СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ.

СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ’ЯЗКІВ.

- УСІ ЯВИЩА І ПРОЦЕСИ, ЩО ІСНУЮТЬ В ПРИРОДІ ТА СУСПІЛЬСТВІ ВЗАЄМОПОВ’ЯЗАНІ Й ВЗАЄМООБУМОВЛЕНІ, ТОМУ ДОСЛІДЖЕННЯ ОБ’ЄКТИВНИХ ЗАВ’ЯЗКІВ МІЖ НИМИ – НАЙВАЖЛИВІШЕ ЗАВДАННЯ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ. У СКЛАДНОМУ ПЕРЕПЛЕТІННІ ВСЕОХОПЛЮЮЧОГО ВЗАЄМОЗВ’ЯЗКУ БУДЬ-ЯКЕ ЯВИЩЕ Є НАСЛІДКОМ ДІЇ ПЕВНОЇ МНОЖИНИ ПРИЧИН І ВОДНОЧАС – ПРИЧИНОЮ ІНШИХ ЯВИЩ.
- АЛЕ ПРИЧИНА САМА ПО СОБІ НЕ ВИЗНАЧАЄ НАСЛІДКУ, ОСТАННІЙ ЗАЛЕЖИТЬ ТАКОЖ ВІД УМОВ, У ЯКИХ ДІЄ ПРИЧИНА.
- ВИВЧАЮЧИ ЗАКОНОМІРНОСТІ ЗВ’ЯЗКУ, ПРИЧИНУ ТА УМОВИ ОБ’ЄДНУЮТЬ В ОДНЕ ПОНЯТТЯ “ФАКТОР”. ВІДПОВІДНО ОЗНАКИ, ЯКІ ХАРАКТЕРИЗУЮТЬ ФАКТОРИ (ТОБТО ЗУМОВЛЮЮТЬ ЗМІНИ ІНШИХ, ПОВ’ЯЗАНИХ ІЗ НИМИ ОЗНАК) НАЗИВАЮТЬСЯ ФАКТОРНИМИ (НЕЗАЛЕЖНИМИ) ЧИ ПРОСТО ФАКТОРАМИ. А ТІ ОЗНАКИ, ЩО ХАРАКТЕРИЗУЮТЬ НАСЛІДКИ (ТОБТО ЗМІНЮЮТЬСЯ ПІД ДІЄЮ ФАКТОРНИХ ОЗНАК) Є РЕЗУЛЬТАТИВНИМИ (ВИСЛІДНИМИ).

ЗАЛЕЖНІСТЬ МІЖ ОЗНАКАМИ МОЖЕ ПРОЯВЛЯТИСЯ У ФУНКЦІОНАЛЬНІЙ АБО СТОХАСТИЧНІЙ ФОРМІ.

ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ ВИД ЗВ'ЯЗКУ ХАРАКТЕРИЗУЄТЬСЯ ПОВНОЮ ВІДПОВІДНІСТЮ МІЖ ЗМІНОЮ ФАКТОРНОЇ ОЗНАКИ Й ЗМІНОЮ РЕЗУЛЬТАТНОЇ ВЕЛИЧИНИ. ТОБТО КОЖНОМУ МОЖЛИВОМУ ЗНАЧЕННЮ ФАКТОРНОЇ ОЗНАКИ (Х) ВІДПОВІДАЄ ОДНЕ І ТІЛЬКИ ОДНЕ ЧІТКО ВИЗНАЧЕНЕ ЗНАЧЕННЯ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ (ВИСЛІДНОЇ) ОЗНАКИ (У). ЗАВДЯКИ ЦЬОМУ ФУНКЦІОНАЛЬНУ ЗАЛЕЖНІСТЬ МОЖНА ОПИСАТИ МАТЕМАТИЧНИМИ ФОРМУЛАМИ.

СТОХАСТИЧНИЙ (СТАТИСТИЧНИЙ) ВИД ЗВ'ЯЗКУ ПЕРЕДБАЧАЄ, ЩО КОЖНОМУ ЗНАЧЕННЮ ФАКТОРНОЇ ОЗНАКИ ВІДПОВІДАЄ ПЕВНА МНОЖИНА ЗНАЧЕНЬ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ. ТОБТО ПРИЧИННА ЗАЛЕЖНІСТЬ ПРОЯВЛЯЄТЬСЯ НЕ В КОЖНОМУ ОКРЕМОМУ ВИПАДКУ, А В ЗАГАЛЬНОМУ, ПРИ ВЕЛИКІЙ КІЛЬКОСТІ СПОСТЕРЕЖЕНЬ. ОТЖЕ НА ВІДМІНУ ВІД ФУНКЦІОНАЛЬНИХ, СТОХАСТИЧНІ ЗВ'ЯЗКИ НЕОДНОЗНАЧНІ. ТАКІ ЗВ'ЯЗКИ ВИЯВЛЯЮТЬСЯ ЯК УЗГОДЖЕНІСТЬ ВАРІАЦІЇ ДВОХ ЧИ БІЛЬШЕ ОЗНАК. НАПРИКЛАД, ЗАЛЕЖНІСТЬ МІЖ РІВНЕМ КВАЛІФІКАЦІЇ ТА ПРОДУКТИВНІСТЮ ПРАЦІ, ЗАЛЕЖНІСТЬ МІЖ КОЛЬОРОМ ОЧЕЙ ТА КОЛЬОРОМ ВОЛОССЯ ТОЩО.

КОРЕЛЯЦІЙНИЙ ЗВ’ЯЗОК

РІЗНОВИДОМ СТОХАСТИЧНОГО ЗВ'ЯЗКУ Є КОРЕЛЯЦІЙНИЙ ЗВ'ЯЗОК, ПРИ ЯКОМУ ЗІ ЗМІНОЮ ФАКТОРНОЇ ОЗНАКИ ЗМІНЮЄТЬСЯ СЕРЕДНЄ ЗНАЧЕННЯ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ. ТЕРМІН “КОРЕЛЯЦІЯ” ОЗНАЧАЄ СПІВВІДНОШЕННЯ, ВІДПОВІДНІСТЬ. ЦЕЙ ВИД ЗВ’ЯЗКІВ НАЙЧАСТІШЕ ВИКОРИСТОВУЮТЬ У ДОСЛІДЖЕННЯХ ЕКОНОМІЧНИХ ЯВИЩ, ДЛЯ ЯКИХ ХАРАКТЕРНО, ЩО ПОРЯД З ІСТОТНИМИ ФАКТОРАМИ, ЯКІ ФОРМУЮТЬ РІВЕНЬ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ, НА НЕЇ ВПЛИВАЄ БАГАТО ІНШИХ НЕВРАХОВАНИХ І ВИПАДКОВИХ ФАКТОРІВ.

КОРЕЛЯЦІЙНА ЗАЛЕЖНІСТЬ

КОРЕЛЯЦІЙНА ЗАЛЕЖНІСТЬ МОЖЕ ВСТАНОВЛЮВАТИСЯ ДЛЯ ПАРИ ПОКАЗНИКІВ (ПАРНА КОРЕЛЯЦІЯ) АБО ДЛЯ ДЕКІЛЬКОХ ПОКАЗНИКІВ (МНОЖИННА) КОРЕЛЯЦІЯ. ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ НАЯВНОСТІ ЧИ ВІДСУТНОСТІ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ЗВ'ЯЗКУ, ВИКОРИСТОВУЮТЬ РЯД СПЕЦИФІЧНИХ МЕТОДІВ–ЕЛЕМЕНТАРНІ ПРИЙОМИ, ТАКІ ЯК:

- ПОРІВНЯННЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ РЯДІВ ДАНИХ;
- АНАЛІТИЧНЕ ГРУПУВАННЯ (ПОБУДОВА ГРУПОВИХ ТА КОРЕЛЯЦІЙНИХ ТАБЛИЦЬ)
- ГРАФІЧНЕ ЗОБРАЖЕННЯ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ПОЛЯ;
- ДИСПЕРСІЙНИЙ ТА КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ.

ПОРІВНЯННЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ РЯДІВ

- ПОРІВНЯННЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ РЯДІВ Є НАЙПРОСТІШИМ ІЗ ПЕРЕЛІЧЕНИХ ПРИЙОМІВ І ПОЛЯГАЄ У СПІВСТАВЛЕННІ РЯДУ ЗНАЧЕНЬ ФАКТОРНОЇ ОЗНАКИ ТА РЯДУ ВІДПОВІДНИХ ЗНАЧЕНЬ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ. ЗНАЧЕННЯ ФАКТОРА РОЗТАШОВУЮТЬ У РАНЖИРОВАНОМУ (ЗРОСТАЮЧОМУ) ПОРЯДКУ, А ПОТІМ ПРОСТЕЖУЮТЬ СПІВВІДНОШЕННЯ Й НАПРЯМОК ЗМІНИ ВЕЛИЧИНИ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ.
- НАПРИКЛАД, Є УМОВНІ ДАНІ ВИТРАТ НА РЕКЛАМУ (ФАКТОРНА ОЗНАКА) ТА КІЛЬКІСТЬ ЗАМОВНИКІВ (РЕЗУЛЬТАТИВНА ОЗНАКА) ПОЛІГРАФІЧНИХ ФІРМ:ТУТ МОЖНА ПОБАЧИТИ, ЩО В ЦІЛОМУ ДЛЯ УСІЄЇ СУКУПНОСТІ ФІРМ ЗБІЛЬШЕННЯ ЗАТРАТ НА РЕКЛАМУ ПРИВОДИТЬ ДО ЗБІЛЬШЕННЯ КІЛЬКОСТІ ЗАМОВНИКІВ, ХОЧА В ОКРЕМИХ ВИПАДКАХ НАЯВНІСТЬ ТАКОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ МОЖЕ Й НЕ УБАЧАТИСЯ. ЯКЩО ЗІСТАВИТИ ДАНІ ПО ФІРМАХ ІЗ НОМЕРАМИ 2 ТА 5 АБО 7 ТА 11 ПОБАЧИМО ЗВОРОТНЕ СПІВВІДНОШЕННЯ. ЦЕ ПОЯСНЮЄТЬСЯ ТИМ, ЩО В КОЖНОМУ ОКРЕМОМУ ВИПАДКУ, КІЛЬКІСТЬ ЗАМОВНИКІВ ЗАЛЕЖИТЬ НЕ ТІЛЬКИ ВІД РОЗМІРУ ЗАТРАТ ФІРМИ НА РЕКЛАМУ, А Й ВІД ІНШИХ ФАКТОРІВ.

№ п/п фірми	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Рекл. витрати (ум. грош. од.)	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10
Кількість замовн. (чол.)	800	850	720	850	800	880	950	820	900	1000	920	1060

ПОРІВНЯННЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ РЯДІВ

- ОТЖЕ У ТИХ ВИПАДКАХ, КОЛИ ЗРОСТАННЯ ВЕЛИЧИНИ ФАКТОРНОЇ ОЗНАКИ ТЯГНЕ ЗА СОБОЮ ЗРОСТАННЯ ВЕЛИЧИНИ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ, ГОВОРЯТЬ ПРО МОЖЛИВУ НАЯВНІСТЬ ПРЯМОГО КОРЕЛЯЦІЙНОГО ЗВ’ЯЗКУ. ЯКЩО Ж ІЗ ЗБІЛЬШЕННЯМ ФАКТОРНОЇ ОЗНАКИ ВЕЛИЧИНА РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ МАЄ ТЕНДЕНЦІЮ ДО ЗМЕНШЕННЯ, ТО МОЖНА ПРИПУСТИТИ, ЩО ІСНУЄ ЗВОРОТНІЙ КОРЕЛЯЦІЙНИЙ ЗВ’ЯЗОК МІЖ ОЗНАКАМИ.
- НАЯВНІСТЬ ВЕЛИКОЇ КІЛЬКОСТІ ЗНАЧЕНЬ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ, ЯКІ ВІДПОВІДАЮТЬ ОДНОМУ Й ТОМУ Ж ЗНАЧЕННЮ ОЗНАКИ-ФАКТОРА, УСКЛАДНЮЄ СПРИЙНЯТТЯ ТАКИХ ПАРАЛЕЛЬНИХ РЯДІВ ОСОБЛИВО ПРИ ВЕЛИКІЙ КІЛЬКОСТІ ОДИНИЦЬ ДОСЛІДЖУВАНОЇ СУКУПНОСТІ. У ТАКИХ ВИПАДКАХ ДЛЯ ВСТАНОВЛЕННЯ ФАКТУ НАЯВНОСТІ ЗВ’ЯЗКУ ДОЦІЛЬНІШЕ СКОРИСТАТИСЯ СТАТИСТИЧНИМИ ТАБЛИЦЯМИ.

АНАЛІТИЧНЕ ГРУПУВАННЯ

- АНАЛІТИЧНЕ ГРУПУВАННЯ НАЛЕЖИТЬ ДО НАЙВАЖЛИВІШИХ МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ. ВИКОНУЄТЬСЯ ПОБУДОВОЮ ГРУПОВИХ СТАТИСТИЧНИХ ТАБЛИЦЬ – УСІ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ПОДІЛЯЮТЬ НА ГРУПИ ЗА ВЕЛИЧИНОЮ ФАКТОРНОЇ ОЗНАКИ І ДЛЯ КОЖНОЇ ГРУПИ ОБЧИСЛЮЮТЬ СЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ. ПОРІВНЮЮЧИ ЗМІНИ СЕРЕДНІХ, ВИЯВЛЯЮТЬ ХАРАКТЕР ЗВ'ЯЗКУ. У НАВЕДЕНОМУ ВИЩЕ ПРИКЛАДІ ФАКТОРНА ОЗНАКА ПРЕДСТАВЛЕНА ТРЬОМА ВАРІАНТАМИ ПОВТОРЮВАНИХ ЗНАЧЕНЬ, ОТЖЕ МАЄМО ГРУПУВАННЯ

Групи поліграфічних фірм за рекламними затратами (умовн. грош. од.)	Кількість фірм у групі	Середня кількість замовників фірм даної групи (чол.)
8	3	790
9	5	860
10	4	1980

- ПОРІВНЯВШИ СЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ ПО ГРУПАХ, МОЖНА ПРИПУСТИТИ (АЛЕ НЕ СТВЕРДЖУВАТИ) НАЯВНІСТЬ ПРЯМОГО КОРЕЛЯЦІЙНОГО ЗВ'ЯЗКУ МІЖ ДОСЛІДЖУВАНИМИ ОЗНАКАМИ. ОТЖЕ БІЛЬШИЙ ВНЕСОК У РЕКЛАМУ МОЖЕ СПРИЯТИ ЗБІЛЬШЕННЮ КІЛЬКОСТІ ЗАМОВНИКІВ.

ВИКОРИСТАННЯ КОРЕЛЯЦІЙНИХ ТАБЛИЦЬ

- В ТАКИХ ТАБЛИЦЯХ ФАКТОРНУ ОЗНАКУ РОЗТАШОВУЮТЬ, ЯК ПРАВИЛО, У РЯДКАХ, А РЕЗУЛЬТАТИВНУ – У ГРАФАХ (СТОВПЧИКАХ). ЧИСЛА У КЛІТИНКАХ ПЕРЕТИНУ ОЗНАЧАЮТЬ ЧАСТОТУ ПОВТОРЕННЯ ДАНОЇ КОМБІНАЦІЇ ЗНАЧЕНЬ X ТА Y. ДЛЯ КОЖНОГО РЯДКА РОЗРАХОВУЮТЬ СЕРЕДНЄ ЗНАЧЕННЯ РЕЗУЛЬТАТИВНОЇ ОЗНАКИ, ПОРІВНЮЮЧИ ЯКІ І, ПРОВОДЯТЬ АНАЛІЗ.
- СЛІД ЗВЕРНУТИ УВАГУ І НА РОЗТАШУВАННЯ ЧАСТОТ ПО ДІАГОНАЛІ ТАБЛИЦІ. ЯКЩО ЧАСТОТИ РОЗМІЩЕНІ НА ДІАГОНАЛІ З ЛІВОГО ВЕРХНЬОГО ДО ПРАВОГО НИЖНЬОГО КУТА (БІЛЬШИМ ЗНАЧЕННЯМ ФАКТОРА ВІДПОВІДАЮТЬ БІЛЬШІ ЗНАЧЕННЯ РЕЗУЛЬТАТУ) – МОЖНА ПРИПУСТИТИ НАЯВНІСТЬ ПРЯМОЇ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ, ЯКЩО Ж НАВПАКИ, З ПРАВОГО ВЕРХНЬОГО ДО ЛІВОГО НИЖНЬОГО (БІЛЬШИМ ЗНАЧЕННЯМ ФАКТОРА ВІДПОВІДАЮТЬ МЕНШІ ЗНАЧЕННЯ РЕЗУЛЬТАТУ) – ПРИПУСКАЮТЬ НАЯВНІСТЬ ЗВОРОТНОГО ЗВ’ЯЗКУ МІЖ ОЗНАКАМИ.

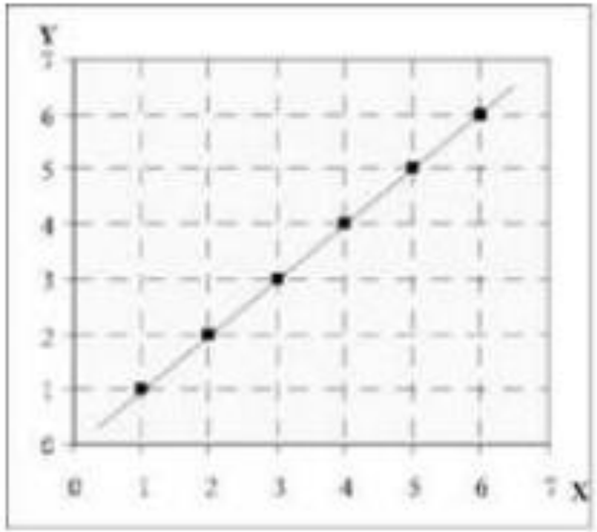
Графічно взаємозв′язок двох ознак зображується за допомогою поля кореляції. В прямокутній системі координат на вісі абсцис відкладаються значення факторної ознаки, а на вісі ординат – результативної і отримують точковий графік, який називають “полем кореляції”.

За характером розміщення точок можна судити про напрям і силу зв’язку:

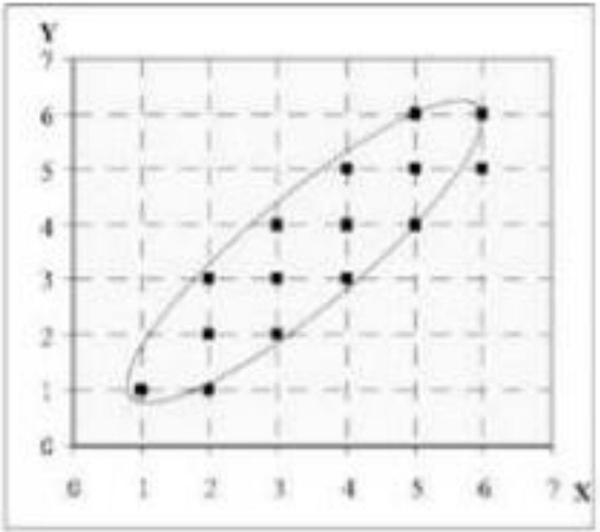
- точки розташовані хаотично – це свідчить про відсутність тісних зв’язків;
- сконцентровані навколо діагоналі від нижнього лівого кута координат до верхнього правого – це щільний прямий зв’язок;
- сконцентровані навколо діагоналі від верхнього лівого кута координат до правого нижнього – це зворотній зв’язок між досліджуваними ознаками.

Якщо на такий графік нанести середні значення результативної ознаки і з’єднати відрізками відповідні точки, отримаємо **емпіричну лінію зв’язку**, яка відображує форму зв’язку–лінійну (означає рівномірну зміну залежних ознак) чи криволінійну (нерівномірну).

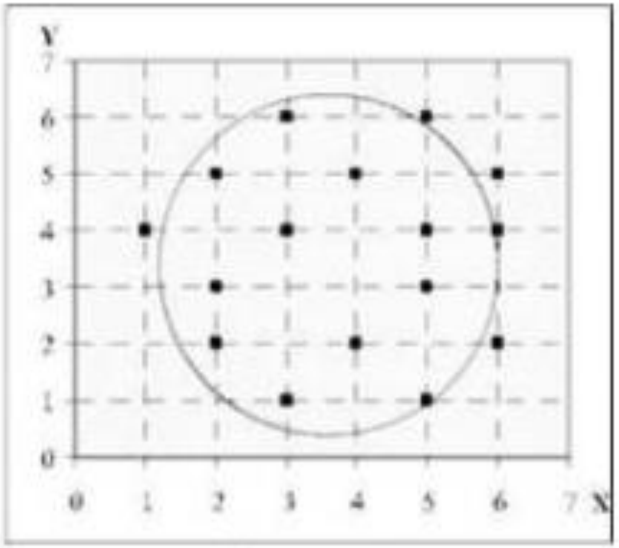
Розглянуті прийоми характеризують лише загальні риси зв’язку, його тенденцію. Визначити внесок кожного з факторів, а також тісноту зв′язку дозволяють методи кореляційно-регресійного та дисперсійного аналізу.



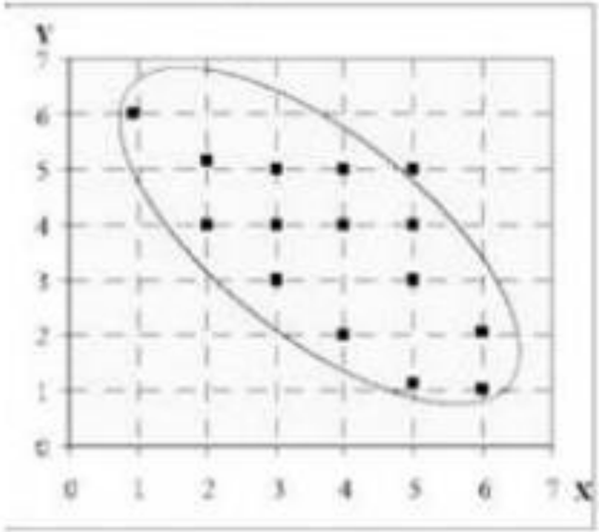
а) $r_{xy} = +1{,}00$



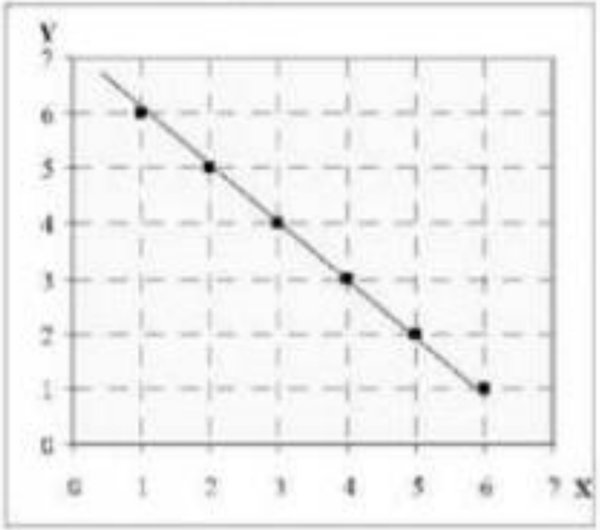
б) $r_{xy} \approx +0{,}88$



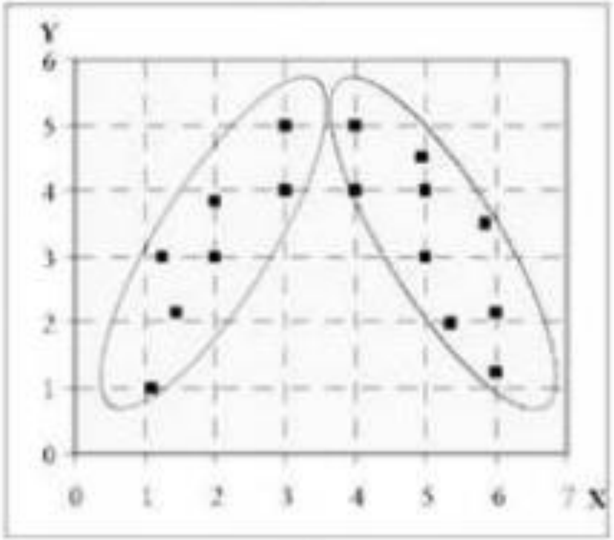
в) $r_{xy} \approx 0$



г) $r_{xy} \approx -0{,}60$

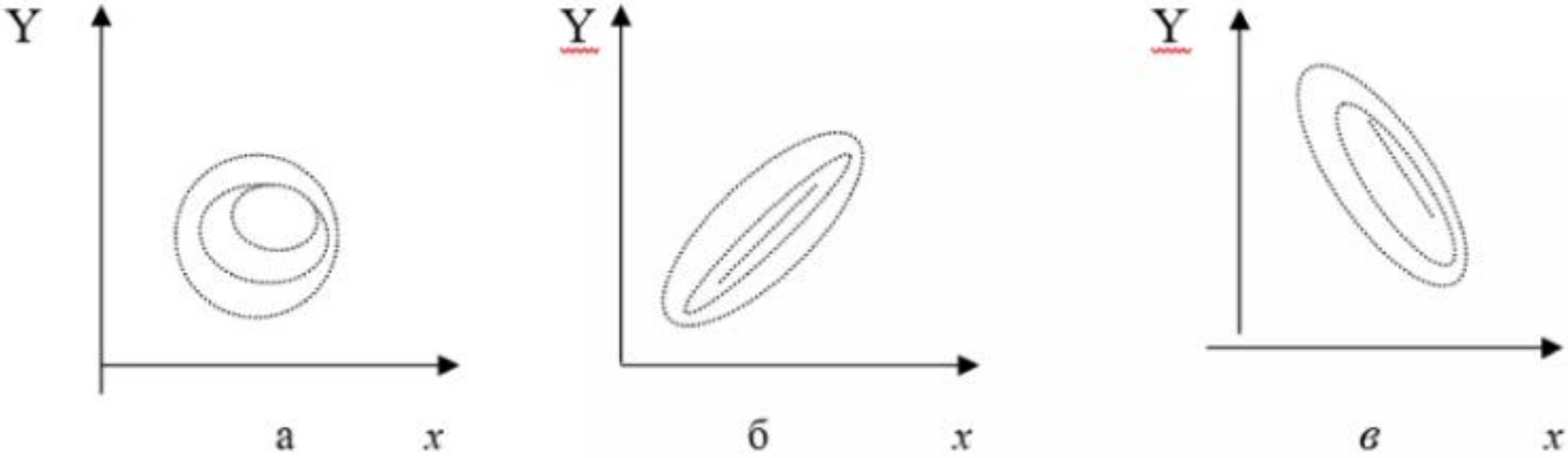


г) $r_{xy} = -1{,}00$



д)

3.3. Кореляційний метод аналізу зв’язку



відсутність зв’язку прямий зв’язок зворотний зв’язок

2. **Кореляційний аналіз** має своїм завданням кількісно визначити та оцінити тісноту (силу) статистичного зв′язку між двома ознаками. Він не встановлює причин залежності між досліджуваними ознаками, а лише виявляє наявність самої залежності, її силу та напрям.

Регресійний аналіз полягає у визначенні аналітичного виразу кореляційного зв′язку – опису виду і параметрів функції зв'язку (регресійної моделі). Термін "регресія" (від лат. regredior – повертаюсь)означає повернення до середньої. За числом факторних ознак , які входять у регресійну модель, розрізняють одно- та багатофакторні моделі.

Важливими умовами правильного практичного застосування кореляційно-регресійного аналізу являються:

- однорідність та нормальний характер розподілу одиниць, які підлягають вивченню методами кореляційно-регресійного аналізу;
- достатня кількість спостережень;
- незалежність один від одного факторів, які виділені для дослідження.

На практиці іноді виникають відхилення від означених передумов, але це зовсім не означає відмови від використання кореляційно-регресійних методів аналізу в дослідженнях.

Для кількісної оцінки **сили зв′язку** (узгодженості варіацій взаємозв′язаних ознак) статистика використовує низку коефіцієнтів із такими спільними властивостями:

- за відсутності будь-якого зв′язку значення коефіцієнта наближається до нуля;
- при функціональному зв′язку – до одиниці;
- за наявності кореляційного зв′язку коефіцієнт виражається дробом (частіше десятковим), який за абсолютною величиною тим більший, чим тісніший зв′язок.

Найпоширенішим є **лінійний коефіцієнт кореляції Пірсона (*r*)** – характеризує тісноту і напрям зв′язку між двома ознаками, що корелюють у випадку наявності між ними лінійної залежності. Змінюється в межах: $-1 \le r \le 1$. При прямому зв′язку r – величина додатна, при зворотному – від′ємна. Знаки коефіцієнтів кореляції і регресії співпадають.

Для одержання висновків про практичне застосування побудованої регресійної моделі значенням коефіцієнта надається якісна оцінка, яка визначається за шкалою Чеддока:

Значення коеф. ***r***	$\lvert\pm 0{,}1\rvert - \lvert\pm 0{,}3\rvert$	$\lvert\pm 0{,}3\rvert - \lvert\pm 0{,}5\rvert$	$\lvert\pm 0{,}5\rvert - \lvert\pm 0{,}7\rvert$	$\lvert\pm 0{,}7\rvert - \lvert\pm 0{,}9\rvert$	$\lvert\pm 0{,}9\rvert - \lvert\pm 0{,}99\rvert$
Зв′язок	Практично відсутній	Слабкий	Помірний	Сильний (щільний)	Дуже сильний

До інтерпретації отриманих коефіцієнтів кореляції слід підходити особливо обережно у разі незначного обсягу досліджуваної (вибіркової) сукупності. Тому необхідною є перевірка істотності кореляційного зв′язку, яка виконується за допомогою **t**-критерію Стьюдента і ґрунтується на порівнянні емпіричних значень (t) з критичними, які могли б виникнути за відсутності зв′язку. При цьому висувається й перевіряється гіпотеза (H_0) про рівність лінійного коефіцієнта кореляції нулю [$H_0 : r = 0$]. Якщо фактичне значення критерію перевищує критичне, то зв′язок між ознаками не випадковий.

Коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n} (y - \bar{y})^2}}$$

Коефіцієнт Фехнера оцінює щільність зв'язку шляхом порівняння знаків відхилень значень варіантів їхньої середньої за кожною ознакою. Знак мінус означає, що ознака менша ніж середнє значення, а знак плюс – що більша за середнє значення. Якщо знаки збігаються – має місце узгоджена варіація, якщо розбігаються – такої узгодженості немає.

$$K_{\phi} = \frac{\sum З - \sum Р}{\sum З + \sum Р}$$

де $\sum З$ - сума знаків, що збігаються в обох рядах (збіг знаків);

$\sum Р$ - сума знаків, що не збігаються в обох рядах (розбіг знаків).

Розглянуті вище методи вимірювання взаємозв’язків між ознаками називають **параметричними**, оскільки вони базуються на використанні середніх величин і дисперсій, які є основними параметрами розподілу. Зрозуміло, що параметричні методи не можна застосовувати, якщо ознаки не піддаються кількісному виміру (є атрибутивними) або не виконується припущення про нормальний розподіл результативної ознаки (як кількісної так і якісної) для сукупностей незначного обсягу. В таких випадках застосовують **непараметричні методи дослідження взаємозв’язків**, які:

- не вимагають числового вираження значень ознак;
- не вимагають обчислення параметрів розподілу;
- не вимагають інформації про розподіл ознак в сукупності.

Але непараметричні методи забезпечують лише оцінку щільності зв’язку та перевірку його істотності і не дають змогу представити зв’язок аналітично.

Для обробки даних соціологічних досліджень (анкет), медичних обстежень, рейтингів, експертних оцінок тощо, тобто там, де ознаки вимірюються за допомогою номінальної та порядкової шкали (наприклад, “стать”, “соціоекономічний статус сім’ї”, “діагноз” і т.ін.) часто застосовують **методи рангової кореляції**.

В основу непараметричних методів рангової кореляції покладено принцип нумерації значень статистичного ряду.

Кожній одиниці сукупності надається порядковий номер за величиною значення окремої ознаки – **ранг** (натуральне число 1, 2, 3, ...). Ранжування, тобто процедура упорядкування об′єктів вивчення на основі віддавання переваг, проводиться за кожною ознакою окремо. При ранжуванні значень факторної і результативної ознак слід використовувати один принцип – або від менших значень до більших, або від більших до менших! Кількість рангів дорівнює обсягу сукупності. Зі збільшенням обсягу ступінь “розпізнаваності” елементів зменшується, тому рангові оцінки щільності зв′язку доцільно використовувати для сукупностей невеликого обсягу.

До рангових оцінок щільності належать **коефіцієнт кореляції рангів Спірмена (*p*)** – базується на основі різниці рангів (d) факторної і результативної ознак для кожної одиниці сукупності та **Кендала (τ)**. Ці коефіцієнти мають ті самі властивості, що і лінійний коефіцієнт кореляції – змінюються в тих же межах, оцінюють щільність зв′язку та вказують його напрям. Зв′язок між ознаками можна визнати статистично істотним, якщо значення коефіцієнтів рангової кореляції Спірмена і Кендала більше 0,5.

Коефіцієнт Спірмена

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

де d_i^2 - квадрат відхилення рангів факторної (R_x) та результативної (R_y) ознак, тобто $d_i = R_x - R_y$;

n - число одиниць сукупності (число рангів).

Коефіцієнт Кендела

$$\tau = \frac{S}{\frac{1}{2}n(n-1)}$$

або $\tau = \dfrac{2S}{n(n-1)}$

де S - фактична сума балів;

n - число рангів.

Величина S – різниця двох складових: $S = \sum S_1 - \sum S_2$

де S_1 - число рангів, які перевищують номер рангу, записаного в рангах за результативною ознакою R_y ;

S_2 - число рангів, менших за R_y

ЗАСТОСУВАННЯ КОРЕЛЯЦІЙНОГО АНАЛІЗУ

- **ФІНАНСОВИЙ АНАЛІЗ**
- КОРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ ВИКОРИСТОВУЄТЬСЯ ДЛЯ ВСТАНОВЛЕННЯ ЗВ'ЯЗКІВ МІЖ ФІНАНСОВИМИ ПОКАЗНИКАМИ, ТАКИМИ ЯК ПРИБУТОК, ВИТРАТИ, АКТИВИ, ЗОБОВ'ЯЗАННЯ ТОЩО. ЦЕ ДОЗВОЛЯЄ ФІНАНСОВИМ АНАЛІТИКАМ ЗРОБИТИ ПРОГНОЗИ ЩОДО МАЙБУТНІХ ФІНАНСОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ КОМПАНІЇ І ВИЯВИТИ МОЖЛИВІ РИЗИКИ.
- **МАРКЕТИНГОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ**
- КОРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ ВИКОРИСТОВУЄТЬСЯ ДЛЯ ВСТАНОВЛЕННЯ ЗВ'ЯЗКІВ МІЖ МАРКЕТИНГОВИМИ ПОКАЗНИКАМИ, ТАКИМИ ЯК ЦІНА, ПРОДАЖІ, РЕКЛАМНІ ВИТРАТИ, ПОПУЛЯРНІСТЬ ТОВАРУ ТОЩО. ЦЕ ДОЗВОЛЯЄ МАРКЕТОЛОГАМ РОЗРОБЛЯТИ ЕФЕКТИВНІ МАРКЕТИНГОВІ СТРАТЕГІЇ ТА ПРОГНОЗУВАТИ ПРОДАЖІ.
- **ВИСНОВОК**
- КОРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ Є ПОТУЖНИМ ІНСТРУМЕНТОМ ДЛЯ ВСТАНОВЛЕННЯ ЗВ'ЯЗКІВ МІЖ ЗМІННИМИ В ДОСЛІДЖЕННЯХ РІЗНИХ ГАЛУЗЕЙ. ВІН ДОЗВОЛЯЄ ВИЯВЛЯТИ ТА АНАЛІЗУВАТИ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ЗМІННИМИ ТА ЗРОБИТИ ПРОГНОЗИ ЩОДО МАЙБУТНІХ РЕЗУЛЬТАТІВ. НАВІТЬ НАЙПРОСТІШИЙ КОРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ МОЖЕ ДАТИ КОРИСНУ ІНФОРМАЦІЮ.

ПРИКЛАДИ

Розглянемо приклад розрахунку коефіцієнта Фехнера та коефіцієнта кореляції рангів Спірмена за даними про ціну та обсяг продажу товару (табл. 9.1).

Таблиця 9.1 – **Вихідні дані для розрахунку коефіцієнта Фехнера та коефіцієнта кореляції рангів Спірмена**

Ціна, грн. (*X*)	Обсяг продажу, шт. (*Y*)	Знаки відхилень		Ранги		*d*	d^2
		за *X*	за *Y*	за *X*	за *Y*		
1	2	3	4	5	6	7	8
350	120	-	+	2	6	-4	16
460	104	+	-	5	2	3	9
630	76	+	-	8	1	7	49
380	111	-	-	3	4	-1	1
490	123	+	+	6	7	-1	1
520	105	+	-	7	3	4	16
260	140	-	+	1	8	-7	49
430	116	-	+	4	5	-1	1
3520	**895**	**–**	**–**	**–**	**–**	**–**	**142**

Розраховуємо середні значення показників:

$$\overline{X} = \frac{3520}{8} = 440 \text{ грн.}$$

$$\overline{Y} = \frac{895}{8} = 112 \text{ шт.}$$

З граф 3 і 4 визначаємо, що знаки співпали 2 рази (С=2), а не співпали 6 разів (Н=6). Отже, коефіцієнт Фехнера становить:

$$К_ф = \frac{2-6}{2+6} = -0{,}5$$

Таким чином, можна зробити висновок, що між ціною та обсягом продажу існує зворотній середній зв'язок.

Розрахуємо коефіцієнт кореляції рангів Спірмена:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 142}{8(64-1)} = -0{,}69$$

Одержане значення коефіцієнта також підтверджує наявність зворотного середнього зв'язку між досліджуваними показниками.

Метод аналітичного групування

Метод аналітичного групування полягає в тому, що сукупність розбивається на групи за факторною ознакою, далі за кожною групою та за сукупністю визначаються середні значення факторної та результативної ознаки. Порівняння середніх значень факторної та результативної ознак дозволяє зробити певні висновки про наявність та напрямок взаємозв'язку між ними.

Таблиця 9.2 – **Базові вихідні дані для здійснення аналітичного групування підприємств за чистим прибутком та фондовіддачею**

№ з.п.	Фондовіддача, грн./грн.	Чистий прибуток, млн. грн.
1	2	3
1	6,9	5,1
2	12,9	9,4
3	8,3	5,8
4	11,4	9,6
5	8,7	6,8
6	9,0	4,5
7	13,1	8,9
8	5,6	3,9
9	8,5	4,5
10	5,9	3,6
11	6,9	5,6
12	9,0	6,3
13	5,9	3,8
14	6,9	5,2
15	9,2	7,7
16	5,9	4,4
17	7,6	6,3
18	10,5	8,5
19	8,8	7,5
20	5,7	4,7
21	8,0	6,5
22	8,9	7,0
23	5,9	4,5
24	3,5	3,1
25	4,8	3,3
26	3,3	2,4

Групування розпочинається з того, що за факторною ознакою (фондовіддача) окремі одиниці сукупності поєднуються в однорідні групи. Для цього визначається кількість груп факторної ознаки:

$$K = 1 + 3{,}322 \cdot \lg 26 = 5{,}7 \approx 6$$

Розраховуємо довжину інтервалу факторної ознаки:

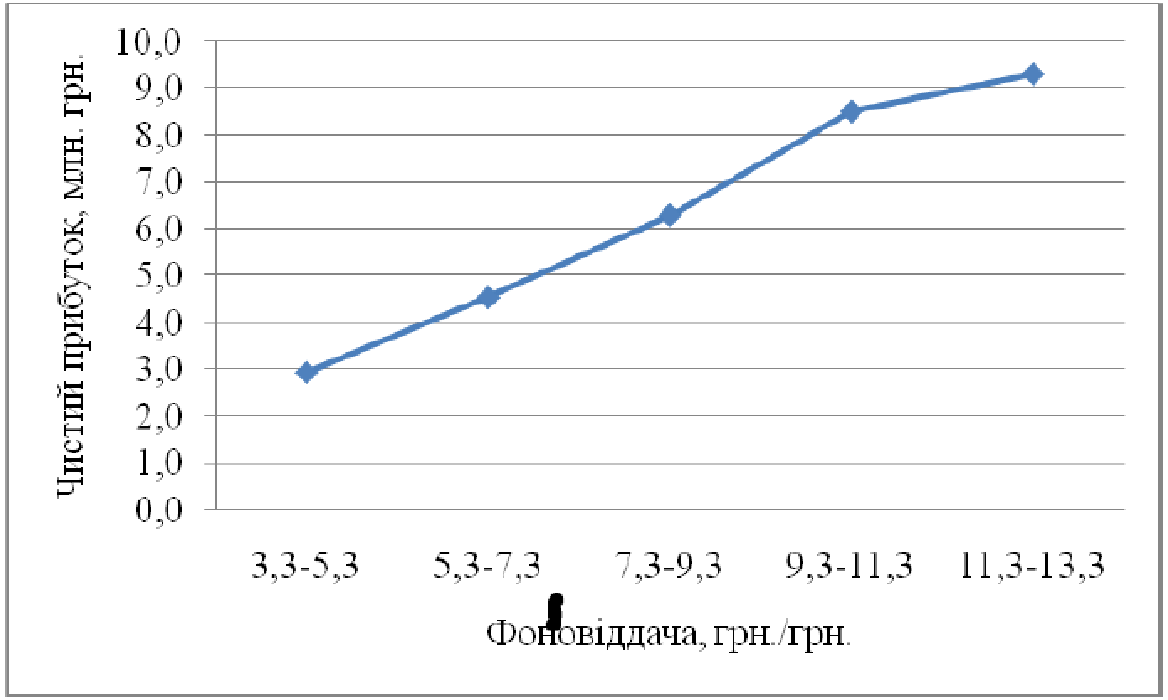
$$\Delta_x = \frac{13{,}1 - 3{,}3}{6} = 1{,}6 \approx 2$$

Довжина інтервалу округлюється у бік збільшення на один знак більше, ніж число знаків у значенні ознаки.

Таблиця 9.3 – **Аналітичне групування**

Групи підприємств за рівнем фондовіддачі, грн.	Чистий прибуток, млн. грн.			
	окремі значення	маса	кількість	середнє значення
3,3-5,3	2,4; 3,1; 3,3	8,8	3	2,9
5,3-7,3	3,6; 3,8; 3,9; 4,4; 4,5; 4,7; 5,1; 5,2; 5,6	40,8	9	4,5
7,3-9,3	6,3; 6,5; 5,8; 4,5; 4,5; 6,8; 7,5; 7,0; 6,3; 7,7	62,9	10	6,3
9,3-11,3	8,5	8,5	1	8,5
11,3-13,3	9,6; 9,4; 8,9	27,9	3	9,3
13,3-15,3	–	–	–	–

За даними табл. 9.3 будується графік залежності чистого прибутку від фондовіддачі підприємства (рис. 9.1).



Таким чином, зі зростанням фондовіддачі підприємства зростає середній чистий прибуток.

Парний кореляційно-регресійний аналіз

Кореляція і регресія відносяться до методів виявлення статистичної залежності між досліджуваними змінними.

Кореляція (від лат. **correlatio**), **кореляційна залежність** – взаємозалежність двох або кількох випадкових величин. Суть її полягає в тому, що при зміні значення однієї змінної відбувається закономірна зміна (зменшення або збільшення) іншої (-ших) змінної (-них).

При розрахунку кореляцій намагаються визначити, чи існує статистично достовірний зв'язок між двома або кількома змінними в одній або декількох вибірках. ***Наприклад***, взаємозв'язок між зростом і вагою дітей, взаємозв'язок між успішністю і результатами виконання тесту IQ, між стажем роботи і продуктивністю праці.

За формою кореляційний зв'язок може бути прямолінійним або криволінійним. *Прямолінійним* може бути, наприклад, зв'язок між кількістю відвіданих занять з курсу протягом семестру і кількістю правильно вирішених завдань на іспиті з цього курсу. *Криволінійним* може бути, наприклад, зв'язок між рівнем мотивації і ефективністю виконання завдання. При підвищенні мотивації ефективність виконання завдання спочатку зростає, потім досягається оптимальний рівень мотивації, якому відповідає максимальна ефективність виконання завдання. Подальше підвищення мотивації супроводжується зниженням ефективності.

За напрямом кореляційний зв'язок може бути *позитивним* *(«прямим»)* і *негативним* *(«зворотнім»)*. Позитивна кореляція (пряма) виникає при одночасній зміні двох змінних величин в однакових напрямах (в позитивному або негативному). Прикладами

Залежно від ***кількості досліджуваних ознак*** розрізняють *парну (просту)* та *множинну* кореляцію. При парній кореляції аналізують зв'язок між факторною та результативною ознаками; при множинній кореляції – залежність результативної ознаки від двох та більше факторних ознак.

Таким чином, кореляційний аналіз застосовується для знаходження *характеру і тісноти зв'язку* між випадковими величинами.

Залежно від ***кількості досліджуваних ознак*** розрізняють *парну (просту)* та *множинну* кореляцію. При парній кореляції аналізують зв'язок між факторною та результативною ознаками; при множинній кореляції – залежність результативної ознаки від двох та більше факторних ознак.

Таким чином, кореляційний аналіз застосовується для знаходження *характеру і тісноти зв'язку* між випадковими величинами.

Регресійний аналіз має на меті *визначення (ідентифікацію) рівняння регресії*, включаючи статистичну оцінку його параметрів. Рівняння регресії дозволяє знайти значення залежної змінної, якщо величина незалежної або незалежних змінних відома.

Практично, мова йде про те, щоб, аналізуючи безліч точок на графіку (тобто безліч статистичних даних), знайти лінію, яка за можливістю, точно відображає укладену в цій множині закономірність (тренд, тенденцію) – лінію регресії.

За кількістю чинників розрізняють одно-, дво- та багатофакторні рівняння регресії.

Етапи кореляційно-регресійного аналізу:

– виявлення кореляційної залежності;

– підбір виду залежності;

– розрахунок параметрів рівняння регресії;

– визначення тісноти зв’язку.

Виявлення кореляційної залежності

Для виявлення кореляційної залежності здійснюється збір даних методом випадкової вибірки деякої кількості спостережуваних об'єктів з деякої однорідної сукупності, фіксації для кожного обраного об'єкта пари ознак (властивостей), взаємозв'язок яких буде предметом дослідження. Наявність зв'язку між ознаками можна виявити за допомогою графічного або аналітичного методів.

Розглянемо конкретний приклад побудови кореляційного поля на основі даних табл. 9.3.

Розраховуємо довжину інтервалів зміни результативної та факторної ознак за формулою:

$$\Delta = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{1 + 3{,}322 \cdot \lg n} \qquad (9.3)$$

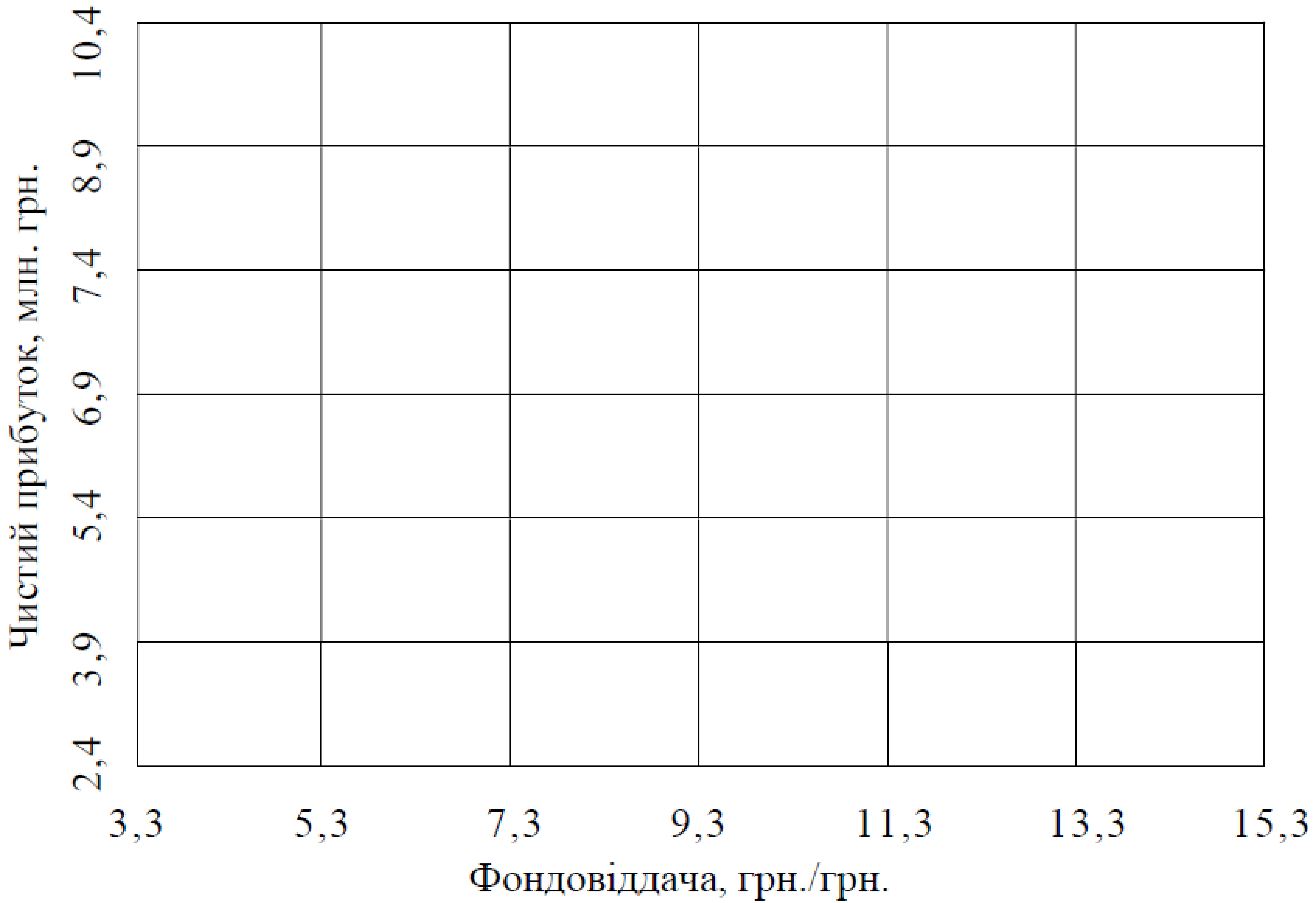
отримуємо:

– для результативної ознаки: $\Delta Y = \dfrac{9{,}6 - 2{,}4}{1 + 3{,}322 \cdot \lg 26} = 1{,}26 \approx 1{,}5$;

– для факторної ознаки: $\Delta X = \dfrac{13{,}1 - 3{,}3}{1 + 3{,}322 \cdot \lg 26} = 1{,}72 \approx 2$.

Після цього будуємо кореляційне поле (рис. 9.2).

Групи підприємств за рівнем фондовіддачі, грн.	Чистий прибуток, млн. грн.			
	окремі значення	маса	кількість	середнє значення
3,3-5,3	2,4; 3,1; 3,3	8,8	3	2,9
5,3-7,3	3,6; 3,8; 3,9; 4,4; 4,5; 4,7; 5,1; 5,2; 5,6	40,8	9	4,5
7,3-9,3	6,3; 6,5; 5,8; 4,5; 4,5; 6,8; 7,5; 7,0; 6,3; 7,7	62,9	10	6,3
9,3-11,3	8,5	8,5	1	8,5
11,3-13,3	9,6; 9,4; 8,9	27,9	3	9,3
13,3-15,3	–	–	–	–


Чистий прибуток, млн. грн.
10,4
8,9
7,4
6,9
5,4
3,9
2,4
3,3
5,3
7,3
9,3
11,3
13,3
15,3
Фондовіддача, грн./грн.

На основі графіку може бути зроблена гіпотеза про наявність лінійного кореляційного зв’язку, про нелінійний кореляційний зв’язок або про відсутність кореляційного зв’язку.

Відправним пунктом виявлення кореляційної залежності за допомогою аналітичного методу є кореляційна таблиця, яка систематизує результати спостереження над двома досліджуваними явищами або їх ознаками. В нашому випадку вона має такий вигляд (табл. 9.4).

Таблиця 9.4 – **Кореляційна таблиця залежності чистого прибутку від фондовіддачі**

Інтервали зміни чистого прибутку, млн. грн.	Середина інтервалу	Інтервали зміни фондовіддачі, грн./грн.						Всього
		3,3-5,3	5,3-7,3	7,3-9,3	9,3-11,3	11,3-13,3	13,3-15,3	
2,4-3,9	3,2	3	3					6
3,9-5,4	4,7		5	2				7
5,4-6,9	6,2		1	5				6
6,9-7,4	7,2			1				1
7,4-8,9	8,0			2	1			3
8,9-10,4	9,7					3		3
Всього		3	9	10	1	3		26

Розраховуємо середні значення результативної ознаки в кожному інтервалі зміни факторної ознаки:

$$\overline{Y}_{\overline{x}_1} = \frac{3 \cdot 3{,}2}{3} = 3{,}2$$

$$\overline{Y}_{\overline{x}_2} = \frac{3 \cdot 3{,}2 + 5 \cdot 4{,}7 + 1 \cdot 6{,}2}{9} = 4{,}4$$

$$\overline{Y}_{\overline{x}_3} = \frac{4{,}7 \cdot 2 + 6{,}2 \cdot 5 + 7{,}2 \cdot 1 + 8{,}0 \cdot 2}{10} = 6{,}4$$

$$\overline{Y}_{\overline{x}_4} = \frac{8{,}0 \cdot 1}{1} = 8{,}0$$

$$\overline{Y}_{\overline{x}_5} = \frac{9{,}7 \cdot 3}{3} = 9{,}7$$

Після цього зіставляємо середні значення факторної та результативної ознак (табл. 9.5).

Таблиця 9.5 – **Зіставлення середніх значень факторної та результативної ознак**

Ознаки	Інтервали зміни ознак					
	1	2	3	4	5	6
Факторна	4,3	6,3	8,3	10,3	12,3	14,3
Результативна	3,2	4,4	6,4	8,0	9,7	–

Як бачимо, зі зміною факторної ознаки (фондовіддачі) змінюється середнє значення результативної ознаки (чистого прибутку). Отже, між одержуваними ознаками є взаємозв'язок.

РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ

РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ

Рівняння, що відображає зміну середньої величини однієї ознаки (Y) в залежності від другої (X), називається ***рівнянням регресії*** або ***рівнянням кореляційного зв'язку***.

Прямолінійну форму зв'язку визначають за рівнянням прямої лінії:

$$y_x = a_o + a_1 \cdot x, \tag{9.4}$$

де y_x – теоретичні (обчислені за рівнянням регресії) значення результативної ознаки;

a_0 – початок відліку, або значення y_x при умові, що x=0;

a_1 – коефіцієнт регресії (коефіцієнт пропорційності), який показує, як змінюється y_x при кожній зміні x на одиницю;

x – значення факторної ознаки.

При прямому зв'язку між корелюючими ознаками коефіцієнт регресії a_1 матиме додатне значення, при зворотному – від'ємне.

Невідомі параметри a_0 та a_1 знаходять ***способом найменших квадратів***. Сутність цього способу полягає в знаходженні таких параметрів рівняння зв'язку, при яких залишкова сума квадратів відхилень фактичних значень результативної ознаки (y) від її теоретичних (обчислених за рівнянням зв'язку) значень (y_x) буде мінімальною:

$$\sum (y - y_x)^2 = \min . \tag{9.5}$$

Спосіб найменших квадратів зводиться до складання та розв'язання системи двох рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} a_o \cdot n + a_1 \cdot \sum x_i = \sum y_i, \\ a_o \cdot \sum x_i + a_1 \cdot \sum x_i^2 = \sum y_i \cdot x_i. \end{cases} \tag{9.6}$$

Ця система рівнянь називається системою нормальних рівнянь. Вирішуючи її, отримуємо величини коефіцієнтів a_0 та a_1, а, отже, і аналітичний вираз залежності $y = a_o + a_1 \cdot x$.

Таблиця 9.2 – **Базові вихідні дані для здійснення аналітичного групування підприємств за чистим прибутком та фондовіддачею**

№ з.п.	Фондовіддача, грн./грн.	Чистий прибуток, млн. грн.
1	2	3
1	6,9	5,1
2	12,9	9,4
3	8,3	5,8
4	11,4	9,6
5	8,7	6,8
6	9,0	4,5
7	13,1	8,9
8	5,6	3,9
9	8,5	4,5
10	5,9	3,6
11	6,9	5,6
12	9,0	6,3
13	5,9	3,8
14	6,9	5,2
15	9,2	7,7
16	5,9	4,4
17	7,6	6,3
18	10,5	8,5
19	8,8	7,5
20	5,7	4,7
21	8,0	6,5
22	8,9	7,0
23	5,9	4,5
24	3,5	3,1
25	4,8	3,3
26	3,3	2,4

$$\begin{cases} a_o \cdot n + a_1 \cdot \sum x_i = \sum y_i, \\ a_o \cdot \sum x_i + a_1 \cdot \sum x_i^2 = \sum y_i \cdot x_i. \end{cases} \quad (9.6)$$

Ця система рівнянь називається системою нормальних рівнянь. Вирішуючи її, отримуємо величини коефіцієнтів a_0 та a_1, а, отже, і аналітичний вираз залежності $y = a_o + a_1 \cdot x$.

Для вихідних даних, представлених в табл. 9.2, ця система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} 26a_0 + \ 201{,}1a_1 = \ 148{,}9, \\ 201{,}1a_0 + 1712{,}21a_1 = 1267{,}4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 + \ 7{,}7a_1 = \ 5{,}7, \\ a_0 + 8{,}5a_1 = 6{,}3 \end{cases}$$

$$a_0 = 5{,}7 - 7{,}7a_1$$

$$5{,}7 - 7{,}7a_1 + 8{,}5a_1 = 6{,}3$$

$$5{,}7 - 7{,}7a_1 + 8{,}5a_1 = 6{,}3$$

$$0{,}8a_1 = 0{,}6$$

$$a_1 = 0{,}75$$

Тоді $a_0 = 5{,}7 - 7{,}7 \cdot 0{,}75 = -0{,}075$.

Отже, шукане рівняння має вигляд:

$$y_x = -0{,}075 + 0{,}75 \cdot x$$

Економічний зміст цього рівняння такий: коефіцієнт регресії показує, що в досліджуваній сукупності підприємств зі збільшенням фондовіддачі на 1 грн./грн. чистий прибуток зростає на 0,75 млн. грн. Параметр a_0 (у нашому прикладі -0,075) як вільний член рівняння має тільки розрахункове значення і не інтерпретується.

Як зазначалося, при прямолінійній залежності спостерігається рівномірне збільшення (зменшення) результативної ознаки під впливом відповідної зміни факторної ознаки. У статистичній практиці трапляються і більш складні зв'язки, коли зі зміною аргументу змінюється не тільки функція, а й її приріст. ***Нелінійні (криволінійні) форми зв'язку*** різні. У статистичному аналізі найчастіше використовують *параболічну* та *гіперболічну* форми зв'язку.

Якщо криволінійна залежність має форму параболи другого порядку, зв'язок виражають таким рівнянням:

$$y = a_o + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2. \qquad (9.7)$$

Однією з особливостей цього типу кривої є те, що вона завжди має точку перетину (критичну точку), яка характеризує оптимальний варіант розміру величини результативної ознаки, і змінює напрямок свого руху лише один раз. Якщо в рівнянні величина a_1 виражена від'ємним числом, a_2 – додатним, то крива змінюватиме напрямок спаду на зростання.

Для розрахунку параметрів рівняння параболи другого порядку використовується така система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} n \cdot a_o + a_1 \cdot \sum x + a_2 \cdot \sum x^2 = \sum y, \\ a_o \cdot \sum x + a_1 \cdot \sum x^2 + a_2 \cdot \sum x^3 = \sum y \cdot x, \\ a_o \cdot \sum x^2 + a_1 \cdot \sum x^3 + a_2 \cdot \sum x^4 = \sum y \cdot x^2. \end{cases} \tag{9.8}$$

Якщо емпірична лінія регресії досліджуваної залежності має вигляд гіперболи, то для визначення зв'язку між ознаками використовують рівняння:

$$y = a_o + \frac{a_1}{x}. \tag{9.9}$$

Для знаходження параметрів рівняння необхідно вирішити систему нормальних рівнянь такого вигляду:

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \Sigma \frac{1}{x} = \Sigma y, \\ a_0 \cdot \Sigma \frac{1}{x} + a_1 \cdot \Sigma \frac{1}{x^2} = \Sigma \frac{y}{x}. \end{cases} \tag{9.10}$$

Розглянуті залежності (пряма, парабола і гіпербола) не вичерпують усього різноманіття залежностей, що зустрічаються в реальних дослідженнях.