, щоб максимізувати сумарну корисність. Стратегія поведінки споживача за умови, що він набуває блага невеличкими кроками, витрачаючи на кожному з них по одній грошовій одиниці, подається наступною послідовністю дій.

На першому кроці споживач купує порцію першого блага, внаслідок чого його гранична корисність зменшується. Якщо вона залишилася більшою, ніж для другого блага, то споживач повторює процедуру, поки гранична корисність першого блага не зрівняється з граничною корисністю другого. Починаючи з

цього моменту споживач купуватиме перше та друге благо разом, поки гранична корисність на одиницю ціни для цих благ не зменшаться до рівня третього блага і так далі, поки не використає споживач свій бюджет. Після завершення цієї процедури граничні корисності придбаних благ на одиницю ціни будуть однакові.

Позначимо $i = 1, \dots, n$ – індекс блага з набору користувача; n – загальна кількість видів благ у наборі користувача; Q_i – кількість i –го блага в наборі, (Q_1, \dots, Q_n) – набір благ; c_i – ціна i –го блага в наборі; C – бюджет споживача, тобто певна сума грошей, яку він може витратити; U_i^L – гранична корисність одиниці (наприклад, кілограма, метра) i –го блага; U_i^L / c_i – гранична корисність одиниці i –го блага, яку можна придбати за грошову одиницю. Отже, споживач має придбати набір благ із найбільшою корисністю, якщо в нього є сума грошей C . Стан споживача перед початком процедури відображається співвідношенням

$$\frac{U_1^L}{c_1} \geq \frac{U_2^L}{c_2} \geq \dots \geq \frac{U_n^L}{c_n}.$$

Після завершення придбання благ отримуємо співвідношення

$$\frac{U_1^L}{c_1} = \frac{U_2^L}{c_2} = \dots = \frac{U_k^L}{c_k},$$

що описує стан рівноваги споживача на ринку споживання (другий закон Госена). Якщо бюджет достатній для придбання всіх товарів, то $k = n$, а у протилежному випадку – всі інші блага, що залишилися, не входять до набору споживача.

7.5. Раціональний вибір і поведінка децидента

Парадокс Алле

Французький учений Алле запропонував розглянути лотерею. На рис. 7.3 децидент може обрати одну альтернативу з двох: отримати 1 млн (альтернатива A) чи згодитись на лотерею, у якій імовірність виграшу 5 млн становить 0,10; 1 млн – 0,89, а ймовірність не виграти нічого – 0,01 (альтернатива B). Переважна

більшість людей обере альтернативу A , хоча середній виграш для альтернативи B більший. Оскільки максимально можливий виграш становить 5 млн, а мінімальний – 0, то $U(5) = 1$ та $U(0) = 0$, а невідоме значення корисності $U(1) = U$. Оскільки в цьому випадку переважна більшість віддасть перевагу альтернативі A , то

$$U > 0,1 \times 1 + 0,89 \times U,$$

тобто $U > 10/11$.

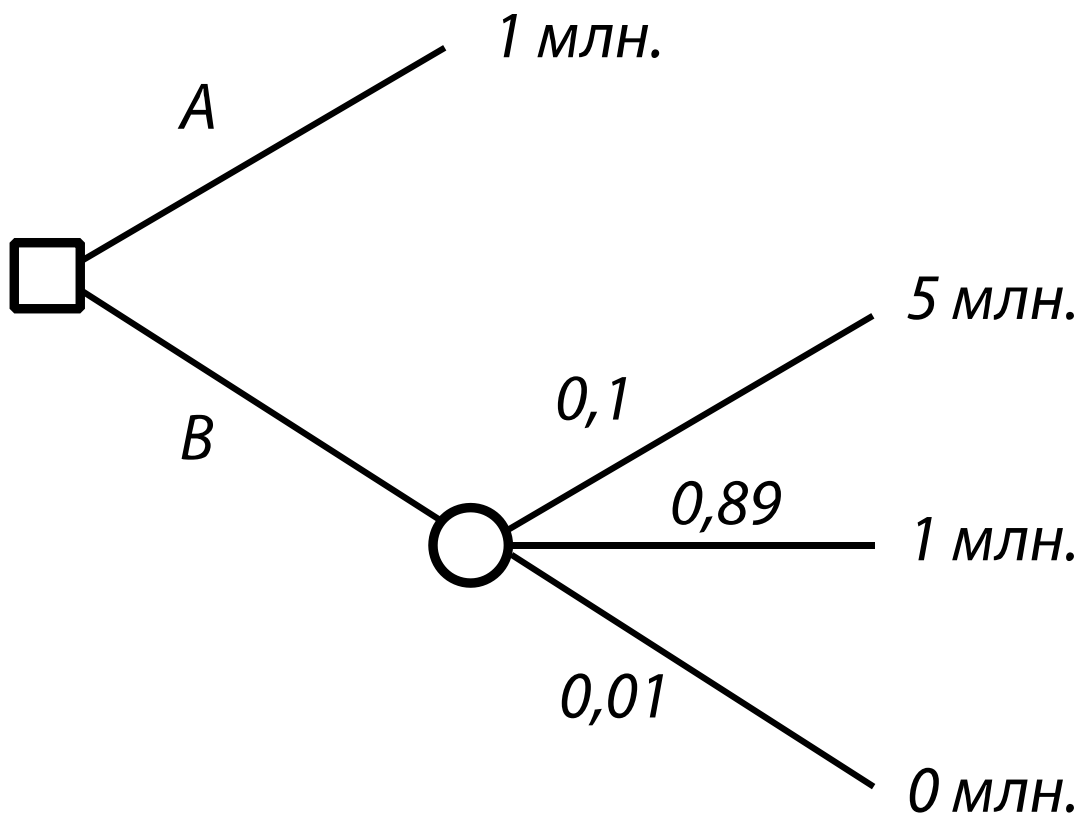


Рис. 7.3. – Парадокс Алле

Дилема генерала

Один із найвідоміших прикладів нерациональної поведінки особи – «дилема генерала», суть якої є наступною. Генерал програв війну та хоче вивести своє військо (600 осіб) із території противника. Він може зробити це однією з двох доріг, і попередня розвідка дала інформацію про очікувані втрати в разі обрання зазначених маршрутів. Можливості виведення війська проілюстровано на рис. 7.4, на якому їх подано в еквівалентному із погляду корисності варіантах людей a (у вигляді виграшів) і b (у вигляді втрат).

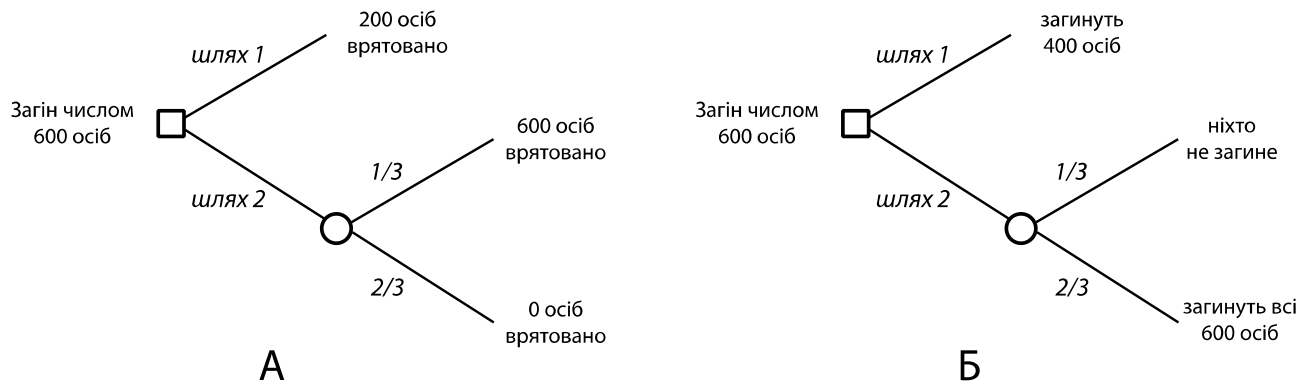


Рис. 7.4. – Дилема генерала

У випадку, коли для оцінювання пред'явлено рис. 7.4. А, більшість осіб обирають шлях 1, уникаючи лотереї, у якій можуть загинути всі. Якщо для оцінювання взяти рис. 7.4. Б, більшість оберуть шлях 2, де із імовірністю 1/3 можна зберегти весь особовий склад.

На основі багатьох експериментів було визначено основні евристики, які допомагають зрозуміти причини відхилень осіб від раціональної поведінки: твердження за представництвом, за кількістю подій, за точкою відліку, над довіра, прагнення до уникнення ризику. Вивчення цих евристик дозволило сформулювати основні причини нераціональності поведінки осіб-децидентів:

- недостатня інформованість децидента в процесі вибору рішення;
- недосвідченість децидента, який навчається, а тому змінює свої переваги;
- прагнення децидента знайти рішення, оптимальне за декількома критеріями, які впорядковано за важливістю, і неспроможність зробити це;
- відмінність між часом, об'єктивно потрібним для реалізації, і тим, який запланував децидент.

Питання для самоконтролю

1. Опишіть суть обмежень основної моделі корисності.
2. Розкрийте суть одного із парадоксів економічного змісту.
3. Опишіть види корисностей та порівняйте їх.

8. Психолінгвістичні аспекти прийняття рішень

Однією з найактуальніших і важливих проблем в ухваленні рішень є проблема організації системи опрацювання інформації людиною, якою займається когнітивна психологія. Розрізняють три основні етапи опрацювання інформації у пам'яті людини: отримання інформації із зовнішнього світу (кодування); збереження інформації у пам'яті (зберігання); отримання інформації із пам'яті (витягання). Великий вплив на поведінку децидента виявляє його вміння перетворювати початкову інформацію, творчо формувати структурні одиниці інформації з початкового матеріалу, використовувати чанки, відкладені раніше у довготривалій пам'яті.

8.1. Дослідження довготривалої пам'яті

У сучасному, швидкоплинному світі навантаження на людську систему опрацювання інформації різко зросло. Необхідно ухвалювати складні рішення з урахуванням багатьох обставин при значному рівні невизначеності наслідків. Ухвалені рішення швидко втрачають вагу. Всі ці обставини мають наслідком помилкові рішення, що приймаються децидентом. Природні евристики і інтуїція децидента виявляються недостатніми для ухвалення розумових рішень. Крім того, децидент, як і будь-яка людина, іноді може зробити помилку від неувважності або недбалості.

Хоча ухвалення рішень здійснюється в основному у короточасній пам'яті, між двома видами пам'яті відбувається постійний обмін інформацією. Потрібен певний час, щоб інформація, яка надійшла з короткотривалої пам'яті, закріпилася у довготривалій, але після етапу закріплення вона може зберігатися там дуже довго. Можна припустити, що ми зберігаємо у мозку величезну кількість інформації, але не завжди можемо знайти «ключик від скрині», де зберігається ця інформація. Довготривала пам'ять також бере участь в ухваленні людиною рішень, постачаючи до короткотривалої пам'яті необхідні

факти, знання і вміння. Так само, як і в короткотривалій пам'яті, у довготривалій можна виділити три етапи опрацювання інформації: **кодування – зберігання – витягання**.

1. Кодування. Переважаючим способом кодування інформації для вербального матеріалу є смислове кодування. Це означає, що найчастіше ми не запам'ятовуємо інформацію дослівно. Ми пам'ятаємо її основний зміст.

2. Зберігання. Існує багато різних і достатньо складних моделей довготривалої пам'яті. Кожна з них відповідає певній частині існуючих експериментальних даних. З погляду проблем ухвалення рішень найпривабливішою видається модель, що ґрунтується на *семантичній близькості*. У цій моделі семантичний клас може бути представлений у довготривалій пам'яті як набір атрибутів або ознак. Кожен об'єкт представляється точкою у просторі ознак, причому близьким об'єктам відповідають близькі відстані в цьому просторі.

Інша поширена модель є *ієрархічною*. Люди краще запам'ятовують інформацію і рідше її забувають, якщо відомості впорядковані від загальніших до часткових. Наприклад, зручно зберігати інформацію про живих істот, розрізняючи їх за класами ссавців, птахів, плазунів, земноводних, риб тощо. Ми також можемо розрізняти різні групи птахів щодо місць їх розташування, за поведінкою.

3. Видобування інформації. При ухваленні рішень ми переносимо з довготривалої пам'яті у короткочасну необхідну інформацію, якщо ж, звичайно, ми її не забули. Довготривала пам'ять схожа на велику енциклопедію, яка створюється одночасно з вмінням робити вибірки за індексами. На відміну від звичайних енциклопедій людська пам'ять дозволяє робити вибірки за індексами абсолютно різного характеру.

8.2. Особливості отримання інформації від експертів

Розглянемо особливості процесу отримання первісної інформації, вважаючи його процесом отримання знань від експертів чи інших джерел знань. В цьому процесі найчастіше виникають наступні проблеми:

- організаційні неузгодження;
- невдалий спосіб отримання інформації, що не співпадає зі структурою знань в даній предметній області;
- неадекватна модель (мова) для представлення знань;
- невміння налагодити контакт із джерелом знань (експертом);
- термінологічний різнобій;
- відсутність цілісної системи знань в результаті видобування лише фрагментів;
- спрощення і ущільнення «картини світу» експерта.

Отримання первинної інформації – знань – повинен займатися експерт-аналітик, а не експерт із предметної області, з наступних причин.

1. Більша частина знань експерта з предметної області – це результат численних нашарувань, рівнів досвіду. І часто знаючи, що із A випливає B , експерт не усвідомлює, що ланцюжок його можливо інтуїтивних міркувань був значно довший, наприклад: $C \Rightarrow D, D \Rightarrow A, A \Rightarrow F, F \Rightarrow B$.

2. Мислення є значною мірою процесом діалогічним, і саме тому діалог аналітика та експерта є найприроднішою формою «розшифрування» лабіринтів пам'яті експерта, в котрих зберігаються знання, що частково несуть невербальний характер, тобто висловлюються не у вигляді слів, а у формі, наприклад, наочних образів. І власне у процесі пояснення аналітикові експерт накладає на ці розмиті асоціативні образи чіткі словесні наліпки, тобто вербалізує знання.

3. Експерту значно важче створити модель предметної області внаслідок тієї глибини і неозорості інформації, якою він володіє. Численні причинно-наслідкові зв'язки реальної предметної області утворюють складну

систему, з котрої аналітику, що володіє системною методологією, виділити «скелет» або головну структуру в багатьох випадках простіше.

Отримання інформації – це особливий вид спілкування, в якому інформаційний аспект є найважливішим для аналітика з практичної точки зору. Відомо, що втрати інформації при розмовному спілкуванні є значними, тому розглядають проблему збільшення інформативності аналітика та експерта за рахунок використання психологічних знань.

Структурна модель спілкування при отриманні інформації є наступною: спілкування (партнери); засоби спілкування (процедура); предмет спілкування (знання). У відповідності до цієї структурної моделі виділяється три «прошарки» психологічних проблем: контактний, когнітивний та процедурний, що виникають при видобуванні знань.

Проблеми процедурного прошарку торкаються реалізації процедури отримання інформації. У цьому випадку недостатньо проникливості, корисної для розв'язання проблеми контакту, тут необхідні знання. Розглянемо загальні закономірності проведення процедури.

Ситуація спілкування. Бесіду з експертом краще проводити у невеликому приміщенні один на один. Освітлення, тепло, затишок впливають безпосередньо на настрій. Американський психолог І. Аватер вважає, що для ділового спілкування найзручнішою є дистанція від 1,2 до 3 метрів. Реконструкція власних роздумів – нелегка праця, і тому тривалість одного сеансу зазвичай не перевищує 1,5–2 години. Ці дві години краще одрати у першій половині дня (наприклад, із 10 до 12 години). Взаємна втомлюваність партнерів надходить звичайно за 20-25 хвилин, тому потрібні паузи.

Використання наочного матеріалу. Незалежно від методу отримання інформації, обраного у конкретній ситуації, його реалізація можлива різними способами. Наприклад, можна враховувати широко відому класифікацію людей, що займаються інтелектуальною діяльністю, на тип «художника» та «мислителя». Важливо, що визначивши тип експерта, аналітик зможе плідніше використовувати будь-який із методів видобування, знаючи, що люди

художнього типу легше сприймають зорову інформацію у формі малюнків, графіків, діаграм, оскільки ця інформація сприймається першою сигнальною системою. І, навпаки, експерти-мислителі краще розуміють мову формул та текстову інформацію.

Довжина фраз. Будь-яка особа має свою унікальну манеру спілкування. Одні говорять швидко, інші повільно; одні голосно, інші тихо і т.д. Стиль розмови практично змінити неможливо – він закладається в людині у ранньому дитинстві. Однак отримання інформації – це професійна розмова, і на її успішність впливає також довжина фраз фахівця. Цей факт був встановлений американськими вченими – лінгвістом Інґве та психологом Міллером при проведенні дослідження про причини низької засвоєваності команд на військово-морському флоті США. Причина була в довжині команд. Виявилось, що людина найкраще сприймає команди глибиною (чи довжиною) 7 ± 2 слова. Це число (7 ± 2) отримало назву число Інґве-Мілера. Його можна вважати мірою «розмовності» мови. Досвідчені лектори використовують у лекції в основному короткі фрази, зменшуючи втрату інформації з 20...30% (у поганих лекторів) до 3...4%.

Невербальна компонента спілкування. Отримання інформації відбувається найчастіше у процесі спілкування (комунікації). Більша частина інформації надходить у формі речень певною мовою. Однак зовнішня мова експерта є відтворенням його внутрішньої мови (мислення), котра є значно багатшою та багатостороннішою. Для передавання цієї внутрішньої мови експерт використовує і невербальні засоби, такі як: інтонація, міміка, жести. Досвідчений фахівець нотує (у формі ремарок) цю додаткову інтонацію.

Протоколювання результатів. Необхідність фіксування перебігу процедури отримання інформації ні в кого не викликає сумнівів. Постає питання: У якій формі це робити? Можна запропонувати три способи протоколювання результатів.

- Записування на папір безпосередньо підчас розмови (недоліки – це часто заважає ходу бесіди, крім того, важко встигати записувати все, навіть при наявності навичок стенографії).

- Диктофонний запис, що допомагає аналітикові проаналізувати весь хід сеансу і свої помилки (недолік – може сковувати експерта).

- Запам'ятовування з подальшим записом відразу ж після бесіди (недолік – підходить лише для аналітиків із блискучою пам'яттю).

З позиції когнітивної психології фахівцеві доцільно дотримуватись наступних рекомендацій.

1. Не нав'язувати експерту ту модель представлення, котра йому (аналітикові) зрозуміліша і природніша.

2. Намагатися виявити різноманітні форми семантичної репрезентації, враховуючи, що вони можуть суттєво відрізнятись у різних експертів.

3. Використовувати різноманітні методи роботи з експертом, виходячи з того, що метод повинен пасувати до експерта.

4. Чітко усвідомлювати мету процедури отримання інформації або її головну стратегію, котра може бути визначена як виявлення основних понять предметної області і відношень, що їх пов'язують. Поняття та відношення – це «цеглинки» будь-якої форми семантичної репрезентації.

5. Частіше малювати схеми, що відображають викладення міркувань експерта. Це пов'язано з образною репрезентацією інформації в пам'яті людини. Наприклад: а) експерт викладає свої міркування; б) аналітик малює схему або картинку, що відповідає його розумінню розповіді експерта; в) аналітик відтворює міркування експерта, дивлячись за малюнком; г) експерт виправляє аналітика (вербально); г) аналітик виправляє малюнок і т.д.

6. Враховувати, що на ефективність процедури отримання нечіткої інформації впливає форма запитання. Аналітик повинен розуміти, що при тій чи іншій формі запитання він може спростити (або ускладнити) порівняння об'єктів. Особлива проблема для аналітика – це впевнитися, якою ж повинна бути форма запитання, тобто фактично мова йде про конструювання інтерв'ю.

Це все в свою чергу тісно пов'язане з азами психологічної культури, котра включає розуміння і знання себе та інших людей; адекватну самооцінку та оцінку інших людей; саморегулювання внутрішнього психологічного стану.

8.3. Способи отримання інформації

Методи одержання інформації в експертів:

I. Комуникативні методи

1. Пасивні

- Спостереження
- Протокол «думок вголос»
- Лекції

2. Активні

- Багатоособові
 - А) «Мозковий штурм»
 - Б) Круглий стіл
 - В) Рольові ігри
- Індивідуальні
 - А) Анкетування
 - Б) Інтерв'ю
 - В) Експертні ігри
 - Г) Діалог

II. Текстологічні методи

- 1.** Аналіз підручників
- 2.** Аналіз літератури
- 3.** Аналіз документів

Активні індивідуальні методи отримання інформації є найрозповсюдженішими. До основних активних методів належать: анкетування, інтерв'ю, вільний діалог, ігри з експертом. Всі запитальні речення можна розбити на два типи:

1. Запитання із невизначеністю, що стосується речення загалом («Чи справді ... може викликати ...?»);
2. Запитання із неповною інформацією («За яких умов необхідно ...?»), часто починаються зі слів «хто», «що», «коли» і т.д.

Запитання бувають:

1. За формою:
 - Відкриті або закриті
 - Особові або безособові
 - Прямі чи непрямі
 - Вербальні чи із використанням наочного матеріалу.
2. За функцією:
 - Зондуючі
 - Контрольні
 - Діалог.
3. За дією:
 - Нейтральні
 - Провокаційні.

Питання для самоконтролю

1. Опишіть основні етапи опрацювання інформації.
2. Охарактеризуйте структурну модель спілкування при отриманні інформації.
3. Класифікуйте методи отримання інформації.
4. Охарактеризуйте основні рівні спілкування.
5. Перерахуйте проблеми отримання первісної інформації від експертів.

Список використаної літератури

1. Васильченко І.П. та ін. Вища математика: основні означення, приклади і задачі. Навч посібник: У двох книгах. Книга 2/ І.П. Васильченко, В.Я. Данилов, А.І. Лобанов, Є.Ю. Таран. – друге видання зі змінами. – К.: Либідь, 1994. – 280 с.
2. Величко О.М. Опрацювання інформаційного потоку взаємодією елементів друкарського контакту: Монографія. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2005. – 264 с.
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. II. Учеб. пособие для вузов. – 5-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 1997. – 416 с.
4. Дмитриенко В. Д. Введение в теорию и методы принятия решений. Учеб. пособие/ В.Д. Дмитриенко, В.А. Кравец, С.Ю. Леонов. – Нац. техн. ун-т «Харьк. политехн. ин-т». – Х., 2008. – 141 с.
5. Катренко А.В. Теорія прийняття рішень. Підручник/ А.В. Катренко, В.В. Пасічник, В.П. Пасько. – К.: ВНУ, 2009. – 448с.
- 6. Кушлик-Дивульська О.І. Теорія ймовірностей та математична статистика: [навч. посіб.] / О.І. Кушлик-Дивульська, Н.В. Поліщук, Б.П. Орел, П.І. Штабальок. – Вид. 2-ге, випр. і доп. – Київ, НТУУ «КПІ», 2012. – 220 с.
7. Кушлик Б.Р. Фактори впливу на надійність технологічного процесу/ Б.Р. Кушлик // Тези доповідей II міжнародної науково-практичної конференції студентів, магістрів та аспірантів «Квалілогія книги». – Львів: УАД, 2010. – С. 88-90.

Зміст

Передмова.....	3
Розділ I. Загальні аспекти прийняття рішень.....	4
1. Рішення. Концепція прийняття рішення.....	4
1.1. Рішення. Класифікація рішень.....	4
1.2. Послідовність і зміст основних етапів процесу прийняття рішень (ППР).....	7
1.3. Графічне зображення проблемної ситуації.....	9
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>12</i>
2. Бінарні відношення.....	12
2.1. Способи перетворень бінарних відношень і дії над ними.....	12
2.2. Властивості та основні типи бінарних відношень.....	15
2.3. Подання системи переваг бінарними відношеннями.....	18
2.4. Структура «домінування – байдужість».....	21
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>22</i>
3. Метризовані відношення та експертні оцінювання.....	22
3.1. Шкали вимірювання переваг.....	23
3.2. Середні величини.....	24
3.3. Методи експертного оцінювання.....	29
3.4. Методи якісного оцінювання переваг.....	33
3.5. Методи отримання кількісних експертних оцінок.....	35
3.6. Методи оцінювання компетентності експерта.....	38
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>39</i>
Розділ II. Прийняття рішень за умов багатокритеріальності та в умовах невизначеності.....	40
4. Метод аналітичної ієрархії (MAI).....	40
4.1. Ієрархії та пріоритети.....	40
4.2. Обґрунтування методу аналітичної ієрархії.....	43
4.3. Побудова ієрархії MAI.....	47
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>53</i>

5. Ризики в прийнятті рішень.....	53
5.1. Поняття та джерела невизначеності.....	53
7.1. Невизначеності в задачах прийняття рішень.....	54
7.2. Небезпека та ризик.....	57
7.3. Класифікація ризиків.....	57
7.4. Методи оцінювання ризиків.....	60
7.5. Розподіл планування ризиків і керування ризиками.....	61
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>62</i>
6. Моделі та методи прийняття рішень в умовах невизначеності.....	63
7.6. Задача прийняття рішень в умовах невизначеності.....	63
7.7. Критерії прийняття рішень в умовах невизначеності.....	64
7.8. Метод дерева рішень.....	69
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>71</i>
8. Концепція корисності та раціональний вибір.....	71
8.1. Основна модель корисності в економіці.....	71
8.2. Види корисності.....	73
8.3. Постулати раціонального вибору в економіці.....	76
8.4. Парадокси економічного вибору.....	77
8.5. Раціональний вибір і поведінка децидента.....	81
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>83</i>
8. Психолінгвістичні аспекти прийняття рішень.....	84
8.1. Дослідження довготривалої пам'яті.....	84
8.2. Особливості отримання інформації від експертів.....	86
8.3. Способи отримання інформації.....	90
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>91</i>
Список використаної літератури.....	92