

## Задачі економічного змісту з теорії ймовірності.

### Частина 1.

1. З 500 протестованих електроламп 415 пропрацювали більше 1000 годин. На основі цього експерименту визначити ймовірність того, що лампа цієї моделі нормально працюватиме більше 1000 годин. (Відповідь: 0,83).

*A - ч. працюватиме > 1000 год.*  

$$P(A) = \frac{415}{500} = 0,83$$

2. У таблиці наведені дані про стаж працівників підприємства. Оцініть ймовірність того, що наступний прийнятий на роботу працівник пропрацює не менше двох років. (Відповідь: 0,38)

Стаж, років	Кількість працівників
Менше 1	26
Від 1 до 2	36
Від 2 до 3	16
Від 3 до 4	20
Від 4 до 5	2
5 та більше	0

$$P = \frac{m}{n} = 0,38$$

$$n = 100$$

$$m = 38$$

3. Кількість дефектів у виробів може бути довільним – 0,1,2,3,... За оцінкою підприємства ймовірність відсутності дефекту складає 0,9, а ймовірність наявності дефекту – 0,05. Яка ймовірність того, що у виробі не більше 1 дефекту. (Відповідь: 0,95).

*A<sub>0</sub> - 0 дефект, A<sub>1</sub> - 1 дефект, A - не більше 1 дефект. A = A<sub>0</sub> + A<sub>1</sub>*  

$$P(A) = P(A_0) + P(A_1) = 0,9 + 0,05 = 0,95$$

4. На станції відправлення знаходиться 8 партій товару для відправлення: 5 – всередині країни, 3 – на експорт. Знайти ймовірність того, що дві вибрані навмання партії товару виявляться призначеними для споживання всередині країни. (Відповідь:  $\frac{20}{56}$ ).

$$P = \frac{m}{n} = \frac{10}{28} \quad n = C_8^2 = \frac{8!}{2!6!} = 28; \quad m = C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

5. Рада директорів компанії складається з 3 бухгалтерів, 3 менеджерів та 2 інженерів. Планується створити комітет з трьох її членів. Яка ймовірність того, щодо його складу ввійдуть а) 1 бухгалтер, 1 менеджер, 1 інженер; б) 3 бухгалтери.

*3! = 3! = 1*

$$P = \frac{m}{n}; \quad n = C_8^3 = \frac{8!}{3!5!} = 56$$

$$P = \frac{18}{56} = \frac{9}{28}; \quad \text{б) } n = 56; \quad m = 1; \quad P = \frac{1}{56}$$

6. Верстат працює при одночасній роботі вузлів А, В, С, які працюють незалежно один від одного. Ймовірності виходу з ладу цих вузлів відповідно дорівнюють 0,2; 0,3 та 0,1. Знайти ймовірність того, що станок вийде з ладу. (Відповідь: 0,504).

*Д- станок вийшов з ладу,  $P(A) = 0,2, P(B) = 0,3, P(C) = 0,1$*   
 $P(\bar{D}) = 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 0,504$   
 $P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - 0,504 = 0,496$

7. Фірма має три джерела постачання комплектувальних вузлів фірми А, В, С. Частка фірми А складає 50% загального обсягу постачання, фірми В – 30%, фірми С – 20%. З практики відомо, що 10% вузлів компанії А бракована, для компанії В – цей відсоток складає 5%, для фірми С – 6%. а) Знайти ймовірність того, що взята навмання деталь отримана від фірми А; б) Яка ймовірність того, що взята навмання деталь виявилась бракованою, виготовлена компанією А? (Відповідь: а) 0,5; б) 0,65).

*Д- вузли браковані,  $P(A) = \frac{P(A) \cdot P(D)}{P(D)} = \frac{0,05}{0,077} \approx 0,65$*

$P(D) = P(A) \cdot P_A(D) + P(B) \cdot P_B(D) + P_C(D) = P(C) = 0,5 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,05 + 0,2 \cdot 0,06 = 0,05 + 0,015 + 0,012 = 0,077$

8. Ймовірність того, що гравець виграє 1000 г.о., дорівнює 0,1. Ймовірність виграшу 500 г.о. дорівнює 0,2. У випадку програшу йому потрібно заплатити 300 г.о.. Якою є очікуваний середній прибуток від гри, якщо у ній візьме участь багатократно? (Відповідь: збитку 10 г.о.)

*m - середній прибуток*

$m = \sum X_i P_i = 1000 \cdot 0,1 + 500 \cdot 0,2 + (-300) \cdot 0,7 = 100 + 100 - 210 = -10$

9. Магазин отримує товар партіями по 100 одиниць. Якщо 5 взятих навмання зразків відповідають стандартам, партія надходить на реалізацію. У черговій партії 8 одиниць товару з дефектами. Яка ймовірність того, що товар надійде на реалізацію?

$n = C_{100}^5; m = C_{92}^5$   
 $P = \frac{m}{n} = \frac{92!}{5!87!} \cdot \frac{5!95!}{100!} = \frac{92 \cdot 91 \cdot 90 \cdot 89 \cdot 88}{100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot 96} \approx 0,65$

10. До кожного з 10 етапів монтажу обладнання додається документація. Для кожного етапу ймовірність помилки у документації складає 0,002. Яка ймовірність того, що а) документи не містять помилок; б) у наявності 1 помилка?

а)  $P = 1 - 0,002 = 0,998$   
 $P_{10}(10) = (0,998)^{10}$   
 б)  $P_{10}(9) = C_{10}^9 \cdot P^9 \cdot q^{10-9} = 10 \cdot (0,998)^9 \cdot 0,002 = 0,02018$

$C_{10}^9 = \frac{10!}{9!1!} = 10$

11. А, В, С – компоненти електронної системи. Ймовірність безвідмовної роботи кожної з компонентів на протязі року складають 0,95; 0,9; 0,93 відповідно. а) знайти ймовірність безвідмовної роботи системи на протязі всього цього терміну, якщо для цього необхідно, щоб працювали 3 компоненти б) яка ймовірність безвідмовної системи на протязі цього терміну, якщо для цього достатньо, щоб працювали хоча б 2 компоненти; в) внесені вдосконалення в систему зробили її експлуатацію можливою, якщо працює хоча б 1 компонент. Яка ймовірність функціонування системи на протязі року у цьому випадку.

а)  $0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,93 \approx 0,80$ ; б) 2-а чи не працює  
 $P(\bar{D}) = 1 - P(D)$   $P(D) = 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,07 + 0,95 \cdot 0,1 \cdot 0,07 +$   
 $+ 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,07 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,93$  б)  $1 - 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,07 = 9 -$

12. У електронній системі містяться 2 компоненти А та В, робота одної з них достатня для функціонування системи. Ймовірності роботи компонентів приведені нижче за роками експлуатації.

Рік експлуатації	1	2	3	4	5
А	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2
В	0,2	0,3	0,3	0,2	0,0

ч 1а  $P = 1 - 0,9 \cdot 0,8 = 0,28$   
 2а  $P = 1 - 0,56 = 0,44$

а) Знайти ймовірність функціонування системи для кожного року експлуатації; б) знайти ймовірну тривалість роботи кожного компонента та системи в цілому.

13. Фірма планує вивести на ринок новий товар. Пораховано, що ймовірність гарного збуту продукції дорівнює 0,6, поганого – 0,4. Компанія збирається провести маркетингове дослідження, ймовірність вірності його результатів дорівнює 0,8. Як зміняться початкові ймовірності рівня збуту, якщо це дослідження покаже поганий збут?

$A_1$  – гарний збут,  $A_2$  – поганий  
 $B$  – вірний результат дослідження  
 $P(A_1) = \frac{0,6 \cdot 0,8}{0,4 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,8} = \frac{0,48}{0,8} = 0,6$   
 $P(A_2) = \frac{0,4 \cdot 0,2}{0,4 \cdot 0,2 + 0,6 \cdot 0,2} = \frac{0,08}{0,2} = 0,4$

14. Кожну п'ятницю броньований автомобіль доставляє заробітну плату з місцевого відділення банку у 5 фірм. Інкасатори намагаються щоразу використовувати різні маршрути. Водій вибирає один з запропонованих диспетчером варіантів. Знайти ймовірність того, що а) нинішній маршрут не повторить попереднього; б) маршрут не разу не повториться на протязі місяця.

$$a) P = \frac{m}{n} ; n = 5! \quad m = 119 \quad P = \frac{119}{120}$$

$$b) P = \frac{m}{n} \quad P = \frac{119}{120} \cdot \frac{118}{120} \cdot \frac{117}{120}$$

15. Ймовірність отримати великі дивіденди по акціям на першому підприємстві дорівнює 0,2, на другому – 0,35, на третьому – 0,15, знайти ймовірність того, що акціонер, що має акції трьох підприємств отримає великі дивіденди: а) на всіх підприємств; б) тільки на одному підприємстві; в) хоча б на одному підприємстві.

$$a) P = 0,2 \cdot 0,35 \cdot 0,15 = 0,0105$$

$$b) P = 0,2 \cdot 0,65 \cdot 0,45 + 0,35 \cdot 0,85 \cdot 0,15 + 0,15 \cdot 0,85 \cdot 0,65$$

$$c) P = 1 - 0,15 \cdot 0,65 \cdot 0,15 =$$

16. Ймовірність того, що позичальник банку не поверне кредит у період економічного зростання дорівнює 0,04, у період стагнації – 0,07, у період економічної кризи – 0,13. Ймовірність економічного зростання дорівнює 0,65, ймовірність кризи – 0,2, ймовірність стагнації – 0,15. Знайти ймовірність того, що випадково вибраний клієнт банку не поверне кредит.

17. Торгівельний агент у середньому контактує з 8 потенційними покупцями. З досвіду йому відомо, що потенційний покупець здійснить покупку, дорівнює 0,1. Знайти ймовірність для цього агента: а) двох продаж на протязі дня; б) хоча б 2 продажі на протязі дня; в) на протязі дня не буде продаж.

18. Підприємство пропонує на продаж з складу партію з 10 комп'ютерів, 4 з яких – з дефектами. Покупець придбає з них 5, не знаючи про можливі дефекти. Знайти ймовірність того, що всі вони будуть без дефектів.

19. У двох партіях товару якісні вироби складають відповідно 85% та 90%. Випадково вибирають виріб з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них а) хоча б одно браковане; б) два бракованих; в) одне якісне, інше браковане.