

АБСОЛЮТНІ ТА ВІДНОСНІ ПОКАЗНИКИ. СЕРЕДНІ ВЕЛИЧИНИ І ПОКАЗНИКИ ВАРІАЦІЇ

План

Поняття про абсолютні величини. Види абсолютних величин. Одиниці виміру.

Відносні величини, їх суть, форми вираження та основні види.

Комплексне використання абсолютних і відносних показників.

Поняття про середні величини та їх призначення в статистиці.

Види середніх величин та способи їх обчислення. Структурні середні.

Поняття варіації та її основні показники.

Математичні властивості дисперсій. Види дисперсій.

Абсолютні статистичні величини – це кількісні показники, які характеризують розміри суспільних явищ за певних умов місця і часу.

Одержують їх методами статистичного спостереження і зведення вихідної інформації. Абсолютні величини є основою всіх статистичних розрахунків.

Абсолютні величини завжди є іменованими числами, тобто мають одиниці виміру. Розрізняють три види одиниць виміру – натуральні, вартісні і трудові.

Натуральні – це такі одиниці виміру, які відповідають природним (фізичним) властивостям даного предмета і виражаються в мірах довжини, площі, об'єму, маси тощо або кількістю одиниць (штук), кількістю фактів чи подій.

Наприклад, одиницею виміру чисельності населення є одна людина, збір зерна вимірюється в тонах, центнерах, випуск тканин – у погонних або квадратних метрах, видобуток газу – в кубічних метрах, виробництво телевізорів – у штуках. Іноді використовують **комбіновані** одиниці виміру, що є добутком величин різної розмірності. Так вимірюють виробництво електроенергії в кіловат-годинах, вантажообіг транспорту – в тоннокілометрах тощо.

У деяких випадках для обліку одних і тих же товарів використовують дві одиниці обліку. Наприклад трактори можна обліковувати у штуках і за сумарною потужністю, тканини в погонних та квадратних метрах, шпали у штуках і кубічних метрах.

Для вимірювання об'ємів однорідних, але неоднакових явищ використовують **умовно-натуральні** одиниці виміру. При цьому вживають спеціальні перерахункові коефіцієнти, що виражають співвідношення між натуральними одиницями виміру. Наприклад, у паливно-енергетичній галузі використовують такий показник, як умовне паливо, обсяг кормів у кормових одиницях, туби (тисячі умовних банок) у консервній промисловості тощо.

Відносні величини, їх суть, форми вираження та основні види

Відносними називають величини, які виражають кількісні, співвідношення між абсолютними або середніми показниками.

По суті відносна величина є дріб, чисельником якого є величина, яку порівнюють, а знаменником – з якою порівнюють. Знаменник називають **основою**, або **базою порівняння**.

Залежно від бази порівняння відносні величини виражають у коефіцієнтах (за базу взято одиницю), процентах (за базу взято 100), проміле (1 000), продециміле (10 000).

Важливою умовою правильного застосування відносних величин є порівнювальність показників, які використовуються для їх обчислення, за періодами часу, територією, охопленням одиниць сукупності, одиницями вимірювання, способами обліку тощо.

Залежно від пізнавального значення відносні показники класифікують за такими ознаками:

- ❖ відношення між однойменними показниками;
- ❖ відношення між різнойменними показниками.

Перша група являє собою відносні величини, які не мають розмірності, їх виражають у процентах і коефіцієнтах.

Показники цієї групи досить різноманітні.

За призначенням їх поділяють на такі види:

- ❖ відносні величини структури;
- ❖ відносні величини виконання плану;
- ❖ відносні величини виконання планового завдання;
- ❖ відносні величини динаміки;
- ❖ відносні величини порівняння.

Друга група показників включає:

- ❖ відносні величини інтенсивності;
- ❖ відносні величини координації.

Відносні величини

Відносні величини структури характеризують склад суспільного явища, тобто показують, яку питому вагу займають окремі частини в усьому явищі. Розраховують їх відношенням частини до цілого. Виражаються вони в процентах або частках одиниці.

Відносні величини виконання плану (договірних зобов'язань, державного замовлення) характеризують рівень виконання прогнозованих розрахунків. Їх одержують шляхом порівняння фактично досягнутого рівня у звітному періоді з рівнем, передбаченим планом (договорами або державним замовленням).

Відносні величини виконання планового завдання характеризують відношення планового показника на наступний період до фактично досягнутого за попередній період.

Відносні величини динаміки характеризують зміни однорідних явищ у часі. Визначають як співвідношення фактично досягнутого рівня у звітному періоді з рівнем одного із попередніх періодів, прийнятих за базу порівняння. Відповідно до обраної бази порівняння можуть бути ланцюгові і базисні.

Ланцюгові відносні величини динаміки визначають відношенням рівнів наступного і попереднього періодів.

Базисні відносні величини динаміки розраховують відношенням рівня відповідного наступного періоду до певного рівня, прийнятого за базу порівняння.

Відносні величини координації показують співвідношення між складовими частинами цілого. При цьому одну із складових частин цілого беруть за базу порівняння і знаходять відношення до неї решти частин.

Відносні величини

Відносні величини порівняння показують співвідношення однойменних величин різних сукупностей, одну з яких взято за базу порівняння. Їх виражають у процентах або коефіцієнтах.

Відносні величини інтенсивності характеризують відношення двох різнойменних ознак тієї самої сукупності, показують ступінь поширення одного явища порівняно з іншими взаємопов'язаними явищами. Обчислюються як співвідношення двох різнойменних величин, виражаються іменованими величинами, в яких поєднуються одиниці виміру чисельника і знаменника.

Наприклад, густота населення, виробництво продукції на душу населення, випуск продукції у розрахунку на одиницю основних виробничих фондів.

Розрізняють **прості** і **складені** показники інтенсивності. Складені показники при аналізі можна розкласти на прості відносні величини, що мають самостійне значення.

Середні величини

Середні величини – це узагальнюючі кількісні показники, що характеризують типові розміри варіюючих ознак якісно однорідних сукупностей.

Метод середніх величин – це один із найпоширеніших статистичних прийомів узагальнення.

Середня величина – величина абстрактна, тому що характеризує значення ознаки абстрактної одиниці і може не збігатися з жодним з індивідуальних значень ознаки. Абстрагуючись від індивідуальних особливостей окремих елементів, можна виявити те загальне, типове, що притаманне всій сукупності в конкретних умовах місця і часу.

Види середніх величин та способи їх обчислення

Середні величини в статистиці належать до класу степеневих середніх, які описує формула:

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m}{n}},$$

де x – рівень ознаки, варіанта; n – число варіантів; m – показник степеня середньої.

Зміна степеня середньої величини визначає її вигляд.

Таблиця 1.5.1. Формули степеневих середніх

Степінь	Вид середньої	Формули
0	Геометрична	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * x_3 * \dots * x_n} = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_1}}$
1	Арифметична	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$
2	Квадратична	$\bar{x} = \frac{\sum x^2}{n}$
-1	Гармонічна	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$

2.1. Середня арифметична.

Середню арифметичну визначають як відношення суми окремих значень ознаки до кількості одиниць сукупності. Розрізняють середню арифметичну просту і зважену.

а) **Середня арифметична проста** застосовується тоді, коли відомі індивідуальні значення усередненої ознаки у кожній одиниці сукупності (тобто на основі первинних, не згрупованих даних). Визначають за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}$$

б) **Середню арифметичну зважену** обчислюють тоді, коли окремі значення усередненої ознаки повторюються в досліджуваній сукупності неоднакове число разів (за даними варіаційного ряду розподілу). Визначають за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

Математичні властивості середньої арифметичної

- Добуток середньої на суму частот завжди дорівнює сумі добутку варіантів на частоти, тобто

$$\bar{x} \sum f = \sum xf$$

- Якщо від кожної варіанти відняти або додати будь-яке довільне число, то добуток середня зменшиться або збільшиться на таке саме число, тобто

$$\bar{x}_A = \frac{\sum (x - A)f}{\sum f} = \bar{x} - A, \quad \text{звідки } \bar{x} = \bar{x}_A + A ;$$

$$\bar{x}_A = \frac{\sum (x + A)f}{\sum f} = \bar{x} + A, \quad \text{звідки } \bar{x} = \bar{x}_A - A ;$$

- Якщо всі варіанти збільшити (зменшити) в i разів, то середня арифметична збільшується (зменшується) в стільки ж разів, тобто

$$\bar{x}_i = \frac{\sum (x * i)f}{\sum f} = \bar{x} * i; \quad \bar{x}_i = \frac{\sum (\frac{x}{i})f}{\sum f} = \frac{\bar{x}}{i};$$

- Алгебраїчна сума відхилень окремих варіант ознаки від середньої дорівнює нулю.

$$\sum (x - \bar{x})f = 0;$$

- Сума квадратів відхилень окремих варіант ознаки від середньої менша, ніж від будь-якої іншої величини.

$$\sum (x - \bar{x})^2 f = \min;$$

- Якщо всі частоти поділити чи помножити на будь-яке число, то середня арифметична від цього не зміниться.

$$\frac{\sum x(f/i)}{\sum (f/i)} = \bar{x}; \quad \frac{\sum x(f * i)}{\sum (f * i)} = \bar{x};$$

2.2. Середня гармонічна

Середня гармонічна застосовується для узагальненої характеристики ознак тоді, коли відомі окремі значення досліджуваної ознаки і обсяги явищ, а частоти невідомі.

Середня гармонічна – це обернена величина середньої арифметичної, обчисленої з обернених значень усереднених ознак. Вона буває простою і зваженою.

а) Середня гармонічна проста розраховується за формулою:

$$\bar{x}_2 = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}},$$

де x – варіанти;

n - кількість варіантів.

б) Середня гармонічна зважена розраховується за формулою:

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}},$$

де w - обсяги явищ.

2.3. Середня геометрична

Середню геометричну використовують для визначення середніх темпів зростання.

а) Середня геометрична розраховується за формулою:

$$\bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * x_3 * \dots * x_n} = \sqrt[n]{D_x},$$

де D_x – добуток.

б) Середня геометрична зважена розраховується, якщо відомі середні коефіцієнти зростання за неоднаковими тривалістю періоду:

$$\bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt[\sum f]{\bar{x}_1^{f_1} * \bar{x}_2^{f_2} * \dots * \bar{x}_n^{f_n}},$$

де $x_{\text{геом}}$ – середній темп зростання за весь період;

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ – середні темпи зростання за окремі періоди;

f – тривалість окремих періодів (ваги).

2.4. Середня квадратична

Середню квадратичну використовують для оцінки варіації ознак, а також для узагальнення ознак, виражених лінійними розмірами яких-небудь площ (для розрахунку середніх діаметрів стовбурів дерев, листків, кошиків тощо).

а) просту розраховують за формулою:

$$\bar{x}_{кр} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} ;$$

б) зважену за формулою:

$$\bar{x}_{кр} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}} ;$$

де x – окремі значення ознаки (варіанти);

f – частоти (ваги).

2.5. Середня кубічна

Середню кубічну використовують для узагальнення ознак, виражених лінійними розмірами об'ємних фігур, наприклад для розрахунку середніх діаметрів плодів, насіння, яєць тощо. Обчислюють за формулою:

а) просту:

$$\bar{X}_{\text{куб}} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}} ;$$

б) зважену:

$$\bar{X}_{\text{куб}} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}} ;$$

2.6. Середня хронологічна

Середня хронологічна розраховується із рядів динаміки. Обчислюється вона як для інтервальних, так і для моментних рядів за принципом простої середньої і зваженої середньої.

Структурна формула середньої простої для **інтервального ряду** має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

де x – рівень ряду динаміки;

n – кількість рівнів в ряду динаміки.

а) для моментного ряду проста:

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + x_3 + \dots + \frac{1}{2}x_n}{n - 1} ;$$

б) для моментного ряду зважена:

$$\bar{x} = \frac{(x_1 + x_2) f_1 + (x_2 + x_3) f_2 + \dots + (x_{n-1} + x_n) f_{n-1}}{2 \sum f} .$$

3. Структурні середні

Структуру сукупностей характеризують особливими показниками, які в статистиці називають структурними або порядковими середніми величинами. До них відносять моду і медіану.

Мода (Mo) – це значення ознаки (варіанта), яке найчастіше повторюється у даній сукупності.

Медіана (Me) – це значення ознаки (варіанта), що є серединою впорядкованого варіаційного ряду розподілу, тобто ділить його на дві рівні частини: одна частина має значення варіюючої ознаки менше ніж середня, а друга – більше.

Знайти моду і медіану у дискретному ряді розподілу досить просто, оскільки варіанти відповідають конкретним значенням ознаки (певним числам).

В інтервальному ряді розподілу спочатку знаходять модальний (медіанний) інтервал. Для знаходження модальної величини застосовують формулу:

$$Mo = x_o + i_{mo} \frac{f_{mo} - f_{mo-1}}{(f_{mo} - f_{mo-1}) + (f_{mo} - f_{mo+1})} ;$$

де x_o – нижня межа модального інтервалу;

i_{mo} – величина модального інтервалу;

f_{mo} – частота модального інтервалу;

f_{mo-1} – частота інтервалу перед модальним;

f_{mo+1} – частота інтервалу наступного за модальним.

Медіана в інтервальному ряді розподілу визначається за формулою:

$$Me = x_o + i_{me} * \frac{\frac{1}{2} \sum f - S}{f_{me}} ;$$

де x_o - нижня межа медіанного інтервалу;

i_{mo} – величина медіанного інтервалу;

$\sum f$ – сума частот;

S – сума нагромаджених частот до медіанного інтервалу;

f_{Me} – частота медіанного інтервалу.

Показники варіації

Після встановлення середньої величини (\bar{x}, M_0, M_e) виникає питання, в якій мірі індивідуальні значення ознаки відрізняються між собою та від середньої. Для цього розраховують показники варіації.

Варіацією ознаки називають різницю у числових значеннях ознак одиниць сукупності та їх коливання навколо середньої величини, що характеризує сукупність. Чим менша варіація, тим одноріднішою є сукупність і більш надійною (типовою) є середня величина.

До основних абсолютних і відносних показників, що характеризують варіацію, є такі: розмах варіації; середнє лінійне відхилення; дисперсія; середнє квадратичне відхилення; коефіцієнт варіації тощо.

Розмах варіації - це різниця між найбільшим та найменшим значеннями ознаки:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

Величина показника залежить тільки від крайніх значень ознаки і не враховує всіх значень, що містяться між ними.

Досконалішим є визначення варіації через інші показники, які дають змогу усунути недолік розмаху варіації.

Середнє лінійне відхилення

Середнє лінійне відхилення являє собою арифметичну з абсолютних значень усіх відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої:

а) *просте*: $I = \sum |x - x_{сер}| / n$

б) *зважене*: $I = \sum |x - x_{сер}| f / \sum f$

Наявність абсолютних значень відхилень від середньої пояснюється так: середня арифметична має нульову властивість, згідно якої сума відхилень індивідуальних значень ознаки зі своїми знаками дорівнює нулю; щоб мати суму всіх відхилень, відмінних від нуля, кожне з них слід брати за абсолютною величиною.

Основним недоліком середнього лінійного відхилення є те, що в ньому не враховуються знаки відхилень, тобто їх спрямованість. Тому цей показник варіації використовується рідко (аналіз складу працюючих, ритмічність виробництва, обертання коштів у зовнішній торгівлі тощо).

Дисперсія

Дисперсією називають середню арифметичну квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки. В залежності від вихідних даних дисперсія може обчислюватись за формулами середньої арифметичної простої або зваженої:

а) проста: $\sigma^2 = \sum(x - x_{\text{сер}}) / n$

б) зважена: $\sigma^2 = \sum(x - x_{\text{сер}}) f / \sum f$

Дисперсія - це один з найбільш розповсюджених в економічній практиці узагальнюючих показників розміру варіації у сукупності. Дисперсію використовують не лише для оцінки варіації, а й для вимірювання зв'язків між досліджувальними факторами; розклад дисперсії на складові дозволяє оцінити вплив різних факторів, які обумовлюють варіацію ознаки.

Середнє квадратичне відхилення, як і дисперсія, виступає в якості широко використовуваного узагальнюючого показника варіації. Його обчислюють, здобувши квадратичний корінь з дисперсії:

а) просте: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum(x - x_{\text{сер}}) / n}$

б) зважене: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum(x - x_{\text{сер}}) f / \sum f}$

Смислове значення середнього квадратичного відхилення таке саме, як і лінійного відхилення: воно показує, на скільки в середньому відхиляються індивідуальні значення ознаки від їх середнього значення. Перевага цього показника порівняно із середнім лінійним відхиленням полягає у відсутності умовного припущення з сумування відхилень без врахування їх знаків, бо відхилення використовуються у квадратній степені. Крім зазначеного, перевагою даного показника у зрівнянні з дисперсією є те, що середнє квадратичне відхилення виражається в тих же одиницях вимірювання, що і значення досліджуваної ознаки (грн, кг, га тощо). Тому цей показник називають також *стандартним відхиленням*.

Варіація

В статистичній практиці часто виникає необхідність порівняння варіацій різних ознак. Наприклад, великий інтерес має порівняння віку робочих з їх кваліфікацією, стажу роботи з розміром заробітної плати, собівартістю та прибутку і т.і. При таких порівняннях розглянуті показники коливання ознак з різними одиницями вимірювання не можуть бути використані (наприклад, неможливо порівнювати коливання стажу роботи в роках з варіацією заробітної плати в гривнях).

Для здійснення такого роду порівнянь, а також при зіставленні ознаки у декількох сукупностях з різними середніми арифметичними використовують відносний показник варіації – коефіцієнт варіації.

Коефіцієнтом варіації називають процентне відношення середнього квадратичного відхилення до середньої арифметичної величини ознаки:

$$V_{\sigma} = \sigma / x_{\text{сер}} * 100\%$$

Чим більший коефіцієнт варіації, тим менш однорідна сукупність і тим менш типова середня для даної сукупності. Встановлено, що сукупність кількісно однорідна, якщо коефіцієнт варіації не перевищує 33%.

