

Предмет, мета й особливості оптимізаційних моделей та методів

Оптимізаційні методи та моделі (ОММ) – це дисципліна, присвячена теорії й методам розв'язання задач про знаходження екстремумів функцій на множинах скінченномірною векторного простору, за умовою наявності лінійних та (або) нелінійних обмежень (рівностей та нерівностей).

Оптимальними вважають ті рішення, які за тими або іншими міркуваннями **переважніше (краще)** інших.

Оптимізаційні методи та моделі – один з головних інструментів вирішення зазначених завдань – полягає в розробленні методів розв'язування оптимізаційних задач та аналізі отриманого розв'язку

Модель – це об'єкт, що заміщує оригінал і відбиває найбільш важливі для даного дослідження риси й властивості оригіналу

Моделювання – процес побудови моделі.

Цілі моделювання:

- 1) вивчення об'єкта
- 2) управління об'єктом
- 3) прогнозування поведінки об'єкта (нові знання про об'єкт)

Математична модель – це сукупність математичних співвідношень, що заміщує оригінал і відбиває найбільш важливі для даного дослідження риси й властивості оригіналу.

Економіко-математична модель (ЕММ) – це математичне відображення досліджуваного економічного об'єкта чи процесу, за допомогою якого вивчається його функціонування і оцінюється зміна його ефективності при можливих змінах характеристик зовнішнього середовища

Класифікація моделей. При класифікації економіко-математичних моделей враховуються різні ознаки, кожна з яких породжує відповідну класифікацію. Прикладами таких класифікацій є розбиття всіх моделей на наступні типи:

- | | | |
|------|--|---------------------------------------|
| I. | Моделі а) мікро- і б) макроекономіки | (за об'єктом моделювання) |
| II. | а) статистичні та б) динамічні;
а) детерміновані та б) стохастичні
а) дискретні та б) неперервні;
а) лінійні та б) нелінійні; | (за особливостями параметрів моделі) |
| III. | а) <i>оптимізаційні</i> та б) балансові моделі; | |
| IV. | <ul style="list-style-type: none">• моделі математичного програмування;• моделі, засновані на теорії графів;• моделі, засновані на теорії ймовірностей і математичній статистиці,• імітаційні моделі. | (за використанням інструментарієм) |

Етапи розв'язання оптимізаційних (або екстремальних) економічних задач:

- 1) побудова економіко-математичної моделі,
- 2) знаходження оптимального розв'язку одним з методів,
- 3) перевірка результату на адекватність й корегування моделі
- 4) реалізація знайденого розв'язку

Методика моделювання

1) *побудова економіко-математичної моделі задачі* – це надзвичайно відповідальний етап операційного дослідження.

а) *побудова якісної моделі* .

Спочатку задача формулюється із погляду замовника. Така постановка звичайно не буває остаточною. Під час аналізу досліджуваної системи задача (завдання) поступово уточнюється. На цьому етапі проводиться ретельне дослідження об'єкта, вивчення безлічі факторів, що впливають на результати досліджуваного процесу. Після збору дані обстеження і їхнього аналізу *виділяється сукупність істотних факторів, уточнюється остаточно змістовна (словесна – якісна) постановка задачі.*

б) побудова математичної моделі – тобто формалізація задачі.

Всі фактори, що входять в опис задачі, можна розбити на 2 групи:

– постійні (некеровані) фактори - екзогенні змінні (тобто визначені зовні умови задачі), на які ми впливати не можемо.

Позначимо $a = (a_1, \dots, a_i, \dots, a_n)$ – вектор заданих параметрів.

– Залежні фактори (ендогенні змінні) - керовані змінні - елементи розв'язку, які ми можемо вибирати за своїм розсудом, тобто керувати ними.

Позначимо $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор керованих параметрів.

У самому загальному випадку *математична модель* має вигляд:

Знайти такий вектор $x^* = (x_1, \dots, x_n)$, на якому досягається екстремум функції

$$\max(\min) F = F(x, a) \quad (1),$$

де $F = F(x, a)$ – цільова функція (ЦФ) (показник якості або ефективності).

при обмеженнях

$$g_i(x, a) \begin{cases} \leq \\ \geq \\ = \end{cases} 0, \quad i = 1, \dots, m.$$

(2),

де $g_i(x, a)$ – функції, що враховують обмеження задачі (наприклад, запаси ресурсів).

$\Omega = \{x\}$ – множина припустимих розв'язків (МПР) задачі.

Вектор $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$, що доставляє екстремум функції $F = F(x, a)$, називається *оптимальним розв'язком (оптимумом) задачі* (або точкою максимуму, або точкою мінімуму) (термінологія пов'язана з геометричною інтерпретацією).

2) знаходження розв'язку

Для знаходження оптимального розв'язку задачі (1) - (2) залежно від вигляду ЦФ і структури обмежень застосовують ті або інші методи знаходження оптимальних розв'язків такі як :

1. Лінійне програмування якщо функція.
2. Нелінійне програмування
3. Дискретне програмування
4. Динамічне програмування якщо задача має покрокову структуру
5. Геометричне програмування
6. Параметричне програмування - якщо ЦФ і (або) обмеження залежать від параметрів.
7. Стохастичне програмування - якщо змінні або параметри ЦФ мають випадковий (ймовірнісний) характер.
8. Евристичне програмування - застосовують для розв'язання тих задач, у яких точний оптимум знайти алгоритмічним шляхом неможливо через величезне число варіантів.

3) перевірка й корегування моделі – перевірка ступеня відповідності або адекватності моделі й реального процесу. Перевірку здійснюють шляхом порівнянням реакції (поведінки) моделі та реального об'єкту при зміні значень некерованих зовнішніх впливів.

4) Реалізація знайденого розв'язку на практиці є найважливішим етапом, що завершує розв'язання задачі. Впровадження можна розглядати як самостійну задачу, застосувавши до неї й системний підхід, і аналіз. Отриманий попередньо математичний розв'язок наділяють у відповідну змістовну форму й представляють замовникові у вигляді інструкцій і рекомендацій.