

## **Системні моделі виробничого кластеру будівельної логістики «можливості-обмеження-комунікації»**

В даному підрозділі будуть розглянуті найбільш важливі приклади ускладненої постановки транспортної задачі стосовно питань оптимізації перевезень і розглянута методика приведення поставлених задач до типу і форми транспортних з тим, щоб рішення могло бути виконано за допомогою транспортних алгоритмів.

Для вирішення цілого ряду економічних завдань транспортні алгоритми виявляються неприйнятними, а симплексний метод призводить до досить трудомістких обчислень. У цих випадках можуть виявитися корисними і раціональніші видозмінені постановки транспортної задачі. Рішення виконується за допомогою теорії графів.

Загальна постановка завдання управління матеріальними потоками в транспортних системах для планування забезпечення будівельного виробництва в розглянутих прикладах, передбачала, що з будь-якого пункту виробництва в будь-який пункт споживання може бути перевезена будь-яка кількість продукції (будівельних ресурсів), на прикладі залізобетонних конструкцій [57,93].

В той же час досить широка сфера застосування транспортних алгоритмів обумовлює необхідність складніших постановок транспортного завдання і її видозміни. Інша постановка завдання може зажадати і інші способи її рішення. Проте в більшості випадків зміни формулювання транспортного завдання викликають необхідність перетворення первинної моделі і початкової матриці, а самі алгоритми рішення залишаються тими ж [80].

У цілому ряді випадків оптимізації планування розподілу продукції, а саме рух матеріально-ресурсного потоку, доводиться враховувати обмежені можливості транспортних шляхів і засобів. Це може мати місце і при плануванні перевезень по регіональних дорогах і підприємств (Запорізькій

області) як усередині підприємств, так і між підприємствами комплексу. Тому в математичну модель завдання введені додаткові обмежувальні умови, що враховують можливість транспортних шляхів і засобів [80]:

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (3.17)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.18)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.19)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (3.20)$$

Якщо позначити транспортні можливості між пунктами  $i$  та  $j$  через  $d_{ij}$ , то кількість вантажу  $x_{ij}$ , яке може бути перевезене по цьому напрямку за планований період часу, не повинна перевищувати транспортних можливостей, тобто [80]:

$$x_{ij} \leq d_{ij}. \quad (3.21)$$

Тоді обмеження (3.20), (3.21) об'єднуються і модель завдання ускладнюється двосторонніми обмеженнями на змінні:

$$0 \leq x_{ij} \leq d_{ij}. \quad (3.22)$$

При цьому загальна транспортна можливість доріг, сполучаючих  $i$ -го пункту виробництва з усіма  $n$  пунктами споживання, має бути рівна або більше кількості продукції, призначеної до постачань з цього  $i$ -го пункту всім  $n$  споживачам:

$$\sum_{j=1}^n d_{ij} \geq a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (3.23)$$

Загальна ж транспортна можливість доріг, сполучаючи  $j$ -го пункт споживання з усіма  $m$  пунктами виробництва, має бути рівна або більше кількості продукції, яку потрібно поставити в цей  $j$ -го пункт від усіх  $m$  постачальників, тобто:

$$\sum_{i=1}^m d_{ij} \geq b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.24)$$

Існують різні підходи до рішення цієї задачі. Розглянемо найбільш простий з них.

Шляхом деяких перетворень умов її можна звести до типу звичайного транспортного завдання. Для цього пункт виробництва (постачальника  $i$ ) або споживання (споживач  $j$ ), для яких в умові обмежені транспортні можливості розбивається на два умовні пункти. При цьому слід підкреслити; неодмінно один пункт (допустимо, постачальник  $A_i$  розбивається на  $A_i'$  та  $A_i''$ ) [80,93].

Потужність умовного постачальника  $A_i'$  приймається рівній встановленій можливості засобів, що сполучають пункт  $i$  із споживачем  $j$ ,

$$a_i' = d_{ij} \quad (3.25)$$

а потужність умовного постачальника  $A_i''$  - рівній різниці між заданими в умові завдання потужністю постачальника в пункті  $i$  та можливістю засобів між  $i$  - м та  $j$  - м пунктами, тобто

$$a_i'' = a_i - d_{ij} \quad (3.26)$$

При цьому витрати на постачання вантажів з пункту  $i'$  в пункт  $j$  -  $c_{ij}$ , приймаються рівними дійсним витратам  $c_{ij}$ , приведеним в умові завдання. У оптимальному рішенні змінні  $x_{ij}$ , можуть мати будь-яке ненегативне значення від нуля до  $a_i'$  тобто:

$$0 \leq x_{ij} \leq a_i' \quad (3.27)$$

На відміну від них змінні  $x_{i''j}$  в оптимальному рішенні неодмінно мають дорівнювати нулю, оскільки потужність  $a_i''$  характеризує кількість вантажу в пункті  $i$  понад встановлену можливість засобів, що сполучають пункти  $i$  та  $j$ , отже, ця частина вантажу має бути спрямована не  $j$ -му, а будь-якому іншому споживачеві. Для того, щоб в оптимальному рішенні забезпечити значення змінних  $x_{i''j} = 0$ , витрати на постачання вантажу з пункту  $i''$  в пункт  $j$

приймаються рівними  $M$ , тобто  $c_{i'j} = M$  (тут  $M$ -число більше будь-якого скільки завгодно великого числа) [80].

При мінімізації цільової функції (3.17) і коефіцієнтах  $c_{i'j} = M$ , в оптимальному рішенні отримаємо:

$$x_{i'j} = 0$$

Звідси витікає, що

$$x_{ij} = x_{ij} + x_{i'j} = x_{ij} \quad (3.28)$$

Тоді, виходячи з умов (3.13), (3.14), отримаємо:

$$0 \leq x_{ij} \leq d_{ij}$$

Таким чином, об'єм постачання вантажу з пункту  $i$  в пункт  $j$  не перевищить встановленої здатності транспортних засобів, що забезпечують ці пункти. Якщо для якоїсь пари пунктів виробництва  $i$  та споживання  $s$  транспортні можливості не обмежені, об'єм постачання вантажу від постачальника  $A_i$  до споживача  $B_s$  визначиться як сума значень пари відповідних змінних [93]:

$$x_{is} = x_{is} + x_{i's} \quad (3.29)$$

Розглянемо конкретний приклад.

Є завдання, початкові дані якого приведені в таблиці 3.28. У цій же таблиці показаний оптимальний план постачань в припущенні, що пропускні здібності усіх транспортних засобів і шляхів не обмежені.

Таблиця 3.28

Загальна постановка завдання і оптимальний план постачань

Постачальники, заводи будіндустрії	Виробнича потужність, тис. м <sup>3</sup>	Споживачі, будівельні майданчики, тис. м <sup>3</sup>			
		B1	B2	B3	B4
A1	6200	58 2700	65	63 200	54 3300
A2	5600	60	55	56 5600	59
A3	3200	78	60 2500	70 700	66
	15000=15000	2700	2500	6500	3300

$L(x) = 860000$  тис. грн.

Введемо в умову завдання додаткове обмеження типу (3.22). Припустимо, що пропускна спроможність транспортного шляху, що сполучає постачальника  $A_3$  із споживачем  $B_1$  обмежена, і по ньому в планованому періоді можна перевезти не більше 2300 тис.м<sup>3</sup> залізобетону. Тоді в оптимальному рішенні значення змінної  $x_{31}$  повинне задовольняти умовам:

$$0 \leq x_{31} \leq 2300 \quad (3.23)$$

Припустимо, що по інших транспортних зв'язках обмежень немає. Відповідно до цього побудована матриця (табл. 3.28). Подальший розрахунок може бути виконаний за допомогою будь-якого транспортного алгоритму. У таблиці. 3.29 приведена результативна схема постачань, що є оптимальним планом з урахуванням обмеження (3.22).

Введення обмеження по пропускній спроможності транспортних засобів і шляхів викличе зміна плану, при цьому не повинно відбитися на величині цільової функції. І дійсно, в нашому прикладі цільова функція  $L_1 = 860000$  (за планом таблиці 3.28), з введенням обмеження пропускної спроможності однієї лише дороги,  $L' = 860000$  (за планом табл. 3.29).

Таблиця.3.29

Введення обмеження пропускної спроможності

Постачальники, заводи будіндустрії	Виробнича потужність, тис. м <sup>3</sup>	Споживачі, будівельні майданчики, тис. м <sup>3</sup>			
		B1	B2	B3	B4
A1	6200	58	65	63	54
A2	5600	60	55	56	59
A <sub>3</sub> '	2200	78	60	70	66
A <sub>4</sub> "	1000	M	60	70	66
	15000=15000	2700	2500	6500	3300

Проведемо розрахунок за допомогою АВД. Вихідні дані зведемо в таблицю 3.30.

Результати розрахунків приведені в таблиця 3.31. та 3.32:

Таблиця 3.30

Вихідні дані

№ дуги	Поч. вузел	Кінц. вузел	Верх. зд.	Ниж. зд.	Вартість	Потік
1	1	2	6200	0	0	0
2	1	3	5600	0	0	0
3	1	4	2200	0	0	0
4	1	5	1000	0	0	0
5	2	6	9999	0	58	0
6	2	7	9999	0	65	0

Продовження таблиці 3.30

7	2	8	9999	0	63	0
8	2	9	9999	0	54	0
9	3	6	9999	0	60	0
10	3	7	9999	0	55	0
11	3	8	9999	0	56	0
12	3	9	9999	0	59	0
13	4	6	9999	0	78	0
14	4	7	9999	0	60	0
15	4	8	9999	0	70	0
16	4	9	9999	0	66	0
17	5	6	9999	0	9999	0
18	5	7	9999	0	60	0
19	5	8	9999	0	70	0
20	5	9	9999	0	66	0
21	6	10	2700	0	0	0
22	7	10	2500	0	0	0
23	8	10	6500	0	0	0
24	9	10	3300	0	0	0
25	10	1	15000	15000	0	0

Таблиця 3.31

Результати розрахунків

№ дуги	Поч. Вузел	Кінц. Вузел	Верх. Зд.	Ниж. Зд.	Вартість	Потік
1	1	2	6200	0	0	6200
2	1	3	5600	0	0	5600
3	1	4	2200	0	0	2200
4	1	5	1000	0	0	1000
5	2	6	9999	0	58	2700
6	2	7	9999	0	65	0

7	2	8	9999	0	63	200
8	2	9	9999	0	54	3300
9	3	6	9999	0	60	0
10	3	7	9999	0	55	0
11	3	8	9999	0	56	5600
12	3	9	9999	0	59	0
13	4	6	9999	0	78	0
14	4	7	9999	0	60	2200
15	4	8	9999	0	70	0
16	4	9	9999	0	66	0
17	5	6	9999	0	9999	0
18	5	7	9999	0	60	300
19	5	8	9999	0	70	700
20	5	9	9999	0	66	0
21	6	10	2700	0	0	2700
22	7	10	2500	0	0	2500

Продовження таблиці 3.31

23	8	10	6500	0	0	6500
24	9	10	3300	0	0	3300
25	10	1	15000	15000	0	15000

Таблиця 3.32

Значення  $P_i$ :

№ вузла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_i$	0	7	14	0	0	65	60	70	61	70

Цільова функція: 860000

Розшифровка отриманих результатів в програмі "ПОТІК" із застосуванням АВД наведена в таблиці 3.33.

Таблиця 3.33

Оптимальний розподіл матеріального потоку БР

Постачальники, заводи будіндустрії	Виробнича потужність, тис. м <sup>3</sup>	Споживачі, будівельні майданчики, тис. м <sup>3</sup>			
		В1	В2	В3	В4
A1	6200	58 2700	65	63 200	54 3300
A2	5600	60	55	56 5600	59
A <sub>3</sub> '	2200	78	60 2200	70	66
A <sub>4</sub> "	1000	М	60 300	70 700	66

15000=15000	2700	2500	6500	3300
-------------	------	------	------	------

Введемо в умову завдання додаткове обмеження типу (3.22). Припустимо, що пропускна спроможність транспортного шляху, що сполучає постачальника А1 із споживачем В1 обмежена, і по ньому в планованому періоді можна перевезти не більше 3200 тис.м<sup>3</sup> залізобетонних конструкцій. Тоді в оптимальному рішенні значення змінної  $x_{11}$  повинне задовольняти умові:

$$0 \leq x_{11} \leq 3200$$

Припустимо, що по інших транспортних зв'язках обмежень немає. Відповідно до викладеної вище методики побудована матриця (табл. 3.34). Подальший розрахунок може бути виконаний за допомогою будь-якого транспортного алгоритму.

Таблиця 3.34

Введення обмеження пропускної спроможності

Постачальник и, заводи будіндустрії	Виробнича потужність, тис. м <sup>3</sup>	Споживачі, будівельні майданчики, тис. м <sup>3</sup>			
		В1	В2	В3	В4
A <sub>1</sub>	3200	58	65	63	54
A <sub>2</sub>	3000	М	65	63	54
A3	5600	60	55	56	59
A4	3200	78	60	70	66
	15000=15000	2700	2500	6500	3300

Проведемо розрахунок за допомогою АВД. Вихідні дані зведемо в таблицю 3.35.

Результати розрахунків приведені в таблиця 3.36 та 3.37:

Таблиця 3.35

Вихідні дані



№ дуги	Поч. вузел	Кінц. вузел	Верх. зд.	Ниж. зд.	Вартість	Потік
1	1	2	3200	0	0	0
2	1	3	3000	0	0	0
3	1	4	5600	0	0	0
4	1	5	3200	0	0	0
5	2	6	9999	0	58	0
6	2	7	9999	0	65	0
7	2	8	9999	0	63	0
8	2	9	9999	0	54	0
9	3	6	9999	0	9999	0
10	3	7	9999	0	65	0
11	3	8	9999	0	63	0
12	3	9	9999	0	54	0

Продовження таблиці 3.35

13	4	6	9999	0	60	0
14	4	7	9999	0	55	0
15	4	8	9999	0	56	0
16	4	9	9999	0	59	0
17	5	6	9999	0	78	0
18	5	7	9999	0	60	0
19	5	8	9999	0	70	0
20	5	9	9999	0	66	0
21	6	10	2700	0	0	0
22	7	10	2500	0	0	0
23	8	10	6500	0	0	0
24	9	10	3300	0	0	0
25	10	1	15000	15000	0	0

Таблиця 3.36

### Результати розрахунків

№ дуги	Поч. вузел	Кінц. вузел	Верх. зд.	Ниж. зд.	Вартість	Потік
1	1	2	3200	0	0	3200
2	1	3	3000	0	0	3000
3	1	4	5600	0	0	5600
4	1	5	3200	0	0	3200
5	2	6	9999	0	58	2700
6	2	7	9999	0	65	0
7	2	8	9999	0	63	0
8	2	9	9999	0	54	500
9	3	6	9999	0	9999	0
10	3	7	9999	0	65	0
11	3	8	9999	0	63	200
12	3	9	9999	0	54	2800
13	4	6	9999	0	60	0

14	4	7	9999	0	55	0
15	4	8	9999	0	56	5600
16	4	9	9999	0	59	0
17	5	6	9999	0	78	0
18	5	7	9999	0	60	2500
19	5	8	9999	0	70	700
20	5	9	9999	0	66	0
21	6	10	2700	0	0	2700
22	7	10	2500	0	0	2500
23	8	10	6500	0	0	6500
24	9	10	3300	0	0	3300
25	10	1	15000	15000	0	15000

Таблиця 3.37

Вузлові числа

№ вузла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pi	0	7	7	14	0	65	60	70	61	70

Цільова функція: 860000

Розшифровка результату отриманого в програмі "ПОТІК" із застосуванням АВД наведена в таблиці 3.38

Таблиця 3.38

Оптимальний розподіл матеріального потоку БР

Постачальники, заводи будіндустрії	Виробнича потужність, тис. м <sup>3</sup>	Споживачі, будівельні майданчики, тис. м <sup>3</sup>			
		B1	B2	B3	B4
A <sub>1</sub> '	3200	58 2700	65	63	54 500
A <sub>2</sub> "	3000	M	65	63	54 200 2800
A3	5600	60	55	56	59 5600
A4	3200	78	60	70	66 2500 700
	15000=15000	2700	2500	6500	3300

Обмеження дамо по декількох постачальниках одночасно:

1) Введемо в умову завдання додаткове обмеження типу (3.22). Припустимо, що пропускна спроможність транспортного шляху, що сполучає постачальника  $A_1$  із споживачем  $B_1$  обмежена, і по ньому в планованому періоді можна перевезти не більше 3200 тис.м<sup>3</sup> залізобетону. Тоді в оптимальному рішенні значення змінної  $x_{11}$  повинне задовольняти умові:

$$0 \leq x_{11} \leq 3000$$

Припустимо, що пропускна спроможність транспортного шляху, що сполучає постачальника  $A_3$  із споживачем  $B_1$  обмежена, і по ньому в планованому періоді можна перевезти не більше 2200 тис.м<sup>3</sup> залізобетону. Тоді в оптимальному рішенні значення змінної  $x_{31}$  повинне задовольняти умові:

$$0 \leq x_{31} \leq 2200$$

По інших транспортних зв'язках обмежень немає. У відповідності побудована матриця (таблиця 3.39). Подальший розрахунок може бути виконаний за допомогою будь-якого транспортного алгоритму.

Таблиця 3.39

Введення обмеження пропускної спроможності

Постачальники, заводи будіндустрії	Виробнича потужність, тис. м <sup>3</sup>	Споживачі, будівельні майданчики, тис. м <sup>3</sup>			
		B1	B2	B3	B4
$A_1'$	3200	58	65	63	54
$A_2''$	3000	M	65	63	54
$A_3$	5600	60	55	56	59
$A_4'$	2200	78	60	70	66
$A_5''$	1000	M	60	70	66
	15000=15000	2700	2500	6500	3300

Проведемо розрахунок за допомогою АВД. Вихідні дані зведемо в таблицю 3.40.

Результати розрахунків приведені в таблиця 3.41 та 3.42:

Таблиця 3.40

Вихідні дані

№ дуги	Поч. вузел	Кінц. вузел	Верх. зд.	Ниж. зд.	Вартість	Потік
1	1	2	3200	0	0	0
2	1	3	3000	0	0	0
3	1	4	5600	0	0	0
4	1	5	2200	0	0	0
5	1	6	1000	0	0	0

Продовження таблиці 3.40

6	2	7	9999	0	58	0
7	2	8	9999	0	65	0
8	2	9	9999	0	63	0
9	2	10	9999	0	54	0
10	3	7	9999	0	9999	0
11	3	8	9999	0	65	0
12	3	9	9999	0	63	0
13	3	10	9999	0	54	0
14	4	7	9999	0	60	0
15	4	8	9999	0	55	0
16	4	9	9999	0	56	0
17	4	10	9999	0	59	0
18	5	7	9999	0	78	0
19	5	8	9999	0	60	0
20	5	9	9999	0	70	0
21	5	10	9999	0	66	0
22	6	7	9999	0	9999	0
23	6	8	9999	0	60	0
24	6	9	9999	0	70	0
25	6	10	9999	0	66	0
26	7	11	2700	0	0	0
27	8	11	2500	0	0	0
28	9	11	6500	0	0	0
29	10	11	3300	0	0	0
30	11	1	15000	15000	0	0

Таблиця 3.41

Результати розрахунків

№ дуги	Поч. вузел	Кінц. вузел	Верх. зд.	Ниж. зд.	Вартість	Потік
--------	------------	-------------	-----------	----------	----------	-------

1	1	2	3200	0	0	3200
2	1	3	3000	0	0	3000
3	1	4	5600	0	0	5600
4	1	5	2200	0	0	2200
5	1	6	1000	0	0	1000
6	2	7	9999	0	58	2700
7	2	8	9999	0	65	0
8	2	9	9999	0	63	0
9	2	10	9999	0	54	500
10	3	7	9999	0	9999	0
11	3	8	9999	0	65	0
12	3	9	9999	0	63	200
13	3	10	9999	0	54	2800
14	4	7	9999	0	60	0
15	4	8	9999	0	55	0
16	4	9	9999	0	56	5600

Продовження таблиці 3.41

17	4	10	9999	0	59	0
18	5	7	9999	0	78	0
19	5	8	9999	0	60	2200
20	5	9	9999	0	70	0
21	5	10	9999	0	66	0
22	6	7	9999	0	9999	0
23	6	8	9999	0	60	300
24	6	9	9999	0	70	700
25	6	10	9999	0	66	0
26	7	11	2700	0	0	2700
27	8	11	2500	0	0	2500
28	9	11	6500	0	0	6500
29	10	11	3300	0	0	3300
30	11	1	15000	15000	0	15000

Таблиця 3.42

Вузлові числа

№ вузла	Pi
1	0
2	7
3	7
4	14
5	0
6	0
7	65
8	60
9	70
10	61
11	70

Цільова функція: 860000

Розшифровка результату отриманого в програмі "ПОТІК" із застосуванням АВД наведена в таблиці 3.43.

Таблиця 3.43

Оптимальний розподіл матеріального потоку БР

Постачальники, заводи будіндустрії	Виробнича потужність, тис. м <sup>3</sup>	Споживачі, будівельні майданчики, тис. м <sup>3</sup>			
		B1	B2	B3	B4
A <sub>1</sub> '	3200	58 2700	65	63	54 500
A <sub>2</sub> "	3000	M	65	63	54 2800
A <sub>3</sub>	5600	60	55	56 5600	59
A <sub>4</sub> '	2200	78	60 2200	70	66
A <sub>5</sub> "	1000	M	60 300	70 700	66
	15000=15000	2700	2500	6500	3300

Таке завдання із застосуванням алгоритму виключення дефекту вирішується вперше.

Оптимальне рішення представлено у вигляді сітьової моделі (рис. 3.12).

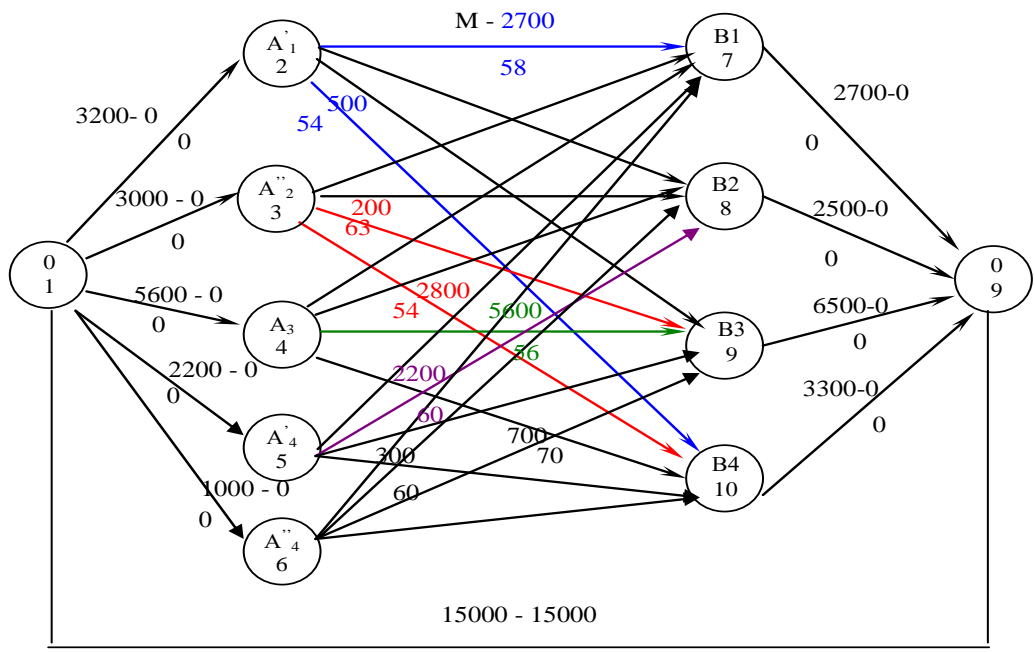


Рис. 3.12 - Оптимальний розподіл матеріального потоку БР