

Предмет, особливості та сфери застосування оптимізаційних методів та моделей в економіці

Курс «Оптимізаційні методи і моделі» є одним із фундаментальних курсів в процесі формування сучасного спеціаліста з економіки, має, водночас, теоретичне, методологічне та конкретне прикладне значення.

Будь-яка економічна система є складною системою, в якій взаємодіє велика кількість технічних, економічних та соціальних процесів, які постійно змінюються під впливом зовнішнього середовища. Тому кожен день людина, фахівець або керівник приймає рішення. Ці рішення часто приймаються не усвідомлено та інтуїтивно. Нерозуміння правил прийняття рішень призводить до великої кількості помилок. А життєвий і бізнесовий успіх - це співвідношення вдало прийнятих, тобто правильних, рішень до загальної кількості рішень, які приймаються в житті.

Тому наразі важливим завданням економіки є кількісне обґрунтування рішень, що приймаються для управління економічними системами (підприємствами, фірмами, банками, організаціями тощо), оптимізація структури цих систем, траекторії розвитку й функціонування з метою досягнення максимальної економічної ефективності.

Оптимізаційні методи та моделі – ефективні інструменти вирішення зазначених завдань ефективного управління економікою.

Курс «Оптимізаційні методи та моделі» надає можливість представити студенту реалізацію одної з важливих можливостей застосування кількісних методів обґрунтування рішень в економіці – ідеї математичного моделювання економічних процесів з метою ефективного управління ними.

Предметом вивчення курсу є методи та моделі оптимізації статичних детермінованих та стохастичних систем

Метою дисципліни є набуття фундаментальних теоретичних знань і практичних навичок та вмінь щодо застосування математичного апарату для знаходження оптимальних рішень при розв'язанні економічних проблем.

Завданнями навчальної дисципліни є вивчення студентами базових моделей, методів та алгоритмів оптимізації:

- 1) оволодіння методологією та методикою побудови, аналізу та застосування математичних моделей економічних процесів;
- 2) ознайомлення з найбільш типовими оптимізаційними методами та моделями (математичного програмування), що використовуються на практиці, та отримання навиків практичної роботи з такими моделями;
- 3) знайомство з основними аналітичними та чисельними методами розв'язування різних класів задач математичного програмування.

Лекційний курс зорієнтований на формування у студентів уяви про можливість формального опису за допомогою аналітичних математичного моделювання проблем прийняття оптимальних рішень в економічних задачах, на методологічні та прикладні питання, пов'язаних з розробкою, обґрунтуванням та застосуванням методів їх розв'язування.

Виконання практичних завдань передбачає формування у студентів практичних навиків побудови математичних моделей, вивчення та отримання навиків практичної реалізації деяких, що стали вже класичними алгоритмів, важливих у методичному плані. Знання основ цих методів полегшить майбутньому спеціалісту з економічної кібернетики вивчення спеціальної літератури з дослідження операцій та оптимізації, дозволить йому з'ясувати сутність того чи іншого методу, дасть можливість правильно зорієнтуватись при обранні моделей та методів розв'язання практичних задач.

У результаті вивчення курсу студент повинен

знати:

- предмет та мету курсу;
- класифікацію та основні *оптимізаційні моделі*;
- класифікацію та основні *методи оптимізації*.

вміти:

- будувати математичну модель оптимізаційної задачі економічного змісту
- вибрati відповідний метод її розв'язання та застосувати його; отримати та проаналізувати розв'язок.

Курс передбачає тісний зв'язок з такими навчальними дисциплінами, як: «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Інформатика і комп'ютерна техніка», «Економічна теорія».

Курс «Оптимізаційні методи і моделі» спрямований на забезпечення знань та вмінь для реалізації аналітичної, нормопроектної та організаційної функцій.

Набуті студентами знання та навички з дисципліни “Оптимізаційні методи і моделі” будуть необхідні їм при виконанні аналітичних досліджень під час виробничих, переддипломних практик, при написанні випускних кваліфікаційних (дипломних, магістерських) робіт, у подальшій професійній діяльності.

Цільові функції й обмеження, що враховуються під час вирішення задач оптимізації параметрів об'єктів управління, залежать від змінних: керованих і некерованих. При цьому завдання полягає в тому, щоб вибрati такi значення керованих змінних, якi б надавали цiльoviй функцiї в залежностi вiд змistu задачi максимум або мiнimum за дотриманням обмежень, що накладаються.

Керовані змinni можуть бути роздiленi на три групи:

- детерміновані змінні - фіксовані параметри, значення яких точно відомі (чи можуть вважатися точно відомими) під час формування математичних моделей;

- стохастичні змінні - випадкові параметри, для яких відомі закони розподілу і відповідні характеристики законів розподілу;

- невизначені змінні, для кожної з яких відома тільки область можливих значень змінної. Невизначені параметри можуть задаватися лише інтервалами чи діапазонами.

У загальному випадку задача математичного програмування формулюється наступним чином.

Нехай є цільова функція багатьох змінних:

$$F(x) = F(x_1, \dots, x_n). \quad (1)$$

Необхідно в множині допустимих розв'язків відшукати таку точку $x^* = x_1^*, \dots, x_n^*$ в n -мірному просторі, в якій досягається екстремум (максимум чи мінімум у залежності від поставленої задачі) цільової функції.

Задачу досягнення екстремуму без обмежень називають задачею безумовної оптимізації. Задачу оптимізації з обмеженнями називають задачею умовної оптимізації.

Розглянемо, які типи обмежень можуть формувати область допустимих рішень, під час вирішення задачі оптимізації. Обмеження можуть бути прямими, тобто безпосередньо відноситися до змінних керування x_j .

Ці обмеження можуть бути односторонніми:

$$x_j \geq b_i, \quad (2)$$

$$x_j \leq b_i. \quad (3)$$

Наприклад,

$$x_1 \geq 5 \quad x_2 \leq 7 \quad x_1 + x_2 \leq 3,$$

чи двосторонніми.

$$b_i^l \leq x_j \leq b_i^u. \quad (4)$$

Наприклад,

$$5 \leq x_1 \leq 7.$$

Обмеження, що формуються з урахуванням функціональних зв'язків, представляються у вигляді рівностей:

$$g_i(x_1, \dots, x_n) = b_i, \quad (5)$$

Наприклад,

$$2x_1^2 + x_3 = 5,$$

Чи нерівностей

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \geq b_i, \quad (6)$$

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \leq b_i, \quad (7)$$

Наприклад,

$$7x_1^2 + 2x_2^2 \geq 3;$$

$$2x_1^2 + 4x_2^2 \leq 5.$$

У ряді випадків на змінні накладаються обмеження по ціличисельності, вони можуть набувати значення тільки з натурального ряду чисел. Обмеження подібного виду можуть виникати, якщо змінні керування характеризують неподільні об'єкти. Можливі ситуації, коли на змінні накладаються обмеження по дискретності (наприклад, перерізи жил кабелів 6, 10, 16, 25, 35, 50, 70, 95, 120, 150, 185, 240 мм^2):

$$x_j = \{k_i^1, \dots, k_i^r\},$$

де k_i^1, \dots, k_i^r – значення, що може приймати змінна керування x_j на множині дискретних значень r .

У задачах комбінаторного характеру змінні керування є булевими, тобто можуть приймати значення 0 чи 1. Наприклад, в задачі управління електроспоживанням промислового підприємства змінна x_j може відображати стан i -го споживача-регулятора потужності ($x_j = 1$ відповідає включенному споживачу-регулятору потужності, а $x_j = 0$ – відключеному).