

# КЛАСИЧНІ ТА НЕОКЛАСИЧНІ ПІДХОДИ ДО ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ ЦІННИХ ПАПЕРІВ

## 1.1. Фондовий ринок як об'єкт наукового дослідження

Менеджерам, більшості економістів (промисловців, фінансистів) відомо, що чим глибшою є спеціалізація підприємства, тим чіткіший ритм виробництва, вища його рентабельність, але при цьому гіршою є адаптивність цієї економічної системи, її еластичність, маневреність відносно змін зовнішнього стосовно неї економічного середовища (коливання попиту, цін на сировину, кінцеву продукцію тощо). Необхідна також і певна різноманітність (диверсифікація) інвестицій. У протилежному разі інвестор приречений або на низьку ефективність (норму прибутку), або на надто високий ступінь ризику. Власне тому досвідчений інвестор є власником не одного виду цінних паперів, а кількох. Сукупність цінних паперів у певного інвестора складає їх портфель.

Під інвестиційним портфелем цінних паперів розуміють розподіл коштів у певного інвестора між різними активами (акції, облигації тощо) в найбільш вигідній та безпечній пропорції (див., напр., у [1]). Такий розподіл інвестицій за різними «адресами» знижує ризик, забезпечує більшу стійкість доходів (прибутків) за будь-яких коливань дивідендів і ринкових цін на цінні папери (див., напр., у [1-5]).

У світовій практиці існують два підходи, які сьогодні застосовуються в управлінні інвестиційним портфелем: традиційний підхід і сучасна портфельна теорія. Традиційний підхід заснований на методах фінансового управління, які використовувалися ще з часу зародження перших ринків цінних паперів (див., напр., у [1, 6]). Теоретичний інструментарій сучасної портфе-

льної теорії почав формуватися з 50-х років останнього сторіччя, а його популярність та вплив постійно зростають (див., напр., у [7-9]).

*Традиційний підхід в управлінні інвестиційним портфелем.* Традиційний підхід до управління інвестиційним портфелем - це забезпечення збалансованості шляхом включення в портфель цінних паперів (ЦП) різноманітних підприємств й галузей, причому особливо виділяють важливість міжгалузевої диверсифікації (див., напр., у [10, 11]). В межах традиційного підходу історично сформувалися дві паралельні концепції щодо принципів збору, обробки і джерел інформації як підґрунтя для прийняття рішень про доцільність інвестування в ті, чи інші цінні папери, а саме: *фундаментальний і технічний аналіз.*

Основне припущення, на якому базується *фундаментальний аналіз*, - це те, що на вартість цінного паперу впливає ефективність функціонування його емітента. Якщо перспективи компанії виглядають стабільними, то можна сподіватися на зростання ринкового курсу її акцій. Фундаментальний аналіз цінних паперів проводиться у “вертикальному розтині” (див., напр., у [1, 12-14]):

- економічний аналіз (спрямований на оцінку загальноекономічного становища, та її потенційного впливу на прибутковість певних цінних паперів);
- галузевий аналіз (забезпечує розуміння характеру і операційних характеристик певної галузі народного господарства, перспективи її розвитку, що надалі використовуватиметься для оцінки привабливості об'єктів інвестування);
- фінансовий аналіз (передбачає вивчення фінансового становища конкретної компанії і, як наслідок, майбутньої поведінки її акцій).

Перший етап фундаментального аналізу, - економічний аналіз, - призначений для встановлення кількісної залежності між макроекономічними показниками в їх динаміці та показниками діяльності підприємств. Це пов'язано з тим, що для країн з перехідною економікою, зокрема для Украї-

ни, властива хаотичність процесів, що відбуваються на макрорівні, які можуть сприяти несподіваному перерозподілу капіталу на фондовому ринку.

Не менш важливою характеристикою, що впливає на становище підприємства на ринку, а й, відповідно, на вартість його цінних паперів, є перспектива розвитку галузі, до якої належить дане підприємство. Кількісне вираження такого впливу – мета другого етапу фундаментального аналізу – галузевого аналізу.

Світова практика свідчить, що якість будь-якого фінансового товару буде вища за умови його кращого забезпечення результатами ефективного функціонування відповідного емітента (див., напр., у [15]). При цьому особливої важливості й необхідності проведення набуває аналіз фінансового становища – третій етап фундаментального аналізу.

Загальна система аналітичного інструментарію щодо визначення фінансового становища суб'єктів господарювання розглядається в багатьох працях, зокрема в [16, 17] та ін. Дана система полягає у проведенні розширеного аналізу ліквідності, платоспроможності та фінансового забезпечення процесу підприємницької діяльності. Інформаційною базою аналізу виступають дані бухгалтерського балансу суб'єкта, що аналізується. На їх основі розраховують коефіцієнти – показники ліквідності даного балансу. Інший підхід щодо визначення фінансового становища підприємств наведено у [18]. Розроблена методика базується на принципі економіко-математичної оптимізації ключових показників діяльності суб'єкта господарювання, які використовуючи звітні дані підприємств за певний період та базуючись на взаємозв'язку низки економічних величин, дають змогу окреслити доцільні межі розвитку у поточному (або майбутньому) періоді.

Проте, основною проблемою практичної реалізації даної методики є значна складність формалізації критеріїв, які фактично представляють собою оптимізаційні математичні моделі. Побудова таких моделей на основі бухгалтерської звітності – це не менш складна за попередню задача. Крім того, для зовнішнього аналізу (відносно даного підприємства) найважливішою про-

блемою є відсутність необхідної для побудови моделей фінансової інформації про діяльність потенційних об'єктів для інвестування. Всі ці й інші проблеми окреслюють напрямки подальшого проведення наукових досліджень в цій галузі.

Паралельно з фундаментальним аналізом існує *технічний аналіз* цінних паперів, тобто вивчення взаємодії різноманітних сил на ринку цінних паперів та їх вплив на курсову вартість останніх.

Засновником технічного аналізу вважають Чарльза Доу. Основа теорії Доу – переконання, що “в середніх величинах відображається все”, тобто будь-яка фундаментальна інформація відносно фінансових активів негайно відтворюється рухом цін, і тому не може бути корисною при аналізі інвестицій. Теорія Доу ініціювала різноманітні методики аналізу цінових графіків. Однією з найвідоміших методик є так звана хвильова теорія Еліотта (див., напр., у [19]). Основою цього підходу є принцип хвилі, згідно якому рух цін на фінансових ринках складається з циклів, що постійно повторюються: п'ять хвиль на стадії зростання ціни з наступними трьома хвилями на стадії спаду.

Основна проблема практичного прогнозування на основі принципу хвилі полягає в тому, що за одними й тими самими даними можливо побудувати декілька прогнозів, які можуть бути діаметрально протилежними. Тому теорія хвилі – це, насамперед, мистецтво, а не наука, і визначальну роль тут грає досвід й практичні знання того, хто її застосовує.

Інша, не менш відома, методика технічного аналізу - тренд Де Марка (див., напр., у [19]). Аналіз Де Марка міститься на використанні стовпчикових діаграм (відкриття – максимум – мінімум – закриття, або максимум – мінімум - закриття). За даною методикою визначають критичні точки й будують по них лінію тренда для прогнозування майбутніх цін на фінансовий інструмент.

Недоліком (чи неприйнятністю) даної теорії є впевненість про те, що поточні коливання ціни складаються під впливом лише факторів попиту та

пропозиції, не враховуючи ряд інших економічних та політичних факторів (особливо для перехідної економіки України).

Отже, і хвильова теорія Доу, і тренди Де Марка, а також й інші методики технічного аналізу, не можуть бути визнані за адекватні інструменти аналізу та вибору привабливих для інвестицій цінних паперів, особливо в умовах перехідної економіки України. Це пояснює відмову вітчизняних трейдерів фондового ринку від активного використання згаданих методик технічного аналізу і, одночасно, окреслює напрямки проведення подальших науково-практичних досліджень.

Як технічний аналіз, так і фундаментальний аналіз в межах традиційного аналізу інвестиційної привабливості цінних паперів не вирішують повною мірою, відокремлено один від одного, цього актуального питання. Це наштовхує на думку про поєднання найкращих методів і методик цих двох паралельних підходів до вирішення задачі ефективного розміщення фінансових коштів на фондовому ринку України.

*Сучасна портфельна теорія.* Поряд з традиційним аналізом все більше визнання отримує сучасна портфельна теорія. Дана теорія намагається дати обґрунтовані відповіді про найкращу стратегію інвестування. Економіко-математична модель задачі вибору оптимальної структури портфеля вперше була запропонована Г. Марковіцем в 1952р. (див., напр., у [20]).

Інший відомий американський вчений-економіст Д. Тобін узагальнив цю задачу, показавши, що оптимальна структура портфеля цінних паперів не залежить від схильності (несхильності) інвестора до ризику (див., напр., у [21]). Ці вчені були відзначені Нобелівськими преміями з економіки, що свідчить про важливість проблеми оптимального портфеля для економічної науки й практики в цілому.

Теорію «селекції портфеля цінних паперів» широко використовують банки для підготовки фінансових операцій. За допомогою теорії портфеля на підприємствах менеджерами (управлінськими командами) створюється

«портфель надійності» матеріальних запасів, визначається їх оптимальний обсяг, що забезпечує допустимий ступінь ризику. Вона дає можливість здійснити багатостадійне планування, що забезпечує надійність й ефективність розподілу матеріальних запасів у системі виробництва (обсяг, терміни зберігання на складах і поставок безпосередньо в цехи) з урахуванням затрат на складування, постачання, транспортування тощо. Ця теорія дозволяє менеджерам, керівництву підприємств свідомо йти на певний (допустимий) ризик, прогнозувати кінцевий результат, знижувати собівартість продукції. На підставі економіко-математичних моделей і методів з використанням графіків і схем детально аналізують такі питання, як «портфель надійності» у системі забезпечення виробництва, співвідношення ризик і затрати, ефективні структури надійності. Теорія портфеля ґрунтується на принципах менеджменту ризику.

Узгодження максимізації норми прибутку та мінімізації ризику не є простим, бо на досить ефективному ринку цінні папери з високою нормою прибутку характеризуються відповідно високим ступенем ризику. Розсудливий інвестор шукає такі можливості для розміщення капіталу, за яких зі збільшенням норми прибутку одночасно зменшувався б ступінь ризику (див., напр., у [2, 21, 22]).

Таким чином, задача вибору оптимального інвестиційного портфелю є одним з окремих випадків проблеми розподілу обмежених ресурсів в умовах невизначеності, коли результат залежить не тільки від прийнятого рішення, а й від “становища природи”, - реалізації параметрів, значення яких заздалегідь невідомі. Узагальнююча постановка цієї задачі висвітлена в працях [23, 24] і може бути сформульована так:

$$\max_x E \{U[\varphi(x, \theta)]\}, x \in D(\theta), \quad (1.1)$$

де  $x$  – вектор рішень;  $U[\cdot]$  - функція корисності особи, яка приймає рішення;  $\varphi(x, \theta)$  - підсумковий показник, що залежить від рішення  $x$  та становища при-

роди  $\theta$ ;  $\theta \in \Omega$  - елементарна подія з імовірнісного простору  $(\Omega, F, P)$ ,  $D(\theta)$ -множина припустимих рішень.

Розв'язування задачі оптимізації, представлені математичною моделлю (1.1), в узагальненому виді – дуже складне завдання. Тому її конкретизують для вирішення окремих задач, приймаючи певні припущення відносно параметрів моделі  $x$ ,  $U[\cdot]$ ,  $\varphi(x, \theta)$  та множин  $D(\theta)$ ,  $\Omega$  тощо.

Наприклад, в роботах [3, 4, 25] множина  $\Omega = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  ідентифікується як множина становищ економічного середовища, яке може знаходитися в одному з становищ  $\theta_j \in \Omega$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Вводиться класифікатор інформаційних ситуацій, пов'язаний з певною градацією ступеню невизначеності відносно того, в якому становищі  $\theta_j$  перебуватиме економічне середовище. Після ідентифікації інформаційної ситуації, в якій знаходиться особа, що приймає рішення, застосовують певний критерій прийняття рішення: Байєса, модальний, мінімальної дисперсії, Джейнса, Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца тощо.

До узагальненої моделі у формі (1.1) можна звести практично будь-яку задачу формування та управління портфелем цінних паперів (ПЦП). За останнє п'ятдесятиріччя конкретизації моделі (1.1) для задач формування оптимального ПЦП в науковій літературі приділяється багато уваги (див., напр., у [25-27]). Існуючі підходи до побудови оптимального за певним критерієм інвестиційного портфеля поділяють на класичні та неокласичні.

## 1.2. Математичні моделі оптимізації портфеля цінних паперів

*Класична двокритеріальна задача оптимізації ПЦП.* Ідеальна постановка класичної задачі оптимізації ПЦП – отримати максимальну доходність при мінімальному ризику (див., напр., у [28]):

$$\begin{cases} R_p \rightarrow \max \\ \sigma_p \rightarrow \min \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{cases} \quad (1.2)$$

де  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , - процентна частка цінного папера  $i^{\text{го}}$  виду у ПЦП;  $R_p$  - доходність ПЦП з  $n$  цінних паперів;  $\sigma_p$  - характеристика ризику ПЦП.

Задача оптимізації ПЦП в даній постановці не зовсім коректна, тобто не має однозначного рішення. Крім того, це задача багатомірної оптимізації, що значно ускладнює її вирішення.

В науковій практиці існує декілька виходів з цього положення. Одним з них є модель оптимізації співвідношення доходності та ризику, яка найбільш повно розглянута в [29], а також у [21].

Нехай маємо  $n$  різних видів цінних паперів, кожна пара яких пов'язана між собою певною кореляційною залежністю. Допустима множина портфелів, сформованих з цих цінних паперів, зображена на рис. 1.1. Дуга  $MN$  характеризує множину ефективних портфелів (ефективну множину).

Якщо, наприклад, для двох трейдерів побудовані відповідні функції корисності, криві ліній байдужості яких I та II зображені на рис. 1.1, то вибір найкращого портфеля з ефективної множини, що відповідає множині точок кривої  $MN$ , залежатиме від функцій корисності (схильності чи несхильності до ризику). Трейдер 1 обере портфель, позначений точкою  $N_1$ , яка відповідає найбільшому значенню його корисності на ефективній множині портфелів. Трейдер 2, більш схильний до ризику, обере портфель з ефективної множини, позначений точкою  $N_2$ .

Подано класичну постановку такої задачі. Нехай  $R_i$  - випадкова величина норми прибутку від  $i$ -го ЦП (виражена у відсотках),  $i = \overline{1, n}$ , де  $n$  - кількість видів цінних паперів, що розглядаються.

Тоді випадкова величина норми прибутку портфеля, сформованого з  $n$  видів цінних паперів, дорівнює:



$$R_{II} = \sum_{i=1}^n x_i R_i ,$$

де  $x_i$  — частка (питома вага) інвестицій у  $i$ -й цінний папір, залучений до портфеля. Сума всіх часток дорівнює одиниці, тобто:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 . \quad (1.3)$$

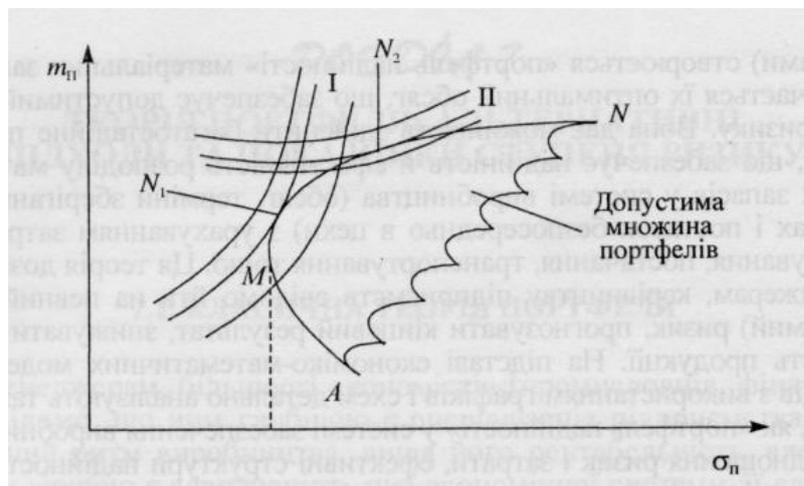


Рис. 1.1. Вибір портфеля трейдерами, які мають різні функції корисності

Сподіване значення (математичне сподівання) випадкової величини норми прибутку портфеля є середньозваженою очікуваною нормою прибутку від окремих цінних паперів:

$$m_{II} = M \left\{ \left( \sum_{i=1}^n x_i R_i \right) \right\} = \sum_{i=1}^n x_i m_i ,$$

де  $m_i = M(R_i)$  - сподіване значення (математичне сподівання) випадкової величини норми прибутку  $i$ -го цінного папера.

Ступінь ризику портфеля оцінюється середньоквадратичним відхиленням ( $\sigma_{II}$ ), яке обчислюється на підставі варіації (дисперсії) його норми прибутку:

$$V_{\Pi} = \sigma_{\Pi}^2 = M \left\{ (R_{\Pi} - m_{\Pi})^2 \right\} = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \sigma_{ij},$$

де  $V_i = \sigma_i^2$  — дисперсія (варіація) норми прибутку  $i$ -го цінного папера:

$$\sigma_i^2 = M \left\{ (R_i - m_i)^2 \right\},$$

$\sigma_{ij}$  — коваріація між нормами прибутку  $i$ -го та  $j$ -го цінних паперів:

$$\sigma_{ij} = M \left\{ (R_i - m_i)(R_j - m_j) \right\} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j,$$

де  $\rho_{ij}$  — коефіцієнт кореляції між нормами прибутку  $i$ -го та  $j$ -го цінних паперів.

Нехай  $R_F$  — норма прибутку майже безризикових (державних) цінних паперів з фіксованим відсотком. Для цих паперів  $m_F = R_F$ ,  $\sigma_F = 0$ . Інвестуючи капітал у цінні папери, обтяжені ризиком, прагнуть отримати найкраще співвідношення між додатковим прибутком (премією за ризик) і зростаючим ступенем ризику.

У площині  $m_{\Pi}$ - $\sigma_{\Pi}$  (див. рис. 1.2) обирають на осі ординат точку, яка характеризує цінний папір з фіксованим прибутком  $R_F$ .

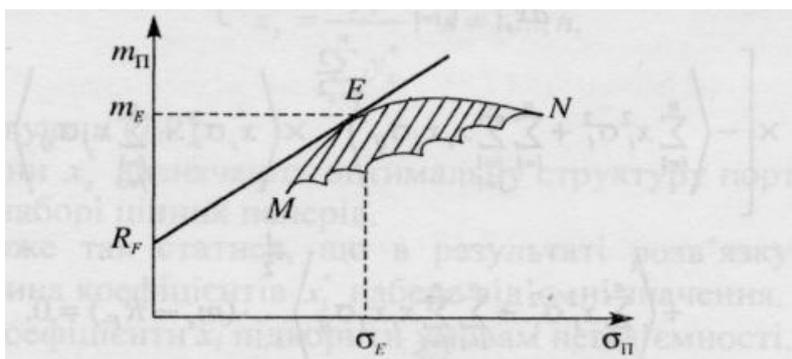


Рис. 1.2. Геометрична інтерпретація оптимального портфеля

Зрозуміло, що найкраще співвідношення між приростом норми прибутку і зростанням ризику забезпечує портфель цінних паперів, позначений на

рис. 1.2 точкою  $E$ , через яку проходить дотична до лінії ефективних портфелів  $MN$ , яка бере початок у точці  $R_F$ .

Точку  $E$ , що характеризує оптимальну структуру портфеля, знаходять, максимізуючи функцію:

$$\varphi = \frac{m_{\Pi} - R_F}{\sigma_{\Pi}} \quad (1.4)$$

за умови (1.3).

Введемо до цільової функції (1.4) обмеження (1.3). Для цього запишемо  $R_F$  як:  $R_F = 1 \cdot R_F = \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot R_F = \sum_{i=1}^n x_i R_F$ .

Зробивши підстановку, одержимо:

$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (m_i - R_F)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \sigma_{ij}}}$$

Отже, для знаходження оптимальної структури портфеля необхідно визначити коефіцієнти  $x_i^*$ , які є рішенням оптимізаційної задачі:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = \frac{m_{\Pi} - R_F}{\sigma_{\Pi}} \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{array} \right. , \text{ або } \left\{ \begin{array}{l} \varphi = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (m_i - R_F)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \sigma_{ij}}} \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{array} \right. . \quad (1.5)$$

Математична модель (1.5) – це класична задача оптимізації, яка може бути розв’язана загальновідомими методами нелінійного програмування (див., напр., у [30-32]). Проте, незважаючи на принципову можливість її вирішення, залишаються певні проблеми. Одна з цих проблем – це припущення про сталість математичного сподівання (міри доходності) та середньоквадратичного відхилення (міри ризику), яке в загальному випадку не правомірне, що й виступає основним недоліком практичного застосування моделі (1.5).

Інший підхід до спрощення моделі двокритеріальної оптимізації (1.2) – це введення критичних обмежень (див., напр., у [33-35]). Перший варіант – пряма задача:

$$\begin{cases} R_p \rightarrow \max \\ \sigma_p \leq \sigma_{reg} \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1.6)$$

де  $\sigma_{reg}$  - максимально допустима величина ризику.

Другий варіант – обернена задача:

$$\begin{cases} \sigma_p \rightarrow \min \\ R_p \geq R_{reg} \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1.7)$$

де  $R_{reg}$  - мінімально допустима величина доходності

*Математичні моделі Марковіца і Шарпа оптимізації ПЦП.* На сьогоднішній день найбільш розповсюджені дві моделі: модель Марковіца та модель Шарпа (пряма та обернена).

Модель Марковіца базується на таких припущеннях (див., напр., у [34]):

- за доходність цінних паперів прийнято математичне очікування доходності ( $R_i$ ), а за ризик - середнє квадратичне відхилення доходності ( $\sigma_i$ );
- ретроспективні дані повністю відображають майбутні значення доходності;
- ступінь і характер взаємозв'язку між цінними паперами виражається коефіцієнтом лінійної кореляції ( $\rho_{ij}$ ).

Пряма задача Марковіца:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i R_i \rightarrow \max \\ \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i \sigma_i x_j \sigma_j \rho_{ij})} \leq \sigma_{reg} \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1.8)$$

Обернена задача Марковіца:

$$\begin{cases} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i \sigma_i x_j \sigma_j \rho_{ij})} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n x_i R_i \geq R_{reg} \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1.9)$$

Модель Шарпа базується на припущеннях (див., напр., у [35]):

- доходність цінного папера - математичне очікування доходності;
- існує безризикова ставка доходності ( $R_F$ );
- взаємозв'язок відхилень доходності цінного папера від безризикової ставки доходності з відхиленням доходності ринку в цілому ( $R_m$ ) від безризикової ставки доходності описується функцією лінійної регресії;
- ризиком по цінному паперу вважається ступінь залежності змін доходності цінного папера від змін доходності ринку в цілому;

– ретроспективні дані повністю відображають майбутні значення доходності.

Пряма задача Шарпа:

$$\begin{cases} R_F + \sum_{i=1}^n (\alpha_i x_i) + (R_m - R_F) \sum_{i=1}^n (\beta_i x_i) \rightarrow \max \\ \sqrt{(\sum_{i=1}^n (\beta_i x_i))^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{\epsilon_i}^2 x_i^2} \leq \sigma_{reg} \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1.10)$$

де  $\alpha_i, \beta_i$  - коефіцієнти лінійної регресії, причому  $\alpha_i$  - надлишкова доходність  $i^{\text{го}}$  цінного папера;  $\beta_i$  -  $\beta$ -ризик  $i^{\text{го}}$  цінного папера;  $\sigma_{\epsilon_i}$  - залишковий ризик  $i^{\text{го}}$  цінного папера;  $\sigma_m$  - ризикованість ринку в цілому.

Обернена задача Шарпа:

$$\begin{cases} \sqrt{(\sum_{i=1}^n (\beta_i x_i))^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{\epsilon_i}^2 x_i^2} \rightarrow \min \\ R_F + \sum_{i=1}^n (\alpha_i x_i) + (R_m - R_F) \sum_{i=1}^n (\beta_i x_i) \geq R_{reg} \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1.11)$$

Моделі Марковіца і Шарпа успішно працюють для відносно стабільних західних фондових ринків, до числа яких вітчизняний фондовий ринок поки не належить. Проте, вітчизняні трейдери фондового ринку вже використовують обидві моделі, хоча результати мають певну ступінь довіри щодо їх адекватності (див. у [35]).

Модель Марковіца доцільно використовувати, якщо інвестор намагається сформулювати ПЦП на засадах галузевої диверсифікації. Основним недоліком цієї моделі є припущення про рівність очікуваної і середньої за даними минулих періодів доходності.

Перевагою підходу Шарпа є менший обсяг необхідної вихідної інформації. Модель Шарпа краще відповідатиме цілям інвестування, коли інвестор вибирає цінні папери для формування ПЦП з їх множини, що охоплює значну частину фондового ринку. Основний недолік моделі – необхідність прогнозувати доходність фондового ринку та безризикову ставку доходності. Крім того, не враховується ризик коливань безризикової доходності, а відсутність точних даних про доходність ринкового ПЦП унеможлиблює адекватний розрахунок коефіцієнтів  $\beta_i$ . Все це сприятиме тому, що при значній зміні співвідношення між безризиковою доходністю та доходністю фондового ринку модель дає похибки.

Спроба адаптації зарубіжного досвіду до вітчизняних реалій сучасного фондового ринку України зроблена в [35]. Автори пропонують модифікацію моделі Шарпа, - *модель Квазі-Шарп*, яка, на їх думку, ефективніше працює на вітчизняному фондовому ринку. Модель Квазі-Шарп побудована на аналогічних для звичайної моделі Шарпа припущеннях; проте, вона додатково спирається на умови, що:

- взаємозв'язок доходності цінного папера і доходності одиночного ПЦП описується лінійною функцією (під одиночним ПЦП розуміють портфель, що складається з усіх цінних паперів, які розглядаються, взятих у рівній пропорції);
- ризик цінного папера – ступінь залежності змін доходності цінного папера від зміни доходності одиночного портфеля.

Пряма задача Квазі-Шарп має вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n (\overline{R}_i x_i) + (R_{sp} - \overline{R}_{sp}) \sum_{i=1}^n (\beta_i x_i) \rightarrow \max \\ \sqrt{\sum_{i=1}^n (\beta_i x_i)^2 \sigma_{sp}^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{ei}^2 x_i^2} \leq \sigma_{reg} \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{array} \right. \quad (1.12)$$

де  $R_{sp}$ ,  $\overline{R_{sp}}$ ,  $\overline{R_i}$  - відповідно доходність одиничного портфеля та середні доходності одиничного ПЦП і  $i^{\text{го}}$  цінного папера за минулі періоди;  $\sigma_{sp}$  - ризикованість одиничного портфеля.

Зворотня задача Квазі-Шарп:

$$\begin{cases} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\beta_i x_i)^2 \sigma_{sp}^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{ei}^2 x_i^2} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n (\overline{R_i} x_i) + (R_{sp} - \overline{R_{sp}}) \sum_{i=1}^n (\beta_i x_i) \geq R_{reg} \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1.13)$$

Модель Квазі-Шарп доцільно використовувати для підтримки оптимальної структури вже існуючого ПЦП при розгляді порівняно невеликої кількості цінних паперів, які належать одній або кільком галузям (або сегментам фондового ринку). За основний недолік цієї моделі вважатимемо розгляд лише окремого сегменту фондового ринку без урахування глобальних тенденцій.

З точки зору методів розв'язування, моделі (1.8)-(1.13) є задачі квадратичного програмування, пошук оптимуму в яких ефективно здійснюється стандартними оптимізаційними методами (див., напр., у [30-32]). Основна проблема щодо адекватності оптимальних рішень за цими моделями стосується розбіжності "зовнішньої" та "внутрішньої" оцінок по тих цінних паперах, що складають створені портфелі. Це обумовлено тим, що курсова вартість цінного папера не завжди відповідає фінансовій забезпеченості і стабільності емітента, який його випустив, і насамперед для більшості вітчизняних емітентів. Крім того, ці моделі не враховують проблемних для "нерозвинутих" фондових ринків особливостей, а саме: ліквідність, доступність придбання – продажу цінних паперів тощо.



*Комбінаційні моделі оптимізації ПЦП.* У вітчизняній практиці цьому питанню приділяється в останній час багато уваги, що призвело до появи у науковій літературі математичних моделей оптимізації ПЦП з урахуванням зазначених проблем (наприклад у [15, 28, 36]). В своїй більшості це модифікації підходу Марковіца, які включають додатково обмеження на ліквідність ПЦП, кредитоспроможність емітентів цінних паперів, фінансову стійкість ПЦП тощо. Типова з даних моделей може бути представлена у виді (див. у [36]):

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{w}_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \hat{w}_{ij} x_i x_j \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n \hat{R}_i x_i \geq R_p \\ \sum_{i=1}^n l_i x_i \geq l_p \\ \sum_{i=1}^n F_i x_i \geq F_p \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n} \end{array} \right. \quad (1.14)$$

де  $\hat{R}_i, l_i$  - відповідно оцінка доходності і коефіцієнт ліквідності  $i^{\text{го}}$  цінного папера;  $R_p, l_p, F_p$  - мінімально прийнятні рівні відповідно доходності, ліквідності та фінансової стійкості ПЦП;  $F_i$  - коефіцієнт кредитоспроможності емітента  $i^{\text{го}}$  цінного папера.

Множина таких моделей може ефективно використовуватися у сучасних умовах розвитку вітчизняного фондового ринку, якщо особа, що приймає рішення, володіє інформацією про економіко-фінансові досягнення емітентів певних цінних паперів. Нажаль в значній більшості подібна інформація доступна лише для внутрішнього користування і не є об'єктом відкритої печаті. Тому для більшості потенційних інвесторів вона не доступна, а відповідно й моделі, що подібні до (1.14), не можуть служити базою для прийняття рішень щодо вибору інвестиційного портфеля.

*Неокласичні підходи до управління інвестиційним портфелем.* Крім зазначених моделей управління інвестиційним портфелем у світовій практиці існують і активно використовуються модель оцінки капітальних активів (САРМ) та модель арбітражного ціноутворення. За останнє десятиріччя розроблена група нових моделей, в яких очікувану доходність та ризик оцінюють іншим чином, ніж у класичному підході, або ж зустрічаються інші суттєві відмінності (див., наприклад у [29, 36, 37] та ін.).

Проблема прийняття інвестиційних рішень за умови ризику досліджувалася ще в 20-х роках минулого сторіччя (див., напр., у [38]) і пізніше в [39]. В [2] наведена модель ціноутворення на ринку капітальних вкладень (САРМ), яка припускає, що на врівноваженому ринку розподіл ризикованих цінних паперів по видах матиме властивості, близькі до властивостей оптимального портфеля. Ця модель має вид:

$$E(R) = R_F + \beta(E(R_m) - R_F), \quad (1.15)$$

де  $E(R)$ ,  $E(R_m)$  - сподівана норма віддачі відповідно на акцію та на ринковий портфель;  $R_F$  - безризикова відсоткова ставка;  $\beta$  - бета-коефіцієнт акції.

Проте, статистика свідчить, що на реальному ринку має місце більш загальне співвідношення (див. у [40]):

$$R = R_F + \beta(R_m - R_F) + \alpha, \quad (1.16)$$

де  $\alpha$  пояснюється різним ступенем інформованості учасників ринку та різницею між цінами продажу та придбання.

Для оцінки  $\beta$  - коефіцієнта проекту при використанні САРМ традиційно застосовують метод аналогій (method of similar) (див., напр., у [9,38]). Теоретично коректний він має недолік – вибір вихідних компаній довільний. Ця

проблема в комбінації з тим, що кількість цих компаній може статися не дуже великою, обмежує застосування даного методу з достатньою точністю.

На завершення огляду наукових досягнень по проблемі формування інвестиційного портфеля, розглянемо ще одну неокласичну теорію – теорію часової структури відсоткових ставок. В літературі наводяться різні модифікації даної теорії. Так, наприклад, Дж. Хікс вводить поняття премії за ліквідність (див. у [8]):

$$R_{t,n} = \sqrt[n]{(1 + R_{t,1}) \cdot \dots \cdot (1 + R_{t=n-1,1})} - 1 + (L_n - L_1) \quad (1.17).$$

Сутність теорії в тому, що “часова премія”  $(L_n - L_1)$  повинна стимулювати придбання інвесторами довгострокових (більш ризикованих) цінних паперів.

Модель Хікса (1.15) може бути адекватна й для вітчизняної економіки. Спроби її застосування проілюстровано у [41].

Але ж зрозуміло, що управління фінансовими коштами впродовж певного часу – це динамічний процес, а тому очевидна необхідність його математичного описання саме динамічними моделями. В сучасній науковій літературі вже є спроби застосування принципів динамічного програмування щодо рішення задачі оптимізації політики продаж на інвестиційному та фондовому ринках України. (див., напр., у [42])

1.3. Теорія формування та оптимізації структури портфеля цінних паперів в класичному підході CAPM і постановка задач дослідження

Вище було представлено в узагальненому виді (без достатньої деталізації) основні підходи до моделювання ПЦП оптимальної структури. Розгля-

немо тепер більш детально теоретичні припущення та гіпотези, на яких побудована класична концепція портфельної теорії.

Головним правилом при формуванні стратегії інвестування в теорії ризик-менеджменту є досягнення оптимального співвідношення виграшу і величини ризику [4, 25, 29, 43-48]. Отже, при визначенні ефективності портфеля провідну роль повинна відігравати його прибутковість:

$$R = \frac{W^1 - W^0}{W^0}, \quad (1.18)$$

де  $W^0 = \sum_{i=1}^n W_i^0$  - початкова вартість портфеля;

$W^1 = \sum_{i=1}^n W_i^1$  - кінцева очікувана вартість портфеля;

$n$  - кількість активів у портфелі.

Якщо прийняти частку витрат на актив  $i$ -го типу  $x_i = \frac{W_i^0}{W^0}$  ( $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ ), то

портфель можна представити вектором часток  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$ . При регулюванні його складових можна досягти формування портфеля із розподілом коштів у найбільш вигідних і безпечних пропорціях [4, 25, 29, 43-49].

Найчастіше величина майбутнього прибутку точно не відома, а отже, прибутковість як окремого активу, так і портфеля в цілому, є величиною випадковою. Доходність ПЦП залежить не тільки від прибутковостей всіх активів, що входять до нього, а й від форми розподілу коштів між цими активами, тобто від структури вектору часток  $\bar{x}$ . В такому разі випадкова величина прибутковості портфеля зі структурою розподілу фінансів  $\bar{x}$  знаходиться так:

$$R_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n W_i^1 - \sum_{i=1}^n W_i^0}{W^0} = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{W_i^0}{W^0} \cdot \frac{W_i^1 - W_i^0}{W_i^0} \right] = \sum_{i=1}^n x_i \cdot R_i, \quad (1.19)$$

де  $R_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{i_t}$  – усереднене значення прибутковості  $i$ -го виду ЦП;

$R_{i_t}$  – прибутковість  $i$ -го ЦП в момент  $t$ .

При утворенні інвестиційного портфеля необхідно прагнути розподілити вкладення між тими видами активів, які показали за минулі роки, по-перше, різну щільність зв'язку (кореляцію) з загально ринковими індексами і, по-друге, різну фазу коливань норми прибутку між собою в портфелі. Пошуки активів з різною амплітудою коливань прибутковостей полегшується, якщо скористатись критерієм коваріації:

$$\text{cov}(R_i, R_j) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{i_t} - E(R_i)) \cdot (R_{j_t} - E(R_j)). \quad (1.20)$$

Ще однією ключовою характеристикою інвестиційного портфеля є ризик. *Ризик портфеля* - це міра (ступінь) можливості того, що настануть обставини, за яких трейдер (інвестор) може понести збитки, спричинені інвестиціями в портфель, а також нераціональними операціями по залученню ресурсів до формування портфеля. В якості міри ризику ПЦП в класичному підході використовують дисперсію (1.21) або середньоквадратичне відхилення (СКВ) (1.22), що дозволяють оцінювати розсіювання випадкової величини прибутковості навколо її математичного сподівання. Позначимо величину ризику, незалежно від виду функції, за допомогою якої він розраховується, через  $\sigma$ . В такому випадку через величину  $\sigma(R_{\bar{x}})$  позначимо ризик всього портфеля, що визначається за допомогою дисперсії, СКВ або ще якоїсь заданої функції, а через  $\sigma(R_i)$  - ризик  $i$ -го виду ЦП.

$$\begin{aligned} \text{var}(R_{\bar{x}}) &= \text{var}(x_1 R_1 + \dots + x_n R_n) = x_1^2 \text{var}(R_1) + \dots + x_n^2 \text{var}(R_n) + \\ &+ 2x_1 x_2 \text{cov}(R_1, R_2) + \dots + 2x_{n-1} x_n \text{cov}(R_{n-1}, R_n), \end{aligned}$$

$$\sigma_1(R_{\bar{x}}) = \text{var}(R_{\bar{x}}) = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{var}(R_i), \quad (1.21)$$

$$\sigma'_1(R_{\bar{x}}) = \sqrt{\text{var}(R_{\bar{x}})} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{var}(R_i)}. \quad (1.22)$$

Проаналізувавши формули (1.21) і (1.22), можна зробити висновок, що ризик  $i$ -го виду ЦП в класичному підході виражається через дисперсію його ряду прибутковостей:

$$\sigma_1(R_i) = \text{var}(R_i). \quad (1.23)$$

Оцінкою портфеля називають пару чисел  $(E(R_{\bar{x}}), \sigma(R_{\bar{x}}))$ , яку можна зобразити точкою  $Q(R_{\bar{x}})$  на критеріальній площині  $(R, \sigma)$ . Якщо змінювати складові портфеля, тобто вектор  $\bar{x}$ , то можна отримувати різні оцінки, а для них і різні точки на критеріальній площині. Множина всіх оцінок допустимих портфельів називається критеріальною множиною. Використовуючи різницю в коваріації інвестиційного доходу, можна підібрати в формований портфель такі види фінансових інструментів, які дозволяють значно знизити рівень ризику портфеля при незначному зменшенні його прибутковості.

Ефективність конкретного ПЦП можна оцінити через відношення додаткового прибутку за ризик (1.25) до величини цього ризику:

$$F(R_{\bar{x}}) = \frac{\Delta(R_{\bar{x}})}{\sigma(R_{\bar{x}})}, \quad (1.24)$$

$$\Delta(R_{\bar{x}}) = E(R_{\bar{x}}) - r = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) - \sum_{i=1}^n x_i r = \sum_{i=1}^n x_i [E(R_i) - r], \quad (1.25)$$

де  $r$  - безризикова норма прибутковості (норма прибутковості по фінансових операціях, за якими відсутній реальний ризик втрати капіталу чи доходу).

І, в залежності від того, яка з двох функцій (1.21) чи (1.22) прийнята в якості міри ризику, отримуємо критерій оптимальності структури ПЦП (1.26) чи (1.27) відповідно:

$$F(R_{\bar{x}}) = \frac{\Delta(R_{\bar{x}})}{\sigma_1(R_{\bar{x}})} = \frac{\Delta(R_{\bar{x}})}{\text{var}(R_{\bar{x}})} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i [E(R_i) - r]}{\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{var}(R_i)}, \quad (1.26)$$

$$F(R_{\bar{x}}) = \frac{\Delta(R_{\bar{x}})}{\sigma'_1(R_{\bar{x}})} = \frac{\Delta(R_{\bar{x}})}{\sqrt{\text{var}(R_{\bar{x}})}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i [E(R_i) - r]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{var}(R_i)}}. \quad (1.27)$$

Рішенням сформульованої вище задачі оптимізації структури ПЦП в класичній постановці є коефіцієнти  $x_i$ , що максимізують функціонал (1.26) чи (1.27). Для її розв'язання використовуються звичайні засоби математичного аналізу. Для цього прирівнюють перші похідні функції  $F$  по шуканим параметрам до нуля. Таким чином отримують систему  $n$  рівнянь:  $\partial F / \partial x_s = 0$ ,  $s = 1, \dots, n$ .

Найчастіше в класичній теорії в якості міри ризику портфеля використовують середньоквадратичне відхилення (1.22). Приведемо приклад оптимізації функціоналу (1.27) з [29]. Його часткові похідні зводяться до

$$-\lambda \left( \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^n x_i \operatorname{cov}(R_i, R_s) + x_s \operatorname{var}(R_s) \right) + (E(R_s) - r) = 0. \quad (1.28)$$

де 
$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n x_i [E(R_i) - r]}{\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \operatorname{cov}(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^n x_i^2 \operatorname{var}(R_i)}.$$

В (1.28) записана система  $n$  одночасних неоднорідних рівнянь для  $s=1, \dots, n$ , в якій  $n+1$  невідомих:  $\lambda, x_1, \dots, x_n$ . Введемо нові змінні:  $z_s = \lambda x_s, s=1, \dots, n$ .

Підставимо їх у (1.28) і одержимо систему  $n$  лінійних неоднорідних рівнянь відносно  $z_s$ , розв'язавши яку знайдемо  $z_s$ ; по них обчислимо

$$x_s = \frac{z_s}{\sum_{i=1}^n z_i}, \quad s = 1, \dots, n. \quad (1.29)$$

Вираз (1.29) визначає оптимальну структуру портфеля при заданому наборі цінних паперів і нормі прибутку  $r$  по цінних паперах із фіксованим відсотком. Проте, якщо на коефіцієнти  $x_i$  накладаються певні умови, задача вирішується методами квадратичного програмування. Це пов'язано з тим, що цільова функція нелінійна. Вона містить члени з  $x_i^2$  і  $x_i x_j$ . Слід зазначити, що для великої кількості активів у ПЦП вирішення задачі оптимізації його структури при використанні методу квадратичного програмування значно ускладнюється. Для проведення подібних розрахунків рекомендується використовувати градієнтні методи оптимізації з теорії обчислювальних методів.

Основними цілями інвестування в цінні папери в класичному економічному аналізі є:

- 1) одержання прибутку;
- 2) збереження капіталу;



3) забезпечення приросту капіталу (на підставі зростання курсової вартості цінних паперів).

За умов сучасного економічного стану в Україні система цілей інвестиційного портфеля може бути іншою, зокрема такою, яка наведена у [21]:

- 1) збереження і приріст капіталу;
- 2) придбання ЦП, які за умовами обертання можуть замінити готівку;
- 3) доступ через придбання ЦП до дефіцитної продукції (сировини) та послуг, майнових і немайнових справ;
- 4) розширення сфери впливу та перерозподіл власності, створення холдингових і ланцюгових структур;
- 5) спекулятивна гра на коливаннях курсів в умовах нестабільного, ненасиченого ринку ЦП;
- 6) похідні цілі (зондування ринку, страхування від надлишкових ризиків тощо).

А отже, важливою умовою прийняття ефективного (оптимального) рішення є наявність функції цілі, яка могла б стати критерієм ефективності. В економічній літературі [50-52] зустрічається такий погляд, що за умов ринкової економіки цю функцію виконує прибуток. Але критерій максимізації прибутку однозначно може бути визначений лише тоді, коли рішення приймають за детермінованих умов, коли вони стосуються короткого терміну, за наявності повної для їх прийняття інформації. Прийняття рішень за умов невизначеності характеризуються тим, що неможливо однозначно передбачити наслідки цих рішень.

Тобто, можливі варіанти будь-якої економічної діяльності є варіантами з різним за розміром рівнем очікуваного прибутку і характеризуються різною ймовірністю, що цього прибутку буде досягнуто власне на цьому сподіваному рівні. Така непевність призводить до того, що прибуток стає випадковою величиною, яку можна максимізувати лише за умов прийняття ряду гіпотез та коли у інвестора наявна певна схильність до ризику.

Зрозуміло, що кінцевою метою управління портфелем є прибутковість, тобто перевищення доходів від інвестицій у цінні папери над затратами на залучення грошових ресурсів, необхідних для цих вкладень, за умови забезпечення певного (оптимального) ступеня ліквідності та ризику портфеля. Проте, доходність не є визначальним критерієм придбання ЦП. При високих темпах інфляції, податкових ставках, які змінюються, та нестачі достовірної інформації прийняття вірного рішення потребує від особи, що його приймає, вміння правильно оцінювати якість цінних паперів, які обертаються на ринку. Оцінка якості ЦП передбачає сукупне зіставлення ряду даних ринку ЦП, фінансового стану емітенту та ринкової кон'юнктури. Складність багатьох проблем прийняття рішень пов'язана з наявністю декількох протилежних цілей. Неможливо максимізувати дохід та одночасно мінімізувати ризик. “Ризикованою грою” з багатьма непередбачуваними обставинами є діяльність, пов'язана з купівлею-продажем цінних паперів.

Для постановки задачі формування інвестиційного портфеля необхідно чіткий формальний опис параметрів кожного інструменту фінансового ринку окремо і всього портфеля в цілому (тобто точне визначення таких понять, як прибутковість і надійність окремих видів фінансових активів, а також конкретні методи їх оцінки). Таким чином, потрібно дати визначення прибутковості і надійності, а також спрогнозувати їхню динаміку на найближчу перспективу. При цьому можливі два підходи: евристичний - заснований на приблизному прогнозі динаміки кожного виду активів і аналізі структури портфеля і статистичний - заснований на побудові розподілу імовірності прибутковості кожного інструмента окремо і всього портфеля в цілому. При цьому другий підхід практично вирішує проблему прогнозування і формалізації понять ризику і прибутковості.

Після опису формальних параметрів портфеля і його складових необхідно описати всі можливі моделі формування портфеля, обумовлені вхідними параметрами, що задаються інвестором. Існуючі моделі можуть мати різні

модифікації в залежності від постановки задачі. Інвестор може формувати строковий і безстроковий портфель з можливістю поповнювання чи відзиву.

Наступний блок проблем пов'язаний уже безпосередньо з рішенням оптимізаційних задач. Необхідно визначитися з головним критерієм оптимізації в процедурі формування портфеля. Як правило, в якості цільової функції можуть виступати лише прибутковість і ризик (чи кілька видів ризиків), а всі інші параметри використовуються у вигляді обмежень. При формуванні портфеля можливі три основні формулювання задачі оптимізації [25, 53]:

- цільова функція - прибутковість (інше - в обмеженнях);
- цільова функція - надійність (інше - в обмеженнях);
- двомірна оптимізація по параметрах “надійність-прибутковість”.

Розробка математичної моделі задачі оптимізації розподілу інвестицій полягає у визначенні критерію ефективності розподілу інвестицій, знаходженні обмежуючих параметрів і розробці алгоритму вирішення поставленої задачі. В дипломній роботі проводитиметься двомірна оптимізація по критерію, що поєднує ризик і прибутковість ПЦП. Взагалі, в оптимізаційній задачі можуть бути введені додаткові обмеження на різні змінні чи функції, наприклад, на очікувані рівні ризику або прибутковості як портфеля в цілому, так і окремих його складових.

Наступний рівень у модифікуванні базових моделей виникає при переході від статичних задач (формування портфеля) до динамічних (управління портфелем). При статичному формуванні портфеля припускається, що протягом заздалегідь обговореного проміжку часу інвестор не може змінити інвестиційні пріоритети. Однак можливість уточнення прогнозу по ходу реалізації задачі вносить у неї визначений динамізм. Крім того, термін остаточних розрахунків може бути однозначно не визначений.

## Висновки

Проведений критичний аналіз літературних джерел, наукових публікацій вітчизняних та зарубіжних вчених, науковців, а також практиків фондового та фінансового ринків, дозволяє зробити такі висновки.

1. Стратегія управління інвестиційним портфелем (інвестиційна стратегія) являє собою загальну направленість та спосіб використання інвестиційних (фінансових) засобів для досягнення поставленої мети. Цьому відповідає певний перелік правил та обмежень щодо прийняття управлінських рішень. Стратегія дозволяє сконцентрувати зусилля на рішеннях з альтернативними варіантами, що не суперечать прийнятій стратегії, відхиливши всі інші можливі варіанти. Інвестиційна стратегія - це система добраних довгострокових цілей і засобів їх досягнення, що реалізуються в інвестиційній діяльності.

2. Під час вибору рішення за умов невизначеності та ризику не можна уникнути певного суб'єктивізму та елемента ризику. Для прийняття оптимальних рішень обмаль інформації ніколи не є перевагою, але завжди є корисним подати наявні варіанти в такій формі, щоб зробити певний суб'єктивізм вибору менш грубим, а ризик, по можливості, прийнятним.

3. Розрізняють різні типи портфелів залежно від ступеня ризику. Наприклад, якщо метою є одержання якомога більшого відсотка, то пріоритет віддають «агресивним» портфелям, які складаються з низько ліквідних та високо ризикованих цінних паперів молодих компаній і які здатні, якщо цьому сприятимуть обставини, принести високі відсотки. І, навпаки, якщо найважливішим для трейдера (інвестора) є забезпечення збереження і приросту капіталу, то в портфель будуть залучені цінні папери, що мають вищу ліквідність, емітовані відомими фірмами та державою, з невеликими ризиками і заздалегідь очікуваними сподіваними (середніми), хоча й невеликими відсотковими доходами.

4. Однією з основних причин, яка стримує ефективне розміщення інвестиційних коштів у активи фондового ринку, є відсутність або недостатня відкритість інформації про фінансово-господарську діяльність вітчизняних емітентів цінних паперів, що певною мірою знецінює застосування фундаментального аналізу як метода економіко-математичного моделювання інвестиційної стратегії трейдера на фондовому ринку України.

5. Адаптація економіко-математичних моделей сучасної портфельної теорії до вітчизняних умов виступатиме одним з основних напрямків науково-практичних досліджень в галузі портфельного інвестування.

# МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ АДАПТИВНОЇ СИСТЕМИ ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ ТРЕЙДЕРА ПФТС

## 2.1. Математичні моделі оцінки доходності і ризику портфеля цінних паперів

Аналізу і методам розрахунку оптимального портфеля, найвигіднішого плану розподілу і перерозподілу інвестицій присвячена велика кількість досліджень [2, 24, 29, 56-59]. І всі вони базуються на принципах управління ризиком. Це підкреслює важливість правильного обрання функції вимірювання ризику, а також теоретичного і практичного обґрунтування ефективності даної функції та її переваг над іншими.

Вид функції оцінки ризику *ПЦП* відіграє вирішальну роль при його формуванні з використанням моделі оцінки фінансових активів. Тому дуже важливо підібрати таку функцію вимірювання ризику, при застосуванні якої можна було би розробити критерій оптимізації структури *ПЦП*. При цьому важливо спочатку визначити цілі та ступінь агресивності інвестиційної політики, що в певній мірі можуть вплинути на вид критерію ефективності та обмежуючих параметрів оптимізаційної задачі.

Критерій прибутковості відображається в очікуваному збільшенні доходів за рахунок зростання вартості об'єкта інвестування (портфель зростання) або високих і регулярних дивідендів на інвестований капітал (портфель доходу). *ПЦП*, що має мінімальний ризик втрати інвестованого капіталу, визначається як консервативний, а в разі великих показників очікуваної прибутковості інвестицій (і великого ризику) портфель називається агресивним.

Портфельний ризик - агреговане поняття, що, у свою чергу, включає багато видів конкретних ризиків: ліквідності, кредитний, капітальний, селекції тощо. Рівень ризику інвестиційного портфелю визначається

показником ймовірності недосягнення потрібної прибутковості або взагалі втрати інвестованих коштів. В умовах невизначеності завжди присутній ризик. В класичному підході до аналізу структури *ПЦП* в якості міри ризику портфеля в цілому використовуються дисперсія та середньоквадратичне відхилення.

Проте такий підхід навряд чи найкращий, так як такі показники статистичного аналізу, як дисперсія, математичне очікування чи коваріація не відображають яких-небудь стійких характеристик ряду. А при активному управлінні портфелем взагалі не потрібно знати показники мінливості *ЦП* на тривалому проміжку часу. Тому є важливою розробка підходу, який би дозволив обирати необхідну кількість елементів ряду прибутковості *ЦП* для ефективного управління портфелем, оцінювати його загальний ризик. Необхідно також вміти порівнювати різні методики оцінки ризику *ЦП* і обирати для певного виду інвестиційної діяльності найкращу з них.

При портфельному інвестуванні з пасивним управлінням найчастіше гроші вкладаються у *ЦП* на великий період часу. При цьому склад портфеля змінюється рідко і тільки у випадку, якщо ситуація, що відбувається на фондовому ринку із залученими до *ПЦП*, не відповідає інвестиційним цілям чи очікуванім прибуткам. В такому випадку для проведення аналізу зміни вартості *ЦП* важливо привести абсолютні значення доходів по них до відносних показників.

Тому в якості визначника отриманого по *ЦП* доходу при портфельному інвестуванні з пасивним управлінням будемо використовувати прибутковість, що являє собою відношення отриманого прибутку до об'єму вкладених коштів. При визначенні прибутковості *ЦП* враховуються не тільки виплати дивідендів по ньому за одиницю часу (наприклад, за рік), але і зміна його курсу за той же відрізок часу.

Проте, додаткові капітальні вкладення зміцнюють становище акціонерного товариства, зростає надія на більші доходи в майбутньому, тому курс

таких акцій може підвищитися. Різницю курсу доцільно враховувати як дохід акціонера, оскільки він має можливість легко його реалізувати, продавши акції. Аналогічні міркування вірні і щодо прибутковості портфеля у цілому.

Для отримання можливості використання математичного апарату при розробці пасивної інвестиційної стратегії необхідно провести узгодження в часі між коливаннями курсів різних ЦП. Припустимо, що у нас є послідовність зміни вартості  $i$ -го активу у деякі дискретні моменти часу

$\{W_i^{d_0}, W_i^{d_1}, \dots, W_i^{d_{j-1}}, W_i^{d_j}, \dots, W_i^{d_J}\}, j=0, 1, \dots, J$ . З метою забезпечення можливості визначення ризику та середнього темпу зростання вартості активу перейдемо з абсолютних величин показників вартості до відносних - прибутковості  $i$ -го активу у різні проміжки часу  $\{D_i^{d_1}, \dots, D_i^{d_j}, \dots, D_i^{d_J}\}$ :

$$D_i^{d_j} = \frac{W_i^{d_j} - W_i^{d_{j-1}}}{W_i^{d_{j-1}}}, \quad j = 1, \dots, J, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.1)$$

де  $d_j$  - час, у який було зроблене  $j$ -те вимірювання вартості  $i$ -го активу.

Для того, щоб можливо було порівнювати усі активи, що розраховані на різні терміни дії, визначати ризик кожного активу та коваріацію між ними, необхідно привести величини їх прибутковостей в перерахунку до одного й того самого періоду. Тому варто розглядати прибутковість як норму прибутку по кожному конкретному активу на визначений термін. Дану норму прибутку можна знайти через коефіцієнт компаундування, що визначає зростання вартості грошей з часом, підставивши його в формулу (2.1):

$$D_i^{d_j} = \frac{W_i^{d_j} - W_i^{d_{j-1}}}{W_i^{d_{j-1}}} = \frac{W_i^{d_{j-1}} \cdot (1 + R_{i_t})^{d_j - d_{j-1}} - W_i^{d_{j-1}}}{W_i^{d_{j-1}}} = (1 + R_{i_t})^{d_j - d_{j-1}} - 1; \quad (2.2)$$

$$R_{i_t} = \text{sgn}\left(D_i^{d_j} + 1\right) \cdot \left|D_i^{d_j} + 1\right|^{d_j - d_{j-1}} - 1, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2.3)$$

де  $D_i^{d_j}$  - загальна прибутковість  $i$ -го активу від моменту часу  $d_{j-1}$  до часу  $d_j$ ;

$R_{i_t}$  - норма прибутковості  $i$ -го активу в перерахунку на визначений термін для  $t$ -го моменту часу;

$T$  - кількість спостережень;

$(1 + R_{i_t})^{d_j - d_{j-1}}$  - коефіцієнт компаундування.

В загальному випадку в період  $[d_{j-1}, d_j]$  може уміститись декілька мінімальних періодів  $[t-1, t]$ . Причому  $d_1 = 1$ ,  $d_j = T$ . І прийmemo, якщо  $d = d_j - d_{j-1} > 1$ , то  $R_{i_t} = R_{i_{t+1}} = \dots = R_{i_{t+d-1}}$ .

Розглянемо тепер альтернативні підходи до моделювання прибутковості та величини ризику ПЦП, а також відповідні їх співвідношенням критерії оптимізації.

*Експонентно зважена сума квадратів приростів прибутковості ЦП.* В [29] наведено приклад, де в якості міри ризику портфеля ЦП в момент  $t$  береться корінь квадратний з експонентно-зваженої суми квадратів приростів його вартості, розрахованої за даними, відповідаючими моментам часу від 1 до  $t$ . Функція (2.5) аналогічна до (1.27), але відрізняється тим, що її чисельник і знаменник коректуються при кожному збільшенні  $t$  з урахуванням старіння попередніх спостережень. Процедура експонентного зважування означає, що експонентна середня прибутковості ЦП  $i$  у момент  $t$  визначається так:

$$\overline{\overline{R_{i_t}(\alpha)}} = \alpha \sum_{m=0}^{t-1} \beta^m R_{i_{t-m}}, \quad (2.4)$$

де  $\alpha = const, 0 < \alpha < 1; \beta = 1 - \alpha$ .

Відомо [29, 60, 61], що експонентну середню (2.4) можна обчислювати рекурентно за формулою

$$\overline{\overline{R_{i_t}(\alpha)}} = \beta \overline{\overline{R_{i_{t-1}}(\alpha)}} + \alpha R_{i_t}.$$

У підсумку цільова функція в момент  $t$  приймає вид:



$$F(R_{\bar{x}}, \alpha) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i [\overline{R_{i_t}(\alpha)} - r]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \overline{\Delta R_{i_t} \Delta R_{j_t}(\alpha_1)} + \sum_{i=1}^n x_i^2 \overline{\Delta R_{i_t}^2(\alpha_1)}}}. \quad (2.5)$$

де  $\Delta R_{i_t} = R_{i_t} - R_{i_{t-1}}$ ,  $(1 - \alpha_1) = (1 - \alpha)^2$ .

Якщо параметр адаптації  $\alpha$  заданий, то функція (2.5) залежить тільки від коефіцієнтів  $x_i$ . Вона повністю аналогічна (1.27) і оптимальні значення коефіцієнтів  $x_i$  у момент  $t$  відшукуються так само, як і раніше. Різниця полягає в тому, що експонентні середні коректуються при кожному збільшенні  $t$  на одиницю і цільова функція (2.5) оновлюється на кожному кроці переміщення по осі часу. Відповідно модифікуються й оцінки структурних коефіцієнтів  $x_i$ .

Тому розглянуту процедуру можна назвати адаптивною оптимізацією структури портфеля. Адаптація до нової ситуації на ринку цінних паперів безумовно позитивна якість одержуваних оцінок. Недолік же їх у тому, що негативні і позитивні відхилення прибутковості враховуються однаково. Крім того, у цій процедурі параметр адаптації  $\alpha$  залишається невизначеним. Можна або задати його експертно, або знайти його оптимальне значення, користуючись певним критерієм оцінки. Але будь-яке рішення щодо цього буде мати суб'єктивний характер.

*Середні втрати в прибутковості портфеля.* Ще один підхід до визначення ризику ПЦП було запропоновано в [29]. Тут вважається, що небажані лише негативні флуктуації прибутковості портфеля. Вставши на цю точку зору, приймається, що небезпека такого зниження виходить у момент  $t$  від тих ЦП, у яких спостерігається падіння прибутковості. Ризик для портфеля від активу  $i$ , що характеризується зниженням прибутковості  $\Delta R_{i_t}$ , дорівнює

$x_i |\Delta R_{i_t}|$ . Цільова функція будується як відношення середнього приросту прибутковості портфеля до середнього ризику, тобто

$$F(R_{\bar{x}}) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i [E(R_i) - r]}{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \sum_{t \in w_i} x_i |\Delta R_{i_t}|} = - \frac{\sum_{i=1}^n x_i [E(R_i) - r]}{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \sum_{t \in w_i} x_i \Delta R_{i_t}}. \quad (2.6)$$

де  $w_i$  - множина тих часових проміжків  $t$   $i$ -го активу, для яких  $\Delta R_{i_t} < 0$ .

Проте, якщо на протязі певного часу ціна ЦП лише зростає, то згідно даного критерію, його ризик буде дорівнювати нулю. А в дійсності не буває постійного підйому цін на певну акцію без подальшого її спаду, тому даний критерій також не відображає реальності.

*Напівдисперсія в якості функції оцінки ризику ЦП.* Значення розсіювання випадкової величини навколо математичного сподівання, що були виміряні при застосуванні дисперсії чи середньоквадратичного відхилення не залежать від того, додатні вони до очікуваного значення, чи від'ємні. Але інвестори оцінюють від'ємні відхилення зовсім по-іншому у порівнянні з додатними. Для врахування цього фактору в [62] запропоновано в якості міри ризику ЦП використовувати напівдисперсію (2.7), що являє собою математичне очікування взятих у квадрат від'ємних відхилень від середньої величини.

$$h_t = \begin{cases} R_{i_t} - E(R_i), & \text{якщо } R_{i_t} < E(R_i) \\ 0, & \text{якщо } R_{i_t} \geq E(R_i) \end{cases}, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2.7)$$

$$\sigma_2(R_i) = \text{Semivar}(R_i) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T h_t^2, \quad (2.8)$$

$$\sigma_2(R_{\bar{x}}) = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{Semivar}(R_i) \right)^l, \quad (2.9)$$

де  $l$  - ступінь функції оцінки ризику портфеля цінних паперів (так, для дисперсії  $l=1$  та  $l=0,5$  - для середньоквадратичного відхилення, проте може приймати й інші значення).

Із врахуванням напівдисперсії в якості міри ризику ЦП критерій оптимальності портфеля прийме наступний вигляд:

$$F(R_{\bar{x}}) = \frac{\Delta(R_{\bar{x}})}{\sigma_2(R_{\bar{x}})} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i [E(R_i) - r]}{\left( \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{Semivar}(R_i) \right)^l}. \quad (2.10)$$

*Середні втрати в прибутковості ЦП.* Як в класичному підході, так і в розглянутому із врахуванням напівдисперсії в якості міри ризику ЦП, фактично вважаються однаково небажаними як додатні, так і від'ємні коливання прибутковості портфеля. Тільки у випадку із напівдисперсією вони не включаються у ризик, якщо виміряна прибутковість більша за її математичне очікування. В [29] приведений приклад, що показує неадекватність очікуванням інвесторів даного підходу. Припустимо, що прибутковості всіх ЦП, що входять в портфель, монотонно зростають на всьому інтервалі вибірки. Це означає, що ризик втрат для цього портфеля виявився рівним нулю. Якщо ж формально застосувати, наприклад, класичний підхід, то дисперсія відхилень від середнього, а відповідно і стандартне відхилення, будуть тим вищими, чим вищі темпи зростання прибутковості. Таким чином, найбільш доходні ЦП будуть отримувати занижену вагу і можуть бути взагалі виключені із портфеля. У відповідності до вказаних недоліків у [62] розроблено критерій оптимальності портфеля, в якому ризик ЦП буде виражений через середні втрати їхніх прибутковостей:

$$\sigma_3(R_i) = \frac{1}{T-1} \sum_{t \in w_i} |\Delta R_{i_t}| = -\frac{1}{T-1} \sum_{t \in w_i} \Delta R_{i_t}, \quad (2.11)$$

де  $\Delta R_{i_t} = R_{i_t} - R_{i_{t-1}}$  - зміна величини прибутковості  $i$ -го виду ЦП в порівнянні з попереднім вимірюванням;

$w_i$  - множина тих часових проміжків  $t$   $i$ -го активу, для яких  $\Delta R_{i_t} < 0$ .

$$\sigma_3(R_{\bar{x}}) = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) - \frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^n \sum_{t \in w_i} x_i^2 \Delta R_{i_t} \right)^l. \quad (2.12)$$

При використанні даної функції вимірювання ризику *ПЦП* критерій оптимальності портфеля прийме наступний вигляд:

$$F(R_{\bar{x}}) = \frac{\Delta(R_{\bar{x}})}{\sigma_3(R_{\bar{x}})} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i [E(R_i) - r]}{\left( \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) - \frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^n \sum_{t \in w_i} x_i^2 \Delta R_{i_t} \right)^l}. \quad (2.13)$$

Але постійне швидке зростання курсу *ЦП* навряд чи може бути якийсь тривалий час без падіння його прибутковості, зменшення вартості акцій. Оцінити же ризик можливості виникнення такої ситуації критерій (2.12) просто не може. Тому краще було би враховувати при визначенні ризику від'ємні відхилення від середньої величини, тобто математичного очікування прибутковості *ЦП*. Якщо же, наприклад, курс акцій все-таки монотонно підіймається із стабільним коефіцієнтом прибутковості, то в такому випадку і його напівдисперсія буде дорівнювати нулю і при диверсифікації ресурсів між різними видами наявних *ЦП* ризик даного активу буде визначатись тільки на основі критерію коваріації.

*Експонентне зважування показників прибутковості.* При формуванні *ПЦП* оптимальної структури, особливо при активному управлінні портфелем, важливо враховувати, що показники ряду прибутковості з часом старіють, тому прибутковість, що показав *ЦП* багато часу назад, не дає такої ж інформативності стосовно очікуваної доходності на наступному кроці, як тільки що вимірний показник прибутковості даного активу. В такому випадку необхідно поступово знижувати вагу даних по мірі їх старіння. Убрати певний суб'єктивізм при розстановці ваг можна за допомогою процедури експонентного зважування. Так, в [29] розроблено критерій (2.5), де в якості міри ризику *ПЦП* в момент  $t$  береться корінь квадратний з експонентно зваженої суми квадратів приростів його вартості, розрахованої за даними, що відповідають моментам часу від 1 до  $t$ .

Проте, ця функція має певні недоліки. По-перше, вона не містить критерій коваріації в явному виді і розподіл засобів між різними ЦП відбувається тільки на основі врахування випадкових від'ємних відхилень від попередніх значень прибутковості. По-друге, ця функція містить повний набір прибутковостей ЦП, що не завжди підвищує ефективність прогнозування, особливо при короткостроковому активному управлінні портфелем. Автором пропонується проводити узгодження по глибині вибірки і коефіцієнту адаптації  $\beta$  після виникнення ситуації значної невідповідності прогнозу реальній ситуації. По-третє, в даній функції не згладжується показник безризикової норми прибутку  $r$  в чисельнику при визначенні премії за ризик, що припустимо лише при дуже великій кількості складових ряду прибутковості. Тому важливо розробити новий критерій із врахуванням цих пропозицій.

Взагалі, експонентне зважування означає, що для подальших розрахунків всі елементи часового ряду будуть перетворені за таким принципом, що чим більш пізнім був показник, тим більшу вагу він матиме. Причому, останній елемент експонентно зваженого ряду прибутковості буде рівнятись своєму дійсному значенню, тобто ваговий коефіцієнт при ньому буде дорівнювати 1. Для забезпечення такого згладжування величин елементів всі коефіцієнти  $R_{i_t}$  з обраної вибірки ряду прибутковості  $i$ -го цінного паперу, яка складається із  $m$  останніх показників ряду, необхідно перераховувати наступним чином:

$$R_{i_t}^e(\beta) = R_{i_t} \beta^{T-t}, \quad t = T-m+1, \dots, T, \quad (2.14)$$

де  $\beta = \text{const}, 0 \ll \beta \leq 1; 1 \ll m \leq T$ .

На рис. 2.4 графічно представлено, як змінюється вага  $k=\beta^{T-t}$  прибутковості цінного паперу при застосуванні рівняння (2.14) в залежності від часу  $t$  її вимірювання. Як видно з рисунку, всі елементи, які не увійшли у вибірку (тобто, для яких  $t < T-m+1$ ), просто не враховуються в подальших розрахунках. Тому є дуже важливим розробити процедуру пошуку не тільки по коефіцієн-

ту  $\beta$ , а і по глибині вибірки  $m$ , при яких прогнозування курсу ЦП буде проводитись найбільш точно.

При експонентному згладжуванні показників ряду прибутковості необхідно також провести узгодження величини математичного очікування до кожного елементу  $R_{i_t}$  на обраній вибірці для отримання можливості визначення таких експонентно зважених статистичних характеристик, як коваріація, дисперсія, напівдисперсія та інші. Так, експонентно зважену величину коваріації можна визначити таким чином:

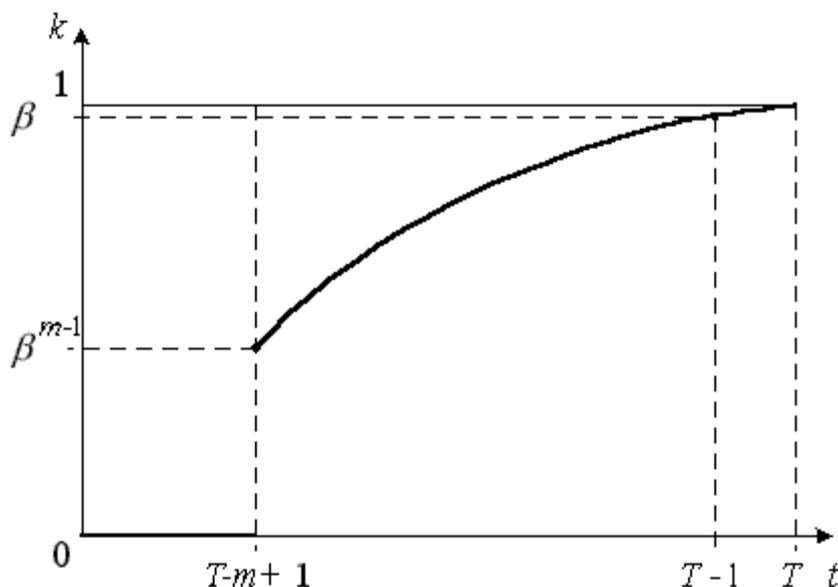


Рис. 2.4. Залежність ваги прибутковості активу від часу її вимірювання при експонентному зважуванні

$$cov_e(R_i, R_j) = \frac{1}{T - (T - m + 1)} \sum_{t=T-m+1}^T \left[ (R_{i_t} - E_m^T(R_i)) \beta^{T-t} \cdot (R_{j_t} - E_m^T(R_j)) \beta^{T-t} \right],$$

$$cov_e(R_i, R_j) = \frac{1}{m-1} \sum_{t=T-m+1}^T (R_{i_t} - E_m^T(R_i)) \cdot (R_{j_t} - E_m^T(R_j)) \beta^{2(T-t)}, \quad (2.15)$$

де математичне очікування  $E_m^T(R_i)$  визначається як середня величина (2.16) на обраній вибірці, а не на всьому часовому ряду. Причому при його розра-

хунку не застосовується експонентне зважування, так як воно вже враховується в (2.15).

$$E_m^T(R_i) = \frac{1}{m} \sum_{t=T-m+1}^T R_{i_t}. \quad (2.16)$$

При проведенні пошуку оптимального рішення поставленої задачі із застосуванням процедури експонентного зважування необхідно відповідно перетворити всі функції, які приймають участь у розрахунках. Так як було вирішено в якості функції вимірювання ризику ЦП використовувати напівдисперсію його прибутковості, то представимо функцію визначення напівдисперсії через (2.18). Причому функція (2.7) знаходження елементів  $h_t$  прийме вид (2.17).

$$h_t = \begin{cases} R_{i_t} - E_m^T(R_i), & \text{якщо } R_{i_t} < E_m^T(R_i) \\ 0, & \text{якщо } R_{i_t} \geq E_m^T(R_i) \end{cases}, \quad t = T-m+1, \dots, T, \quad (2.17)$$

$$\sigma_4(R_i) = Semivar_e(R_i) = \frac{1}{m-1} \sum_{t=T-m+1}^T h_t^2 \beta^{2(T-t)}. \quad (2.18)$$

Із врахуванням приведених припущень та перетворень функція вимірювання ризику ПЦП, додаткова премія за ризик та критерій ефективності портфеля приймуть наступні види відповідно:

$$\sigma_4(R_{\bar{x}}) = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j cov_e(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^n x_i^2 Semivar_e(R_i) \right)^l, \quad (2.19)$$

$$\Delta_e(R_{\bar{x}}) = \sum_{i=1}^n x_i \left[ \frac{1}{m} \sum_{t=T-m+1}^T (R_{i_t} - r) \beta^{T-t} \right] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \left[ x_i \sum_{t=T-m+1}^T (R_{i_t} - r) \beta^{T-t} \right], \quad (2.20)$$

$$F(R_{\bar{x}}) = \frac{\Delta_e(R_{\bar{x}})}{\sigma_4(R_{\bar{x}})} = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \left[ x_i \sum_{t=T-m+1}^T (R_{i_t} - r) \beta^{T-t} \right]}{\left( \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j cov_e(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^n x_i^2 Semivar_e(R_i) \right)^l}. \quad (2.21)$$

Якщо параметр адаптації  $\beta$  та глибина вибірки ряду прибутковості  $m$  задані, то функція (2.21) буде залежати тільки від складових вектора розподілу ресурсів в *ПЦП*  $\bar{x}$ . Даний критерій ефективності дещо подібний до (2.5), проте він позбавлений вказаних недоліків. Також в критерії (2.5) очікувані значення прибутковостей *ЦП* визначались як експонентні середні на всьому часовому ряді  $i$ , таким чином, оптимальна структура портфеля відшукувалась як функція від згладжених середніх значень без врахування динаміки зміни прибутковості. В функції (2.21) враховується динаміка змін вартостей *ЦП* через застосування критерію коваріації, а також небажаність тільки від'ємних відхилень прибутковості від середнього значення за допомогою напівдисперсії.

Цільова функція (2.21) обновлюється на кожному кроці переміщення по осі часу по мірі надходження нової інформації стосовно прибутковостей *ЦП*. Відповідно модифікуються й оцінки структурних коефіцієнтів  $x_i$ . Тому розглянуту процедуру можна назвати адаптивною оптимізацією структури портфеля. При невідповідності прогнозованих оцінок реальним необхідно провести перенастроювання функції шляхом пошуку її оптимуму по двом параметрам:  $\beta$  і  $m$ .

Таким чином, враховуючи все вищесказане, використання напівдисперсії являється більш коректним для оцінки ризику *ЦП*. Але, в будь-якому випадку, можна використовувати кожний із зазначених критеріїв, особливо, враховуючи, що вони дають схожі множини ефективностей портфелів, так як в цих критеріях визначальною є складова коваріації. Взагалі, при визначенні величини ризику певного виду *ЦП* можна використовувати і експертні оцінки. Проте, при оцінюванні величини ризику *ПЦП* необхідно все-таки використовувати статистичні данні для визначення коваріації між всіма активами, що входять в портфель.

Вирішення багатокритеріальної задачі оптимізації *ПЦП* буде полягати в вирішенні задачі максимізації одного критерію, який виражає ефективність портфеля за сукупністю показників його прибутковості і ризику. Важливо



також враховувати, що диверсифікація *ПЦП* дозволяє знижувати рівень комплексних, портфельних фінансових ризиків несистематичної (специфічної) групи, але вона не дає ефекту при нейтралізації систематичних ризиків - інфляційного, податкового та ін. Тому при розробці інвестиційної програми треба одразу визначити міри, які необхідно застосувати для усунення негативних наслідків дії ризиків систематичної групи.

2.2. Порівняльний аналіз критеріїв оптимізації портфеля, в яких функції ризику пов'язані між собою через степеневу залежність

Якщо було обрано певну функцію в якості визначника міри ризику *ПЦП*, важливо визначити, в якому ступені краще її використовувати. Тобто, наприклад, що більше підходить для вимірювання ризику портфеля - дисперсія (1.21) сукупності прибутковостей *ЦП*, що входять до нього, чи середньоквадратичне відхилення (1.22), функція (2.9), (2.12) чи (2.19) при  $l=1$  або при  $l=0,5$ . В такому випадку необхідно провести певні дослідження залежності структури *ПЦП* від ступеня функції ризику. Для проведення порівняльного аналізу ефективності (якості) критеріїв оптимізації портфеля, в яких функції ризику пов'язані між собою через степеневу залежність, наведемо кілька тверджень та їх доведення [63].

Ефективна множина *ПЦП*  $U$  складається з постійного набору векторів часток активів при заданих їх статистичних характеристиках інваріантно до ступеня  $l$  функції оцінки ризику портфеля.

$$U(l) = \text{const} \quad \forall l > 0. \quad (2.22)$$

Це можна пояснити таким чином. Якщо при різних значеннях ступеня функції ризику отримуються різні ефективні множини *ПЦП*, то будуть різними і структури портфелів із мінімальними значеннями ризику серед усіх можливих. І якщо мінімізувати значення функцій ризику із різними ступенями, то отримаємо їх мінімуми при однакових значеннях векторів  $\bar{x}$ , так як положення точок мінімуму залежить лише від виду функції, а не від ступеня,

в якому вона представлена. Відзначимо, що ефективна множина утворюється шляхом максимізації критерію ефективності, що є відношенням додаткової прибутковості до функції ризику. Але її можна отримати, як вже зазначалося, і шляхом послідовної мінімізації ризику *ПЦП*. Тобто при побудові ефективної множини  $U$  проводиться зменшення величини ризику портфеля на деяке мале значення і при цьому максимізується його прибутковість. І тут не має значення, в якому ступені представлена функція ризику. Істотним при мінімізації є вид самої функції.

На рис. 2.5 зображені множини ефективних портфелів, котрі утворюються при застосуванні двох критеріїв ефективності, в яких функції ризику пов'язані між собою через степеневу залежність. Вони приведені в різних масштабах так, щоб на рисунку оцінки портфеля з максимальною прибутковістю збігалися в одну точку.

Так, видно, що більш вигнута крива утворюється при застосуванні в якості міри ризику функції, подібної до дисперсії, а більш полого - при застосуванні середньоквадратичного відхилення, тобто кореня квадратного з функції першого виду.

Оптимальний портфель для першої функції буде знаходитись у точці  $O_1$ , а для другої - у точці  $O_2$ . Але якщо зробити оцінку рішення  $O_1$  через другу функцію, то воно спроектується у точку  $O'_1$ . Як видно, дане рішення за цією функцією є гіршим за  $O_2$ . Так само виходить і з проекцією  $O'_2$  рішення  $O_2$  на першу множину і порівнянням із оптимальним для неї рішенням  $O_1$ .

Від ступеня функції ризику залежить тільки позиція оптимального *ПЦП* на даній множині. Чим менший ступінь цієї функції, тим вище буде знаходитись точка на множині оптимальних *ПЦП*, тобто тим більші будуть очікувані значення прибутковості і ризику. Враховуючи вищесказане, можна прийти до наступних висновків. Ефективна множина *ПЦП*  $U$  не залежить від ставки проценту по безризикових вкладеннях  $r$ , тобто:  $U(r) = const$ .

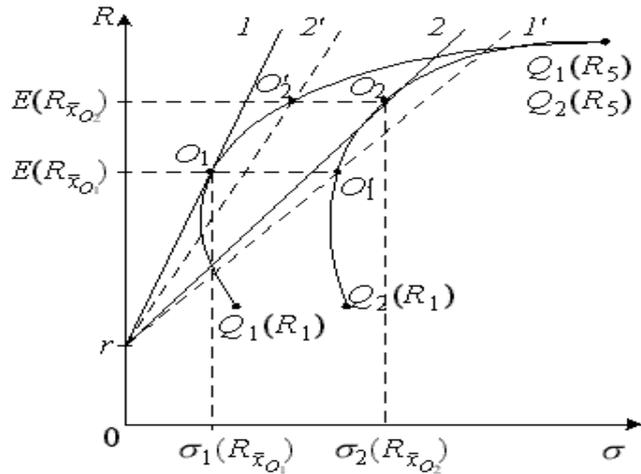


Рис. 2.5. Порівняння результатів оптимізації при застосуванні двох критеріїв ефективності

Це твердження впливає з наступного. Так як множину ефективних портфельів можна побудувати шляхом мінімізації функції ризику портфеля, яка не залежить від безризикової норми прибутковості, то і сама множина не буде від неї залежати. Від норми прибутковості по безризикових вкладеннях залежить позиція оптимального портфеля на ефективній множині при заданій функції ефективності. Так як функції ризику і прибутковості портфеля залежать від статистичних характеристик ЦП, що входять до нього, то ефективна множина портфельів буде постійно змінюватись по мірі надходження нових даних про поведінку активів на ринку.

В теорії фінансів ризик називають зростаючою функцією часу. Тобто, що довший термін вкладу, то більший ризик. Причому з часом функція ризику зростає швидше, ніж прибутковості [64, 65]. Тобто, чим більший час, на який розрахований проект, тим менша ефективність інвестиційного портфеля в цілому. І, якщо термін дії інвестиційного проекту передбачається досить великим, то краще функцію оцінки ризику ставити в більшому ступені [48]. В такому випадку пропонується використовувати дисперсію чи іншу подібну функцію при визначенні оптимальної структури ПЦП шляхом максимізації критерію його ефективності.

Тобто, чим триваліше горизонт планування використання сформованого інвестиційного портфеля, тим в більшому ступені варто поставити функцію ризику в критерії ефективності при оптимізації структури портфеля.

*Критерій порівняння результатів управління.* Кожний із критеріїв (1.21), (1.22) чи (2.10), (2.13), (2.21) при  $l=1$  та  $l=0.5$ , що застосовувалися для одержання оцінок структурних параметрів  $x_i$  відображає той чи інший принцип використання даних, накопичених за минулий період часу. І кожний з них лежить в основі відповідної процедури оптимізації структури ПЦП. Тепер виникає питання, який з цих принципів більш адекватний поставленій задачі. Іншими словами, потрібний критерій порівняння ефективності різних методів управління структурою ПЦП. В [29] в якості такого критерію за весь вибірковий період запропоновано взяти

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{t=2}^T x_{i,t-1} (R_{i,t} - R_{i,t-1}), \quad (2.23)$$

який пояснюється як коефіцієнт, що показує сумарний виграш (якщо  $L$  позитивне), чи сумарні втрати (якщо  $L$  негативне) власника ПЦП за весь розглянутий період, які є наслідком коливання курсів ЦП і вибору даної методології формування структури портфеля. Для порівняння різних способів управління портфелем потрібно лише зіставити величини  $L$ , отримані на одній і тій же вибірці при альтернативних методологіях.

Але справа в тому, що визначається вектор часток  $\bar{x}$  для поточного моменту часу, базуючись на наборі статистичних даних про прибутковості ЦП в минулому. В такому випадку необхідно враховувати, що при визначенні критерію порівняння результатів управління (2.23) для будь-якого моменту часу вектор  $\bar{x}$  залишається одним і тим же. Тобто,  $x_{i,t} = x_i = const$  для  $i=1, \dots, n$  при  $t=1, \dots, T$ . Таким чином, критерій (2.23) зводиться до (2.24):

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{t=2}^T x_i (R_{i_t} - R_{i_{t-1}}) = \sum_{i=1}^n x_i (R_{i_2} - R_{i_1} + R_{i_3} - R_{i_2} + \dots + R_{i_T} - R_{i_{T-1}}),$$

$$L = \sum_{i=1}^n x_i R_{i_T}, \quad (2.24)$$

за умови  $R_{i_1} = 0$ .

З отриманого рівняння (2.24) випливає, що результат порівняння двох методик знаходження оптимальної структури портфеля при застосуванні формули (2.23) буде цілком залежати тільки від прибутковості ЦП в останній момент спостереження та знайдених часток вектору розподілу коштів. Таким чином, при визначенні найбільш адекватного способу формування ПЦП із застосуванням даного критерію порівняння результатів управління не враховується жодна складова із вибірки прибутковостей кожного ЦП, крім останньої, що є в принципі неправильним.

Застосування ж формули (2.23) в такому вигляді, як вона є, із різними значеннями часток активів в різні моменти часу неможливе, тому що визначається оптимальна структура портфеля на наступний момент часу, а не підбираються кращі значення складових вектора часток для кожного з попередніх моментів. Саме тому в критерії порівняння результатів управління для всіх моментів часу вектор  $\bar{x}$  має бути одним й тим самим.

В роботі [66] для порівняння двох портфелів приведені критерії, що пов'язані із поняттям порівняльної або неявної корисності. При побудові зазначених моделей вводиться “функція жалю” (regret function)  $r(R_1, R_2)$ , назва якої пояснюється таким чином. Припустимо, що у нас є два варіанти розподілу коштів в ПЦП і інвестор повинен вибрати один із них для одержання випадкового доходу. І нехай вибраний варіант після реалізації показав прибутковість  $R_1$  по вкладених коштах, а інший -  $R_2$ . Тоді, якщо, скажімо,  $R_1$  виявилось менше  $R_2$ , число  $r(R_1, R_2)$  характеризує “жаль” інвестора.

При вживанні терміна “порівняльна корисність” функцію  $r(R_1, R_2)$  інтерпретують як корисність  $R_1$  відносно  $R_2$ . У цьому випадку припускають, що  $r(R_1, R_2) > 0$ , якщо  $R_1 > R_2$ , і  $r(R_1, R_2) < 0$  при  $R_1 < R_2$ . Перейдемо до вживання по-

няття порівняльної корисності при виборі в умовах невизначеності. Нехай  $P(R_1)$  - функція розподілу випадкової величини прибутковості вибраного варіанту портфеля (її можна визначити, базуючись на статистичних даних щодо ЦП, з яких формується портфель). В такому випадку функція

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} r(R_1, R_2) dP(R_1) \quad (2.25)$$

буде визначати середнє значення порівняльної корисності випадкової величини прибутковості першого портфеля  $R_1$  відносно детермінованої доходності  $R_2$ . При належному виборі функції  $r(R_1, R_2)$  остання модель описує багато парадоксів, що спостерігаються при психологічних дослідженнях закономірності і у визначенні людьми їхніх переваг [43]. В окремому випадку  $r(R_1, R_2) = w(R_1)[U(R_1) - U(R_2)]$  зазначений критерій (2.25) зводиться до критерію зваженої корисності, де різним значенням прибутковості  $R_1$  ставляться у відповідності різні вагові коефіцієнти  $w(R_1)$ .

Проте, знаходження цих коефіцієнтів, або визначення функції  $r(R_1, R_2)$  будь-якого іншого виду є само по собі складною задачею, яка може додатково внести похибку до вирішення поставленої задачі формування ПЦП оптимальної структури. І, в жодному разі, не можливо отримати абсолютно достовірну відповідь щодо переваги одного портфеля над іншим для будь-якої ймовірної ситуації [63]. Можна ще визначити такий критерій порівняння результатів формування ПЦП, який би базувався на передумові, що найкращою методикою розрахунку оптимальної структури портфеля буде та, яка забезпечить найбільший прибуток серед усіх інших. Визначити прогнозовану максимальну прибутковість можна за допомогою статистичних даних наступним чином:

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T x_i \cdot R_{i_t} \quad (2.26)$$

Але в такому випадку при визначенні кращого критерію ефективності абсолютно не враховується фактор ризику. Тобто, даний критерій (2.26) порівняння результатів управління вказує, що, чим більша загальна прибутковість портфеля, тим він кращий. І якщо серед інших методик виявиться така, при якій усі кошти будуть вкладені тільки в один вид *ЦП* із найбільшим математичним очікуванням прибутковості, то така методика при застосуванні критерію (2.26) виявиться найкращою. А це є також невірним, тому що, як вже було зазначено, вкладати усі кошти в один вид фінансових інструментів було би нерозумно, так як сильно зростає ризик.

Тому точно визначити найкращу методику формування *ПЦП* в принципі не можливо. Навіть якщо все-таки було вирішено, що якась певна методика є кращою за інші, все одно результати, отримані при її застосуванні, не обов'язково будуть оптимальними при їх перевірці іншими методиками. Проте, результат залишається вірним для достатньо широкого класу опуклих неспадних функцій ефективності. Звісно, це вірно в тому випадку, коли вони розроблені теоретично грамотно і мають ефективні алгоритми їх оптимізації. І, в будь-якому разі, якщо результати застосування певної методики показують кращі показники прибутковості, то вони обов'язково будуть поступатись надійністю, тобто, ризик по них буде більшим. Крім того, як зазначалось в [24, 67, 68], раціональні рішення в умовах ризику є оптимальними.

В такому випадку не можна говорити про об'єктивно оптимальний *ПЦП*, так як його структура буде цілком залежати від суб'єктивної функції ризику. Можна говорити тільки про множину оптимальних портфелів чи про умовно-оптимальний портфель в рамках прийнятих обмежень. І, якщо буде обрано не оптимальний портфель, а деякий інший з множини ефективних портфелів, це зовсім не означає, що він буде однозначно гірший, так як при іншому критерії ефективності він міг би виявитися кращим, а на справі принести більші прибутки [63].

Тому бажано побудувати всю множину ефективних портфелів для обраної оптимізаційної функції з метою визначення певних меж, в яких можуть

змінюватись складові вектору розподілу коштів в *ПЦП* без порушення заданої ефективності. Це особливо важливо при динамічному управлінні *ПЦП*, тобто коректуванні розподілу коштів в ньому по різних фінансових інструментах із плином часу.

Так, якщо при застосуванні певної методики винайдено показники оптимального портфеля, але мінімальна прибутковість задана вищою, то варто вибрати варіант з ефективної множини портфелів, що є найближчим до знайденого і відповідає встановленим обмеженням, чим брати додаткові гроші в кредит під вищий відсоток і утворювати портфель на лінії ринку капіталу  $r-O$  (див. рис. 2.6).

Але, так як шуканий портфель повинен задовольняти поставленим до нього вимогам, то може так вийти, що рішення буде все таки знаходитись на лінії розподілу коштів між ризиковими та безризиковими активами.

В будь-якому разі при обранні критерію ефективності портфеля необ-

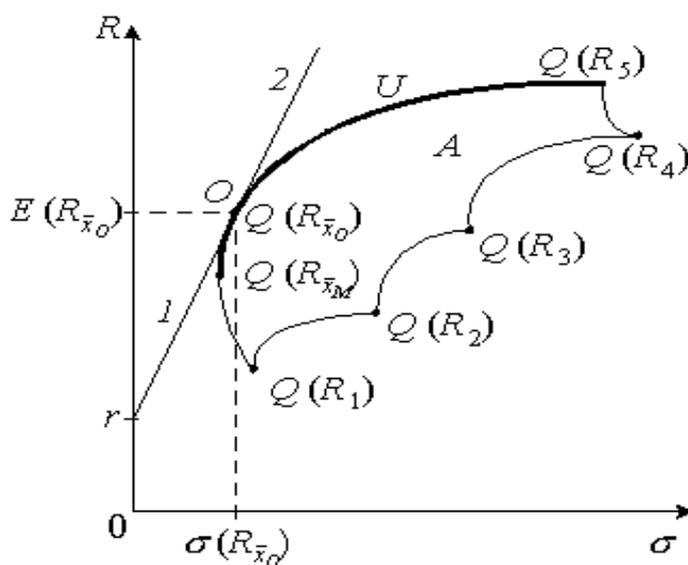


Рис. 2.6. Допустима множина портфелів

хідно самостійно провести аналіз результатів оптимізації при застосуванні різних критеріїв, порівняння отриманих характеристик і зробити певні висновки, в деякій мірі покладаючись на власні уподобання. Так чи інакше, якщо інвестор більш схильний до консервативної інвестиційної політики, оптимізацію структури портфеля краще проводити, виразивши ризик через ди-



сперсію або подібну до неї величину. А якщо він надає перевагу агресивній інвестиційній політиці, то ризик краще представити як корінь квадратний від дисперсії, тобто через середньоквадратичне відхилення чи іншу подібну обрану величину.

### 2.3. Математичні моделі ефективного управління портфелем цінних паперів у динаміці

Під управлінням портфелем цінних паперів розуміють “застосування до сукупності різних видів цінних паперів певних методів й технологічних можливостей, що дозволяють: зберегти початкові інвестовані кошти; досягнути максимального рівня прибутку; забезпечити інвестиційну спрямованість портфелю” (див. у [40]).

Представимо деякі відомі з літературних джерел підходи щодо рішення задачі оптимального управління портфелем цінних паперів, виходячи з різних критеріїв ефективності управління трейдера фондового ринку.

*Оптимізація прибутку від операцій купівлі-продажу цінних паперів* (див. у [46]). Аналіз будь-якої операції купівлі-продажу ЦП передбачає відповідь на питання, чи був отриманий прибуток максимально можливим, тобто оптимальним. Розглянемо ситуацію, коли трейдер фондового ринку продає пакет певних ЦП у обсязі  $N$  одиниць за період  $T$  днів. В загальному випадку прибуток від продажу в момент часу  $t < T$  можна представити у виді:

$$B(t) = -xN + \sum y_i R_i t_i - \sum L_i t_i, \quad (2.27)$$

де  $x$  – ціна, за якою були придбані дані ЦП;

$xN$  – загальні витрати на покупку всього пакету ЦП;

$t_i$  –  $i$ -й елементарний інтервал часу (напр., 1 день);

$y_i, R_i$  – відповідно ціна та темп продажу, тобто кількість ЦП, що продаються впродовж інтервалу часу  $t_i$ ;

$L_i$  – будь-які інші витрати трейдера, пов'язані з його діяльністю впродовж інтервалу часу  $t_i$ .

Сума береться по всіх часових елементарних інтервалах.

Основним припущенням є те, що впродовж елементарного інтервалу часу  $t_i$  величини  $y_i$  та  $R_i$  сталі. Вибір інтервалу  $t_i$  довільний. Проте, рекомендується обирати інтервали, менші за 1 день.

Для періоду часу  $T$ , коли будуть продані всі  $N$  ЦП, можна записати:

$$N = \sum R_i t_i .$$

Тоді прибуток, представлений формулою (2.4), після продажу всього пакету ЦП запишеться у виді:

$$B(t) = \sum y_i R_i t_i - x \sum R_i t_i - \sum L_i t_i . \quad (2.28)$$

Зрозуміло, що в ринкових умовах, коли ціна угоди диктується взаємовпливом попиту й пропозиції на ЦП, темп продаж  $R$  є функцією ціни продажу  $y$ . Практика свідчить, що з ростом ціни продажу ЦП  $y$  темп продажу  $R$  спадає. Отже, природно вибирати залежність  $R(y)$  у виді  $1/y$ , або близьких до неї функцій  $1/y^\lambda$  і  $\exp^{-\lambda}$ . Вибір типу залежності  $R(y)$ , яка найкраще описує ситуацію на ринку, є найскладнішою задачею й потребує від трейдера постійного моніторингу змінюваності цін на ЦП на ринку. Найзручніше одержати залежність  $R(y)$  в параметричному виді в результаті чисельного експерименту на основі імітації ринкових торгів. Параметри визначаються або з експериментальних даних, або з граничних умов задачі. Це дозволяє скорегувати вибрану модель і максимально наблизити її до реальності.

В роботі [46] розглядається приклад побудови залежності  $R(y)$  у вигляді:

$$R(y) = \begin{cases} \frac{K(G-y)}{y}, & y < G, \\ 0, & y \geq G, \end{cases} \quad (2.29)$$

де  $K$  і  $G$  – ринкові параметри, які характеризують ринок ЦП і визначаються з експериментальних даних або з граничних умов задачі, специфічних для ринку ЦП.

Автори цієї ж роботи наводять приклад визначення ринкових параметрів  $K$  і  $G$  на основі двох розроблених ними методів. Дані методи свідчать про надмірну суб'єктивність трейдерів щодо їх визначення. Крім того, ця задача не менш складна за задачу вибору типу математичної моделі залежності  $R(y)$ .

*Оптимізація загального доходу від переформування фінансового портфеля трейдера* (див. у [47]). Для побудови економіко-математичних моделей задачі оптимального управління портфелем цінних паперів уведемо необхідні позначення.

Відомі величини:

$n$  – число напрямів інвестування (видів ЦП, якими володіє або може володіти трейдер);

$j$  – номер окремого напрямку інвестування ( $j = \overline{1, n}$ );

$a_j$  – кількість ЦП  $j$ -го виду, наявних у трейдера в поточний момент часу;

$p_j$  – ціна реалізації трейдером одного свого  $j$ -го ЦП (за умови продажу в поточний момент часу);

$q_j$  – ціна придбання трейдером однієї додаткової одиниці  $j$ -го ЦП в поточний момент часу;

$r$  – процентна ставка за кредит у випадку залучення трейдером у поточний момент часу позикових коштів;

$s$  – ставка банківського процента;

$I$  – розмір вільного капіталу трейдера в поточний момент часу.

Невідомі величини:

$v$  – розмір позикових коштів, що доцільно залучити трейдеру в поточний момент часу для переформування свого інвестиційного портфеля;

$w$  – залишок вільного капіталу трейдера після переформування їм свого інвестиційного портфеля. Передбачається, що цей залишок буде розміщений на депозитному рахунку з процентною ставкою  $s$ ;

$x_j$  – кількість ЦП  $j$ -го виду (із наявних у трейдера), що підлягають реалізації в поточний момент часу;

$y_j$  – кількість ЦП  $j$ -го виду, що трейдеру доцільно придбати в поточний момент часу;

$z$  – загальний дохід інвестиційного портфеля трейдера за плановий період.

Некеровані параметри:

$d_j$  – дохід, який забезпечує у плановому періоді один ЦП  $j$ -го виду. Наприклад, якщо ЦП є простою акцією, то за умови виплати дивідендів до кінця планового періоду дохід по цьому ЦП – це сума величини дивідендів і ціни реалізації даної акції наприкінці планового періоду.

У детермінованих умовах значення некерованих параметрів у момент прийняття рішення передбачаються відомими. За умови ризику вони розглядаються як випадкові величини з відомими їх деякими статистичними характеристиками. Нарешті, в умовах невизначеності некеровані параметри вважаються невизначеними в межах певних діапазонів їхніх можливих значень.

Співвідношення між відомими, невідомими величинами і некерованими параметрами задачі оптимального управління портфелем фінансових активів:

1. Умова дотримання фінансового балансу при переформування фінансового портфелю:

$$I + \sum_{j=1}^n p_j x_j + v = \sum_{j=1}^n q_j y_j + w, \quad (2.30)$$

- наявний вільний капітал плюс капітал, виручений від продажу власних ЦП, плюс позиковий капітал у сумі дорівнюють витратам на придбання нових фінансових активів плюс новий залишок вільного капіталу інвестора.

2. Правило обчислення загального доходу інвестиційного портфеля трейдера за плановий період:

$$z = \sum_{j=1}^n d_j (a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w, \quad (2.31)$$

- загальний дохід визначається доходністю кожного з напрямів інвестування і кількістю відповідних ЦП, що местимуться у переформованому інвестиційному портфелі, мінус повернення позикових коштів, з урахуванням сплати процентів за цей кредит, плюс дохід від розміщення залишку вільного капіталу на депозит.

3. Обмеження на кількість ЦП, що підлягають реалізації в поточний момент часу із числа наявних у трейдера:

$$0 \leq x_j \leq a_j, \quad j = \overline{1, n}, \quad (2.32)$$

4. Природні умови невід'ємності інших основних некерованих змінних:

$$y_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}; \quad v \geq 0, \quad w \geq 0. \quad (2.33)$$

З урахуванням наведених співвідношень економіко-математична модель задачі оптимального управління портфелем фінансових активів у детермінованих умовах набирає такого виду:

$$\begin{cases}
z = \sum_{j=1}^n d_j (a_j - x_j + y_j) - (1+r)v + (1+s)w \rightarrow \max, \\
\sum_{j=1}^n (-p_j x_j + q_j y_j) - v + w = I, \\
0 \leq x_j \leq a_j, \\
y_j \geq 0, j = \overline{1, n}; v \geq 0, w \geq 0.
\end{cases} \quad (2.34)$$

Розглянутий підхід до управління *ПЦП* зведено до рішення лінійної оптимізаційної моделі, що не становить жодних труднощів. Крім того, повна формалізація даної задачі дозволяє відійти від суб'єктивізму (як у попередньому прикладі) у визначенні будь-яких специфічних ринкових параметрів і розробляти ефективні машинні алгоритми її розв'язування. Нажаль, недоліком моделі (2.34) є її статичний характер, коли розглядається лише один поточний момент часу.

Отже, якщо підсумувати все вище сказане, можна зробити висновок, що управління портфелем цінних паперів - це планування, аналіз і регулювання структури портфеля, його формування та підтримка з метою досягнення поставлених цілей при збереженні допустимого рівня його ризику та мінімізації витрат.

*Математичні моделі формування портфеля цінних паперів оптимальної структури.* Формування *ПЦП* оптимальної структури є важливою частиною (відбиває статичний аспект управління інвестиційним портфелем) задачі ефективного вкладання інвестиційних ресурсів і полягає в такому їх розподілі між різними видами *ЦП*, при якому можна досягти найкращих показників співвідношення дохідності та ризику по вкладених коштах. За рахунок диверсифікації ризику між різними *ЦП* можна досягти суттєвого зниження ризику портфеля при незначному зменшенні його прибутковості.

Таку задачу ще називають пасивним управлінням *ПЦП*. Основний принцип пасивного управління *ПЦП* можна сформулювати так: «купив і зберігай».

Однак його реалізація припускає формування широко диверсифікованого портфеля, що включає в себе випуски з різними термінами погашення (короткими - для забезпечення ліквідності і далекими – для забезпечення прибутковості), а також заміну випусків у міру їхнього погашення. Однак, якщо ринкові зміни приводять до неадекватності його інвестиційним цілям, склад портфеля змінюється. У такому разі важливо розробити методику, що дозволить визначити ті ЦП, вкладання коштів в які на даний момент можуть забезпечити зростання ефективності грошових вкладень і ті ЦП, частку яких краще зменшити для збільшення загальної прибутковості портфеля.

*Класична двокритеріальна задача оптимізації ПЦП.* Ідеальна постановка класичної задачі оптимізації ПЦП – отримати максимальну доходність при мінімальному ризику (див., напр., у [48]):

$$\begin{cases} R_p \rightarrow \max \\ \sigma_p \rightarrow \min \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{cases} \quad (2.35)$$

де  $x_i, \quad i = \overline{1, n},$  - процентна частка ЦП  $i^{\text{го}}$  виду у ПЦП;

$R_p$  - доходність ПЦП з  $n$  ЦП;

$\sigma_p$  - характеристика ризику ПЦП.

Задача оптимізації ПЦП в даній постановці не зовсім коректна, тобто не має однозначного рішення. Крім того, це задача багатомірної оптимізації, що значно ускладнює її вирішення.

В науковій практиці існує декілька виходів з цього положення. Заслуговує на увагу підхід, згідно з яким за умов ризику ОПР доцільно орієнтуватися на показник очікуваної корисності. Центральним об'єктом теорії виступає функція корисності, що відбиває переваження ОПР за умов ризику. Вперше на нелінійну залежність корисності від розміру очікуваного прибутку зазначив Даниїло Бернуллі [49].

Припустимо, що є деяка множина  $\Omega$  варіантів інвестування в ЦП, кожний із яких характеризується певними значеннями середнього (очікуваного) прибутку  $\bar{x}$  і дисперсії прибутку  $\sigma^2(x) : \Omega = \{(\bar{x}; \sigma^2(x))\}$ .

Тоді задача вибору найкращого з погляду ОПР (трейдера) варіанта інвестування, який позначимо через  $(\bar{x}^*; \sigma^2(x)^*)$ , у разі, коли множина  $\Omega$  скінчена або коли вона обмежена та замкнена, в залежності від ставлення ОПР до ризику набуває таких форм.

1. Якщо трейдер ставиться до ризику нейтрально, то множина розв'язків задачі збігається з множиною розв'язків задачі максимізації очікуваного прибутку:

$$\begin{cases} \bar{x} \rightarrow \max, \\ \{(\bar{x}; \sigma^2(x))\} \in \Omega. \end{cases} \quad (2.36)$$

2. Якщо трейдер несхильний до ризику, то множина розв'язків задачі міститься серед ефективних планів двокритеріальної задачі:

$$\begin{cases} \bar{x} \rightarrow \max, \\ \sigma^2(x) \rightarrow \min, \\ \{(\bar{x}; \sigma^2(x))\} \in \Omega. \end{cases} \quad (2.37)$$

3. Якщо трейдер схильний до ризику, то множина розв'язків задачі міститься серед ефективних планів двокритеріальної задачі:

$$\begin{cases} \bar{x} \rightarrow \max, \\ \sigma^2(x) \rightarrow \max, \\ \{(\bar{x}; \sigma^2(x))\} \in \Omega. \end{cases} \quad (2.38)$$



Геометрично твердження означають, що максимуму очікуваної корисності для трейдера, нейтрального для ризику, відповідає північна вершина множини  $\Omega$ . Якщо трейдер ставиться до ризику несхильно, то максимум очікуваної корисності варто шукати на північно-західній межі множини  $\Omega$ . Навпаки, для несхильної до ризику ОПР максимум очікуваної корисності слід визначати серед точок північно-східної межі множини  $\Omega$ .

Спосіб визначення найкращого варіанта інвестування може полягати в наступному. Спочатку трейдер одержує інформацію про діапазони зміни показників  $\bar{x}$  і  $\sigma^2(x)$  на такій зоні множини  $\Omega$ , що відповідає його типу ставлення до ризику, - границі інтервалів  $[\bar{x}_{\min}; \bar{x}_{\max}]$  і  $[\sigma^2(x)_{\min}; \sigma^2(x)_{\max}]$ . Слід зазначити, що ці діапазони встановлюються не для всієї множини  $\Omega$ , а лише для його північно-західної або північно-східної межі. Якщо нижня границя відповідного інтервалу збігається з верхньою, то це означає, що коливання кожної з двох цільових функцій на множині ефективних варіантів інвестування дорівнюють нулю, причому усі ефективні варіанти рішень мають однакові значення показників очікуваного прибутку і дисперсії прибутку, тобто є однаково прийнятними для трейдера. У супротивному випадку трейдер повинен зазначити прийнятне значення одного з критеріальних показників, після чого остаточний результат визначатиметься оптимізацією другого показника при додатковій умові, щоб значення першого показника було не гіршим, аніж прийнятне.

Наприклад, якщо трейдер за обмежувальну використовує умову:  $\bar{x} \geq \bar{x}^0$ , де  $\bar{x}^0 \in [\bar{x}_{\min}; \bar{x}_{\max}]$ , то оптимум при несхильності до ризику визначається ефективним планом, який є рішенням задачі:

$$\begin{cases} \sigma^2(x) \rightarrow \min, \\ \bar{x} \geq \bar{x}^0, \\ \{(\bar{x}; \sigma^2(x))\} \in \Omega, \end{cases} \quad (2.39)$$

а при схильності до ризику – рішенням задачі:

$$\begin{cases} \sigma^2(x) \rightarrow \max, \\ \bar{x} \geq \bar{x}^0, \\ \{(\bar{x}; \sigma^2(x))\} \in \Omega, \end{cases} \quad (2.40)$$

Ці дві задачі різняться між собою спрямованістю цільової функції. При однаковому прийнятному рівні очікуваного прибутку трейдер, який не схильний до ризику, прагне мінімізувати дисперсію прибутку, у той час коли схильний до ризику трейдер намагається досягти максимуму дисперсії прибутку.

Коли ж трейдер указує прийнятне значення дисперсії прибутку:  $\sigma^2(x)^0 \in [\sigma^2(x)_{\min}; \sigma^2(x)_{\max}]$ , то при несхильності до ризику оптимум відповідає такому ефективному плану, який є розв'язком задачі:

$$\begin{cases} \bar{x} \rightarrow \max, \\ \sigma^2(x) \leq \sigma^2(x)^0, \\ \{(\bar{x}; \sigma^2(x))\} \in \Omega, \end{cases} \quad (2.41)$$

а при схильності до ризику – ефективному плану, що відповідає розв'язку задачі:

$$\begin{cases} \bar{x} \rightarrow \max, \\ \sigma^2(x) \geq \sigma^2(x)^0, \\ \{(\bar{x}; \sigma^2(x))\} \in \Omega. \end{cases} \quad (2.42)$$

Останні дві задачі різняться обмежувальною умовою: у випадку несхильності трейдера до ризику показник дисперсії повинний бути не вищим від прийнятного рівня, а за умов схильності трейдера до ризику – не нижчим від прийнятного рівня.

Таким чином, вище розглянуто підхід до розв'язання двокритеріальної задачі шляхом уведення критеріальних обмежень. Разом з тим можна скористатися також узагальненою методикою багатокритеріальної оптимізації.

Розглянемо тепер спосіб визначення найкращого варіанта інвестування на основі залучення до розгляду детермінованого еквівалента  $\hat{x}$  майбутнього доходу. Нагадаємо, що користь детермінованого еквівалента збігається з очікуваною корисністю майбутнього доходу:  $f(\hat{x}) = \bar{u}$ , де  $f(\hat{x})$  - функція користі детермінованого еквівалента;  $\bar{u}$  - очікувана (середня) корисність.

Окрім цього, показник детермінованого еквівалента майбутнього доходу задовольняє апроксимаційну формулу:  $\hat{x} \approx \bar{x} - \frac{1}{2}k\sigma^2(x)$ , де  $\bar{x}$  - очікуваний рівень майбутнього доходу;  $\sigma^2(x)$  - дисперсія майбутнього доходу;  $k$  - коефіцієнт несхильності-схильності інвестора до ризику в точці очікуваного майбутнього доходу  $\bar{x}$ .

Функція корисності  $f(x)$  є зростаючою за величиною доходу  $x$ . Тому найбільше значення показника очікуваної корисності доходу відповідатиме такому із варіантів інвестування, за яким детермінований еквівалент майбутнього імовірного доходу буде якнайбільший. Для знаходження цього варіанта, згідно апроксимуючої формули, потрібно знайти очікуваний дохід  $\bar{x}$ , дисперсію доходу  $\sigma^2(x)$  кожного з варіантів інвестування, а також коефіцієнт  $k$  несхильності-схильності інвестора до ризику. Вважатимемо оцінки перших двох показників відомими та зосередимо увагу на оцінюванні останнього показника, який відбиває ставлення інвестора до ризику.

Якщо в околі очікуваного доходу  $\bar{x}$  коефіцієнт  $k$  несхильності-схильності інвестора до ризику є сталим, то систему переважань інвестора в цьому околі можна відтворити або лінійною, або експоненційною функцією корисності:

$$u = f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{якщо } k = 0, \\ ae^{-kx} + b, & \text{якщо } k \neq 0, \end{cases} \quad (2.43)$$

де  $a, b$  - деякі сталі числа. Випадок  $k=0$  означає нейтральність інвестора щодо ризику. Випадок  $k \neq 0$  охоплює ситуації, коли ставлення інвестора до

ризикі відрізняється від нейтрального, а саме:  $k > 0$  відповідає несхильності, а  $k < 0$  – схильності до ризику.

Оцінювання параметра  $k$  несхильності-схильності інвестора до ризику можна виконати, виходячи із наступних міркувань. Нехай  $x_0$  – певний фіксований детермінований рівень майбутнього доходу (який не сильно відрізняється від  $\bar{x}$ ),  $\Delta x > 0$  – деяка фіксована його варіація. Розглянемо допоміжну лотерею (див. у [47])  $\langle x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x \rangle$  з двома рівномірними наслідками:  $(x_0 - \Delta x)$  та  $(x_0 + \Delta x)$ , кожний з яких може статися у лотереї із ймовірністю  $1/2$ . Нехай  $\tilde{x}$  – детермінований еквівалент такої лотереї згідно переважань інвестора. Тоді, якщо  $\tilde{x} \approx x_0$ , робимо висновок про нейтральне ставлення інвестора до ризику; отже  $k=0$ . У разі, коли  $\tilde{x} \neq x_0$ , для параметра  $k$  – показника несхильності-схильності інвестора до ризику – матимемо рівняння:

$$\frac{1}{2} \left( a e^{-k(x_0 - \Delta x)} + b \right) + \frac{1}{2} \left( a e^{-k(x_0 + \Delta x)} + b \right) = a e^{-k\tilde{x}} + b, \quad (2.44)$$

або 
$$e^{k\Delta x} + e^{-k\Delta x} = 2e^{-k(\tilde{x} - x_0)}. \quad (2.45)$$

Для опрацювання цього рівняння розглянемо спочатку випадок, коли інвестор є несхильним до ризику, тобто коли:  $k > 0$ ,  $x_0 - \Delta x < \tilde{x} < x_0$ .

Розглядатимемо три рівні несхильності:

- 1) помірний, коли  $x_0 - \tilde{x} = 0,2\Delta x$ ;
- 2) середній, коли  $x_0 - \tilde{x} = 0,5\Delta x$ ;
- 3) високий, коли  $x_0 - \tilde{x} = 0,8\Delta x$ .

Помічаємо, що рівняння для визначення параметра  $k$  зводиться до рівняння:  $t + \frac{1}{t} = 2t^r$ , де  $t = e^{k\Delta x}$  – нова невідома змінна;  $r$  – показник рівня несхильності, який набуває одного з трьох значень: 0,2, 0,5 або 0,8.

Для випадку, коли інвестор виявляє схильність до ризику, тобто коли:  $k < 0$ ,  $x_0 < \tilde{x} < x_0 + \Delta x$ , також розглянемо три рівні:

- 1) помірної схильності, коли  $\tilde{x} - x_0 = 0,2\Delta x$ ;
- 2) середньої схильності, коли  $\tilde{x} - x_0 = 0,5\Delta x$ ;

3) високої схильності, коли  $\tilde{x} - x_0 = 0,8\Delta x$ .

Залучаємо нову змінну  $t = e^{-k\Delta x}$ . Тоді визначення параметра  $k$  знову отримаємо рівняння:  $t + \frac{1}{t} = 2t^r$ , у якому  $r$  характеризує рівень схильності інвестора до ризику (із відповідними значеннями 0,2, 0,5 та 0,8).

Для  $k \neq 0$  нетривіальний наближений розв'язок цього рівняння, який відрізняється від 1, наведено у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Нетривіальний наближений розв'язок рівняння  $t + \frac{1}{t} = 2t^r$  залежно від рівня несхильності або схильності інвестора до ризику

Показник	Рівень несхильності або схильності до ризику								
	Помірний			Середній			Високий		
$r$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$t$	1,223	1,508	1,895	2,461	3,383	5,158	9,733	31,843	1023,990

Нехай маємо розв'язок  $t_0$ , який визначається за таблицею рівнем відхилення від  $r$  системи переважань інвестора від нейтрального ставлення до ризику. Тоді параметр  $k$  несхильності-схильності інвестора до ризику обчислюється за формулою:  $k = \pm \frac{1}{\Delta x} \ln t_0$ , у якій знак «+» відповідає несхильному, а знак «-» - схильному ставленню до ризику. Якщо показник варіації доходу в допоміжній лотереї вважати таким, що дорівнює стандартному відхиленню майбутнього доходу:  $\Delta x = \sigma(x)$ , то детермінований еквівалент  $\hat{x}$  майбутнього доходу внаслідок реального інвестування обчислюється за формулою:

$$\hat{x} = \bar{x} \mp \frac{1}{2} \sigma(x) \ln t_0.$$

Для практичного використання наведеної формули подамо її у вигляді:

$$\hat{x} = \bar{x} \mp \xi \sigma(x), \quad (2.46)$$

де знак «-» відповідатиме несхильному, знак «+» - схильному ставленню до ризику, а множник  $\xi = \frac{1}{2} \ln t_0(r)$  визначатиметься рівнем відхилення  $r$  сис-

теми переважань інвестора від нейтрального типу ставлення до ризику (таблиця 2.2).

Таблиця 2.2

Значення множника  $\xi = \frac{1}{2} \ln t_0(r)$  залежно від рівня  $r$  несхильності або схильності інвестора до ризику

Показник	Рівень несхильності або схильності до ризику								
	Помірний			Середній			Високий		
$r$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\xi$	0,10	0,21	0,32	0,45	0,61	0,82	1,14	1,73	3,47

Таким чином, вибір найкращого варіанта інвестування здійснюється кожним інвестором індивідуально залежно від особистостей його власного ставлення до ризику. Складовими порівняльної оцінки  $\hat{x} = \bar{x} \mp \xi \sigma(x)$  варіантів інвестування виступають показники очікуваного майбутнього доходу  $\bar{x}$  та стандартного відхилення майбутнього доходу  $\sigma(x)$  від його очікуваного рівня за кожним з варіантів інвестування, що порівнюються. Ваговий коефіцієнт  $\xi$  порівняльної оцінки переважності варіантів інвестування визначається рівнем відхилення системи переважань інвестора від нейтрального типу ставлення до ризику, а напрям корекції показника очікуваного доходу – у сторону зменшення чи у сторону збільшення – залежить від того, несхильним, чи, навпаки, схильним до ризику є інвестор, який обирає власне рішення про те, який із варіантів інвестування є найкращим.

Застосування наведеного підходу до вибору найкращого з альтернативних варіантів інвестування не вимагає складних розрахунків, причому наведені таблиці та формули значно спрощують обчислення порівняльних оцінок переважності варіантів інвестування. Водночас інвестор отримує можливість знайти такий з варіантів інвестування, який найкраще відповідає його індивідуальним переважаням.

## Висновки

1. Досліджено методики, методи, моделі та алгоритми реалізації кібернетичних принципів управління складними системами відповідно до вибраної теми спеціальної частини диплома, що дозволило сконструювати концептуальну модель формування *ПЦП* оптимальної структури, яка реалізує координатне (структурне) адаптивне управління інвестиційними ресурсами трейдера українського фондового ринку.
2. Формування *ПЦП* з оптимальною структурою є важливою частиною задачі ефективного вкладення фінансових ресурсів і полягає в такому їх розподілі між різними видами *ЦП*, при якому можна досягти найкращих показників співвідношення доходності та ризику по вкладених коштах. Тому великого значення набуває розробка нових критеріїв ефективності та математичної моделі задачі формування оптимальної структури портфеля, яку можна використовувати при проведенні політики пасивного довгострокового інвестування.
3. Основний принцип у пасивному управлінні *ПЦП* полягає в зберіганні придбаних фінансових активів. Однак його реалізація припускає формування широко диверсифікованого портфеля і, якщо ринкові зміни приводять до неадекватності його інвестиційним цілям, склад портфеля змінюється. В такому разі важливо розробити методику, що дозволить визначати ті *ЦП*, вкладення коштів в які на даний момент можуть підняти ефективність грошових вкладень і ті *ЦП*, частку яких варто зменшити в портфелі для збільшення його загальної прибутковості. Також необхідно розробити методику знаходження оптимальних моментів вилучення зайвих і придбання потрібних *ЦП*.
4. Застосування класичного підходу до аналізу структури *ПЦП* не є єдиною можливим засобом розв'язання задачі. Навряд чи його можна вважати і найкращим. Він ґрунтується на припущенні, що прибутковість *ЦП* має незмінне математичне очікування і коливання відносно нього характеризуються стабільною величиною - стандартним відхиленням. Ці допущення в загальному випадку не є єдиною можливими і навряд чи можуть претендувати на пріоритетність. Такі статистичні показники часового ряду, який описує прибутковість *ЦП*, як середній рівень, дисперсія ряду чи коваріація двох рядів не відображають яких-небудь дійсно стійких характеристик ряду, а є лише формально розрахованими величинами. У реальності рівень ряду постійно змінюється, якої-небудь постійної дисперсії чи коваріації також немає.
5. Крім того, в класичному підході при визначенні функції ризику використовується гіпотеза про те, що коливання прибутковості портфеля в обидва боки однаково небажані. Очевидно, це суперечить елементарній логіці економічного життя. Власник *ЦП*, зрозуміло, не буде протестувати проти зростання його прибутковості. Його не влаштовує лише її падіння. І саме ця небезпека (імовірність і глибина) є тим ризиком, що турбує інвестора, тому для послідовної реалізації зазначених ідей у

практичній площині необхідно розробити кілька альтернативних мір ризику.

6. Для оцінки ризику, як вже зазначалося, можна застосовувати багато різних критеріїв, як то середньоквадратичне відхилення, дисперсію та ін. При цьому прибутковість портфеля в будь-якому випадку визначається як зважена середня очікуваних прибутковостей від окремих *ЦП*. Таким чином, перш за все саме від виду функції оцінки ризику буде залежати вектор часток розподілу ресурсів в *ПЦП*. Тому є дуже важливим вибрати таку функцію ризику, яка дозволить розподілити кошти між наявними *ЦП* у найбільш вигідних пропорціях. Але головним правилом формування *ПЦП* повинно залишатись достатня його диверсифікація, яку будемо проводити з використанням принципу коваріації при оцінці ризику портфеля в цілому з метою залучення до нього таких фінансових інструментів, що мають протилежні характеристики поведінки на ринку *ЦП*. При цьому ризик самих *ЦП* не обов'язково оцінювати через їхні дисперсії у відповідності до класичного підходу розв'язання задачі оптимізації структури *ПЦП*.



## МОДЕЛЮВАННЯ ПОРТФЕЛЯ ЦІННИХ ПАПЕРІВ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ

Що визначає ринкову вартість або, як її ще іноді називають, курс ЦП? Чи можна, не маючи багаторічного досвіду роботи на фондовому ринку, отримувати прибуток від операцій з ЦП? Якщо трейдер має достовірну інформацію, відповідь буде однозначною - «так».

### 3.1. Типологія портфельів цінних паперів та види інвестиційних стратегій

Займаючись інвестиціями, необхідно розробити політику своїх дій і визначити основні цілі інвестування, прийнятні види цінних паперів з точки зору їхньої якості та прибутковості, ступеня загального ризику інвестиційної діяльності. З метою зниження ступеня ризику, забезпечення більшої стійкості прибутків за будь-яких коливань дивідендів і ринкових цін на ЦП доцільно розподіляти інвестовані кошти між різними об'єктами вкладання капіталу, що являє собою процес проведення диверсифікації.

Для здійснення розумної диверсифікації ризику необхідно прагнути розподілити кошти між такими ЦП, які показували від'ємну кореляцію із загальноринковими індексами та мають протилежну фазу коливань власних курсів між собою. Таким чином, падіння курсу одного виду ЦП будуть покриватись зростанням курсу іншого в той же момент.

Сукупна прибутковість даних активів буде залишатись більш стабільною, ніж для кожного з ЦП окремо, та виявиться десь посередині між цими показниками. Проте так суттєво вдасться понизитись ризик, оскільки розкид значень узагальненої ціни буде значно менший, а, відповідно, зменшиться і ступінь непередбачуваності майбутнього прибутку.

Задана сукупність цінних паперів, як вже було зазначено, утворює інвестиційний портфель. Портфель являє собою визначений набір з корпоративних акцій, облігацій з різним ступенем забезпеченості і ризику, а також ЦП з фіксованим доходом, гарантованим державою, тобто з мінімальним ризиком втрат по основній сумі та поточних надходженнях. Здійснення портфельного інвестування дозволяє планувати, оцінювати, контролювати кінцеві результати всієї інвестиційної діяльності в різних секторах фондового ринку.

Теоретично портфель може складатися з ЦП одного виду, а також змінювати свою структуру шляхом заміщення одних ЦП іншими. Проте, кожен вид ЦП окремо не може досягати подібного результату.

Основне завдання портфельного інвестування - покращити результати інвестування, надавши сукупності цінних паперів такі інвестиційні характеристики, що недосяжні з позиції окремо взятого активу, і можливі тільки при їхній комбінації.

Лише в процесі формування портфеля досягається нова інвестиційна якість із заданими характеристиками. Таким чином, портфель цінних паперів є тим інструментом, за допомогою якого інвестор може забезпечити необхідну стійкість прибутку при мініальному ризику.

Іншою перевагою портфельного інвестування є можливість вибору складових до портфеля для розв'язання специфічних інвестиційних задач. З цією метою використовуються різні ПЦП, в кожному з яких буде власний баланс між існуючим ризиком, прийнятним для власника портфеля, і очікуваною віддачею (доходом) на визначений період часу. Співвідношення цих факторів визначається типом ПЦП в залежності від інвестора та ступеня агресивності його політики на фондовому ринку.

*Типи портфелів.* Тип портфеля - це його інвестиційна характеристика, заснована на співвідношенні доходу і ризику.

При цьому важливою ознакою при класифікації типу портфеля є те, яким способом і за рахунок якого джерела даний дохід отримується: за рахунок росту курсової вартості чи за рахунок поточних виплат, дивідендів, відсотків. Занадто спрощеним було б розуміння портфеля як деякої однорідної сукупності, незважаючи на те, що портфель росту, наприклад, здебільшого орієнтований на акції, інвестиційною характеристикою яких є зростання їхньої курсової вартості.

1. *Портфель росту* формується з акцій компаній, курсова вартість яких зростає. Метою даного типу портфеля є зростання його капітальної вартості разом з одержанням дивідендів. Однак дивідендні виплати здійснюються в невеликому розмірі. Темпи росту курсової вартості сукупності акцій, що утворюють інвестиційний портфель, визначають види портфелів, які входять у дану групу:

- *Портфель агресивного росту* націлений на максимальний приріст капіталу. До складу даного типу портфеля входять акції молодих, швидко зростаючих компаній. Інвестиції в даний тип портфеля є досить ризикованими, але разом з тим вони можуть приносити найбільший дохід.
- *Портфель консервативного росту* є найменш ризикованим серед портфелів даної групи. Складається здебільшого з акцій великих, добре відомих компаній, що характеризуються хоча і невисокими, але стійкими темпами росту курсової вартості. Склад залишається стабільним протягом тривалого періоду часу. Націлений на збереження капіталу.
- *Портфель середнього росту* являє собою сукупність інвестиційних ознак портфелів агресивного і консервативного росту. До портфеля даного типу включаються поряд з надійними цінними паперами, які купуються на тривалий термін, ризиковані фондові інструменти,

склад яких періодично обновлюється. При цьому забезпечується середній приріст капіталу й помірний ступінь ризику вкладень. Надійність забезпечується ЦП консервативного росту, а прибутковість збільшується за рахунок ЦП агресивного росту. Даний тип портфеля є найбільш розповсюдженою моделлю і користується великою популярністю в інвесторів, не схильних до високого ризику.

2. *Портфель доходу.* Даний тип портфеля орієнтований на одержання високого поточного доходу - процентних і дивідендних виплат. Портфель доходу складається в основному з акцій доходу, що характеризуються помірним ростом курсової вартості та високими дивідендами, а також з облігацій та інших ЦП, інвестиційною властивістю яких є високі поточні виплати. Особливістю даного типу портфеля є те, що метою його створення є одержання належного рівня доходу, величина якого відповідала б допустимому ступеню ризику, прийнятного для консервативного інвестора:

- *Портфель регулярного доходу* формується з високонадійних цінних паперів і приносить середній дохід при мінімальному рівні ризику.
- *Портфель дохідних паперів* складається з високоприбуткових облігацій корпорацій, цінних паперів, що приносять високий дохід при середньому рівні ризику.

3. *Портфель росту і доходу.* Формування даного типу портфеля здійснюється з метою уникнення можливих втрат на фондовому ринку як від падіння курсової вартості, так і від низьких дивідендних чи процентних виплат. Одна частина фінансових активів, які входять до складу даного портфеля, приносить власнику зростання капітальної вартості, а інша постійний дохід. Втрата однієї частини може компенсуватися зростанням іншої. Існують такі види даного типу портфеля:

- *Портфель подвійного призначення.* До складу даного портфеля включаються ЦП, що приносять його власнику високий дохід при

зростанні вкладеного капіталу. У даному випадку мова йде про цінні папери інвестиційних фондів подвійного призначення. Вони випускають власні акції двох типів: перші приносять високий дохід, другі - приріст капіталу. Інвестиційні характеристики портфеля визначаються значним вмістом даних паперів у портфелі.

- *Збалансований портфель* передбачає узгодження не тільки доходів, але й ризику, тому портфель в зазначених пропорціях складається з цінних паперів із швидкозростаючою курсовою вартістю та з високоприбуткових активів. До складу портфеля можуть включатися й високоризиковані цінні папери. Як правило, подібний портфель формується із звичайних і привілейованих акцій, а також облігацій.

Вище було розглянуто класифікацію типів портфельів в залежності від ступеня ризику, що є прийнятним для інвестора. Також було відзначено, що кожному типу інвестора буде відповідати і свій тип портфеля цінних паперів високонадійний, але низькодохідний, широко диверсифікований; ризикований, але високоприбутковий, безсистемний. Подібну класифікацію портфельів із їхніми характеристиками представлено в таблиці 3.1:

Таблиця 3.1

Загальні характеристики портфельів в залежності від типу інвестора

Тип інвестора	Мета інвестування	Ступінь ризику	Тип цінного папера	Тип портфеля
1	2	3	4	5
Консервативний	Захист від інфляції, непередбачуваних витрат	Низька	Державні ЦП, акції й облігації великих стабільних емітентів	Високо надійний, але низько дохідний
Помірно-агресивний	Довгострокове вкладання капіталу і його зростання	Середня	Мала частка державних ЦП, велика частка ЦП великих і середніх, проте надійних емітентів із тривалою ринковою історією	Широко диверсифікований

Продовження табл.3.1

1	2	3	4	5
Агресивний	Спекулятивна гра, можливість швидкого росту вкладених коштів	Висока	Висока частка високоприбуткових ЦП невеликих емітентів, венчурних компаній та ін.	Ризикований, але високоприбутковий
Нераціональний	Немає чітких цілей	Низька	Довільно підібрані ЦП	Безсистемний

Як видно з табл. 3.1, інвестиційні портфелі цінних паперів в залежності від ставлення інвестора до ризику та його інвестиційних цілей можна поділити на консервативні, помірно-консервативні, агресивні й нераціональні, яким властиві певні визначені якісні характеристики.

3.2. Передумови формування портфеля цінних паперів. Модифікація моделі Марковіца

*Передумови формування ПЦП.* Заздалегідь передбачити всі можливі варіанти розвитку подій на фондовому ринку на визначений момент часу і ймовірності появи цих подій практично не можливо навіть із використанням потужного статистичного апарату та методів нечіткої логіки. Однак, можна з високим ступенем точності передбачити тенденції зміни курсу ЦП, оцінювати найбільш імовірні їхні значення, визначати залежність курсу різних фінансових інструментів від ринкових тенденцій і кореляцію між самими ЦП. Усі ці показники використовують для формування ПЦП, яким займається, зокрема, сучасна теорія інвестування, заснована Г. Марковіцом для отримання можливості оптимального розміщення капіталу.

Формування оптимальної структури ПЦП є важливою частиною задачі ефективного вкладання фінансових ресурсів і полягає в такому їх розподілі між різними видами ЦП, при якому можна досягти найкращих показників співвідношення дохідності та ризику по вкладених коштах. За рахунок диверсифікації

ризиком між різними ЦП можна досягти суттєвого зниження ризику портфеля при незначному зменшенні його прибутковості.

Основний принцип пасивного управління ПЦП можна сформулювати так: «купи і зберігай». Однак його реалізація припускає формування широко диверсифікованого портфеля, що включає в себе випуски з різними термінами погашення (короткими - для забезпечення ліквідності і далекими – для забезпечення прибутковості), а також заміну випусків у міру їхнього погашення. Однак, якщо ринкові зміни приводять до неадекватності його інвестиційним цілям, склад портфеля змінюється. У такому разі важливо розробити методику, що дозволить визначити ті ЦП, вкладання коштів в які на даний момент можуть забезпечити зростання ефективності грошових вкладень і ті ЦП, частку яких краще зменшити для збільшення загальної прибутковості портфеля.

Згадану методику доцільно формувати з використанням методу економіко-математичного моделювання, який є дійовим інструментом здобуття нових знань про досліджувані соціально-економічні явища та процеси.

Отже, розробка математичної моделі задачі оптимізації розподілу інвестицій полягає у:

- визначенні критерію ефективності розподілу інвестицій;
- знаходженні обмежуючих параметрів;
- розробці алгоритму розв'язання поставленої задачі.

*Модифікація моделі Марковіца.* Вибір наведеної нижче математичної моделі оптимізації структури ПЦП обґрунтовується наступним:

1. Трейдери при розміщенні вільних коштів на фондовому ринку прагнуть одержати додатковий прибуток від їх ефективного використання. Тому, вони намагаються вкласти ці кошти із забезпеченням мінімального ризику їх втрати. Проте, прибутковість від цієї операції не повинна бути нижчою за певний рівень (наприклад, не нижче середньої депозитної ставки банків).

Виходячи з цього вибрана цільова функція моделі: мінімізація ризику  $V_p$  при обмеженні на граничну прибутковість  $M$ .

2. В сучасних умовах значущим стає обмеження на доступність придбання цінних паперів. Це пов'язано з тим, що “кращі” цінні папери фондового ринку України обертаються в обмеженій кількості. У зв'язку з цим відсутність обмеження  $x_i \leq d_{i_{\max}}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , може привести до помилки моделі, тобто в оптимальній ПЦП буде включено актив у кількості, що перевищує його реальну наявність.

3. В залежності від типу інвесторів вибирається і тип портфелю, що можна охарактеризувати обмеженням на мінімальну частку певного виду цінних паперів в портфелі:  $d_{i_{\min}} \leq x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Таким чином, математична модель матиме вид:

$$\begin{cases}
 V_P = \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_i x_i \beta_j x_j \sigma_{ij} \rightarrow \min \\
 m_P = \sum_{i=1}^n x_i m_i \geq M; \\
 \sum_{i=1}^n x_i = 1; \\
 x_i \geq d_{i_{\min}}, \\
 x_i \leq d_{i_{\max}}; \\
 x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}
 \end{cases} \quad (3.1)$$

де  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  - вектор часток цінних паперів у портфелі;

$\beta_\ell$ ,  $\ell = \overline{1, n}$ , - корегуючі коефіцієнти, що характеризують макроекономічний вплив зовнішнього середовища або суб'єктивне ставлення трейдера на пріоритетність інвестування у  $\ell^{\text{й}}$  цінний папір,  $\beta_\ell \in [0; 1]$ .

Побудована математична модель є задачею квадратичного програмування з квадратичною цільовою функцією і лінійними обмеженнями. Вона



може бути розв'язана методом множників Лагранжа з використанням умов Куна-Таккера.

Для цього будемо функцію Лагранжа:

$$L(x, \lambda) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_i x_i \beta_j x_j \sigma_{ij} + \lambda_1 \left[ M - \sum_{i=1}^n x_i m_i \right] + \lambda_2 \left[ \sum_{i=1}^n x_i - 1 \right] + \sum_{i=1}^n \lambda_{i+2} \left[ d_{i_{\min}} - x_i \right] + \sum_{i=1}^n \lambda_{n+i+2} \left[ x_i - d_{i_{\max}} \right] \rightarrow \min$$

Умови Куна – Таккера для цієї задачі матимуть вид:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial L}{\partial x_i} \geq 0, & i = 1, \dots, n; & \frac{\partial L}{\partial x_i} \cdot x_i = 0, & i = 1, \dots, n; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \leq 0, & i = 1, \dots, 2n+2, \quad i \neq 2; & \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \cdot \lambda_i = 0, & i = 1, \dots, 2n+2; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 0; & & x_i \geq 0, & i = 1, \dots, n; \\ & & \lambda_i \geq 0, & i = 1, \dots, 2n+2, \quad i \neq 2. \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Необхідно знайти такі значення  $X^* = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  і  $\lambda^* = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+2})$ , при яких цільова функція  $L(x, \lambda)$  приймає своє мінімальне значення. Оптимальне рішення  $(X^*, \lambda^*)$  можна знайти методом штучного базису (див., напр., у [47]), шляхом зведення до форми розширеної задачі. Розширена задача для  $n$  початкових змінних  $x_i, i = \overline{1, n}$ , включатиме  $(3n+2)$  змінні. Якщо кількість різновидів цінних паперів збільшити на  $k$ , тобто  $X = (x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+k})$ , то розмірність розширеної задачі зросте на  $3k$ . Це ще раз підкреслює значущість “фільтрації” цінних паперів як способу зменшення розмірності задачі.

Знайдений оптимальний вектор  $X^*$  характеризує оптимальну структуру ПЦП, а вектор  $\lambda^*$  несе додаткову інформацію: він показує, як змінюється значення цільової функції при зміні  $j^{\text{го}}$  обмеження на 1% при інших незмінних умовах:

- 1) при зміні граничної норми прибутковості  $M$  на 1% ризик ПЦП зміниться в тому ж напрямку на  $\lambda_1\%$ ;

- 2)  $\lambda_{i+2}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , показує, що при зміні мінімальної частки коштів, яку можна інвестувати в  $i^{\text{й}}$  цінний папір, на 1%, ризик всього *ПЦП* зміниться у тому ж напрямі на  $\lambda_{i+2}\%$ ;
- 3)  $\lambda_{n+i+2}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , показує, що при зміні максимальної частки коштів, яку можна інвестувати в  $i^{\text{й}}$  цінний папір, на 1%, ризик всього *ПЦП* зміниться у зворотному напрямі на  $\lambda_{n+i+2}\%$ .

Таким чином, вибір даної математичної моделі оптимізації структури *ПЦП* дозволяє крім знайдення оптимального вектора  $X^*$  застосовувати весь математичний апарат для післяоптимізаційного параметричного аналізу.

### 3.3. Числовий експеримент з моделювання портфеля цінних паперів оптимальної структури

Вихідною інформацією для числової апробації описаної в розділі 2 системи взаємоузгоджених економіко-математичних моделей є дані про котирування ЦП в Першій Фондовій Торговій Системі (ПФТС) – українській системі електронних торгів. Отже, статистичною базою моделювання виступатимуть реальні (об'єктивні) дані про 40 емітентів ЦП за 20 періодів (місяців) з березня 2005р. по жовтень 2006р. (див. у [69, 70]), а саме:

- ціна попиту на ЦП (*BID*);
- ціна пропозиції на ЦП (*ASK*);
- ціна останньої угоди;
- тощо.

Первинна статистична інформація про *BID*- ціну та *ASK*- ціну наведена у таблицях А.1-А.2 додатків А.1-А.4.

Вхідною інформацією для апробації моделей (3.1) і (1.5) оптимізації структури *ПЦП* виступає ретроспективний ряд доходностей *ЦП* і похідних

від них даних (середньої доходності, коваріації та ін.), які обчислюються за формулами (2.1)-(2.3). Обчислення показника доходності за кожен період спирається на дані про ціни по ЦП за два суміжних періоди, за якими уклалися угоди купівлі-продажу. Нажаль, такої інформації в повному обсязі ми не маємо з об'єктивних причин:

- по-перше, із-за недостатньої розвинутої вітчизняного фондового ринку реальні угоди укладаються в межах конкретної торгової сесії ПФТС не по всіх ЦП, за якими ведеться моніторинг, що не дозволяє розрахувати показник доходності за всі періоди;
- по-друге, не вся потрібна інформація відкрита для вільного доступу тощо.

Для розв'язання цього протиріччя пропонується брати за курсову вартість певного ЦП середню ціну з цін на покупку та продаж  $BID$  і  $ASK$ , тобто

$$\bar{P}_{it} = \frac{BID_{it} + ASK_{it}}{2}, \quad BID_{it} < ASK_{it}, \quad (3.3)$$

де  $\bar{P}_{it}$  - середня ціна  $i$ -го ЦП в період часу  $t$ ;  $BID_{it}, ASK_{it}$  - відповідно ціна на покупку та продаж  $i$ -го ЦП в період часу  $t$ .

Такий вибір не випадковий. Після проведеного аналізу розбіжності між середньою ціною, обчисленою за формулою (3.3), та ціною останньої угоди в ПФТС, дістаємо висновку про незначне відхилення між ними в межах  $|0,7\%;6\%|$  (див. табл. 3.2).

Таблиця 3.2

Розбіжність між середньою ціною та ціною останньої угоди (на 21.04.2007)

Код емітента ЦП	<i>VID</i> , грн.	<i>ASK</i> , грн.	Середня ціна, грн.	Ціна останньої угоди, грн.	Відхилення, %
PGOK	20,75	58	39,375	37,364	-0,051
UNAF	146,1	151	148,55	147,5	-0,007
ZPST	5,75	6	5,875	6	0,021
MMKI	3,31	3,75	3,53	3,6	0,020
DOMZ	1,275	1,39	1,3325	1,305	-0,021
ZFER	0,64	0,725	0,6825	0,723	0,059
AZST	3,2	3,67	3,435	3,35	-0,025
STIR	82	89	85,5	82,113	-0,040
NVTR	34,5	38	36,25	36	-0,007
CEEN	4,15	4,35	4,25	4,2	-0,012
ZAON	3	5	4	3	-0,250

Середня ціна для всіх 40 ЦП, а також обчислені на її основі доходності, наведені в таблицях А.3-А.4 додатків А.5-А.8.

Для розв'язування задач (3.1) та (1.5) використовується градієнтний метод Ньютона, програмно реалізований в *MS Excel* за допомогою вбудованої процедури «Пошук рішення». Це в певній мірі автоматизує рутинні обчислення при обробці великих масивів інформації і дозволяє змістити акценти на безпосередньо моделювання структури ПЦП і дослідження її на стійкість до внутрішніх і зовнішніх збурень.

Параметром, який варіювався при багаторазовому рішенні задачі (3.1), виступала мінімальна гранична норма доходності ПЦП –  $M$ . Зведені результати моделювання (було проведено понад 50 числових експериментів) з використанням математичної моделі (3.1) наведені в табл. 3.3.

Таблиця 3.3

Інтервали стійкості оптимальної структури ПЦП за моделлю (3.1),  
в частках одиниці

№ п/ п	$M=$	0	0,008	0,015	0,03	0,04	0,045	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	$m_p=$	0,00488	0,008	0,015	0,03	0,04	0,045	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	$\sigma_p^2=$	0,000002	0,00002	0,00003	0,00016	0,00036	0,00051	0,00070	0,00118	0,00178	0,00252	0,00347
1	Авдеевський коксохим. з-д							0,01	0,02	0,03	0,03	0,04
2	Азот		0,01	0,01	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,09	0,11	0,12
5	Днепршина					0,01	0,02	0,03	0,05	0,07	0,08	0,08
6	Донецкий метал-кий з-д									0,01	0,01	0,01
7	Енакиевський метал-кий з-д		0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03
8	Жидачевський цел.-бум.к-т	0,10	0,07	0,05	0,00							
10	Западне-рго	0,01	0,01	0,04	0,02							
13	Зап.з-д ферросплавов	0,04	0,06	0,01								
14	Запорож-трансформатор	0,03	0,00	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,04
15	Укрречфлот	0,01	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
17	Черкасс-кое химволокно	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03
18	Ексимнефтер	0,35	0,27	0,32	0,28	0,25	0,21	0,18	0,11	0,05		
20	Донбасе-нерго		0,01	0,02	0,05	0,06	0,08	0,10	0,13	0,16	0,18	0,20
26	Бром	0,08	0,07	0,09	0,05							
28	Закарпат-ьеоблэн	0,05	0,09	0,06	0,09	0,14	0,15	0,16	0,19	0,22	0,25	0,27
29	Завалевський графит. к-т				0,02	0,04	0,04	0,03	0,02			
30	Донецкоб-лэн	0,04	0,01	0,04	0,02							
31	Черновцы-обл	0,06	0,05	0,07	0,08	0,11	0,11	0,09	0,07	0,04		
33	Здоровье	0,21	0,20	0,20	0,21	0,20	0,17	0,16	0,14	0,12	0,08	0,05
34	Азовсталь					0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03
40	Гидросила	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,06	0,07	0,08

Продовження табл. 3.3

№ П/ П	$M=$	0,095	0,1	0,11	0,15	0,16	0,18	0,19	0,21	0,22	0,23
	$m_p=$	0,095	0,1	0,11	0,15	0,16	0,18	0,19	0,21	0,22	0,23
	$\sigma_p^2=$	0,00402	0,0046 2	0,00606	0,0166 9	0,0206 5	0,0301 7	0,0357 5	0,04891	0,0565 5	0,06489
1	Авдеевський коксохим. з-д	0,05	0,05	0,06	0,09	0,09	0,11	0,11	0,13	0,14	0,14
2	Азот	0,12	0,13	0,14	0,20	0,21	0,24	0,25	0,27	0,29	0,30
5	Днепрошина	0,06	0,04								
6	Донецький метал-кий з-д	0,01	0,01	0,01	0,03	0,04	0,05	0,05	0,06	0,07	0,07
7	Енакиевський метал-кий з-д	0,03	0,02								
12	Зап.автомобильний з-д			0,01	0,04	0,05	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
15	Укрречфлот	0,02	0,01	0,02	0,05	0,06	0,08	0,09	0,10	0,10	0,11
17	Черкасске химволокно	0,03	0,03	0,04	0,06	0,06	0,07	0,08	0,08	0,09	0,10
19	Дніпроенерго	0,06	0,09	0,13	0,03						
20	Донбасенерго	0,20	0,20	0,18	0,10	0,08	0,02				
25	Днепроблэн					0,01	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04
28	Закарпатье-облэнерго	0,28	0,30	0,32	0,26	0,24	0,20	0,17	0,10	0,06	0,02
33	Здоровье	0,03	0,02								
34	Азовсталь	0,02	0,02	0,02	0,06	0,07	0,09	0,10	0,12	0,13	0,14
40	Гидросила	0,08	0,08	0,07	0,08	0,07	0,04	0,03	0,01		
1	Авдеевський коксохим. з-д	0,15	0,17	0,17	0,16	0,01					1
2	Азот	0,30	0,04								2
6	Донецький метал-кий з-д	0,08	0,17	0,18	0,22	0,25	0,01				6
12	Зап.автомобильний з-д	0,08	0,17	0,17	0,04						12
15	Укрречфлот	0,11	0,14	0,14	0,11	0,01					15
17	Черкасске химволокно	0,10	0,22	0,24	0,30	0,38	0,34	0,07			17
34	Азовсталь	0,15	0,01								34
36	Чернигово-облэнерго	0,01	0,09	0,10	0,17	0,35	0,65	0,93	1,00	1,00	36

Як показує аналіз змінюваності структури оптимальних ПЦП (див. табл. 3.3) в залежності від інтервалів мінімальної доходності ПЦП, в інтервалі (0,8%; 9%) місячної доходності в ПЦП входить близько 15 ЦП. Причому їхня більшість (понад 60%) входить в оптимальний ПЦП з часткою менше

5% і лише ЦП чотирьох емітентів мають порівняно значну частку – це «Ексимнефтепродукт» (близько 30%), «Донбассенерго» (до 20%), «Закарпатьеоблэнерго» (до 27%) і «Здоровье» (до 20%). Із зростанням граничної доходності ПЦП кількість ЦП, що входять в оптимальний портфель, знижується в середньому до 10 (в інтервалі (9%; 23%) місячної доходності) при одночасному вирівнюванні величин їхніх часток в оптимальному ПЦП в середньому на рівні близько 10%. Збільшуючи граничну доходність до 41% на місяць, кількість ЦП в портфелі зменшуватиметься до 5-8 із очевидним перерозподілом їхніх часток в бік найдоходніших з них (але ж й найбільш ризикованих) – «Донецкий металлургический завод» (до 25 %), «Черкасское химволокно» (близько 30-35%), «Черниговоблэнерго» (до 35%). Подальше зростання граничної доходності ПЦП до максимально допустимого рівня – 48,76%, призводить до включення у оптимальний ПЦП єдиного ЦП «Черниговоблэнерго». Зрозуміло, що такому ПЦП притаманний найвищий ризик.

Для всіх інтервалів стійкості структури ПЦП його доходність дорівнює граничному значенню  $M$ , що пояснюється прямою залежністю між доходністю ПЦП та величиною його ризику, який в даній моделі підлягає мінімізації. Треба зауважити, що доходність альтернативного розміщення фінансових ресурсів, наприклад на депозитному рахунку банку, в середньому дорівнює 14-20% на рік, або 1,2-1,5% на місяць. Якщо порівняти граничну доходність ПЦП (за місяць) з цією доходністю, можна наголосити, що найбільш адекватні модельні сценарії відповідатимуть інтервалу граничної доходності (0,8% - 5%), яка дає до 60% річних (це достатньо вдале для трейдера вкладання коштів). Спираючись на цю інформацію, трейдер повинен формувати власну стратегію розміщення фінансових коштів у ЦП в частках, що відповідатимуть оптимальному ПЦП, наведеному в табл. 3.3. При цьому середнє відхилення доходності ПЦП від очікуваної доходності (як міра ризику ПЦП) складатиме лише 0,5% - 2,5%.

Якщо ж трейдер схильний до ризику і формуватиме власну стратегію вкладання коштів у ЦП, спираючись на оптимальні рішення задачі (3.1) для значно більшої за «нормальну» ринкову доходність, то починаючи з доходності ПЦП 18% на місяць, ризик його портфелю перевищуватиме очікувану доходність, причому з певного моменту їхнє відношення становить декілька разів. Такі портфелі обтяжені надмірним ризиком і в практичній більшості випадків приречені бути збитковими.

Розглянемо тепер результати моделювання за допомогою іншої моделі оптимізації ПЦП. В задачі (1.5) параметром моделювання виступала величина безризикової ставки доходності по цінним паперам –  $R_f$ . Зведені результати моделювання (було проведено понад 35 числових експериментів) з використанням математичної моделі (1.5) наведені в табл. 3.4.

Таблиця 3.4

Інтервали стійкості оптимальної структури ПЦП за моделлю (1.5), в частках одиниці

№ п/ п	$R_f =$	0,002	0,015	0,03	0,06	0,07	0,08	0,095	0,18
	$m_p =$	0,00677	0,04383	0,10443	0,15001	0,19368	0,22644	0,24394	0,32050
	$\sigma_p^2 =$	0,00000	0,00047	0,00522	0,01669	0,03796	0,06184	0,07811	0,25934
	$\varphi =$	2,92072	1,32586	1,03049	0,69671	0,63478	0,58889	0,53292	0,27590
1	Авдеевский кок-сохим. з-д			0,05	0,09	0,12	0,14	0,15	0,17
2	Азот	0,01	0,05	0,13	0,20	0,26	0,29	0,30	0,07
6	Донецкий мет. з-д			0,01	0,03	0,05	0,07	0,08	0,16
8	Жидачевский цел.-бум.к-т	0,09							
10	Западэнерго	0,02							
12	Зап.автомоб. з-д			0,004	0,04	0,07	0,07	0,08	0,16
13	Зап.з-д ферросплавов	0,03							
14	Запорожтрансформатор	0,03	0,04						
15	Укрречфлот	0,01	0,02	0,02	0,05	0,09	0,11	0,11	0,13
17	Черкасское хим-волокно	0,02	0,04	0,03	0,06	0,08	0,09	0,11	0,21
18	Эксимнефтепродукт	0,34	0,22						
19	Днепроэнерго			0,11	0,03				
20	Донбассэнерго		0,07	0,20	0,10				
26	Бром	0,09							
28	Закарпатьеоблэн	0,05	0,15	0,31	0,26	0,16	0,03	0,00	0,00



Продовження табл. 3.4

№		$R_F=$	0,19	0,29	0,3	0,355	0,38	0,385	0,39
		$m_p=$	0,34180	0,40695	0,41444	0,44888	0,47509	0,48435	0,48765
п/		$\sigma_p^2=$	0,34591	0,99360	1,12863	2,31931	4,06020	4,91309	5,24742
п		$\varphi=$	0,25810	0,11732	2,72328	0,06165	0,04719	0,04482	0,04263
29	<i>Завалевский графитовый к-т</i>			0,04					
30	<i>Донецкоблэнерго</i>		0,04						
31	<i>Черновцыоблэн</i>		0,06	0,11					
33	<i>Здоровье</i>		0,21	0,18					
34	<i>Азовсталь</i>			0,01	0,02	0,06	0,11	0,14	0,15
36	<i>Черниговооблэн</i>						0,01	0,01	0,01
40	<i>Гидросила</i>		0,01	0,04	0,08	0,08	0,03		
1	<i>Авдеевский коксохим. з-д</i>		0,17	0,02					
6	<i>Донецкий мет. з-д</i>		0,18	0,25	0,24	0,02			
12	<i>Зап.автомоб. з-д</i>		0,17	0,002					
15	<i>Укрречфлот</i>		0,14	0,02					
17	<i>Черкаское хим-волокно</i>		0,24	0,37	0,38	0,34	0,12	0,03	
36	<i>Черниговооблэн</i>		0,10	0,33	0,37	0,64	0,88	0,97	1,00

Для кожного числового експерименту одержано модельний сценарій, який фіксує структуру оптимального *ПЦП* за вказаних граничних умов, доходність і ризик *ПЦП*, та їхнє співвідношення (див. табл. 3.4). Проведемо короткий аналіз отриманих результатів моделювання.

Структура оптимальних *ПЦП* при різних граничних умовах повторює тенденцію, виявлену за допомогою моделі (3.1), а саме: із зростанням ставки безризикової доходності  $R_F$  доходність *ПЦП* теж зростає із одночасним збільшенням і міри ризику. Причому, співвідношення між темпами зростання доходності і ризику із зростанням ставки безризикової доходності спочатку ( $R_F=0,2\%-6\%$ ) різко (майже в 1,5-2 рази при переході від одного інтервалу стійкості *ПЦП* до наступного), а потім майже непомітно зменшується (в середньому на рівні до 10%).

Проте, спільний аналіз результатів моделювання за обома моделями (3.1) і (1.5) дозволив виявити закономірність у взаємозалежності безризикової ставки доходності і доходністю оптимального *ПЦП*, а також встановити

ідентичність структур оптимальних ПЦП, одержаних за цими моделями, при однакових величинах ризику портфеля (див. табл. 3.5).

Таблиця 3.5

Оптимальна структура ПЦП при  $\sigma_p^2 \approx 0,0167$ , в частках одиниці

№ п/п	Емітент ЦП	Структура оптимального ПЦП	
		Модель (2.15)	Модель (1.5)
1	<i>Авдеевский коксохим. з-д</i>	0,09	0,09
2	<i>Азот</i>	0,20	0,20
6	<i>Донецкий метал-кий з-д</i>	0,03	0,03
12	<i>Зап.автомобильный з-д</i>	0,04	0,04
15	<i>Укрречфлот</i>	0,05	0,05
17	<i>Черкаское химволокно</i>	0,06	0,06
19	<i>Днепроэнерго</i>	0,03	0,03
20	<i>Донбассэнерго</i>	0,10	0,10
28	<i>Закарпатьеоблэнерго</i>	0,26	0,26
34	<i>Азовсталь</i>	0,06	0,06
40	<i>Гидросила</i>	0,08	0,08
		<b><math>R_F=0,06</math></b>	<b><math>M=0,15</math></b>
		<b><math>m_p=0,150015</math></b>	<b><math>m_p=0,15</math></b>
		<b><math>\sigma_p^2=0,016693</math></b>	<b><math>\sigma_p^2=0,016687</math></b>
		<b><math>\phi=0,696707</math></b>	

Таким чином, можна зробити висновок, що для однакових значень ризику ПЦП обидві моделі дають абсолютно ідентичні співвідношення ЦП в оптимальному портфелі. Крім того, порівняльний аналіз результатів моделювання показав, що найбільші співвідношення  $m_p/R_F$  (близько 3,5 рази) між доходністю оптимального ПЦП і безризиковою ставкою доходності відповідають інтервалу безризикової місячної ставки доходності (0,2% - 3%), після чого це співвідношення скорочується. Отже, це ще раз підтверджує висновки, отримані за результатами моделювання, представленими в табл. 3.3, а саме дає інтервал найбільшої адекватності модельних сценаріїв ринковим реаліям.

## Висновки

1. Інформаційні можливості вітчизняного трейдера здебільшого є обмеженими через недостатню розвинутість українського позабіржового фондового ринку.
2. Технічний аналіз – це дієвий метод, за допомогою якого можна швидко оперувати технічними показниками як окремих ЦП та ПЦП, так й окремого сегменту або, навіть, фондового ринку в цілому. При цьому доцільним і корисним є використання таких програмних засобів як MS Excel, MetaStock, CQG Graphics, RTA та інші.
3. Останні програмні продукти потребують від трейдера окрім спеціальних (професійних) знань про технологію роботи на фондовому ринку, ще й специфічних знань по володінню операційними можливостями зазначених програм щодо їхнього ефективного (повного) використання, причому, у вітчизняних умовах (що іноді дуже складно з причини становлення українського ринку цінних паперів та інформаційної невизначеності по їхньої більшості). MS Excel – це загальновідомий, потужний, нескладний у використанні і зручний у роботі програмний засіб, який поза все дозволяє, при необхідності, програмувати нетипові процедури на алгоритмічній мові Visual Basic. Ця доступність і практичність у використанні й визначили вибір саме цього програмного засобу для числової апробації моделювання процесу прийняття рішення щодо формування ефективної стратегії трейдера фондового ринку.
4. Проведений порівняльний аналіз за математичними моделями задачі оптимізації структури портфеля цінних паперів (1.5), (3.1) дозволяє зробити головний висновок-рекомендацію щодо практичного використання зазначених математичних моделей для одержання нової модельної інформації трейдером вітчизняного фондового ринку (стратегії

поведінки трейдера). Доцільно використовувати ці моделі в такій послідовності:

- виходячи із реальної на прогностичний період безризикової ставки доходності, визначити за моделлю (1.5) доходність оптимального ПЦП, що «гарантує» найбільше співвідношення між приростами доходності і ризику портфеля  $\varphi$ . Це максимальне значення доходності ПЦП при заданих граничних умовах  $m_p^*$ ;
- провести моделювання за моделлю мінімізації ризику портфеля (3.1), варіюючи значенням граничної мінімальної доходності ПЦП в межах:  $R_F < M \leq m_p^*$ ;
- вибрати модельний сценарій (стратегію трейдера), який найбільше відповідатиме ставленню трейдера до ризику.

5. З точки зору методів розв'язування, моделі (1.5) і (3.1) є задачі квадратичного програмування, пошук оптимуму в яких ефективно здійснюється стандартними оптимізаційними методами. Основна проблема щодо адекватності оптимальних рішень за цими моделями стосується розбіжності "зовнішньої" та "внутрішньої" оцінок по тих цінних паперах, що складають створені портфелі. Це обумовлено тим, що курсова вартість цінного папера не завжди відповідає фінансовій забезпеченості і стабільності емітента, який його випустив, і насамперед для більшості вітчизняних емітентів. Крім того, ці моделі не враховують проблемних для "нерозвинутих" фондових ринків особливостей, а саме: ліквідність, доступність придбання – продажу цінних паперів тощо.

## Додаток А.1

### Первинні дані про котирування ЦП у ПФТС

Таблиця А.1

#### Ціна покупки цінних паперів (*BID*), грн.

№ п/п	Емітент ЦП	Періоди										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.	<i>Авдеевский коксохим. з-д</i>	0,11	0,09	0,13	0,05	0,08	0,14	0,12	0,11	0,11	0,1	0,1
2.	<i>Азот</i>	0,7	0,7	0,78	0,75	0,17	0,68	0,32	0,35	0,2	0,2	0,2
3.	<i>Днепразот</i>	4,26	4,53	4,32	5,44	6,42	6,33	5,45	3,91	2,55	1,89	0,05
4.	<i>Днепровский речной порт</i>	0,99	0,99	1	0,74	0,88	0,99	0,9	0,82	0,9	0,83	0,8
5.	<i>Днепрошина</i>	5	6,33	5	5	3	3,67	4,04	5,3	8,1	9,05	7,33
6.	<i>Донецкий метал-кий з-д</i>	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
7.	<i>Енакиевский метал-кий з-д</i>	0,65	0,65	0,68	0,65	0,5	0,9	0,9	0,9	1,5	1,71	1,71
8.	<i>Жидачевский цел.-бум.к-т</i>	0,08	0,07	0,08	0,09	0,07	0,07	0,06	0,03	0,02	0,03	0,02
9.	<i>З-д Стеклопластик</i>	0,02	0,01	0,01	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,01	0,01	0,01
10.	<i>Западэнерго</i>	8,7	15,6	23,6	24,05	23,5	18	18,5	18,5	18,45	19	18,5
11.	<i>Запорожжюкс</i>	0,3	0,01	0,1	0,05	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,1
12.	<i>Зап.автомобильный з-д</i>	0,57	0,76	1,2	1,51	2,01	3	2,52	2,26	1,75	1,47	2,4
13.	<i>Зап.з-д ферросплавов</i>	0,94	0,92	0,92	0,92	1,16	0,95	0,8	0,9	0,2	0,3	0,4
14.	<i>Запорожтрансформатор</i>	13	13,12	14,52	15,61	18,2	19,8	0,18	0,17	0,11	0,12	0,12
15.	<i>Укрречфлот</i>	7,5	4,1	4	4,2	4,2	4,2	4,2	4	5	5,5	5
16.	<i>Укрнафта</i>	19,55	20	26,05	27,83	27,8	25	24,5	24,5	24,05	23,8	22,5
17.	<i>Черкасское химволокно</i>	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01
18.	<i>Эксимнефтепродукт</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,015	0,02	0,02
19.	<i>Днепроэнерго</i>	21,65	46,35	75,93	76,34	50	51,27	51	52,5	39,14	45	44,18
20.	<i>Донбассэнерго</i>	2,05	2,05	2,5	2,1	2,1	2,1	2,05	1,31	1,02	1,02	1,5
21.	<i>Донецккокс</i>	0,01	0,03	0,06	0,06	0,03	0,04	0,04	0,02	0,03	0,02	0,01
22.	<i>Житомироблэнерго</i>	0,34	0,51	0,9	0,59	0,4	0,38	0,31	0,3	0,3	0,16	0,1
23.	<i>Стахановский з-д фер-в</i>	0,71	0,65	0,35	0,05	0,2	0,21	0,21	0,09	0,06	0,06	0,06
24.	<i>Центрэнерго</i>	0,21	0,38	0,9	0,95	1,1	0,84	0,7	0,82	0,9	0,88	0,87
25.	<i>Днепрооблэнерго</i>	67,77	53,19	35,88	37,05	27,78	28,38	18,46	17,62	11,46	3,09	1,5
26.	<i>Бром</i>	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,11	0,01	0,01	0,01
27.	<i>Вальса</i>	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
28.	<i>Закарпатьеоблэнерго</i>	0,05	0,13	0,1	0,03	0,03	0,01	0,02	0,03	0,1	0,1	0,01
29.	<i>Завалевский графит. к-т</i>	0,25	0,1	0,12	0,12	0,12	0,01	0,01	0,12	0,12	0,01	0,01
30.	<i>Донецкоблэнерго</i>	1,2	1,34	0,31	0,35	0,25	0,31	0,3	0,3	0,31	0,5	0,13
31.	<i>Черновцыоблэнерго</i>	0,08	0,08	0,08	0,08	0,1	0,18	0,49	0,49	0,1	0,2	0,22
32.	<i>Запорожьеоблэнерго</i>	10	1,1	0,01	3	10	3,3	13,1	9	6	6	10
33.	<i>Здоровье</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
34.	<i>Азовсталь</i>	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
35.	<i>Запорожсталь</i>	0,11	0,11	0,05	0,05	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,1
36.	<i>Черниговооблэнерго</i>	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
37.	<i>Житомиргаз</i>	7	20	25	25	25	25	25	25	0,01	0,01	0,01
38.	<i>Белоцерковский элеватор</i>	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01
39.	<i>Хмельницкгаз</i>	6	15	15	10	5	5	5	5	5	5	0,01
40.	<i>Гидросила</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

## Додаток А.2

### Первинні дані про котирування ЦП у ПФТС

#### Продовження таблиці А.1

№ п/п	Емітент ЦП	Періоди								
		12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	<i>Авдеевский коксохим. з-д</i>	0,12	0,1	0,07	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
2.	<i>Азот</i>	0,2	0,2	0,32	0,34	0,48	0,6	0,6	0,53	0,4
3.	<i>Днепр азот</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
4.	<i>Днепровский речной порт</i>	0,8	0,77	0,7	0,7	0,61	0,6	0,58	0,47	0,48
5.	<i>Днепрошина</i>	5	5	6,66	19,29	21,67	25	25	25	15,63
6.	<i>Донецкий метал-кий з-д</i>	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
7.	<i>Енакиевский метал-кий з-д</i>	1	1	1	1	1	0,09	0,09	1,3	0,45
8.	<i>Жидачевский цел.-бум.к-т</i>	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
9.	<i>З-д Стеклопластик</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
10.	<i>Западэнерго</i>	18,5	18	18	19	22,4	24,3	23,5	22,5	24
11.	<i>Запорожжюкс</i>	0,1	0,1	0,1	0,01	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
12.	<i>Зап.автомобильный з-д</i>	2,31	1,1	1,1	0,7	0,2	0,5	0,3	0,6	0,25
13.	<i>Зап.з-д ферросплавов</i>	0,5	0,35	0,1	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08	0,05
14.	<i>Запорожтрансформатор</i>	0,12	0,08	0,08	0,06	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
15.	<i>Укрречфлот</i>	6	3	3	3	3	3	1	0,35	0,4
16.	<i>Укрнафта</i>	22,4	22,25	22,3	21,5	22,1	22,21	21,25	21,3	24
17.	<i>Черкасское химволокно</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
18.	<i>Эксимнефтепродукт</i>	0,021	0,025	0,03	0,03	0,03	0,028	0,032	0,03	0,026
19.	<i>Днепроэнерго</i>	47	48,66	47,82	59,42	88,68	88,38	73,75	83,69	79,91
20.	<i>Донбассэнерго</i>	1	1	1	1	1,5	1,4	2,3	2,55	6,5
21.	<i>Донецккокс</i>	0,01	0,05	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,08	0,08
22.	<i>Житомироблэнерго</i>	0,01	0,05	0,05	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
23.	<i>Стахановский з-д фер-в</i>	0,06	0,01	0,01	0,01	0,05	0,1	0,05	0,05	0,05
24.	<i>Центрэнерго</i>	0,94	0,92	0,94	0,93	1,05	1,23	1,07	1,06	1,25
25.	<i>Днепрооблэнерго</i>	4,56	2	3,24	4,51	2,78	0,67	0,01	0,01	1,06
26.	<i>Бром</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
27.	<i>Вальса</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
28.	<i>Закарпатьеоблэнерго</i>	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01	0,05	0,05	0,05
29.	<i>Завалевский графит. к-т</i>	0,01	0,01	0,03	0,03	0,03	0,01	0,01	0,01	0,01
30.	<i>Донецкоблэнерго</i>	0,5	1,75	3,15	3,45	3	3,5	2,5	3,3	2,5
31.	<i>Черновцыоблэнерго</i>	0,2	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
32.	<i>Запорожьеоблэнерго</i>	7	7	6	0,15	0,25	0,25	0,25	0,26	0,01
33.	<i>Здоровье</i>	0,01	0,01	0,01	0,015	0,015	0,017	0,018	0,018	0,018
34.	<i>Азовсталь</i>	0,05	0,05	0,03	0,06	0,07	0,08	0,08	0,08	0,05
35.	<i>Запорожсталь</i>	0,05	0,6	0,6	0,59	0,6	0,2	0,6	0,6	0,6
36.	<i>Черниговооблэнерго</i>	0,05	0,05	0,05	0,01	0,01	0,06	0,06	0,06	0,06
37.	<i>Житомиргаз</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
38.	<i>Белоцерковский элеватор</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
39.	<i>Хмельницкгаз</i>	1	1	1	1,5	1,5	2	2	2	2
40.	<i>Гидросила</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,025	0,025	0,025	0,02	0,02

## Додаток А.3

## Первинні дані про котирування ЦП у ПФТС

Таблиця А.2

## Ціна продажу цінних паперів (ASK), грн.

№ п/п	Емітент ЦП	Періоди										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.	Авдеевский коксохим. з-д	0,19	0,15	0,18	0,15	1	0,21	0,2	0,21	0,2	0,2	0,22
2.	Азот	1,2	1,23	1,18	1,24	0,56	1,6	0,54	1,9	1,45	1,9	1,9
3.	Днепразот	5,9	5,8	5,3	6,25	10,34	10,34	6,99	6,48	5,5	3,7	0,08
4.	Днепровский речной порт	5,36	5,36	5,7	4	5,9	5,9	5,9	5,81	5,5	5,5	6
5.	Днепрошина	22,79	17,9	22,19	22,18	16,49	16,49	18,32	24	24	27	23,8
6.	Донецкий метал-кий з-д	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07	0,08	0,09
7.	Енакиевский метал-кий з-д	1,47	1,47	1,88	1,8	5,86	5,25	2,01	2,01	5,3	5,3	5,3
8.	Жидачевский цел.-бум.к-т	0,09	0,11	0,13	0,12	0,11	0,11	0,09	0,07	0,07	0,07	0,07
9.	З-д Стеклопластик	0,21	0,23	0,19	0,1	0,06	0,1	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
10.	Западенерго	21,5	19,4	28,5	27,34	25,9	27	25,25	24,52	22,5	25,09	26
11.	Запорожжкокс	0,8	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	7,5	7,5	7,5	7,5	1,5
12.	Зап.автомобильный з-д	0,01	0,01	3	3	6	4,9	2,95	2,99	2,3	2,9	3
13.	Зап.з-д ферросплавов	1,35	1,1	1,1	1,2	2,16	1,98	1,4	1,34	1,3	1,31	1,2
14.	Запорожтрансформатор	15,96	15,82	18	21,5	30	26,2	0,26	0,23	0,21	0,21	0,18
15.	Укрречфлот	13	8,6	8,6	8,6	8,99	8,99	99	11	11	11	11
16.	Укрнафта	19,8	20,75	26,95	28,88	29,9	27,5	27,5	26,2	26,1	25,9	27,5
17.	Черкаское химволокно	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,05
18.	Эксимнефтепродукт	2,68	2,68	3,22	3,2	3,22	3,22	3,22	4,44	4,7	4,55	4,5
19.	Днепрозенерго	40	50	105	105	87	85	80	80	78	77	76
20.	Донбасенерго	5	5	9	9	9	9	17	15	7	7	6,5
21.	Донецккокс	0,14	0,14	0,14	0,13	0,13	0,09	0,08	0,1	0,1	0,07	0,07
22.	Житомиробленерго	1	1,1	1,08	0,98	0,89	0,75	0,63	0,5	0,45	0,4	0,4
23.	Стахановский з-д фер-в	1,4	1	0,85	0,79	0,8	0,74	0,72	0,74	0,6	0,64	0,44
24.	Центрзенерго	0,35	0,5	1,05	0,99	1,21	1	0,98	0,99	1,14	1,1	0,87
25.	Днепрообленерго	72	80	67	49	37,5	36,6	30	32	25	33	14
26.	Бром	2	2	0,48	0,45	0,45	0,45	1	1	0,99	0,99	0,99
27.	Вальса	0,21	0,12	0,1	0,07	0,08	0,07	0,06	0,06	0,06	0,08	0,08
28.	Закарпатьеобленерго	0,4	0,39	0,25	0,3	0,28	0,25	0,25	0,24	0,38	0,4	0,4
29.	Завалевский графит. к-т	2,45	2,19	2,2	2,2	2,2	1,9	1,9	1,25	1,25	1,5	1,9
30.	Донецкобленерго	3	2,23	1,86	1,75	1,75	1,8	1,8	2	1,9	2,5	3
31.	Черновцыобленерго	0,3	0,3	0,3	0,3	0,75	0,8	0,65	0,8	0,8	0,95	0,6
32.	Запорожьеобленерго	0,01	25	30	44	38	85	36	36	24	23	20
33.	Здоровье	0,25	0,25	0,25	0,25	0,15	0,15	0,1	0,05	0,05	0,04	0,05
34.	Азовсталь	0,25	1,25	2,25	2,25	2,25	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
35.	Запорожсталь	0,99	0,9	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17
36.	Черниговообленерго	0,71	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
37.	Житомиргаз	150	150	150	150	150	150	150	150	0,01	0,01	0,01
38.	Белоцерковский элеватор	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,01
39.	Хмельницкгаз	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
40.	Гидросила	0,38	0,5	0,51	0,5	0,51	0,51	0,5	0,25	0,24	0,19	0,18

## Додаток А.4

### Первинні дані про котирування ЦП у ПФТС

#### Продовження таблиці А.2

№ п/п	Емітент ЦП	Періоди								
		12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	<i>Авдеевский коксохим. з-д</i>	0,21	0,15	1	1	1	1	1	1	1
2.	<i>Азот</i>	1,9	1,9	1,9	1,9	1,45	1,6	1,6	2	1,6
3.	<i>Днепр азот</i>	0,04	0,04	0,04	0,05	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
4.	<i>Днепровский речной порт</i>	5,7	5,7	5,6	5,55	5,4	5,5	5,35	5,35	5,4
5.	<i>Днепрошина</i>	15,7	15,7	22	21,9	35	35	35	35	24
6.	<i>Донецкий метал-кий з-д</i>	0,09	0,09	0,1	0,1	0,15	0,15	0,01	0,15	0,15
7.	<i>Енакиевский метал-кий з-д</i>	5,3	8,42	8,42	8,42	8,42	3,61	3,61	8,45	2,87
8.	<i>Жидачевский цел.-бум.к-т</i>	0,07	0,06	0,07	0,07	0,06	0,03	0,03	0,03	0,03
9.	<i>З-д Стеклопластик</i>	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
10.	<i>Западэнерго</i>	24	24	24,5	23,7	23,2	26	25,4	25	25,7
11.	<i>Запорожкокс</i>	1,5	1,5	1,5	1,5	1,1	1,5	1,1	1,1	1,1
12.	<i>Зап.автомобильный з-д</i>	2,9	2,75	2,62	1,85	1,85	1,8	1,73	1,35	1,7
13.	<i>Зап.з-д ферросплавов</i>	0,75	0,74	0,79	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,25
14.	<i>Запорожтрансформатор</i>	0,16	0,17	0,14	0,13	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
15.	<i>Укрречфлот</i>	11	11	10	10	10	10	10	10	10
16.	<i>Укрнафта</i>	24,95	23,9	24	22,2	23	27	22,5	21,9	25
17.	<i>Черкаское химволокно</i>	0,042	0,4	0,4	0,4	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2
18.	<i>Эксимнефтепродукт</i>	4,5	4,5	4,54	4,54	4,56	4,6	4,61	4,61	4,6
19.	<i>Днепроэнерго</i>	75	67	67	65	104	99	97	102	96
20.	<i>Донбассэнерго</i>	6,5	6	6	5,95	5,95	5,25	5,25	5	7,57
21.	<i>Донецккокс</i>	0,06	0,2	0,25	0,25	0,25	0,25	0,26	0,25	0,25
22.	<i>Житомироблэнерго</i>	0,4	0,43	0,48	0,42	0,9	1	1	1	1
23.	<i>Стахановский з-д фер-в</i>	0,46	0,46	0,46	0,5	0,99	0,6	0,6	0,6	0,6
24.	<i>Центрэнерго</i>	1,04	1	1,04	1	1,2	1,3	1,26	1,26	1,35
25.	<i>Днепрооблэнерго</i>	40	61,9	49	30	60	62	63	62	63,9
26.	<i>Бром</i>	1	0,99	1	1	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
27.	<i>Вальса</i>	0,03	0,03	0,05	0,06	0,05	0,05	0,07	0,08	0,08
28.	<i>Закарпатьеоблэнерго</i>	0,39	0,4	0,4	0,4	0,39	0,55	0,54	0,59	0,59
29.	<i>Завалевский графит. к-т</i>	1,5	0,65	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6
30.	<i>Донецкоблэнерго</i>	2,01	3,5	3,98	3,75	3,95	5,85	5	4,85	3,99
31.	<i>Черновцыоблэнерго</i>	0,65	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
32.	<i>Запорожьеоблэнерго</i>	29	38	38	1	1,1	1,2	1,05	1,05	1,2
33.	<i>Здоровье</i>	0,05	0,03	0,03	0,031	0,03	0,032	0,035	0,031	0,034
34.	<i>Азовсталь</i>	0,2	0,2	0,2	0,2	0,16	0,16	0,16	0,16	0,17
35.	<i>Запорожсталь</i>	1,17	0,01	1	1	1	1	1	1	1
36.	<i>Черниговооблэнерго</i>	0,01	0,01	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62
37.	<i>Житомиргаз</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
38.	<i>Белоцерковский элеватор</i>	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
39.	<i>Хмельницкгаз</i>	70	70	70	15	15	15	20	20	20
40.	<i>Гидросила</i>	0,5	0,3	0,3	0,3	0,35	0,36	0,24	0,24	0,24



## Додаток А.5

## Розрахункові дані про ЦП

Таблиця А.3

Середня ціна ЦП за період, грн.

№ п/п	Емітент ЦП	Періоди										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	Авдеевский коксохим. з-д	0,15	0,12	0,16	0,10	0,54	0,18	0,16	0,16	0,16	0,15	0,16
2	Азот	0,95	0,97	0,98	1,00	0,37	1,14	0,43	1,13	0,83	1,05	1,05
3	Днепразот	5,08	5,17	4,81	5,85	8,38	8,34	6,22	5,20	4,03	2,80	0,07
4	Днепровский речной порт	3,18	3,18	3,35	2,37	3,39	3,45	3,40	3,32	3,20	3,17	3,40
5	Днепрошина	13,90	12,12	13,60	13,59	9,75	10,08	11,18	14,65	16,05	18,03	15,57
6	Донецкий метал-кий з-д	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,06
7	Енакиевский метал-кий з-д	1,06	1,06	1,28	1,23	3,18	3,08	1,46	1,46	3,40	3,51	3,51
8	Жидачевский цел.-бум.к-т	0,09	0,09	0,11	0,11	0,09	0,09	0,08	0,05	0,05	0,05	0,05
9	З-д Стеклопластик	0,12	0,12	0,10	0,07	0,05	0,07	0,05	0,05	0,03	0,03	0,03
10	Западэнерго	15,10	17,50	26,05	25,70	24,70	22,50	21,88	21,51	20,48	22,05	22,25
11	Запорожкокс	0,55	0,76	0,80	0,78	0,76	0,76	3,76	3,76	3,76	3,76	0,80
12	Зап.автомобильный з-д	0,29	0,39	2,10	2,26	4,01	3,95	2,74	2,63	2,03	2,19	2,70
13	Зап.з-д ферросплавов	1,15	1,01	1,01	1,06	1,66	1,47	1,10	1,12	0,75	0,81	0,80
14	Запорожтрансформатор	14,48	14,47	16,26	18,56	24,10	23,00	0,22	0,20	0,16	0,17	0,15
15	Укрречфлот	10,25	6,35	6,30	6,40	6,60	6,60	51,60	7,50	8,00	8,25	8,00
16	Укрнафта	19,68	20,38	26,50	28,36	28,85	26,25	26,00	25,35	25,08	24,85	25,00
17	Черкаское химволокно	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
18	Эксимнефтепродукт	1,35	1,35	1,62	1,61	1,62	1,62	1,62	2,23	2,36	2,29	2,26
19	Днепроэнерго	30,83	48,18	90,47	90,67	68,50	68,14	65,50	66,25	58,57	61,00	60,09
20	Донбассэнерго	3,53	3,53	5,75	5,55	5,55	5,55	9,53	8,16	4,01	4,01	4,00
21	Донецкокс	0,08	0,09	0,10	0,10	0,08	0,07	0,06	0,06	0,07	0,05	0,04
22	Житомироблэнерго	0,67	0,81	0,99	0,79	0,65	0,57	0,47	0,40	0,38	0,28	0,25
23	Стахановский з-д фер-в	1,06	0,83	0,60	0,42	0,50	0,48	0,47	0,42	0,33	0,35	0,25
24	Центрэнерго	0,28	0,44	0,98	0,97	1,16	0,92	0,84	0,91	1,02	0,99	0,87
25	Днепрооблэнерго	69,89	66,60	51,44	43,03	32,64	32,49	24,23	24,81	18,23	18,05	7,75
26	Бром	1,10	1,10	0,34	0,33	0,33	0,33	0,60	0,56	0,50	0,50	0,50
27	Вальса	0,12	0,07	0,06	0,04	0,05	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05
28	Закарпатьеоблэнерго	0,23	0,26	0,18	0,17	0,16	0,13	0,14	0,14	0,24	0,25	0,21
29	Завалевский графит. к-т	1,35	1,15	1,16	1,16	1,16	0,96	0,96	0,69	0,69	0,76	0,96
30	Донецкоблэнерго	2,10	1,79	1,09	1,05	1,00	1,06	1,05	1,15	1,11	1,50	1,57
31	Черновцыоблэнерго	0,19	0,19	0,19	0,19	0,43	0,49	0,57	0,65	0,45	0,58	0,41
32	Запорожьеоблэнерго	5,01	13,05	15,01	23,50	24,00	44,15	24,55	22,50	15,00	14,50	15,00
33	Здоровье	0,13	0,13	0,13	0,13	0,08	0,08	0,06	0,03	0,03	0,03	0,03
34	Азовсталь	0,15	0,65	1,15	1,15	1,15	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
35	Запорожсталь	0,55	0,51	0,61	0,61	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,60	0,64
36	Черниговооблэнерго	0,38	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
37	Житомиргаз	78,50	85,00	87,50	87,50	87,50	87,50	87,50	87,50	0,01	0,01	0,01
38	Белоцерковский элеватор	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,01
39	Хмельницкгаз	38,00	42,50	42,50	40,00	37,50	37,50	37,50	37,50	37,50	37,50	35,01
40	Гидросила	0,20	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,13	0,13	0,10	0,10

Додаток А.6  
Розрахункові дані про ЦП

Продовження таблиці А.3

№ п/п	Емітент ЦП	Періоди								
		12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	Авдеевский коксохим. з-д	0,17	0,13	0,54	0,58	0,58	0,58	0,58	0,58	0,58
2	Азот	1,05	1,05	1,11	1,12	0,97	1,10	1,10	1,27	1,00
3	Днепр азот	0,03	0,03	0,03	0,03	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
4	Днепровский речной порт	3,25	3,24	3,15	3,13	3,01	3,05	2,97	2,91	2,94
5	Днепрошина	10,35	10,35	14,33	20,60	28,34	30,00	30,00	30,00	19,82
6	Донецкий метал-кий з-д	0,06	0,06	0,06	0,06	0,08	0,08	0,01	0,08	0,08
7	Енакиевский метал-кий з-д	3,15	4,71	4,71	4,71	4,71	1,85	1,85	4,88	1,66
8	Жидачевский цел.-бум.к-т	0,05	0,04	0,04	0,04	0,04	0,02	0,02	0,02	0,02
9	З-д Стеклопластик	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
10	Западэнерго	21,25	21,00	21,25	21,35	22,80	25,15	24,45	23,75	24,85
11	Запорожжкокс	0,80	0,80	0,80	0,76	0,60	0,80	0,60	0,60	0,60
12	Зап.автомобильный з-д	2,61	1,93	1,86	1,28	1,03	1,15	1,02	0,98	0,98
13	Зап.з-д ферросплавов	0,63	0,55	0,45	0,15	0,15	0,15	0,15	0,14	0,15
14	Запорожтрансформатор	0,14	0,13	0,11	0,10	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
15	Укрречфлот	8,50	7,00	6,50	6,50	6,50	6,50	5,50	5,18	5,20
16	Укрнафта	23,68	23,08	23,15	21,85	22,55	24,61	21,88	21,60	24,50
17	Черкасское химволокно	0,03	0,21	0,21	0,21	0,26	0,11	0,11	0,11	0,11
18	Эксимнефтепродукт	2,26	2,26	2,29	2,29	2,30	2,31	2,32	2,32	2,31
19	Днепроэнерго	61,00	57,83	57,41	62,21	96,34	93,69	85,38	92,85	87,96
20	Донбассэнерго	3,75	3,50	3,50	3,48	3,73	3,33	3,78	3,78	7,04
21	Донецккокс	0,04	0,13	0,16	0,16	0,16	0,16	0,17	0,17	0,17
22	Житомироблэнерго	0,21	0,24	0,27	0,22	0,46	0,51	0,51	0,51	0,51
23	Стахановский з-д фер-в	0,26	0,24	0,24	0,26	0,52	0,35	0,33	0,33	0,33
24	Центрэнерго	0,99	0,96	0,99	0,97	1,13	1,27	1,17	1,16	1,30
25	Днепрооблэнерго	22,28	31,95	26,12	17,26	31,39	31,34	31,51	31,01	32,48
26	Бром	0,51	0,50	0,51	0,51	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
27	Вальса	0,02	0,02	0,03	0,04	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05
28	Закарпатьеоблэнерго	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21	0,28	0,30	0,32	0,32
29	Завалевский графит. к-т	0,76	0,33	0,82	0,82	0,82	0,81	0,81	0,81	0,81
30	Донецкоблэнерго	1,26	2,63	3,57	3,60	3,48	4,68	3,75	4,08	3,25
31	Черновцыоблэнерго	0,43	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
32	Запорожьеоблэнерго	18,00	22,50	22,00	0,58	0,68	0,73	0,65	0,66	0,61
33	Здоровье	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,02	0,03
34	Азовсталь	0,13	0,13	0,12	0,13	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11
35	Запорожсталь	0,61	0,31	0,80	0,80	0,80	0,60	0,80	0,80	0,80
36	Черниговооблэнерго	0,03	0,03	0,34	0,32	0,32	0,34	0,34	0,34	0,34
37	Житомиргаз	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
38	Белоцерковский элеватор	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
39	Хмельницкгаз	35,50	35,50	35,50	8,25	8,25	8,50	11,00	11,00	11,00
40	Гидросила	0,26	0,16	0,16	0,16	0,19	0,19	0,13	0,13	0,13

## Додаток А.7

## Розрахункові дані про ЦП

Таблиця А.4

## Доходність ЦП за період (частка від одиниці)

№ п/п	Емітент ЦП	Періоди										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	Авдеевський коксо-хім. з-д		-0,2000	0,2917	-0,3548	4,4000	-0,6759	-0,0857	0,0000	-0,0313	-0,0323	0,0667
2	Азот		0,0158	0,0155	0,0153	-0,6332	2,1233	-0,6228	1,6163	-0,2667	0,2727	0,0000
3	Днепразот		0,0167	-0,0687	0,2152	0,4337	-0,0054	-0,2537	-0,1648	-0,2252	-0,3056	-0,9767
4	Дніпровський реч-ной порт		0,0000	0,0551	-0,2925	0,4304	0,0162	-0,0131	-0,0250	-0,0347	-0,0109	0,0742
5	Дніпрошина		-0,1281	0,1222	-0,0004	-0,2829	0,0344	0,1091	0,3104	0,0956	0,1231	-0,1365
6	Донецький мет. з-д		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,1000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1111	0,1000
7	Енакієвський метал-кий з-д		0,0000	0,2075	-0,0430	1,5959	-0,0330	-0,5268	0,0000	1,3368	0,0309	0,0000
8	Жидач.цел.-б.к-т		0,0588	0,1667	0,0000	-0,1429	0,0000	-0,1667	-0,3333	-0,1000	0,1111	-0,1000
9	Стеклопластик		0,0435	-0,1667	-0,3000	-0,2857	0,4000	-0,3571	0,0000	-0,3333	0,0000	0,0000
10	Западэнерго		0,1589	0,4886	-0,0136	-0,0387	-0,0891	-0,0278	-0,0167	-0,0481	0,0767	0,0093
11	Запорожжкокс		0,3727	0,0596	-0,0313	-0,0258	0,0000	3,9735	0,0000	0,0000	0,0013	-0,7872
12	Зап.автомоб. з-д		0,3276	4,4545	0,0738	0,7761	-0,0137	-0,3076	-0,0402	-0,2286	0,0790	0,2357
13	Зап.з-д ферросп-лавов		-0,1179	0,0000	0,0495	0,5660	-0,1175	-0,2491	0,0182	-0,3304	0,0733	-0,0062
14	Запорожтранс-форматор		-0,0007	0,1237	0,1411	0,2988	-0,0456	-0,9904	-0,0909	-0,2000	0,0312	-0,0909
15	Укрречфлот		-0,3805	-0,0079	0,0159	0,0305	0,0000	6,8241	-0,8547	0,0667	0,0313	-0,0303
16	Укрнафта		0,0356	0,3006	0,0700	0,0175	-0,0901	-0,0095	-0,0250	-0,0108	-0,0090	0,0060
17	Черкасское хим-волокно		0,0000	0,0000	0,6667	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2000
18	Ексімнефтепрод		0,0000	0,2007	-0,0062	0,0062	0,0000	0,0000	0,3777	0,0596	-0,0308	-0,0109
19	Дніпроэнерго		0,5629	0,8778	0,0023	-0,2445	-0,0053	-0,0387	0,0115	-0,1159	0,0415	-0,0149
20	Донбассэнерго		0,0000	0,6312	-0,0348	0,0000	0,0000	0,7162	-0,1438	-0,5083	0,0000	-0,0025
21	Донецькокс		0,1333	0,1765	-0,0500	-0,1579	-0,1875	-0,0769	0,0000	0,0833	-0,3077	-0,1111
22	Житомиробленер		0,2015	0,2298	-0,2071	-0,1783	-0,1240	-0,1681	-0,1489	-0,0625	-0,2533	-0,1071
23	Стахановський з-д фер-в		-0,2180	-0,2727	-0,3000	0,1905	-0,0500	-0,0211	-0,1075	-0,2048	0,0606	-0,2857
24	Центрэнерго		0,5714	1,2159	-0,0051	0,1907	-0,2035	-0,0870	0,0774	0,1271	-0,0294	-0,1212
25	Дніпрообленерго		-0,0471	-0,2276	-0,1636	-0,2414	-0,0046	-0,2542	0,0239	-0,2652	-0,0101	-0,5705
26	Бром		0,0000	-0,6909	-0,0441	0,0000	0,0000	0,8462	-0,0750	-0,0991	0,0000	0,0000
27	Вальса		-0,4167	-0,1429	-0,3333	0,1250	-0,1111	-0,1250	0,0000	0,0000	0,2857	0,0000
28	Закарпатьеоблен		0,1556	-0,3269	-0,0571	-0,0606	-0,1613	0,0385	0,0000	0,7778	0,0417	-0,1800
29	Завалевський гра-фит. к-т		-0,1519	0,0131	0,0000	0,0000	-0,1767	0,0000	-0,2827	0,0000	0,1022	0,2649
30	Донецькобленерго		-0,1500	-0,3922	-0,0323	-0,0476	0,0550	-0,0047	0,0952	-0,0391	0,3575	0,0433
31	Черновціобленерго		0,0000	0,0000	0,0000	1,2368	0,1529	0,1633	0,1316	-0,3023	0,2778	-0,2870
32	Запорожсьеобленерго		1,6074	0,1498	0,5661	0,0213	0,8396	-0,4439	-0,0835	-0,3333	-0,0333	0,0345
33	Здоровье		0,0000	0,0000	0,0000	-0,3846	0,0000	-0,3125	-0,4545	0,0000	-0,1667	0,2000
34	Азовсталь		3,3333	0,7692	0,0000	0,0000	-0,8913	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
35	Запорожсталь		-0,0818	0,2079	0,0000	-0,0328	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0085	0,0672
36	Черніговобленерг		-0,9211	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
37	Житомиргаз		0,0828	0,0294	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9999	0,0000	0,0000
38	Белоцер. елеватор		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,7818	0,0000	0,0000	-0,0833	0,0000	-0,8182
39	Хмельницькгаз		0,1184	0,0000	-0,0588	-0,0625	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0665
40	Гидросила		0,3077	0,0196	-0,0192	0,0196	0,0000	-0,0192	-0,4902	-0,0385	-0,2000	-0,0500

## Додаток А.8

## Розрахункові дані про ЦП

## Продовження таблиці А.4

№ п/п	Емітент ЦП	Періоди									Сер. дох-ть
		12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	Авдеевский коксо-хим. з-д	0,0312	-0,2424	3,2800	0,0748	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3433
2	Азот	0,0000	0,0000	0,0571	0,0090	-0,1384	0,1399	0,0000	0,1500	-0,2095	0,1339
3	Днепразот	-0,6154	0,0000	0,0000	0,2000	0,5000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0658
4	Днепровский речной порт	-0,0441	-0,0046	-0,0263	-0,0079	-0,0384	0,0150	-0,0279	-0,0185	0,0103	0,0030
5	Днепрошина	-0,3350	0,0000	0,3845	0,4372	0,3758	0,0588	0,0000	0,0000	-0,3395	0,0436
6	Донецкий мет. з-д	0,0000	0,0000	0,0909	-0,0833	0,4545	0,0000	-0,8750	7,0000	0,0000	0,3525
7	Енакиевский метал-кий з-д	-0,1013	0,4952	0,0000	0,0000	0,0000	-0,6072	0,0000	1,6351	-0,6595	0,1753
8	Жидач.цел.-б.к-т	0,0000	-0,1111	0,0000	0,0000	-0,1250	-0,4286	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0616
9	Стеклопластик	-0,1667	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0614
10	Западэнерго	-0,0449	-0,0118	0,0119	0,0047	0,0679	0,1031	-0,0278	-0,0286	0,0463	0,0326
11	Запорожжкокс	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0563	-0,2053	0,3333	-0,2500	0,0000	0,0000	0,1781
12	Зап.автомоб. з-д	-0,0352	-0,2610	-0,0338	-0,3145	-0,1961	0,1220	-0,1174	-0,0394	0,0000	0,2359
13	Зап.з-д ферросла-вов	-0,2188	-0,1280	-0,1835	-0,6742	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0345	0,0714	-0,0674
14	Запорожтрансфо-рматор	-0,0667	-0,1071	-0,1200	-0,1364	0,5789	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0355
15	Укррефлот	0,0625	-0,1765	-0,0714	0,0000	0,0000	0,0000	-0,1538	-0,0591	0,0048	0,2790
16	Укрнафта	-0,0530	-0,0253	0,0033	-0,0562	0,0320	0,0911	-0,1110	-0,0126	0,1343	0,0152
17	Черкаское химво-локно	-0,1333	6,8846	0,0000	0,0000	0,2439	-0,5882	0,0000	0,0000	0,0000	0,3828
18	Эксімнефтепрод	0,0002	0,0009	0,0099	0,0000	0,0044	0,0083	0,0030	-0,0004	-0,0030	0,0326
19	Днепроэнерго	0,0151	-0,0520	-0,0073	0,0836	0,5486	-0,0275	-0,0888	0,0875	-0,0527	0,0833
20	Донбассэнерго	-0,0625	-0,0667	0,0000	-0,0071	0,0719	-0,1074	0,1353	0,0000	0,8636	0,0782
21	Донецккокс	-0,1250	2,5714	0,2800	0,0000	0,0000	0,0000	0,0313	0,0000	0,0000	0,1189
22	Житомироблэнер	-0,1800	0,1707	0,1042	-0,1887	1,1163	0,1099	0,0000	0,0000	0,0000	0,0165
23	Стахановский з-д фер-в	0,0400	-0,0962	0,0000	0,0851	1,0392	-0,3269	-0,0714	0,0000	0,0000	-0,0284
24	Центрэнерго	0,1379	-0,0303	0,0313	-0,0253	0,1658	0,1244	-0,0791	-0,0043	0,1207	0,1146
25	Днепрооблэнерго	1,8748	0,4340	-0,1825	-0,3394	0,8192	-0,0018	0,0054	-0,0159	0,0476	0,0464
26	Бром	0,0100	-0,0099	0,0100	0,0000	-0,0099	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0033
27	Вальса	-0,5556	0,0000	0,5000	0,1667	-0,1429	0,0000	0,3333	0,1250	0,0000	-0,0154
28	Закарпатьеоблэн	-0,0244	0,0250	0,0000	0,0244	-0,0238	0,3659	0,0536	0,0847	0,0000	0,0386
29	Завалевский гра-фит. к-т	-0,2094	-0,5629	1,4697	0,0000	0,0000	-0,0123	0,0000	0,0000	0,0000	0,0239
30	Донецкоблэнерго	-0,1981	1,0916	0,3581	0,0098	-0,0347	0,3453	-0,1979	0,0867	-0,2037	0,0601
31	Черновцыоблэнерго	0,0366	-0,9765	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0228
32	Запорожьеоблэнер-го	0,2000	0,2500	-0,0222	-0,9739	0,1739	0,0741	-0,1034	0,0077	-0,0763	0,0976
33	Здоровье	0,0000	-0,3333	0,0000	0,1500	-0,0217	0,0889	0,0816	-0,0755	0,0612	-0,0614
34	Азовсталь	0,0000	0,0000	-0,0800	0,1304	-0,1154	0,0435	0,0000	0,0000	-0,0833	0,1635
35	Запорожсталь	-0,0394	-0,5000	1,6230	-0,0063	0,0063	-0,2500	0,3333	0,0000	0,0000	0,0703
36	Черниговоблэнерг	0,0000	0,0000	10,1667	-0,0597	0,0000	0,0794	0,0000	0,0000	0,0000	0,4876
37	Житомиргаз	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0467
38	Белоцер. елеватор	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0886
39	Хмельницкгаз	0,0141	0,0000	0,0000	-0,7676	0,0000	0,0303	0,2941	0,0000	0,0000	-0,0262
40	Гидросила	1,6842	-0,3922	0,0000	0,0000	0,2097	0,0267	-0,3117	-0,0189	0,0000	0,0383