Введення

Свій розвиток теорія прийняття рішень та загальна теорія систем почала з НТР. НТР - це корінне, кількісне перетворення виробничих сил на основі перетворення науки в провідний чинник розвитку суспільного виробництва. В ході НТР, початок якої відноситься до середини 20 століття, бурхливо розвивається і завершується процес перетворення науки у виробничу силу. НТР змінює вигляд виробництва, умови, характер і зміст праці, структуру виробничих сил, суспільного венного поділу праці, справляє вплив на всі сторони життя, включаючи культуру, побут, психологію людей, відносини з природою, і веде до прискорення НТП. Початок НТП пов'язана з революцією в техніці. У середині 20 ст. у промисловості стали повсюдно застосовуватися електрику, поширилося радіо, з'явилася авіація. У 40-х рр. наука вирішила проблему розщеплення атома. Цей та багато інших чинників призвели до зростання капіталовкладень в науку і перетворення її в масову професію. Наука стала працювати на розвиток техніки, а притрансформаційних змін нових технічних розробок давало життя новим науковим відкриттям.

У 50-і рр. створюються і отримують широке застосування в наукових дослідженнях, виробництві, а потім і управлінні ЕОМ, які стали символом НТП. Їх появище знаменує початок передачі машині виконання логічних функцій людино і переходу до комплексної автоматизації виробництва і управління, яка є одним з важливих напрямків НТП.

Автоматизація виробництва - це процес у розвитку машинного виробництва, при якому функції управління і контролю, раніше виконувані людиною, передаються приладам і автоматичним пристроям.

Мета автоматизації виробництва полягає в підвищенні якості ви-пускаємо продукції, у створенні умов для оптимального використання всіх ресурсів виробництва.

У зв'язку з цим, однією з характерних тенденцій розвитку суспільства являєся поява складних (великих) систем. Основними причинами цього є:

- постійно збільшується складність технічних систем;

- необхідність підвищення якості управління технічними та організаційної системами;

- розширюється спеціалізація і кооперування підприємств.

На відміну від традиційної практики проектування простих систем при розробці великих автоматизованих, інформаційних та ін складних ком-комплексів виникають проблеми, менше пов'язані з розглядом властивостей і законів функціонування елементів, а більше - з вибором найкращої структури, оптимальної організації взаємодії елементів , визначенням оптимальних режимів їх функціонування, урахуванням впливу зовнішнього середовища.

У міру збільшення складності системи цим загальносистемним питань відводиться більш значне місце.

Темпи НТП викликають ускладнення процесів проектування, планування та управління у всіх сферах виробництва. Розвиток галузей промисловості та посилення з взаємного впливу один на одного приводять до збільшення кількості варіантів, розглянутих у разі прийняття рішення при експлуатації і управління процесом або виробництвом. Аналізуючи ці варіанти, необхідно залучати фахівців різних галузей знань.

Таким чином, перед людством постала проблема ефективного управління величезними системами, що включають в себе тисячі технічних засобів, комп'ютерів, системне та програмне забезпечення. Для таких систем використання класичних аналітичних методів неможливо, а натуральні експерименти можливі в осінь обмежених межах.

Все це призвело до появи нового - системного - підходу до аналізу складних систем. Вони часто не піддаються повному опису і мають багатогранні зв'язки між окремих функціональними підсистемами, кожна з яких сама може бути великою системою.

В основі системного підходу лежить спеціальна теорія - загальна (абстрактна) теорія систем., Тобто системний аналіз - це метод теорії систем, який базується на пізнанні деяких загальних рис реальних об'єктів і перед-ставлять собою інструмент для їх адекватного вивчення.

Іншими словами системний аналіз - це методологія дослідження таких властивостей і відносин в об'єктах, які важко спостерігати і важко зрозуміти, за допомогою представлення цих об'єктів у вигляді цілеспрямованих систем та вивчення цих систем та взаємовідносин, як відносин між цілями та засобами їх досягнення.

Лабораторна робота 1
Вхідний контроль. Обробка результатів експериментів з використанням середовища Math Lab / Math Cad

Основні відомості

При аналізі складних систем об’єкт дослідження частіше за все уявляється у вигляді «чорної скрині» - прямокутника із вхідними та вихідними стрілками.

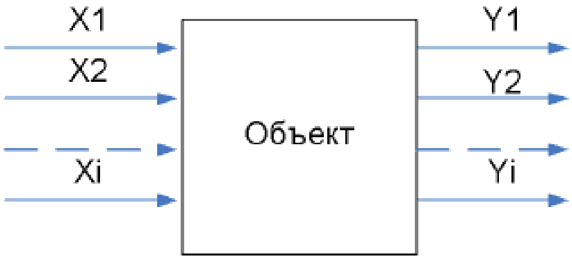

Рис. 1 – «Чорна скриня»

Вхідні стрілки відповідають вхідним величинам X, а вихідні – вихідним величинами Y. Останні характеризують стан об’єкта дослідження. Вхідні величини – все те, що оказує вплив на вихідні величини.

Вважається, що внутрішня структура об’єкта та сутність зв’язків між вхідними та вихідними параметрами досліднику невідомі, про них він судить за тим, які значення приймають вихідні параметри при даних значеннях вхідних величин.

Експеримент – це метод пізнання дійсності в умовах, які можна контролювати та якими можна управляти. Експериментальне вивчення об’єктів має ряд переваг: у процесі експерименту стає можливим вивчення того чи іншого явища у «чистому вигляді»; експеримент дозволяє дослідити властивості об’єктів у екстремальних умовах; сам експеримент можна повторювати багато разів.

Властивості предметів та явищ можна описати за допомогою існуючих математичних законів та структур. При цьому необхідно пам’ятати, що, чим точніший математичний опис процесів та явищ, тим він складніший. Це призводить до використання складних систем інтегральних, диференціальних, трансцендентних рівнянь та нерівностей, вирішити які аналітичними методами або дуже складно, або неможливо.

Для рішення таких задач використовуються обчислювальні алгоритми, будь-які нескінченні процеси, які сходяться до кінцевого результату. Приблизне рішення задач отримується при використанні визначеного числа кроків. Розвиток ЕОМ стимулювало більш інтенсивне використання та еволюцію обчислювальних методів.

Структури «математичного світу» успішно використовуються для аналізу «експериментального світу» з тієї причини, що перший є ідеально-абстрактною, узагальненою та логічно більш удосконаленою картиною другого. Тому вміння оброблювати результати експерименту за допомогою математичних методів та ЕОМ є дуже актуальним в наш час.

Завдання

1. Експериментатор вимірював деяку величину Y у залежності від заданого значення величини X. Він провів 3 серії опитів та отримав результати, які вніс у таблицю 1 - «Результати експерименту»

Таблиця 1

Результати експерименту

X	0	0,05	0,10	0,15	0,25	0,30
Y (опит 1)						
Y (опит 2)						
Y (опит 3)						

Таблицю студенти заповнюють самостійно.

Необхідно:

1.1. Сформувати із результатів експерименту масив даних;

1.2. Із використанням основних операцій з матрицями сформувати новий масив, нульовий стовпчик якого містить значення X, а перший – середні значення Yдля трьох опитів;

1.3. Нанести експериментальні та середні значення на графік;

2. Експериментатор встановив, що надійність приладу залежить від типу та кількості елементів, які складають його схему (приклад таблиці наведений у додатку А). Таблицю студенти заповнюють самостійно.

Необхідно:

2.1. Знайти значення окремого типу компонентів, якщо припустити залежність наступну між надійністю А та часткою окремих типів елементів X, Y, Z:

$$aX + bY + cZ = A \qquad (1)$$

3. В результаті експерименту визначено деяку табличну залежність (додаток Б, завдання визначається за порядковим номером у списку).

Необхідно:

3.1. За допомогою метода найменших квадратів підібрати функціональну залежність завданого типу.

3.2. Визначити сумарну похибку.

4. Оформити звіт з лабораторної роботи, який повинен містити наступні пункти:

4.1. Тему та ціль роботи;

4.2. Номер варіанта та розроблені таблиці для виконання роботи;

4.3. Текст Mathlab-програми та результати її виконання;

4.4. Висновки.

Лабораторна робота №2
Прийняття рішень в умовах ризику

Основні відомості

При прийняття рішень перед особою, що приймає рішення (далі ОПР) завжди є вибір серед декількох варіантів. Будемо називати ці варіанти альтернативами. ОПР, якою може бути будь-яка людина: від президента до домогосподарки, завжди приймає дуже важливі рішення і завжди з огляду на оточуючих людей або обставини, які можуть бути дуже різними.

Прийняття рішення в умовах ризику вважається таким, якщо навколишнє середовище ставиться до наслідків прийнятих рішень неупереджено, а ОПР відомі усі можливі стани навколишнього середовища та ймовірності, з якими вони можуть виникати. Тобто, вихідними даними є альтернативи, стани середовища та їх вірогідності (сума ймовірностей усіх станів середовища дорівнює одиниці), які ми позначимо A_i, B_j та P_j відповідно.

Якщо перед ОПР стоїть складна задача, в самій умові якої не міститься шляху її вирішення, то для вибору найкращої альтернативи потрібно використовувати спеціальні підходи. Один з таких підходів – прийняття рішення на основі вже відомих критеріїв. Іншими можна вважати інтуїтивний підхід та розробку власних критеріїв. Перевагами відомих критеріїв, до яких відносяться критерії Байєса, Лапласа, Гермейєра та Ходжа-Лемана, є їх простота та математичне формулювання, що дозволяє перекласти громіздкі та рутинні розрахунки на плечі комп'ютерів. Труднощі, які виникають при застосування будь-якого критерію – це нормалізування самої проблеми та представлення її у вигляді таблиці.

Перед початком застосування критеріїв необхідно ретельно вивчити проблему та представити її у вигляді матриці (рис. 2), у полі якої заноситься число a_{ij}, яке відповідає значенню вигоди або затрат при застосуванні тієї чи іншої альтернативи у тому чи іншому випадку.

P	P_1	P_2	……	P_j
B / A	B_1	B_2	……	B_j
A_1	a_{11}	a_{12}	……	a_{1j}
A_2	a_{21}	a_{22}	……	a_{2j}
…..	….	….	……	…..
A_i	a_{i1}	a_{i2}	……	a_{ij}

Рис. 2 – Матриця задачі для прийняття рішення

Критерій Байєса (або принцип математичного сподівання). Припускається, що ОПР повністю довіряє відомим ймовірностям станів навколишнього середовища.

Оптимальна стратегія Z при визначенні прибутку розраховується за формулою:

$$Z = \max_{1 \le i \le m} \sum_{j=1}^{n} P_j a_{ij} , \qquad (2)$$

де m – кількість рядків у матриці;

n – кількість стовпців у матриці;

P_j – задані ймовірності;

a_{ij} – елементи матриці.

Оптимальна стратегія при мінімізації витрат визначається за формулою

$$Z = \min_{1 \le i \le m} \sum_{j=1}^{n} P_j a_{ij} \quad (3)$$

У формулах (2, 3) вираз $\sum_{j=1}^{n} P_j a_{ij}$ називається математичним сподіванням обраної стратегії.

Критерій Лапласа. Припускається, що ОПР не довіряє відомим ймовірностям станів навколишнього середовища, які у цьому випадку вважаються однаковими і рівними 1/ n.

Оптимальна стратегія Z при визначенні прибутку розраховується за формулою:

$$Z = \max_{1 \le i \le m} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} a_{ij} = \max_{1 \le i \le m} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \quad (4)$$

Оптимальна стратегія при мінімізації витрат визначається за формулою

$$Z = \min_{1 \le i \le m} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \quad (5)$$

Критерій Гермейєра. Цей критерій в основному застосовується для рішення задач оптимізації витрат чи втрат. При цьому матриця витрат містить тільки негативні елементи. Якщо в матриці, окрім негативних, є й позитивні елементи, то вихідна матриця перетворюється у негативну шляхом відрахування із всіх елементів матриці великого числа C:

$$a_{ij}^* = a_{ij} - C. \quad (6)$$

В загальному випадку (як для негативних, так і для позитивних матриць) Гермейєр запропонував розглядати матрицю з елементами:

$$a_{ij}^* = a_{ij}Pj, \text{ якщо } a_{ij} \le 0$$
$$a_{ij}^* = aij/Pj, \text{ якщо } a_{ij} \ge 0. \quad (7)$$

Оптимальна стратегія знаходиться з формули:

$$Z = \max_{0 \le i \le m} \min_{0 \le j \le n} a_{ij} P_j, \quad \textit{якщо} \quad a_{ij} \le 0$$

$$Z = \max_{0 \le i \le m} \min_{0 \le j \le n} \frac{a_{ij}}{P_j}, \quad \textit{якщо} \quad a_{ij} \ge 0 \quad (8)$$

Критерій Ходжа-Лемана. Використовується у тому випадку, якщо ОПР має суб'єктивну недовіру до відомого розподілу ймовірностей станів навколишнього середовища, тому вводить коефіцієнт довіри λ, який називається рівнем оптимізму. Значення λ може змінюватися від 0 до 1. Щоб сильно не ризикувати, λ приймають рівним 0,4.

Оптимальна стратегія Z при визначенні прибутку розраховується за формулою:

$$Z = \max_{1\le i\le m}\left[\lambda\sum_{j=1}^{n} a_{ij}P_j + (1-\lambda)\min_{1\le j\le n} a_{ij}\right]. \qquad (9)$$

Оптимальна стратегія при мінімізації витрат визначається за формулою

$$Z = \min_{1\le i\le m}\left[\lambda\sum_{j=1}^{n} a_{ij}P_j + (1-\lambda)\max_{1\le j\le n} a_{ij}\right]. \qquad (10)$$

Завдання

1. Скласти задачу для прийняття рішення в умовах ризику, яка б описувалася матрицею розмірністю 4 х 4 та більше (приклад задачі наведений у додатку В). Самостійно з літературних або інших джерел інформації обрати вірогідність появи тієї чи іншої події. Визначити оптимальну альтернативу за допомогою критеріїв Байєса, Лапласа, Ходжа-Лемана та Гермейєра.
2. При застосуванні критерію Ходжа-Лемана обрати 4 різних значення коефіцієнту довіри λ до розподілення ймовірностей з діапазону {0;1}.
3. Автоматизувати розрахунки та процедуру вибору оптимального рішення за допомогою програм Excel та Mathlab.
4. Оформити звіт з лабораторної роботи, який повинен містити наступні пункти:

4.1. Розроблену задачу, представлену у вигляді тексту та вихідної матриці;

4.2. Таблицю розрахунків в Excel з демонстрацією обраного рішення за кожним критерієм;

4.3. Програму розрахунків в Mathlab та результат виконання програми з демонстрацією обраного рішення за кожним критерієм;

4.4. Висновок, в якому ОПР обирає та обґрунтовує єдиний варіант рішення.

Лабораторна робота №3
Приймання рішення в умовах невизначеності
Основні відомості

При прийнятті рішення в умовах ризику ОПР може довіряти, може не довіряти відомим ймовірностям виникнення станів навколишнього середовища, але ці ймовірності йому відомі. На відміну від цієї ситуації, умовами невизначеності будемо вважати такі, при яких ОПР не знає реакції навколишнього середовища на свої дії, також йому не відомі наслідки своїх дій.

Слід відмітити, що в умовах невизначеності можуть скластися ситуації, коли при однакових вихідних даних, але різних критеріях, найкращими можуть бути різні рішення, і, навпаки, незалежно від діючих умов та застосованих критеріїв кращим може стати одне єдине рішення.

Для рішення таких задач частіше за все застосовуються критерії Вальда (максиміна), азартного гравця, добутків, Севіджа та Гурвіца. Також можливо розробляти власні критерії прийняття рішення в умовах невизначеності. Але в обох випадках задача, що вирішується, повинна бути формалізована та записана у вигляді матриці (рис. 2), але без строки ймовірностей.

Критерій Вальда. Це критерій гарантованого результату, його формулювання ґрунтується на так званому принципі антагонізму, який, в свою чергу, припускає, що навколишнє середовище поводиться найгіршим для ОПР чином. При застосуванні цього критерію виключається усякий ризик, як би не склалася ситуація, результат не може бути менший, чим значення критерію Вальда. Критерій дуже часто застосовується у випадках, де від наслідків прийнятого рішення залежить життя людей.

Оптимальна стратегія Z при визначенні прибутку розраховується за формулою:

$$Z = \max_{1 \le i \le m} \min_{1 \le j \le n} a_{ij} . \qquad (11)$$

Оптимальна стратегія при мінімізації витрат визначається за формулою

$$Z = \min_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} a_{ij} . \qquad (12)$$

Критерій азартного гравця. Цей критерій – повна протилежність критерію Вальда, він допустимий у випадках, коли виграш набагато перевищує можливі втрати, або ризик дуже низький.

Оптимальна стратегія Z при визначенні прибутку розраховується за формулою:

$$Z = \max_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} a_{ij} \ . \tag{13}$$

Оптимальна стратегія при мінімізації витрат визначається за формулою

$$Z = \min_{1 \le i \le m} \min_{1 \le j \le n} a_{ij} \ . \tag{14}$$

Критерій добутків. Якщо ОПР не азартний гравець, але й не крайній песиміст, то при прийнятті рішення йому слід керуватися саме цим критерієм, який за своїм математичним формулювання врівноважує великі та малі значення здобутків або витрат a_{ij}.

Оптимальна стратегія Z при визначенні прибутку розраховується за формулою:

$$Z = \max_{1 \le i \le m} \mathop{\Pi}_{j=1}^{n} a_{ij} \ . \tag{15}$$

Оптимальна стратегія при мінімізації витрат визначається за формулою

$$Z = \min_{1 \le i \le m} \mathop{\Pi}_{j=1}^{n} a_{ij} \ . \tag{16}$$

Критерій Севіджа. При застосування цього критерію треба побудувати нову матрицю, елементи якої обчислюються за формулою:

$$r_{ij} = \max_{1 \le i \le m} a_{ij} - a_{ij} \ . \tag{17}$$

Нова матриця називається «матрицею жалів», а кожен її елемент виражає «жаль» ОПР з приводу не обраного найкращого рішення. Особливістю матриці є те, що в кожному її стовпчику повинен бути, як мінімум, один нульовий елемент.

Оптимальна стратегія Z при визначенні прибутку розраховується за формулою:

$$Z = \min_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} r_{ij} = \min_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} (\max_{1 \le i \le m} a_{ij} - a_{ij}) \ . \tag{18}$$

Оптимальна стратегія при мінімізації витрат визначається за формулою

$$Z = \min_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} (a_{ij} - \min_{1 \le i \le m} a_{ij}) \ . \tag{19}$$

Критерій Гурвіца. Автор цього критерію, аби не вдаватися у крайній песимізм чи оптимізм, запропонував ввести коефіцієнт β, який би характеризував суб’єктивний рівень песимізму ОПР. Коефіцієнт β обирають між 0 та 1, частіше за все його значення дорівнює 0,5 або 0,6.

Оптимальна стратегія Z при визначенні прибутку розраховується за формулою:

$$Z = \max_{1 \le i \le m} \left[\beta \cdot \min_{1 \le j \le n} a_{ij} + (1 - \beta) \max_{1 \le j \le n} a_{ij} \right]. \quad (20)$$

Оптимальна стратегія при мінімізації витрат визначається за формулою

$$Z = \min_{1 \le i \le m} \left[\beta \cdot \max_{1 \le j \le n} a_{ij} + (1 - \beta) \min_{1 \le j \le n} a_{ij} \right]. \quad (21)$$

Завдання

1. Скласти задачу для прийняття рішення в умовах ризику, яка б описувалася матрицею розмірністю 4 х 4 та більше (приклад задачі наведений у додатку Г). Самостійно з літературних або інших джерел інформації обрати вірогідність появи тієї чи іншої події. Визначити оптимальну альтернативу за допомогою критеріїв Вальда, азартного гравця, добутків, Гурвіца та Севіджа.
2. При застосуванні критерію Гурвиця обрати 4 різних значення критерію песимізму λ з діапазону $\{0;1\}$.
3. Автоматизувати розрахунки та процедуру вибору оптимального рішення за допомогою програм Excel та Mathlab.
4. Оформити звіт з лабораторної роботи, який повинен містити наступні пункти:

4.1.Розроблену задачу, представлену у вигляді тексту та вихідної матриці;

4.2.Таблицю розрахунків в Excel з демонстрацією обраного рішення за кожним критерієм;

4.3.Програму розрахунків в Mathlab та результат виконання програми з демонстрацією обраного рішення за кожним критерієм;

4.4.Висновок, в якому ОПР обирає та обґрунтовує єдиний варіант рішення.

Лабораторна робота №4
Прийняття рішення в умовах протидії оточуючого середовища
Частина 1. Ігри з нульовою сумою

Основні поняття

Прийняття рішення в умовах протидії є найбільш розповсюдженим та природним явищем, тому що частіше за все середовищем, що оточує ОПР, є люди. І ці люди складають конкуруючу сторону, яка на всі прийняті рішення реагує не неупереджено, а сугубо у своїх власних інтересах.

Боротьба двох протилежних сторін називається конфліктом. Кожна конфліктна ситуацію дуже складна сама по собі та додатково ускладнюється масою несуттєвих факторів. Щоб зробити можливим математичний аналіз конфлікту, розробляють його математичну модель, яка називається **грою**.

Ігри бувають з нульовою сумою та з ненульовою сумою. У першому випадку виграш одного гравця завжди відбувається за рахунок інших, які мають зменшення виграшу. Таким чином, сума виграшів усіх гравців дорівнює нулю.

Якщо роздивитися гру 2 сторін, кожна з яких має набір своїх стратегій, то таку гру можна представити у вигляді таблиці, а гра буде носити назву матричної.

Стратегія гравця А	Стратегія гравця В					
	B1	B2	…	Bj	…	Bn
A1	a_{11}	a_{12}		a_{1j}		a_{1n}
A2	a_{21}	a_{22}		a_{2j}		a_{2n}
…						
Ai	a_{i1}	a_{i2}		a_{ij}		a_{in}
…						
Am	a_{m1}	a_{m2}		a_{mj}		a_{mn}

Рис. 3 – Формальна матриця гри m x n двох гравців

Матричну гру можна розв’язати у чистих або змішаних стратегіях. При розв’язанні у чистих стратегіях до матричної гри застосовується критерій максиміна (для визначення виграшу першого гравця) та мінімакса (для визначення програшу другого гравця), в результаті чого визначаються нижня та верхня ціни гри. Збігання значень нижньої та верхньої цін гри називається сідловою точкою. Це найпростіше рішення задачі в умовах протидії, що дозволяє знайти всього по одній стратегії для кожного гравця, від яких недоцільно відхилятися жодному з них. Але таке рішення є вкрай рідким. Частіше матрична гра не має сідлової точки та задача розв’язується у змішаних стратегіях. Дуже спрощена модель застосування змішаних стратегій передбачає для кожного гравця використання комбінації стратегій, кожна з яких сходить до цієї комбінації із своєю ймовірністю. При правильному виборі ймовірностей середній виграш буде дорівнюватися нулю.

Пошук пари змішаних стратегій здійснюється за допомогою методів лінійного програмування. Розглянемо симплекс-метод на прикладі простої задачі 2 x 2. На лабораторних роботах студент на протязі напівсеместру може заробити до 20 балів. Лабораторні роботи походять 1 раз на тиждень, тобто на них виділяється 16 аудиторних годин. Студенту на вибір пропонується 2 види лабораторних робіт: виконання та захист роботи першого виду займає 2 години та оцінюється у 4 бали, виконання та захист роботи другого виду займає 5 годин та оцінюється у 4,5 балів. Треба визначити кількість кожного виду лабораторних робіт, які треба виконати, щоб укластися у відведений час та отримати максимальну кількість балів.

Позначимо X_1 – лабораторні роботи першого виду; X_2 – лабораторні роботи другого виду.

Математичне формулювання **прямої симплекс-задачі:** знайти максимум цільової функції F(X) при системі обмежень.

$F(X) = X_1 + X_2 \to \max$;

Обмеження: $2X_1 + 5X_2 \leq 16$ - за часом;

$4X_1 + 4{,}5X_2 \leq 20$ – за оцінками.

Для побудови першого плану систему обмежень приведемо до системи рівнянь шляхом додавання додаткових (базисних) змінних:

$2X_1 + 5X_2 + 1Z_1 + 0Z_2 = 16$

$4X_1 + 4{,}5X_2 + 0Z_1 + 1Z_2 = 20$

Необхідно вирішити систему рівнянь відносно базисних змінних Z_1 та Z_2.

План	Базис	X_1	X_2	Z_1	Z_2	B
0	Z_1	2	5	1	0	16
	Z_2	4	4,5	0	1	20
Індексна строчка	F(X)	-1	-1	0	0	0

Поточний план не є оптимальним, так як у ньому є негативні елементи у індексній строчці.

Обираємо ведучий стовпчик та ведучу строчку, ними є: стовпчик X_2, строчка Z_1. Ведучий елемент - 5 – знаходиться на перетині ведучих строчки та стовпчика.

Формується наступна частина симплекс-таблиці. Замість змінної Z_1 в план 1 увійде змінна X_2. Строчка, що відповідає X_2 у плані 1, отримана шляхом ділення всіх елементів строчки Z_1 у плані 0 на ведучий елемент. На місті ведучого елемента в плані 1 отримуємо одиницю. Інші дві строчки плану 1 отримуємо шляхом віднімання із строчки, яка шукається, ведучої строки таким чином, щоб у ведучому стовпчику були нулі:

План	Базис	X_1	X_2	Z_1	Z_2	B
1	X_2	0,4	1	0,2	0	3,2
	Z_2	2,2	0	0,1	1	5,6
Індексна строчка	F(X)	-0,6	0	0,2	0	3,2

Поточний план наразі не є оптимальним, так як у ньому є негативні елементи у індексній строчці.

Знову обираємо ведучий стовпчик, ведучу строку та ведучий елемент. Складаємо план 2, з якого находимо рішення прямої задачі, а саме, кількість лабораторних робіт кожного типу, які потрібно виконати протягом напівсеместру:

X_1 - 2,54 штук;

X_2 - 2,19 штук, всього $F(X) = X_1 + X_2 = 2{,}19+2{,}54 = 4{,}73$ штуки.

Та отримаємо за це $4X_1 + 5X_2 = 4*2{,}19 + 4{,}5*2{,}54 = 20{,}19$ балів. Не будемо округлювати результати, щоб побачити, що в такий спосіб **не можна** виконувати навчальну програму!

Двоїста симплекс-задача на прикладі вищерозглянутої передбачає оптимізацію ресурсів та має вигляд:

$2\,Y_1 + 4\,Y_2 \geq 1$

$5\,Y_1 + 4{,}5\,Y_2 \geq 1$

$F(Y) = 16\,Y_1 + 20\,Y_2 \rightarrow \min.$

З першої теореми двоїстості відомо, що $Y = C*A^{-1}$. Матриця A складається з компонентів векторів, що входять до оптимального базису, з плану 0. У нашому випадку, до базису плану 2 входять X_1 та X_2, а вектори їх беремо з плану 0:

$$A(a_1, a_2) = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 4{,}5 \end{pmatrix}.$$

Зворотну матрицю A^{-1} знаходимо шляхом алгебраїчних доповнень:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -0{,}41 & 0{,}36 \\ 0{,}45 & -0{,}18 \end{pmatrix}$$

Вектор C – строчка коефіцієнтів цільової функції F(X) прямої симплекс-задачі, C = (1, 1) .

Таким чином, $Y = C*A^{-1} = (1, 1)* \begin{pmatrix} -0{,}41 & 0{,}36 \\ 0{,}45 & -0{,}18 \end{pmatrix} = (0{,}04; 0{,}64)$,

а оптимальний план двоїстої задачі має вигляд:

$Y_1 = 0{,}04$

$Y_2 = 0{,}64$

$F(Y) = 16\,Y_1 + 20\,Y_2 = 16\;0{,}04 + 20\;0{,}64 = 4{,}24$ лабораторні роботи.

У разі нескладних задач, а саме, таких, розмірність яких не перевищує (2 x n) або (m x 2), їх можна розв’язати графічним методом.

На площині X_1-X_2 необхідно побудувати прямі, що відповідають кожному обмеженню прямої симплекс-задачі.

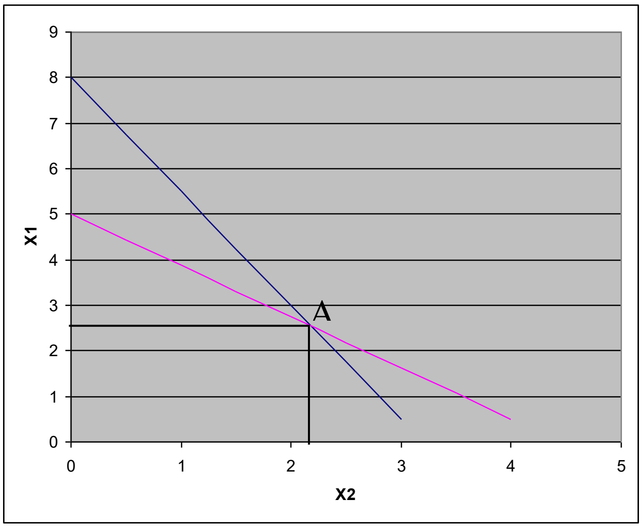

Рис. 4 – Рішення задачі графічним методом

У нашій задачі розмірністю (2 х 2) рішенням є координати точки перетину двох прямих – точка А (X_1, X_2):

X_1 - 2,54 штук;

X_2 - 2,19 штук, всього $F(X) = X_1 + X_2 = 2,19+2,54 = 4,73$ штуки.

Завдання

1. Скласти завдання для ігри з нульовою сумою, яка б описувалася системою з 2-ох рівнянь по 3 перемінні в кожному, або з 3-х рівнянь по 2 перемінних в кожному.

2. Визначити цільову функцію гри.

3. Знайти оптимальне рішення шляхом рішення прямої задачі симплекс-методом без застосування програмних засобів.

4. Автоматизувати процес за допомогою програм Excel або Mathlab на вибір.

5. Вирішити пряму задачу пошуку рішення графічним методом без застосування програмних засобів та за їх допомогою

6. Скласти зворотну симплекс-задачу та знайти її рішення (пп. 3, 4).

7. Оформити звіт з лабораторної роботи, який повинен містити наступні пункти:

7.1. Розроблену задачу, представлену у вигляді тексту та вихідної системи рівнянь;

7.2. Рішення прямої симплекс-задачі з наведенням усіх отриманих планів;

7.3. Рішення поставленої задачі графічним способом;

7.4. Систему рівнянь для зворотної симплекс-задачі та її рішення;

7.5. Висновки щодо прийнятого рішення.

Лабораторна робота №4
Прийняття рішення в умовах протидії оточуючого середовища.
Частина 2. Ігри з ненульовою сумою

Основні поняття

У іграх з ненульовою сумою необов’язково, щоб одна сторона вигравала, а інша – програвала. Як вигравати, так і програвати вони можуть одночасно. Також можна збільшити сукупний програш, або ж зменшити збитки шляхом координації своїх дій (стратегії в цілому) із супротивником, але це не завжди дозволяється правилами гри. Звідси й розподіл ігор з ненульовою сумою на **некооперативні** та **кооперативні**. В перших взаємодія сторін цілком виключається, або вони не можуть достати консенсусу. Прикладом некооперативної гри є дилема в’язнів. У кооперативних іграх присутнє обговорення дій обох сторін та досягнення рішення, яке б задовольняло обидві сторони. Прикладом є дилема подружжя.

Знайти оптимальне рішення у кооперативній грі можливо не тільки шляхом довгих переговорів, але й за допомогою методів теорії прийняття рішення. Для цього гру треба формалізувати, а саме, записати її у матричному вигляді. Матриця визначає виграші кожної із сторін при застосуванні стратегій. Якщо тепер перенести значення виграшів на площину, отриману з координат виграшів обох сторін, то можна визначити переговорну область та точку Неша. Саме вона буде оптимальним рішенням задачі.

Роздивимося побудову Парето-оптимальної площини на прикладі дилеми подружжя. Отже, кожен день подружжя вирішує питання, куди піти ввечері. Варіанти тільки 2: або на балет, або на футбол. Дружині, природно, подобається балет, але повне задоволення від нього вона може отримати тільки у разі, якщо піде до театру с чоловіком. Чоловіку, навпаки, зовсім не подобається балет, але він згоден його терпіти поруч з коханою дружиною. З футболом все діаметрально протилежно. Питання: куди йти сьогодні ввечері?

Запишемо матрицю гри:

Чоловік / Дружина	Балет	Футбол
Балет	10, 3	6, 6
Футбол	0, 0	3, 10

Перше число – виграш (у даному випадку - задоволення) дружини, друге – чоловіка.

Якщо представити ці числа як координати точок на площині, можна це відобразити на рисунку:

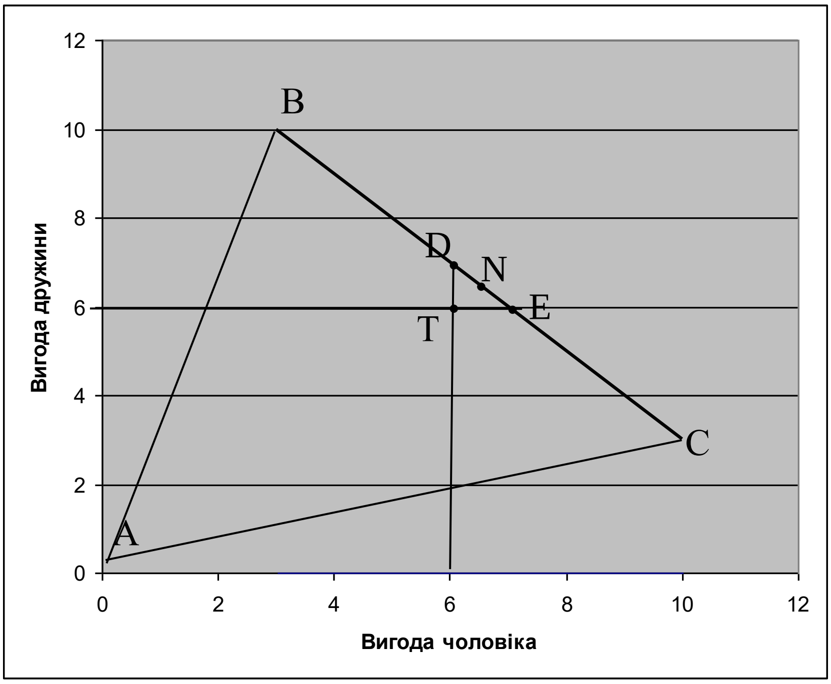

Рис. 5 – графічне відображення ігри з ненульовою сумою

Маємо трикутник, який є межею Парето-оптимальної площини. На ньому визначаємо: ВС - область Парето-оптимальних рішень, де виграш одного гравця відбувається за рахунок програшу іншого (як у іграх з нульовою сумою):

Т (6,6) - точку загрози;

DE - область переговорів;

N - точку Неша.

Точка Неша є одним із багатьох можливих рішень проблеми. Але її особливість у тому, що від рішення, знайденого в такий спосіб, невигідно відхилятися жодній стороні.

Завдання

1. Скласти завдання для кооперативної гри з ненульовою сумою та записати її у вигляді таблиці.

2. Представити гру у графічному вигляді, на графіку визначити:

2.1. Парето-оптимальну область;

2.2. Точку загрози та сформулювати саму загрозу;

2.3. Область переговорів;

2.4. Точку Неша.

3. Автоматизувати процес пошуку областей та точок за п. 2 за допомогою програм Excel та Mathlab.

4. Оформити звіт з лабораторної роботи, який повинен містити наступні пункти:

4.1. Постановку задачі, її матричне та графічне представлення;

4.2. Результат рішення в Excel;
4.3. Програму в Mathlab та результат її виконання;
4.4. Висновок, в якому ОПР обирає та обґрунтовує єдиний варіант рішення.

Лабораторна робота №5
Прийняття рішення за допомогою багатокритеріального вибору

Основні поняття

Як стало видно з попередніх лабораторних робіт, оптимальне рішення, знайдене за будь-яким критерієм, не завжди до вподоби ОПР. Або бувають ситуації, коли оптимальними є декілька варіантів та складно вибрати одне єдине рішення. Також у практиці прийняття рішення не рідко зустрічаються задачі, які просто неможливо вирішити застосуванням одного критерію. Саме для таких випадків і застосовується багатокритеріальний вибір, коли альтернативи оцінюються за всіма обраними критеріями. Отриману багатокритеріальну задачу можна звести до однокритеріальної. Цей процес називається **згорткою**, а суть його полягає у введенні узагальненого критерія (функції корисності), який є функцією від попередніх окремих критеріїв.

Лінійні згортки базуються на принципі: «низька оцінка за одним критерієм може бути компенсована високою оцінкою за іншим».

Функція корисності Z*:

$$Z = \max \sum_{j=1}^{n} Z_j \,, \tag{22}$$

де $Z = \begin{matrix} 1, & \textit{якщо альтернатива оптимальна}; \\ 0, & \textit{якщо альтернатива неоптимальна}. \end{matrix}$

Лінійна згортка підраховує, скільки разів та або інша стратегія була оптимальною.

Лінійна згортка з множниками, що нормують.

Функція корисності Z*:

$$Z = \max \sum_{j=1}^{n} a_j \cdot a_{ij} \tag{23}$$

де $a_j = \dfrac{1}{\sum\limits_{i=1}^{m} a_{ij}}$ - множник, що нормує. (24)

Введення множників, що нормують, дозволяє оцінки усіх альтернатив звести до значень у діапазоні від 0 до 1. Особливо це важливо у тому випадку, коли оцінки мають різні одиниці вимірювання.

Лінійна згортка з ваговими коефіцієнтами. Вагові коефіцієнти визначають відносний внесок всіх критеріїв у функцію корисності. Вони є відображенням досвіду та інтуїції ОПР у даній області знань та, на жаль, є суб'єктивним відношенням ОПР до самих критеріїв та проблеми в цілому.

Функція корисності Z*:

$$Z = \max \sum_{j=1}^{n} a_j \beta_j \cdot a_{ij} \, , \qquad (25)$$

де β_j – вагові коефіцієнти, приймають значення від 0 до 1, сума всіх вагових коефіцієнтів дорівнює 1.

Видно, що при зміні значень вагових коефіцієнтів, оптимальні рішення можуть доволі відрізнятися.

Максимінна та лексикографічна згортки. Максимінна згортка заснована на застосуванні принципу максиміна. Використання цього виду згортки можливо тільки після виконання процедури нормування за допомогою множників, що нормують (24):

$$Z = \max_{1 \le i \le m} \min_{1 \le j \le n} \sum_{j=1}^{n} a_j \cdot a_{ij} \qquad (26)$$

Для випадку, коли максимінна згортка дає декілька однакових результатів, А. Джоффріон запропонував використовувати лексиграфічну згортку. Її суть полягає в тому, що після максимінної згортки, до однакових результатів застосовується лінійна згортка.

Мультиплікативна згортка базується на постулаті, що низка оцінка хоча б з одним критерієм спричиняє низьке значення функції корисності:

$$Z = \max \prod_{j=1}^{n} a_j \cdot a_{ij} \, , \qquad (27)$$

де a_j – множник, що нормує.

При застосуванні вагових коефіцієнтів β_j:

$$Z = \max \prod_{j=1}^{n} a_j \beta_j \cdot a_{ij} \qquad (28)$$

Багатокритеріальний вибір мовою бінарних відносин. Такий вибір застосовується, коли не всі альтернативи оцінюються за всіма критеріями. За таких умов альтернативи можна порівняти між собою лише попарно. Таке порівняння називається бінарними відносинами. Їх дуже зручно зображувати наочно у вигляді орієнтованих графів. Вершини графів – це альтернативи, дуги між ними – їх зв’язки. Напрямок зв’язку вказує, яка альтернатива є кращою за іншу. Якщо за якимось критерієм оцінюється тільки одна альтернатива, то на графі виникає петля.

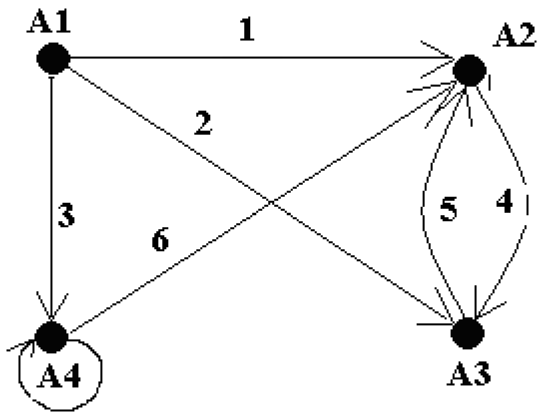

Рис. 6 – Приклад орієнтованого графу.

На рис. 6 альтернатива A_1 краща за альтернативи A_2, A_3, A_4, альтернатива A_2 за одним критерієм краща за A_3, альтернатива A_3 за іншим критерієм краща за A_2, альтернатива A_4 краща за A_2.

За допомогою орієнтованого графу можна визначити кращу альтернативу. При цьому розрізняють поняття максимального елемента та оптимального елемента по Парето.

Таким чином, максимальним елементом буде той, з якого виходять стрілки в **усі** інші вершини графа; оптимальним по Парето буде той елемент, в який не входить жодна стрілка.

У разі, якщо розглядається багато альтернатив, не завжди зручно представляти систему у вигляді графа. Іноді краще та наочніше побудувати матрицю. За графом можна побудувати 2 матриці: матрицю суміжності та матриці інцидентності.

Матриця суміжності вершин графа – це квадратна матриця розміру m x m (де m – кількість вершин) з елементами:

$$C_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо з вершини } a_i \text{ є дуга до вершини } a_j; \\ 0, \text{ якщо за вершини } a_i \text{ немає дуги до вершини } a_j. \end{cases}$$

Вершини	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	0	1

Рис. 7 – Приклад матриці суміжності для графа, наведеного на рис. 6

Максимальним елементом у матриці суміжності є той, чий рядок складається із всіх одиниць (крім самого себе, там може бути ї нуль).

Оптимальним по Парето є той елемент, чий стовпчик складається із всіх нулів.

Матриця інцидентності графа – це матриця, рядки якої відповідають вершинам, а стовпчики – дугам. При цьому граф не повинен мати петель. Елементи матриці приймають значення -1; 0; 1 у разі:

1, якщо з вершини і є початком дуги j;

Cij = -1, якщо вершина і є кінцем дуги j;

0, якщо за вершини і не інцидентна до дуги j.

Дуги / Вершини	1	2	3	4	5
1	1	1	0	0	0
2	-1	0	-1	-1	-1
3	0	-1	0	1	-1
4	0	0	1	0	0

Рис. 8 – Приклад матриці інцидентності для графа, наведеного на рис. 6 за умови відсутності дуги біля вершини A_4

Максимальний елемент – той, чиї рядки містять одиниці на одну менше, ніж кількість рядків (вершин).

Оптимальний по Парето елемент – той, чий рядок не містить «-1».

Завдання

1. Скласти задачу, до якої можна було б застосувати всі відомі студенту критерії, представити її у вигляді матриці розмірністю не менше за 4 х 4.
2. За бажанням розробити власні критерії оцінювання альтернатив рішення задачі.
3. Знайти оптимальні рішення за всіма критеріями, результат представити у вигляді таблиці.
4. Застосувати до отриманої таблиці принцип Парето та визначити множину Парето.
5. Застосувати до отриманої таблиці згортки: лінійну, максиминну, лексиграфічну (при необхідності) та мультиплікативну. Визначити оптимальну альтернативу.
6. Ввести нормуючі та вагові коефіцієнти та повторити згортки. Визначити оптимальну альтернативу. Порівняти результати.
7. З таблиці, отриманої в п. 3, випадковим чином видалити деякі оцінки.
8. За отриманими даними побудувати граф, матрицю суміжності та матрицю інцидентності. Визначити оптимальну альтернативу.

9. Оформити звіт з лабораторної роботи, який повинен містити наступні пункти:

9.1.Постановку задачі, її матричне представлення;

9.2.Результат рішення в Excel;

9.3.Програму в Mathlab та результат її виконання;

9.4.Висновок, в якому ОПР обирає та обґрунтовує єдиний варіант рішення.

Лабораторна робота №6
Прийняття рішення за допомогою метода аналізу ієрархій

Основні поняття

Якщо задачу прийняття рішення можливо представити у вигляді таблиці, як це було у роботах №№1-6, то найкращим способом обрати оптимальну альтернативу є застосування критеріїв, що розглядалися раніше. Але якщо задача багаторівнева і одні її елементи знаходяться під впливом інших, такий підхід недоцільний. Найпростішим способом визначити вплив одних елементів системи на інший є побудова ієрархічної структури.

Вважається, що елементи у кожній групі (на кожному рівні) незалежні, таким чином усі елементи розподіляються на групи. У відповідності із співвідношенням між групами будується ієрархія та визначається ціль, заради якої досліджується система. Коли всі рівні ієрархії завдані, складаються матриці парних порівнянь між елементами відносно кожного елемента більш високого рівня.

Парне порівняння передбачає порівняння одного елемента із всіма іншими. Для складання таблиць необхідно перший елемент порівняти із всіма іншими, у тому числі із самим собою, далі ту ж процедуру повторити для другого елемента і так до кінця. На це знадобиться $\frac{n(n-1)}{2}$ порівнянь.

Результат записується у вигляді матриці розміром nxn:

$$A=\begin{pmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{pmatrix}, \tag{29}$$

Де w_i – вага кожного елемента.

Для цієї матриці характерними є наступні риси:

1) відносна вага любого елемента aij при виконанні умови i = j дорівнює 1;

2) для любих номерів i та k справедливі співвідношення $a_{ik}*a_{ki} = 1$, $a_{ik}= 1/a_{ki}$.

Характеристикою матриці є власний (головний) вектор-стовбчик $W = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ ... \\ w_n \end{pmatrix}$.

Розрахувати його можна наступним чином:

1) знаходиться сума елементів кожної строки матриці, результат заноситься у окремий стовпчик;

2) знаходиться сума елементів отриманого стовпчика;

3) кожний елемент отриманого стовпчика поділяється на отриману суму;

4) результат записується у стовпчик – це і є головний вектор.

Для парного оцінювання альтернатив залучаються експерти із різних галузей науки та техніки. Для отримання узгоджених оцінок експертам представляється єдина шкала оцінок:

1 – альтернативи рівні між собою;

3 – слаба перевага однієї альтернативи над іншою;

5 – сильна перевага однієї альтернативи над іншою;

7 – дуже сильна перевага однієї альтернативи над іншою;

9 – абсолютна перевага однієї альтернативи над іншою;

2, 4, 6, 8 – додаткові значення.

Розширення методу аналіза ієрархій.

Перший випадок, коли треба розширити класичний МАІ, виникає, якщо переваги експерта змінюються з часом. Тоді матриця парних порівнянь заповнюється не числами, а функціями часу. Визначення пріоритетів здійснюється численим методом. Для цього будуються матриці у різні моменти часу t={0,1,2,3…n}. Шаг та шкала часу обираються, виходячи з типу задачі. Далі для кожної матриці знаходяться головні вектори, а для визначення динаміки альтернатив будуються графіки їх змінювання у часі.

Другий випадок, коли в опитуванні приймає участь декілька експертів. процедура отримання узагальнених пріоритетів називається агрегуванням. У разі, якщо професійний рівень експертів та їх компетентність є однаковими, агрегування їх оцінок відбувається за допомогою середнього геометричного за формулою:

$$a_j^{агр} = \sqrt[n]{\prod_{k=1}^{n} a_{jk}} \ , \qquad (30)$$

де n – кількість експертів;

a_{jk} – j-й елемент кожної з k матриць.

Агрегування можна здійснювати як на рівні вихідних матриць, так і на рівні їх головних векторів.

Третій випадок – найбільш розповсюджений – коли кваліфікації експертів у даній предметній області різні. У цьому разі, крім матриць парних порівнянь альтернатив задачі, що вирішується, ОПР повинен мати систему критеріїв оцінювання кваліфікації експертів. Їх доцільно також представити у вигляді матриці парних порівнянь. Цю матрицю складає або незалежний експерт, або сама ОПР. агреговані оцінки альтернатив розраховуються за формулою:

$$a_j^{агр} = \prod_{k=1}^{n} a^{d_k} \ , \tag{31}$$

Де n – кількість експертів;

d_k – вага кожного експерта, $\sum d_k = 1$.

Четвертий випадок виникає в результаті наявності обмежень методу парних порівнянь, коли на експертизу надходить більш за 9 альтернатив. Класичний МАІ у цьому випадку неефективний. Для рішення проблеми оцінювання альтернатив використовується метод порівняння із стандартами. Стандарт встановлює рівень якості альтернативи відносно критерію якості. Кожен стандарт ототожнюється з існуючим на практиці еталоном якості. В ієрархії рівень стандартів знаходиться між альтернативами та їх критеріями, шкала стандартів наступна:

основні значення: L - низький (від англ. low);

M – середній (від англ. middle);

H – високий (від англ. high);

допоміжні значення: HH, HM, ML, LL.

П'ятий випадок виникає, коли альтернативи, які можуть бути оцінені за визначеною кількістю критеріїв, оцінюються експертами не за всіма з них. Така задача характерна для ситуацій, в яких множина критеріїв є надлишковою для однієї або декількох альтернатив. Таким чином, ОПР має ієрархію з різною кількістю альтернатив під кожним критерієм або їх частиною (рис. 4)

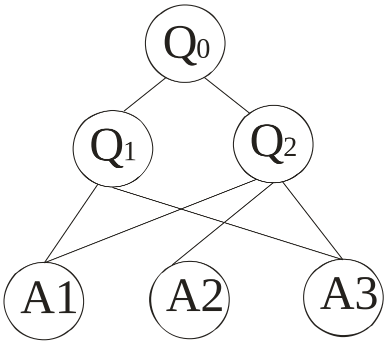

Рис. 9 – Ієрархія з неповним набором альтернатив під критеріями

Завдання

1. Визначити оптимальну альтернативу у разі, якщо оцінки експертів є динамічними функціями (завдання у додатку Д).

2. Визначити оптимальну альтернативу за результатами їх оцінювання декількома експертами, вага яких для ОПР рівна (завдання у додатку Е) .

3. Визначити оптимальну альтернативу за результатами їх оцінювання декількома експертами, вага яких для ОПР різна та представлена матрицею парних порівнянь (завдання у додатку Ж) .

4. Визначити оптимальну альтернативу методом порівняння їх зі стандартами (завдання у додатку З)

4.1. Побудувати ієрархію, у якій кожна альтернатива пов’язана із критерієм через відповідний стандарт;

4.2. Визначити числові значення стандартів;

4.3. Визначити вагу альтернатив відносно критеріїв;

4.4. Визначити вагу альтернатив відносно головної цілі.

5. Визначити оптимальну альтернативу у ієрархії, де альтернативи оцінюються не за всіма критеріями (завдання у додатку І):

5.1. Побудувати ієрархію;

5.2. Визначити вагу альтернатив за критеріями;

5.3. Визначити вагу альтернатив відносно головної цілі.

6. Оформити звіт з лабораторної роботи, який повинен містити наступні пункти:

6.1. Завдання за пп. 1-5

6.2. Результат рішення в Excel, в задачі 1 (п.1) навести графік зміни пріоритетів альтернатив;

6.3. Програму в Mathlab та результат її виконання;

6.4. Висновок, в якому ОПР обирає та обґрунтовує єдиний варіант рішення у кожній задачі.

Додаток А

Приклад задачі для прийняття рішення в умовах ризику

Склад схеми, частини			Надійність
Резистори	Транзистори	Діоди	
0,80	0,10	0,10	0,992
0,20	0,70	0,10	0,996
0,05	0,05	0,90	0,993

Додаток Б

Варіанти завдань №3 до лабораторної роботи №1

Вар. 1 $P(s)=As^3+Bs^2+D$

s	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
P	12	10.1	11.58	17.4	30.68	53.6	87.78	136.9	202.5	287

Вар.2 $G(s)=As^2-B$

s	0.5	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
G	3.99	5.65	6.41	6.71	7.22	7.61	7.83	8.19	8.3

Вар. 3 $K(s)=As^2/Bs+D$

s	0.1	0.5	1	1.5	2	2.5	3.5	3.5	4
K	2.31	2.899	3.534	4.412	5.578	6.92	8.699	10.69	13.39

Вар.4 $V(s)=As^3*Bs+D$

s	0.2	0.7	1.2	1.7	2.2	2.7	3.2
V	2.3198	2.8569	3.5999	4.4357	5.5781	6.9459	8.6621

Вар. 5 $W(s)=A/(Bs+C)$

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9
W	0.529	0.298	0.267	0.171	0.156	0.124	0.1	0.078	0.075

Вар. 6 $Q(s)=As^2+Bs+C$

s	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3
Q	5.21	4.196	3.759	3.672	4.592	4.621	5.758	7.173	9.269

Вар. 7 $Y=x/(Ax-B)$

x	3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9
Y	0.61	0.6	0.592	0.58	0.585	0.583	0.582	0.57	0.572	0.571

Вар. 8 $V=1/(A+BU^2)$

u	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
V	5.197	7.78	11.14	15.09	19.24	23.11	26.25	28.6	30.3

Вар. 9 $R=At^2+14.5$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	2.11	5.2	11.15	19.27	26.2	30.37	32.0	33.0	33.22	33.2

Вар. 10 $Z=At^4+Bt^3+Ct^2+Dt+K$

t	0.66	0.9	1.17	1.47	1.7	1.74	2.08	2.63	3.12
Z	38.9	68.8	64.4	66.5	64.95	59.36	82.6	90.63	113.5

Вар. 11 $R=Ch^2+Dh+K$

h	2	4	6	8	10	12	14	16
R	0.035	0.09	0.147	0.2	0.24	0.28	0.31	0.34

Вар. 12 $G=DL+K$

L	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
G	2	2.39	2.81	3.25	3.75	4.11	4.45	4.85	5.25

Вар. 13 $Y=Ax^3+Bx^2+Cx+D$

X	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
Y	1.5	2.7	3.9	5.5	7.1	9.1	11.1	12.9	15.5	17.9

Вар. 14 $Y=Ax^3+Cx+D$

X	0	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
Y	1.2	2.2	3.0	6.0	7.7	13.6

Вар. 15 $R=Ch^2+K$

h	0.29	0.57	0.86	1.14	1.43	1.71	1.82	2.0
R	3.33	6.67	7.5	13.33	16.67	23.33	27.8	33.35

Вар. 16 $Z=At^4+Ct^2+K$

t	1	1.14	1.29	1.43	1.57	1.71	1.86	1.92	2
Z	6.2	7.2	9.6	12.5	17.1	22.2	28.3	35.3	36.5

Вар. 17 $Z=At^4+Bt^3+Dt+K$

t	2	2.13	2.25	2.38	2.5	2.63	2.75	2.88	3
Z	12.57	16.43	19	22.86	26.71	31.86	37.0	43.43	49.86

Вар. 18 $Z=At^4+Bt^3+Ct^2+K$

t	3	3.13	3.25	3.38	3.5	3.63	3.75	3.88	4
Z	57.14	64.0	74.29	81.14	91.43	105.14	115.43	129.14	142.86

Вар. 19 $Z=At^4+Dt+K$

t	0.88	0.9	0.91	0.93	0.94	0.96	0.97	0.99	1
Z	0.029	0.086	0.17	0.31	0.43	0.57	0.71	0.86	0.97

Вар. 20 $Y=Ax^3+D$

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8
Y	0.072	0.073	0.075	0.096	0.12	0.16	0.24	0.35	0.42	0.47

Вар. 21 $R=At^3+Ct^2$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	2.11	5.2	11.15	19.27	26.2	30.37	32.0	33.0	33.22	33.2

Вар. 22 $W(s)=1/(Bs-C)$

s	2	2.38	2.75	3.13	3.5	3.88	4.25	4.63	5
W	3.5	2.29	2.29	1.99	1.71	1.5	1.35	1.21	1.14

Вар. 23 $V(s)=As^3/Bs^2$

s	1	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5	20
V	1.11	1.57	2.26	2.84	3.25	3.75	4.05	4.45	4.75

Вар. 24 $Y=x/(Ax+B)$

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
Y	0.2140	0.2210	0.2237	0.2258	0.2262	0.2268	0.2275	0.2283	0.2288

Вар. 25 $V(s)=As^3+B/s^2-D$

s	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11	11.5	12
V	25.75	27.25	29.5	31.0	32.5	34.0	35.5	37.75	39.25

Додаток В

Приклад задачі на прийняття рішення в умовах ризику.

Потрібно прийняти рішення про те, як часто проводити профілактичний ремонт ЕОМ, щоб мінімізувати витрати у разі несправності. У разі, якщо ремонт буде проводитися дуже часто, затрати на обслуговування будуть великими при малих затратах із-за випадкових поломок.

Альтернативи : А1 – відмова від перевірки;
А2 - мінімальна перевірка;
А3 – повна перевірка.

Події та їх вірогідності: В1 – відсутність поломок; Р1 = 0,20
В2 – неполадки технічного характеру; Р2 = 0,30
В3 – неполадки програмного характеру; Р3 = 0,40
В4 – обидва види неполадок; Р4 = 0,10.

В / А	Відсутність поломок	Неполадки технічного характеру	Неполадки програмного характеру	Обидва види неполадок
Р	0,20	0,30	0,40	0,10
Відмова від перевірки	0	500	300	1000
Мінімальна перевірка	100	100	30	400
Повна перевірка	300	50	0	100

Додаток Г

Приклад задачі на прийняття рішення в умовах невизначеності.

При роботі великих обчислювальних систем необхідно періодично припиняти обробку інформації та перевіряти систему на наявність в ній вірусів. Призупинення обробки інформації призводить до економічних витрат. У разі, якщо вірус не буде своєчасно виявлений, можлива часткова втрата інформації, що призведе до більших збитків.

Альтернативи : А1 – повна перевірка;
А2 - мінімальна перевірка;
А3 – відмова від перевірки.

Події: В1 – відсутність вірусів;
В2 – вірус є, але не встиг пошкодити інформацію;
В3 – є файли, що потребують відновлення.

В А	Відсутність вірусів	вірус є, але не встиг пошкодити інформацію	є файли, що потребують відновлення
Повна перевірка	500	400	300
Мінімальна перевірка	200	100	30
Відмова від перевірки	0	50	500

Додаток Д

Завдання №1 до лабораторної роботи №6.

При виборі управляючої обчислювальної машини враховуються наступні фактори: швидкодія, вживання електроенергії, можливість модернізації та ергономічність ($A_i(t)$). Ці альтернативи за час, що потрачений на вибір, змінилися. Визначити пріоритети альтернатив.

Таблиця Д.1

Варіанти завдань для обчислювання динамічних пріоритетів експертів

Вар	**1**				**Вар**	**2**			
	1	7+t	2t	1/(t+47)		1	2t+5	12-t	1/(7t-5)
	1/(7+t)	1	25t+1	2-3t		1/(2t+5)	1	t	1/t
	1/2t	1/(25t+1)	1	1+0,5t		1/(12-t)	1/t	1	8/t
	t+47	1/(2-3t)	1/(1+0,5t)	1		7t-5	t	t/8	1
Вар	**3**				**Вар**	**4**			
	1	1/20t	1-5t	1/8t		1	42+4t	2	1/(11t)
	20t	1	1/(2t+1)	1/4t		1/(42+4t)	1	t-29	5t
	1/(1-5t)	2t+1	1	8-t		½	1/(t-29	1	14+2t
	8t	4t	1/(8-t)	1		11t	1/5t	1/(14+2t)	1

Вар	**5**				**Вар**	**6**			
	1	t-7	55t	8+3t		1	2t-34	1/22t	t-8
	1/(t-7)	1	61+t	24		1/(2t-34)	1	2+t	50
	1/55t	1/(61+t)	1	10t		22-t	1/(2+t)	1	61t
	1/8+3t	1/24	1/(10t)	1		1/(t-8)	1/50	1/(61t)	1
Вар	**7**				**Вар**	**8**			
	1	96t	1/(20t+2)	8t-5		1	1/(53t+2)	17t+11	45+3 t
	1/96t	1	7+3t	1/(22-		53t+2	1	0,5t+2	2t
	20t+2	1/(7+3t)	1	84t		1/(17t+11)	1/(0,5t+2)	1	1/21t+3
	1/(8t-5)	22-27t	1/(84t)	1		1/45+3t	1/2t	21t+32	1
Вар	**9**				**Вар**	**10**			
	1	11t-1	1/24+0,6t	68-t		1	0,1t	1/7t+3	2t+0,2
	1/11t-1	1	7t	0,2		1/0,1t	1	4-0,3t	1/0,3t
	24+0,6t	1/(7t)	1	0,4t+1		7t+3	1/ 4-0,3t	1	t
	1/68-t	1/0,2	1/(0,4t+1)	1		1/2t+0,2	1/2t+0,2	1/t	1
Вар	**11**				**Вар**	**12**			
	1	0,3t	1/(7t+1)	4-		1	7+t	2t	1/(t-47)
	1/0,3t	1	9t-3	0,3t+1		1/(7+t)	1	25t+1	2-3t
	7t+1	1/(9t-3)	1	1/(63t-2)		1/2t	1/(25t+1)	1	1+0,5t
	1/(4- t)	1/(0,3t+1)	63t-2	1		t-47	1/(2-3t)	1/(1+0,5t)	1
Вар	**13**				**Вар**	**14**			
	1	2t+5	2-t	1/(7t-5)		1	42+4t	2	1/(11t)
	1/(2t+5	1	t	1/t		1/(42+4t)	1	t-29	5t
	1/(2-t)	1/t	1	8/t		½	1/t-29	1	14+2t
	7t-5	t	t/8	1		11t	1/5t	1/14+2t	1
Вар	**15**				**Вар**	**16**			
	1	42+4t	2	1/(11t)		1	t-7	55t	8+3t
	1/42+4t	1	t-29	5t		1/(t-7)	1	61+t	24
	½	1/t-29	1	14+2t		1/55t	1/(61+t)	1	10t
	11t	1/5t	1/14+2t	1		1/8+3t	1/24	1/(10t)	1
Вар	17				**Вар**	18			
	1	t-47	1/(2-3t)	1/(1+0,5		1	2t+5	2-t	7t-5
	1/(7+t)	1	1/2t	1/(25t+1		1/(2t+5)	1	t	1/t
	2-3t	1+0,5t	1	1/(7+t)		1/(2-t)	1/t	1	t/8
	1+0,5t	25t+1	7+t	1		1/(7t-5)	t	8/t	1
Вар	19				**Вар**	20			
	1	1/20t	1-5t	8t		1	1/(42+4t)	½	11t
	20t	1	2t+1	1/4t		42+4t	1	t-29	5t
	1/1-5t	1/(2t+1)	1	8-t		2	1/t-29	1	1/14+2t
	1/8t	4t	1/(8-t)	1		1/(11t)	1/5t	14+2t	1
Вар	21				**Вар**	22			
	1	1/11t-1	24+0,6	1/68-t		1	1/0,1t	7t+3	2t+0,2
	11t-1	1	7t	0		0,1t	1	4-0,3t	1/0,3t
	1/(24+0,6t	1/(7t)	1	1/(0,4t+1)		1/7t+3	1/(4-0,3t)	1	t
	68-t	0	0,4t+1	1		1/2t+0,2	0,3t	1/t	1

Вар	23				**Вар**	24			
	1	1/96t	20t+2	1/(8t-56)		1	53t+2	1/(17t+11)	1/45+3t
	96t	1	1/(71+3t)	22-27t		1/(53t+2)	1	1/(0,5t+2)	1/2t
	1/20t+2	71+3t	1	84t		17t+11	0,5t+2	1	1/21t+3
	8t-56	1/(22-27t)	1/(84t)	1		45+3t	2t	21t+32	1
Вар	25				**Вар**	26			
	1	1/(t-7)	1/55t	1/8+3t		1	1/(2t-34)	22-t	t-8
	t-7	1	61+t	1/24		2t-34	1	2+t	1/50
	55t	1/(61+t)	1	10t		1/22t	1/(2+t)	1	1/(61t)
	8+3t	24	1/(10t)	1		1/t-8	50	61t	1
Вар	27				**Вар**	28			
	1	2t+5	2-t	7t-5		1	42+4t	½t	1/(11t)
	1/(2t+5)	1	t	1/t		1/(42+4t)	1	t-29	5t
	1/(2-t)	1/t	1	8/t		2t	1/t-29	1	14+2t
	1/(7t-5)	t	t/8	1		11t	1/5t	1/14+2t	1
Вар	29				**Вар**	30			
	1	0,3t	1/7t+1	4-t		1	7+t	2t	1/(t-47)
	1/0,3t	1	9t-3	1/0,3t+1		1/(7+t)	1	25t+1	1/(2-3t)
	7t+1	1/9t-3	1	1/63t-2		1/2t	1/(25t+1)	1	1+0,5t
	¼-t	0,3t+1	63t-2	1		t-47	2-3t	1/(1+0,5t)	1

Додаток Е

Завдання №2 до лабораторної роботи №6.

Надані матриці парних порівнянь чотирьох альтернатив від чотирьох експертів з однаковою кваліфікацією у даній предметній області. Визначити агреговані ваги альтернатив, побудувати ієрархічну структуру.

Вар. 1	1	1/2	2	1/5		1	1/2	7	1/5
A^1	2	1	1/6	94	A^2	2	1	1/3	1/6
	½	6	1	45		1/7	3	1	4
	5	1/94	1/45	1		5	6	¼	1

	1	1,5	8	1,2		1	10	0,3	12
A^3	0,7	1	1/4	1/7	A^4	0,1	1	17	20
	1/8	4	1	1/5		3	17	1	1/13
	0,8	7	5	1		1/12	1/20	13	1

Вар. 2	1	12	1/22	8		1	1/12	17	6
A^1	1/12	1	100	1/2	A^2	12	1	1/10	1/2
	22	0,01	1	16		1/17	10	1	1/38
	1/8	12	1/16	1		1/6	62	38	1

	1	1/2	1/14	3		1	1/4	25	12
A^3	2	1	56	1/20	A^4	4	1	1/28	1/6
	14	1/56	1	38		1/25	28	1	1/22
	1/3	20	1/38	1		1/12	6	223	1

Вар. 3	1	3	1/17	12		1	4	1/3	38
A^1	1/3	1	1/100	22	A^2	1/4	1	10	1/14
	17	100	1	1/7		3	1/10	1	4
	1/12	1/22	7	1		1/38	14	1/36	1

	1	20	1/8	2		1	1/4	20	1/16
A^3	1/20	1	14	0	A^4	4	1	1/3	6
	8	1/14	1	35		1/20	3	1	1/6
	1/2	0	1/35	1		16	1/6	6	1

Вар. 4	1	1/18	7	32		1	10	¼	1/16
A^1	18	1	1/4	1/6	A^2	1/10	1	15	20
	1/7	4	1	1/18		4	1/15	1	1
	1/32	6	18	1		16	1/20	1	1

	1	3	1/22	56		1	56	1/12	5
A^3	1/3	1	1	1/7	A^4	1/56	1	17	52
	22	1	1	1/28		12	1/17	1	1/26
	1/56	4	28	1		1/5	1/52	26	1

Вар. 5	1	1/2	2	1/5		1	12	1/22	8
A^1	2	1	1/6	94	A^2	1/12	1	100	1/2
	½	6	1	45		22	0,01	1	16
	5	1/94	1/45	1		1/8	12	1/16	1

	1	3	1/17	12		1	1/18	7	32
A^3	1/3	1	1/100	22	A^4	18	1	1/4	1/6
	17	100	1	1/7		1/7	4	1	1/18
	1/12	1/22	7	1		1/32	6	18	1

Вар. 6	1	1/12	17	6		1	1/2	7	1/5
A^1	12	1	1/10	1/2	A^2	2	1	1/3	1/6
	1/17	10	1	1/38		1/7	3	1	4
	1/6	62	38	1		5	6	¼	1

	1	4	1/3	38		1	10	¼	1/16
A^3	1/4	1	10	1/14	A^4	1/10	1	15	20
	3	1/10	1	46		4	1/15	1	1
	1/38	14	1/36	1		16	1/20	1	1

Вар. 7	1	3	1/17	12		1	4	1/3	38
A^1	1/3	1	1/100	22	A^2	1/4	1	10	1/14
	17	100	1	1/7		3	1/10	1	46
	1/12	1/22	7	1		1/38	14	1/36	1

	1	20	1/8	2		1	1/4	20	1/16
A^3	1/20	1	14	0	A^4	4	1	1/3	6
	8	1/14	1	35		1/20	3	1	1/6
	1/2	0	1/35	1		16	1/6	6	1

Вар. 8	1	10	0,3	12		1	1/4	25	12
A^1	0,1	1	17	20	A^2	4	1	1/28	1/6
	3	17	1	1/13		1/25	28	1	1/22
	1/12	1/20	13	1		1/12	6	22	1

	1	1/4	20	1/16		1	56	1/12	5
A^3	4	1	1/3	6	A^4	1/56	1	17	52
	1/20	3	1	1/6		12	1/17	1	1/26
	16	1/6	6	1		1/5	1/52	26	1

Вар.9	1	12	1/22	8		1	1/2	7	1/5
A^1	1/12	1	100	1/2	A^2	2	1	1/3	1/6
	22	0,01	1	16		1/7	3	1	4
	1/8	12	1/16	1		5	6	¼	1
	1	1/4	20	1/16		1	3	1/22	56
A^3	4	1	1/3	6	A^4	1/3	1	1	1/7
	1/20	3	1	1/6		22	1	1	1/28
	16	1/6	6	1		1/56	4	28	1

Вар. 10	1	1/2	2	1/5		1	1/12	17	6
A^1	2	1	1/6	94	A^2	12	1	1/10	1/2
	½	6	1	45		1/17	10	1	1/38
	5	1/94	1/45	1		1/6	62	38	1
	1	1,5	8	1,2		1	3	1/17	12
A^3	0,7	1	1/4	1/7	A^4	1/3	1	1/100	22
	1/8	4	1	1/5		17	100	1	1/7
	0,8	7	5	1		1/12	1/22	7	1

Вар. 11	1	1/4	25	12		1	10	¼	1/16
A^1	4	1	1/28	1/6	A^2	1/10	1	15	20
	1/25	28	1	1/22		4	1/15	1	1
	1/12	6	223	1		16	1/20	1	1
	1	20	1/8	2		1	56	1/12	5
A^3	1/20	1	14	0	A^4	1/56	1	17	52
	8	1/14	1	358		12	1/17	1	1/26
	1/2	0	1/35	1		1/5	1/52	26	1

Вар. 12	1	10	0,3	12		1	1/12	17	6
A^1	0,1	1	17	20	A^2	12	1	1/10	1/2
	3	17	1	1/13		1/17	10	1	1/38
	1/12	1/20	13	1		1/6	62	38	1
	1	4	1/3	38		1	10	¼	1/16
A^3	1/4	1	10	1/14	A^4	1/10	1	15	20
	3	1/10	1	46		4	1/15	1	1
	1/38	14	1/36	1		16	1/20	1	1

Вар. 13	1	3	1/22	56		1	1/4	25	12
A^1	1/3	1	1	1/7	A^2	4	1	1/28	1/6
	22	1	1	1/28		1/25	28	1	1/22
	1/56	4	28	1		1/12	6	223	1
	1	1,5	8	1,2		1	3	1/17	12
A^3	0,7	1	1/4	1/7	A^4	1/3	1	1/100	22
	1/8	4	1	1/5		17	100	1	1/7
	0,8	7	5	1		1/12	1/22	7	1

Вар. 14	1	1/18	7	32		1	10	¼	1/16
A^1	18	1	1/4	1/6	A^2	1/10	1	15	20
	1/7	4	1	1/18		4	1/15	1	1
	1/32	6	18	1		16	1/20	1	1
	1	12	1/22	8		1	4	1/3	38
A^3	1/12	1	100	1/2	A^4	1/4	1	10	1/14
	22	0,01	1	16		3	1/10	1	46
	1/8	12	1/16	1		1/38	14	1/36	1

Вар. 15	1	1/2	1/14	3		1	1/2	7	1/5
A^1	2	1	56	1/20	A^2	2	1	1/3	1/6
	14	1/56	1	38		1/7	3	1	4
	1/3	20	1/38	1		5	6	¼	1
	1	1/4	20	1/16		1	10	0,3	12
A^3	4	1	1/3	6	A^4	0,1	1	17	20
	1/20	3	1	1/6		3	17	1	1/13
	16	1/6	6	1		1/12	1/20	13	1

Вар. 16	1	1/2	2	1/5		1	1/12	17	6
A^1	2	1	1/6	94	A^2	12	1	1/10	1/2
	½	6	1	45		1/17	10	1	1/38
	5	1/94	1/45	1		1/6	62	38	1
	1	20	1/8	2		1	56	1/12	5
A^3	1/20	1	14	0	A^4	1/56	1	17	52
	8	1/14	1	35		12	1/17	1	1/26
	1/2	0	1/35	1		1/5	1/52	26	1

Вар. 17

A^1	1	1/2	½	5	A^2	1	1/2	7	1/5
	2	1	6	1/94		2	1	1/3	1/6
	2	1/6	1	45		1/7	3	1	4
	1/5	94	1/45	1		5	6	¼	1
A^3	1	1,5	8	1,2	A^4	1	0,1	0,3	12
	0,7	1	1/4	1/7		10	1	17	1/20
	1/8	4	1	1/5		3	1/17	1	13
	0,8	7	5	1		1/12	20	1/13	1

Вар.18

A^1	1	12	22	8	A^2	1	1/12	1/17	6
	1/12	1	0,01	1/2		12	1	10	1/2
	1/22	100	1	16		17	1/10	1	1/38
	1/8	12	1/16	1		1/6	62	38	1
A^3	1	1/2	1/14	3	A^4	1	4	1/25	12
	2	1	56	1/20		1/4	1	1/28	1/6
	14	1/56	1	1/38		25	28	1	1/22
	1/3	20	38	1		1/12	6	22	1

Вар.19

A^1	1	1/3	1/17	12	A^2	1	4	1/3	38
	3	1	1/100	22		1/4	1	10	1/14
	17	100	1	1/7		3	1/10	1	46
	1/12	1/22	7	1		1/38	14	1/36	1
A^3	1	1/20	1/8	2	A^4	1	1/4	20	1/16
	20	1	1/14	0		4	1	1/3	6
	8	14	1	35		1/20	3	1	1/6
	1/2	0	1/35	1		16	1/6	6	1

Вар. 20

A^1	1	1/18	7	32	A^2	1	10	¼	1/16
	18	1	1/4	1/6		1/10	1	15	20
	1/7	4	1	1/18		4	1/15	1	1
	1/32	6	18	1		16	1/20	1	1
A^3	1	3	1/22	56	A^4	1	56	1/12	5
	1/3	1	1	1/7		1/56	1	17	52
	22	1	1	1/28		12	1/17	1	1/26
	1/56	4	28	1		1/5	1/52	26	1

Вар. 21

A^1	1	1/2	2	1/5	A^2	1	12	22	1/8
	2	1	6	94		1/12	1	100	1/2
	½	1/6	1	45		1/22	0,01	1	16
	5	1/94	1/45	1		8	12	1/16	1
A^3	1	1/3	1/17	12	A^4	1	1/18	7	32
	3	1	1/100	22		18	1	1/4	6
	17	100	1	1/7		1/7	4	1	1/18
	1/12	1/22	7	1		1/32	1/6	18	1

Вар. 22

A^1	1	1/12	17	1/6	A^2	1	2	7	1/5
	12	1	1/10	1/2		1/2	1	1/3	1/6
	1/17	10	1	38		1/7	3	1	4
	6	62	1/38	1		5	6	¼	1
A^3	1	4	1/3	38	A^4	1	10	4	1/16
	1/4	1	1/10	1/14		1/10	1	15	20
	3	10	1	46		1/4	1/15	1	1
	1/38	14	1/36	1		16	1/20	1	1

Вар. 23

A^1	1	3	1/17	12	A^2	1	4	3	38
	1/3	1	1/100	1/22		1/4	1	10	1/14
	17	100	1	1/7		1/3	1/10	1	46
	1/12	22	7	1		1/38	14	1/36	1
A^3	1	20	1/8	2	A^4	1	1/4	20	1/16
	1/20	1	1/14	1		4	1	1/3	1/6
	8	14	1	35		1/20	3	1	1/6
	1/2	1	1/35	1		16	6	6	1

Вар. 24

A^1	1	10	0,3	12	A^2	1	1/4	25	12
	0,1	1	17	20		4	1	28	1/6
	3	17	1	13		1/25	1/28	1	1/22
	1/12	1/20	1/13	1		1/12	6	223	1
A^3	1	1/4	20	1/16	A^4	1	56	1/12	5
	4	1	3	6		1/56	1	1/17	52
	1/20	1/3	1	1/6		12	17	1	1/26
	16	1/6	6	1		1/5	1/52	26	1

Вар. 25	1	12	1/22	8		1	2	7	1/5
A^1	1/12	1	100	1/2	A^2	1/2	1	1/3	1/6
	22	0,01	1	1/16		1/7	3	1	4
	1/8	12	16	1		5	6	¼	1
	1	1/4	20	1/16		1	3	22	56
A^3	4	1	1/3	1/6	A^4	1/3	1	1	1/7
	1/20	3	1	1/6		1/22	1	1	1/28
	16	6	6	1		1/56	4	28	1

Вар. 26	1	1/2	2	1/5		1	1/12	17	6
A^1	2	1	6	94	A^2	12	1	10	1/2
	½	1/6	1	45		1/17	1/10	1	1/38
	5	1/94	1/45	1		1/6	62	38	1
	1	1,5	8	1,2		1	3	1/17	1/12
A^3	0,7	1	1/4	1/7	A^4	1/3	1	1/100	22
	1/8	4	1	5		17	100	1	1/7
	0,8	7	1/5	1		12	1/22	7	1

Вар. 27	1	1/4	25	1/12		1	10	¼	1/16
A^1	4	1	1/28	1/6	A^2	1/10	1	1/15	20
	1/25	28	1	1/22		4	15	1	1
	12	6	22	1		16	1/20	1	1
	1	20	1/8	1/2		1	56	1/12	5
A^3	1/20	1	14	0	A^4	1/56	1	1/17	52
	8	1/14	1	358		12	17	1	1/26
	2	0	1/35	1		1/5	1/52	26	1

Вар. 28	1	10	0,3	12		1	1/12	17	1/6
A^1	0,1	1	17	1/20	A^2	12	1	1/10	1/2
	3	17	1	1/13		1/17	10	1	1/38
	1/12	20	13	1		6	62	38	1
	1	4	1/3	38		1	10	¼	1/16
A^3	1/4	1	10	1/14	A^4	1/10	1	0,15	20
	3	1/10	1	1/46		4	1/0,15	1	1
	1/38	14	46	1		16	1/20	1	1

Вар. 29	1	3	1/22	56		1	1/4	25	12
A^1	1/3	1	10	1/7	A^2	4	1	28	1/6
	22	0,1	1	1/28		1/25	1/28	1	1/22
	1/56	4	28	1		1/12	6	223	1
	1	1,5	8	1,2		1	1/3	1/17	12
A^3	0,7	1	1/4	7	A^4	3	1	1/100	22
	1/8	4	1	1/5		17	100	1	1/7
	0,8	1/7	5	1		1/12	1/22	7	1

Вар. 30	1	1/18	7	32		1	10	¼	1/16
A^1	18	1	4	1/6	A^2	1/10	1	15	1/20
	1/7	1/4	1	1/18		4	1/15	1	1
	1/32	6	18	1		16	20	1	1
	1	12	1/22	8		1	4	1/3	38
A^3	1/12	1	100	1/2	A^4	1/4	1	1/10	1/14
	22	0,01	1	1/16		3	10	1	46
	1/8	12	16	1		1/38	14	1/36	1

Додаток Ж

Завдання №3 до лабораторної роботи №6.

Надані матриці парних порівнянь чотирьох альтернатив від трьох експертів з різною кваліфікацією у даній предметній області. Вага кожного експерта визначається парним порівнянням. Визначити агреговані ваги альтернатив, побудувати ієрархічну структуру.

Вар. 1	1	1/4	25	12		1	20	1/8	2
A^1	4	1	1/28	1/6	A^2	1/20	1	14	0
	1/25	28	1	1/22		8	1/14	1	35
	1/12	6	22	1		1/2	0	1/35	1
	1	3	1/22	56		1	56	1/12	
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	17	5
	22	1	1	1/28		12	1/17	1	1
	1/56	4	28	1					

Вар. 2	1	1/18	7	32		1	10	¼	1/16
A^1	18	1	1/4	1/6	A^2	1/10	1	15	20
	1/7	4	1	1/18		4	1/15	1	1
	1/32	6	18	1		16	1/20	1	1
	1	3	1/22	56		1	56	1/12	
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	17	
	22	1	1	1/28		12	1/17	1	
	1/56	4	28	1					

Вар. 3	1	1/4	25	12	1	20	1/8	2	
A^1	4	1	1/28	1/6	A^2	1/20	1	14	0
	1/25	28	1	1/22		8	1/14	1	35
	1/12	6	22	1		1/2	0	1/35	1
	1	3	1/22	56		1	55	1/12	
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/55	1	18	
	22	1	1	1/28		12	1/18	1	
	1/56	4	28	1					

Вар.4	1	1/2	5	1/5		1	1,5	8	1,2
A^1	2	1	1/6	94	A^2	0,7	1	1/4	1/7
	½	6	1	45		1/8	4	1	1/5
	5	1/94	1/45	1		0,8	7	5	1
	1	1/12	17	6		1	3	1/17	
A^3	12	1	1/10	1/2	Э	1/3	1	1/100	
	1/17	10	1	1/38		17	100	1	
	1/6	62	38	1					

Вар.5	1	1,5	8	1,2		1	1/2	1/14	3
A^1	0,7	1	1/4	1/7	A^2	2	1	56	1/20
	1/8	4	1	1/5		14	1/56	1	38
	0,8	7	5	1		1/3	20	1/38	1
	1	20	1/8	2		1	3	1/22	
A^3	1/20	1	14	0	Э	1/3	1	1	
	8	1/14	1	35		22	1	1	
	1/2	0	1/35	1					

Вар.6	1	1/4	25	12		1	20	1/8	2
A^1	4	1	1/28	1/6	A^2	1/20	1	14	0
	1/25	28	1	1/22		8	1/14	1	35
	1/12	6	22	1		1/2	0	1/35	1
	1	3	1/22	56		1	56	1/12	
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	17	
	22	1	1	1/28		12	1/17	1	1
	1/56	4	28	1					

Вар.7	1	1,5	8	1,2		1	1/2	1/14	3
A^1	0,7	1	1/4	1/7	A^2	2	1	56	1/20
	1/8	4	1	1/5		14	1/56	1	38
	0,8	7	5	1		1/3	20	1/38	1
	1	3	1/22	56		1	3	1/22	
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/3	1	1	
	22	1	1	1/28		22	1	1	
	1/56	4	28	1					

Вар.8	1	12	1/22	8		1	4	1/3	38
A^1	1/12	1	100	1/2	A^2	1/4	1	10	1/14
	22	0,01	1	16		3	1/10	1	46
	1/8	12	1/16	1		1/38	14	1/36	1
	1	3	1/22	56		1	1/18	7	
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	18	1	1/4	
	22	1	1	1/28		1/7	4	1	
	1/56	4	28	1					

Вар.9	1	1/2	2	1/5		1	1/12	17	6
A^1	2	1	1/6	94	A^2	12	1	1/10	1/2
	½	6	1	45		1/17	10	1	1/38
	5	1/94	1/45	1		1/6	62	38	1
	1	20	1/8	2		1	56	1/12	
A^3	1/20	1	14	0	Э	1/56	1	17	
	8	1/14	1	35		12	1/17	1	
	1/2	0	1/35	1					

Вар.10	1	12	1/22	8		1	1/2	7	1/5
A^1	1/12	1	100	1/2	A^2	2	1	1/3	1/6
	22	0,01	1	16		1/7	3	1	4
	1/8	12	1/16	1		5	6	¼	1
	1	1/4	20	1/16		1	3	1/22	
A^3	4	1	1/3	6	Э	1/3	1	1	
	1/20	3	1	1/6		22	1	1	
	16	1/6	6	1					

Вар.11	1	1,5	8	1,2		1	1/2	1/14	3
A^1	0,7	1	1/4	1/7	A^2	2	1	56	1/20
	1/8	4	1	1/5		14	1/56	1	38
	0,8	7	5	1		1/3	20	1/38	1
	1	20	1/8	2		1	3	1/22	
A^3	1/20	1	14	0	Э	1/3	1	1	
	8	1/14	1	35		22	1	1	
	1/2	0	1/35	1					

Вар.12	1	1/18	7	32		1	10	¼	1/16
A^1	18	1	1/4	1/6	A^2	1/10	1	15	20
	1/7	4	1	1/18		4	1/15	1	1
	1/32	6	18	1		16	1/20	1	1
	1	3	1/22	56		1	56	1/12	
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	17	
	22	1	1	1/28		12	1/17	1	
	1/56	4	28	1					

Вар.13	1	1/2	7	1/5		1	10	0,3	12
A^1	2	1	1/3	1/6	A^2	0,1	1	17	20
	1/7	3	1	4		3	17	1	1/13
	5	6	¼	1		1/12	1/20	13	1
	1	1/2	1/14	3		1	1/4	20	
A^3	2	1	56	1/20	Э	4	1	1/3	
	14	1/56	1	38		1/20	3	1	
	1/3	20	1/38	1					

Вар.14	1	1/18	7	32		1	10	¼	1/16
A^1	18	1	1/4	1/6	A^2	1/10	1	15	20
	1/7	4	1	1/18		4	1/15	1	1
	1/32	6	18	1		16	1/20	1	1
	1	3	1/22	56		1	56	1/12	
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	17	
	22	1	1	1/28		12	1/17	1	
	1/56	4	28	1					

Вар.15	1	3	1/22	56		1	1/4	25	12
A^1	1/3	1	1	1/7	A^2	4	1	1/28	1/6
	22	1	1	1/28		1/25	28	1	1/22
	1/56	4	28	1		1/12	6	223	1
	1	1,5	8	1,2		1	3	1/17	
A^3	0,7	1	1/4	1/7	Э	1/3	1	1/100	
	1/8	4	1	1/5		17	100	1	
	0,8	7	5	1					

Вар.16	1	10	0,3	12		1	1/4	25	12
A^1	0,1	1	17	20	A^2	4	1	1/28	1/6
	3	17	1	1/13		1/25	28	1	1/22
	1/12	1/20	13	1		1/12	6	223	1

	1	1/4	20	1/16		1	56	1/12
A^3	4	1	1/3	6	Э	1/56	1	17
	1/20	3	1	1/6		12	1/17	1
	16	1/6	6	1				

Вар.17	1	1/4	25	12		1	20	1/8	2
A^1	4	1	1/28	1/6	A^2	1/20	1	14	0
	1/25	28	1	1/22		8	1/14	1	35
	1/12	6	22	1		1/2	0	1/35	1

	1	3	1/22	56		1	56	1/12
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	17
	22	1	1	1/28		12	1/17	1
	1/56	4	28	1				

Вар.18	1	1/18	7	32		1	10	¼	1/16
A^1	18	1	1/4	1/6	A^2	1/10	1	15	20
	1/7	4	1	1/18		4	1/15	1	1
	1/32	6	18	1		16	1/20	1	1

	1	3	1/22	56		1	56	1/12
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	1/17
	22	1	1	1/28		12	17	1
	1/56	4	28	1				

Вар.19	1	1/4	25	12		1	20	1/8	2
A^1	4	1	1/28	1/6	A^2	1/20	1	14	0
	1/25	28	1	1/22		8	1/14	1	35
	1/12	6	22	1		1/2	0	1/35	1

	1	3	1/22	56		1	56	1/12
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	17
	22	1	1	1/28		12	1/17	1
	1/56	4	28	1				

Вар.20	1	1/2	5	1/5		1	1,5	8	1,2
A^1	2	1	1/6	94	A^2	0,7	1	1/4	1/7
	½	6	1	45		1/8	4	1	1/5
	5	1/94	1/45	1		0,8	7	5	1

	1	1/12	17	6		1	3	1/17
A^3	12	1	1/10	1/2	Э	1/3	1	1/100
	1/17	10	1	1/38		17	100	1
	1/6	62	38	1				

Вар.21	1	1,5	1/8	1,2		1	1/2	1/14	1/3
A^1	0,7	1	1/4	1/7	A^2	2	1	56	1/20
	8	4	1	1/5		14	1/56	1	38
	0,8	7	5	1		3	20	1/38	1

	1	1/20	1/8	2		1	4	1/21
A^3	20	1	14	0	Э	1/4	1	1
	8	1/14	1	35		21	1	1
	1/2	0	1/35	1				

Вар.22	1	1/4	25	12		1	20	1/8	2
A^1	4	1	1/28	1/6	A^2	1/20	1	14	0
	1/25	28	1	1/22		8	1/14	1	35
	1/12	6	22	1		1/2	0	1/35	1

	1	3	1/22	1/56		1	56	1/12
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	1/17
	22	1	1	1/28		12	17	1
	56	4	28	1				

Вар.23	1	1,5	8	1,2		1	1/2	1/14	3
A^1	0,7	1	1/4	1/7	A^2	2	1	1/56	1/20
	1/8	4	1	5		14	56	1	38
	0,8	7	1/5	1		1/3	20	1/38	1

	1	3	1/22	56		1	4	1/22
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/4	1	1/2
	22	1	1	1/28		22	2	1
	1/56	7	28	1				

Вар.24	1	12	1/22	8		1	4	1/3	38
A^1	1/12	1	100	1/2	A^2	1/4	1	1/10	1/14
	22	0,01	1	1/16		3	10	1	46
	1/8	12	16	1		1/38	14	1/36	1

	1	3	1/22	56		1	1/18	7
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	18	1	1/4
	22	1	1	1/28		1/7	4	1
	1/56	4	28	1				

Вар.25	1	1/2	2	1/5		1	12	17	6
A^1	2	1	6	94	A^2	1/12	1	1/10	1/2
	½	1/6	1	45		1/17	10	1	1/38
	5	1/94	1/45	1		1/6	62	38	1

	1	20	1/8	2		1	1/56	1/12
A^3	1/20	1	14	0	Э	56	1	17
	8	1/14	1	35		12	1/17	1
	1/2	0	1/35	1				

Вар.26	1	12	22	8		1	1/2	1/7	1/5
A^1	1/12	1	100	1/2	A^2	2	1	1/3	1/6
	1/22	0,01	1	16		7	3	1	4
	1/8	12	1/16	1		5	6	¼	1

	1	1/4	20	1/16		1	3	1/22
A^3	4	1	1/3	6	Э	1/3	1	1
	1/20	3	1	1/6		22	1	1
	16	1/6	6	1				

Вар.27	1	1,5	8	1,2		1	1/2	1/14	3
A^1	0,7	1	1/4	1/7	A^2	2	1	56	20
	1/8	4	1	5		14	1/56	1	38
	0,8	7	1/5	1		1/3	1/20	1/38	1

	1	20	1/8	2		1	3	1/22
A^3	1/20	1	14	0	Э	1/3	1	1/3
	8	1/14	1	35		22	3	1
	1/2	0	1/35	1				

Вар.28	1	1/18	7	1/32		1	10	4	1/16
A^1	18	1	1/4	1/6	A^2	1/10	1	15	20
	1/7	4	1	1/18		1/4	1/15	1	1
	32	6	18	1		16	1/20	1	1

	1	3	1/22	56		1	56	1/12
A^3	1/3	1	1/7	1/7	Э	1/56	1	17
	22	7	1	1/28		12	1/17	1
	1/56	4	28	1				

Вар.29	1	1/2	7	1/5		1	10	0,3	1/12
A^1	2	1	3	1/6	A^2	0,1	1	17	20
	1/7	1/3	1	4		3	17	1	1/13
	5	6	¼	1		12	1/20	13	1

	1	1/2	1/14	3		1	1/4	25
A^3	2	1	50	1/20	Э	4	1	1/3
	14	1/50	1	38		1/25	3	1
	1/3	20	1/38	1				

Вар.30	1	1/18	7	32		1	10	¼	1/16
A^1	18	1	4	1/6	A^2	1/10	1	15	1/20
	1/7	1/4	1	1/18		4	1/15	1	1
	1/32	6	18	1		16	20	1	1

	1	3	1/22	1/56		1	56	1/12
A^3	1/3	1	1	1/7	Э	1/56	1	1/17
	22	1	1	1/28		12	17	1
	56	4	28	1				

Додаток 3

Завдання №4 до лабораторної роботи №6.

Знайти пріоритети альтернатив запропонованої ієрархії методом порівняння із стандартами

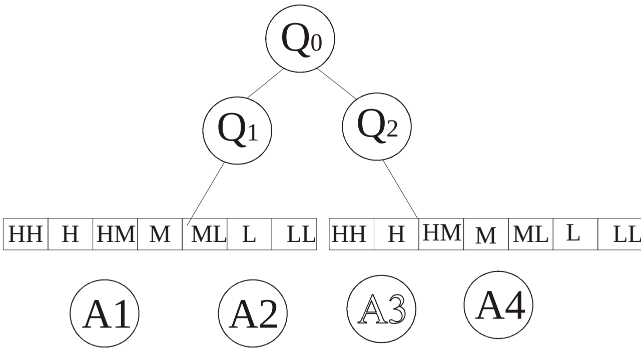

Рис. 3.1 – Приклад ієрархії для складання завдання №4 лабораторної роботи №6

Таблиця 3.1

Попарні порівнянні стандартів

	HH	H	HM	M	ML	L	LL
HH	1	3	7	8	9	9	9
H	1/3	1	2	3	4	5	6
HM	1/7	1/2	1	4	5	6	7
M	1/8	1/3	1/4	1	4	5	8
ML	1/9	1/4	1/5	1/4	1	2	9
L	1/9	1/5	1/6	1/5	1/2	1	3
LL	1/9	1/6	1/7	1/8	1/9	1/3	1

Пояснення. Для побудови свого варіанту ієрархії використовується набір двозначних чисел з таблиці, наведеної нижче. Перша цифра вказує код стандарту, через який альтернатива пов’язана з критерієм Q_1^1, а друга цифра вказує на код стандарту, через який альтернатива пов’язана з критерієм Q_2^1.

Стандарти закодовані наступним чином:

HH – 1; H – 2; HM – 3; M – 4; ML – 5; L – 6; LL – 7.

Вар. 1				Вар. 2				Вар. 3			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
12	23	34	45	13	22	43	67	34	72	51	47

Вар. 4				Вар. 5				Вар. 6			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
45	13	62	51	56	24	73	62	67	34	14	73
Вар. 7				Вар. 8				Вар. 9			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
71	45	25	17	14	56	37	25	25	67	41	36
Вар. 10				Вар. 11				Вар. 12			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
36	11	52	41	47	23	63	52	51	35	74	63
Вар. 13				Вар. 14				Вар. 15			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
62	46	15	74	73	57	26	15	15	61	32	26
Вар. 16				Вар. 17				Вар. 18			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
37	14	55	42	26	73	44	37	41	25	66	53
Вар. 19				Вар. 20				Вар. 21			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
52	66	77	64	63	47	11	75	74	51	22	16
Вар. 22				Вар. 23				Вар. 24			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
16	62	33	27	27	74	45	31	31	15	56	43
Вар. 25				Вар. 26				Вар. 27			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
42	26	67	54	53	37	71	65	64	41	12	76
Вар. 28				Вар. 29				Вар. 30			
A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4	A1	A2	A3	A4
75	52	23	17	16	63	35	21	21	75	46	32

Порівняння альтернатив за критеріями є загальним для завдань №4 та №5 та наведені у вигляді таблиці:

Вар. 1			Вар. 2			Вар. 3			Вар. 4		
Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2
Q^1_1	1	3	Q^1_1	1	34	Q^1_1	1	5	Q^1_1	1	7
Q^1_2	1/3	1	Q^1_2	1/4	1	Q^1_2	1/5	1	Q^1_2	1/7	1
Вар. 5			Вар. 6			Вар.7			Вар. 8		
Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2
Q^1_1	1	9	Q^1_1	1	11	Q^1_1	1	2	Q^1_1	1	4
Q^1_2	1/9	1	Q^1_2	1/11	1	Q^1_2	1/2	1	Q^1_2	1/4	1
Вар. 9			Вар. 10			Вар. 11			Вар. 12		
Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2
Q^1_1	1	6	Q^1_1	1	8	Q^1_1	1	10	Q^1_1	1	12
Q^1_2	1/6	1	Q^1_2	1/8	1	Q^1_2	1/10	1	Q^1_2	1/12	1
Вар. 13			Вар. 14			Вар. 15			Вар. 16		
Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2
Q^1_1	1	1,5	Q^1_1	1	2,5	Q^1_1	1	3,5	Q^1_1	1	4,5
Q	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_2	1/2,5	1	Q^1_2	1/3,5	1	Q^1_2	1/4,5	1
Вар. 17			Вар. 18			Вар. 19			Вар. 20		
Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2
Q^1_1	1	5,5	Q^1_1	1	6,5	Q^1_1	1	7,5	Q^1_1	1	8,5
Q^1_2	1/5,5	1	Q^1_2	1/6,5	1	Q^1_2	1/7,5	1	Q^1_2	1/8,5	1
Вар. 21			Вар. 22			Вар. 23			Вар.24		
Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2
Q^1_1	1	3,4	Q^1_1	1	4,5	Q^1_1	1	5,7	Q^1_1	1	9,1

Q^1_2	1/3,4	1	Q^1_2	1/4,5	1	Q^1_2	1/5,7	1	Q^1_2	1/9,1	1
Вар. 25			Вар. 26			Вар. 27			Вар. 28		
Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2
Q^1_1	1	11,5	Q^1_1	1	12,5	Q^1_1	1	1,1	Q^1_1	1	2,2
Q^1_2	1/11,5	1	Q^1_2	1/12,5	1	Q^1_2	1/1,1	1	Q^1_2	1/2,2	1
Вар. 29			Вар. 30								
Q	Q^1_1	Q^1_2	Q	Q^1_1	Q^1_2						
Q^1_1	1	9,5	Q^1_1	1	10,5						
Q^1_2	1/9,5	1	Q^1_2	1/10,5	1						

Додаток І

Завдання №5 до лабораторної роботи №6.

Знайти пріоритети альтернатив в ієрархії з неповним списком альтернатив під критеріями.

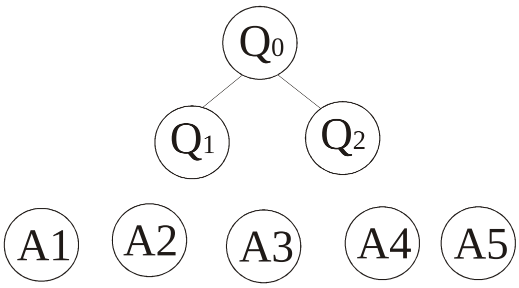

Рис. І.1 – Основа для побудови ієрархічної структури

Пояснення. При формуванні власної ієрархії потрібно поєднати критерії із завданими альтернативами, завдання додається у вигляді тризначного коду, кожна цифра якого є номером альтернативи.

Після побудови ієрархії необхідно побудувати таблиці попарних порівнянь альтернатив між собою за кожним із критеріїв. Для побудови таблиць використовується схема:

Qi	A[1]	A[2]	A[3]
A[1]	1	a_{12}	a_{13}
A[2]	$1/a_{12}$	1	a_{23}
A[3]	$1/a_{13}$	$1/a_{23}$	1

Елементу a_{12} відповідає перша цифра тризначного коду;

Елементу a_{13} відповідає друга цифра тризначного коду;

Елементу a_{23} відповідає третя цифра тризначного коду.

Необхідно отримати 2 таблиці: для критерія Q_1 та Q_2.

Вар. 1		Вар. 2		Вар. 3		Вар. 4	
Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2
123	345	123	245	123	145	134	125
Вар. 5		Вар. 6		Вар.7		Вар. 8	
Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2
134	235	134	425	145	123	145	423
Вар. 9		Вар. 10		Вар. 11		Вар. 12	
Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2
145	523	124	135	124	235	124	435
Вар. 13		Вар. 14		Вар. 15		Вар. 16	
Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2
125	134	125	234	125	534	135	124
Вар. 17		Вар. 18		Вар.19		Вар. 20	
Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2
135	234	135	524	234	215	234	315
Вар. 21		Вар. 22		Вар.23		Вар. 24	
Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2
234	415	235	214	235	314	235	514
Вар. 25		Вар. 26		Вар. 27		Вар. 28	
Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2
245	213	245	413	245	513	345	513
Вар. 29		Вар. 30					
Q^1_1	Q^1_2	Q^1_1	Q^1_2				
345	412	345	512				