ТЕМА 8. ІНДЕКСИ

8.1. Поняття індексу. Основні елементи індексу.
8.2. Класифікація індексів.
8.3. Взаємозв’язок між індексами.

8.1. Поняття індексу. Основні елементи індексу

Індекс (*index*) латинського походження і перекладає ться як покажчик, показник. В статистиці **індекс** – це показник відносної зміни даного рівня досліджуваного явища в порівнянні з іншим його рівнем, прийнятим за базу порівняння. Індекси є інструментом дослідження в тих випадках, коли необхідно порівняти в часі або просторі дві сукупності, елементи яких безпосередньо підсумувати не можна. *Наприклад*, необхідно оцінити зростання заробітної плати працівників підприємства в поточному періоді в порівнянні з базисним. Така сукупність є однорідною, і тому правомірно підсумувати заробітну плату працівників в кожному періоді, розрахувати середні значення і порівняти їх, поділивши одну середню на іншу. *Розглянемо інший приклад*: необхідно оцінити зростання роздрібних цін. Тут неправомірно підсумовувати ціни на різнорідні товари, які можуть вимірюватися в різних одиницях, а також розраховувати будь-які середні показники. У подібних випадках застосовуються індекси.

Індексний метод спрямований на вирішення наступних **завдань**:

– характеристика загальної зміни рівня складного соціально-економічного явища;

– аналіз впливу кожного з факторів на зміну величини, що індексується, шляхом виключення впливу інших факторів;

– аналіз впливу структурних зрушень на зміну величини, що індексується.

Для визначення індексу треба зробити зіставлення не менше двох величин. При вивченні динаміки соціально-економічних явищ порівнювана величина (чисельник індексного відношення) приймається за поточний (чи звітний) період, а величина, з якою проводиться порівняння, – за базисний (плановий) період.

Результат розрахунку індексу може виражатися в коефіцієнтах або відсотках (наприклад, індекс цін дорівнює 1,1 або 110 %, означає, що ціни зросли на 10 %).

Основними елементами індексу є:

1) *Власне індекс:* індивідуальний (прийнято позначати i) або складний (I);

2) *Совимірювач* (в якості совимірювача можуть виступати ознаки, які мають об'ємний (кількісний) або якісний зміст);

3) *Ваги* (в якості ваг також можуть виступати кількісні (об'ємні) і якісні показники);

4) *Індексована величина* – це значення ознаки статистичної сукупності, зміна якої є об'єктом вивчення. Наприклад, при вивченні зміни цін індексованою величиною є ціна одиниці товару p, при вивченні зміни фізичного обсягу товарної маси в якості індексованої величини виступають дані про кількість товарів в натуральному вимірі q.

Основними елементами індивідуального індексу є:

1) *власне індекс:*

– індивідуальний індекс фізичного обсягу продукції:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}; \tag{8.1}$$

– індивідуальний індекс цін:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}; \tag{8.2}$$

2) *індексована величина* (для 1-го індексу – кількість товару в натуральному вимірі q, для 2-го індексу – ціна одиниці товару p). Знак внизу праворуч означає період: 0 – базисний, 1 – звітний.

Наприклад, якщо ціна товару А в поточному періоді становила 300 грн., а в базисному – 250 грн., то індивідуальний індекс ціни дорівнюватиме:

$$i_p = \frac{300}{250} = 1{,}2 \text{ або } 120\ \%$$

Аналогічно, якщо обсяг виробленої продукції в поточному періоді становив 75 тис. од., а в базисному – 150 тис. од., то індивідуальний індекс обсягу продукції дорівнюватиме:

$$i_q = \frac{75}{150} = 0,5 \text{ або } 50\ \%$$

У тих випадках, коли досліджуються не поодинокі об’єкти, а ті, що складаються з декількох елементів сукупності, використовуються зведені індекси. Вихідною формою зведеного індексу є **агрегатна**.

При побудові складних індексів, що відображають вплив об’ємного (кількісного) показника на зміну складного суспільного явища, основними елементами індексу є:

1) *власне індекс:*

– індекс фізичного обсягу продукції (в агрегатній формі):

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}; \qquad (8.3)$$

2) *індексовані величини* q_1 і q_0;

3) *совимірювач* – в якості совимірювача виступають незмінні ціни базисного періоду p_0.

При побудові складного індексу, що відображає вплив якісного показника на зміну складного суспільного явища, основними елементами індексу є:

1) *власне індекс:*

– індекс цін (в агрегатній формі):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \qquad (8.4)$$

2) *індексовані величини* p_1 і p_0;

3) *ваги* – в якості яких виступають дані про обсяги продукції в поточному (звітному) періоді q_1.

Наведемо приклад розрахунку та економічної інтерпретації агрегатних індексів (табл. 8.1):

Загальний агрегатний індекс ціни:

$$I_p = \frac{37200}{28000} = 1,33 \text{ або } 133\ \%$$

Таблиця 8.1 – **Розрахунок агрегатних індексів**

Товар	Ціна, грн.		Кількість, шт.		p_0q_0	p_0q_1	p_1q_1
	І квартал (p_0)	ІІ квартал (p_1)	І квартал (q_0)	ІІ квартал (q_1)			
А	170	210	70	80	11900	13600	16800
Б	190	280	90	60	17100	11400	16800
В	150	180	40	20	6000	3000	3600
–	–	–	–	–	35000	28000	37200

Загальний агрегатний індекс фізичного обсягу:

$$I_p = \frac{28000}{35000} = 0{,}80 \text{ або } 80\,\%$$

Отже, за трьома товарами ціни в середньому зросли на 33 %, кількість проданих одиниць (фізичний обсяг) зменшився в середньому на 20 %.

8.2. Класифікація індексів

У статистиці індекси класифікуються за рядом ознак:

1) ступенем охоплення явища;
2) базою порівняння;
3) формою побудови;
4) складом явища;
5) змістом індексованих величин.

1. За ступенем охоплення явища індекси поділяються на:

1. *індивідуальні* – вони характеризують зміну окремих одиниць досліджуваної сукупності (i_q, i_p);
2. *зведені* – це складні індекси і вони можуть бути:

а) загальними – виражають узагальнюючі результати спільної зміни всіх одиниць, які утворюють сукупність;

б) груповими (субіндекси) – охоплюють тільки частину (групу) одиниць у досліджуваній сукупності.

Прикладом складного індексу може бути індекс вартості продукції, який характеризує зміну вартості продукції в звітному періоді в порівнянні з базисним за рахунок зміни q і p:

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}. \tag{8.5}$$

На основі даних табл. 8.1 індекс вартості продукції дорівнює:

$$I_{qp} = \frac{37200}{35000} = 1{,}06 \text{ або } 106\,\%$$

2. За базою порівняння розрізняють:

*1) **Динамічні індекси*** – використовуються для характеристики темпів змін суспільних явищ в динаміці. Ці індекси, в свою чергу, поділяються на базисні і ланцюгові.

Базисними називають індекси, при обчисленні яких дані всіх періодів порівнюються з одним періодом, взятим за базу, зазвичай з початковим періодом.

Ланцюговими називають індекси, при обчисленні яких дані кожного періоду порівнюються з даними попередніх періодів. У ланцюгових індексах база змінна.

Базисні і ланцюгові індекси можуть бути індивідуальними і загальними. Індивідуальні базисні і ланцюгові індекси являють собою різновид базисних і ланцюгових відносних величин динаміки – і способи їх розрахунку тому є тотожними. Обчислення загальних (базисних і ланцюгових індексів) має свої особливості. Розрізняють загальні (базові і ланцюгові) індекси з постійними і змінними вагами. При обчисленні індексів з постійними вагами в якості ваг для всього ряду приймаються совимірювач будь-якого періоду (наприклад, загальні базові індекси фізичного обсягу продукції з постійними вагами (в цінах 2018 року – p_0):

$$I_q^{19/18} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0};\ I_q^{20/18} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Загальні ланцюгові індекси фізичного обсягу продукції з постійними вагами (в цінах 2018 року – p_0):

$$I_q^{19/18} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0};\ I_q^{20/19} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}.$$

При обчисленні індексів зі змінними вагами в якості ваг кожного разу приймаються совимірювачі іншого періоду (наприклад, загальні ланцюгові індекси цін зі змінними вагами):

$$I_p^{19/18} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1};\ I_p^{20/19} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}.$$

2) ***Індекси виконання планових завдань***. При їх побудові необхідно врахувати планове завдання і фактичне його виконання. Так, для визначення рівня виконання планового завдання реалізації товарів зіставляються сума фактичного продажу товарної маси в звітному періоді $\Sigma q_1 p_1$ і величина планового завдання продажу товарів в тих же цінах звітного періоду $\Sigma q_{пл} p_1$:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_{пл} p_1}. \quad (8.6)$$

3) ***Територіальні індекси***. У статистичному аналізі часто виникає потреба в зіставленні рівнів складних соціально-економічних явищ у просторі: за підприємствами, районами, містами, областями, регіонами, країнами, тобто в обчисленні *територіальних індексів*. Узагальнюючі показники, які характеризують співвідношення рівнів складних соціально-економічних явищ у просторі, тобто в розрізі територій і об’єктів, називають **територіальними** індексами.

Загальні принципи побудови індексів при територіальних порівняннях багато в чому подібні вивченню складних статистичних сукупностей у часі.

Разом з тим побудова територіальних індексів має свою специфіку і певні труднощі порівняно з динамічними індексами. Якщо, наприклад, потрібно порівняти між собою два райони (район А і район В), щоб визначити в якому з них вищий рівень цін на ринках, то відразу ж виникає дві проблеми: що взяти за базу порівняння і ваги-совимірювачі індексу.

Вибір бази порівняння залежить від цілей і завдань дослідження. При порівнянні двох сукупностей будь-яка з них може бути взята за базу порівняння. В разі, якщо один з районів є передовим (низька собівартість, висока продуктивність праці і рентабельність виробництва тощо), порівняння з ним може мати рацію. В решті випадків для одержання об'єктивних висновків щодо міри відмінностей територіальні індекси мають бути обчислені як з вагами сукупності, взятою за базу порівняння, так і з вагами порівнюваної сукупності.

При динамічних порівняннях за ваги в агрегатному індексі цін беруть кількість виробленої продукції у звітному періоді. Але при територіальних порівняннях поняття «звітний період» і «базисний період» мають умовне значення. Якщо порівнювати район А з районом В, то базою буде рівень цін в районі В, а за ваги треба брати кількість продукції в районі А.

У цьому випадку індекс цін матиме вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A}. \tag{8.7}$$

Проте зовсім не обов'язково порівнювати район А з районом В. На тій самій підставі можна порівнювати район В з районом А. При такому зіставленні базою буде рівень цін району А, а вагою «звітного періоду» – кількість продукції району В. Отже, індекс цін повинен мати такий вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_B q_B}{\sum p_A q_B}. \tag{8.8}$$

Наприклад, за даними табл. 8.2 потрібно визначити, в якому з двох населених пунктів і наскільки вищим є рівень цін на ринках.

Таблиця 8.2 – **Ціни і кількість продукції, проданої на ринках двох населених пунктів**

Продукція	Пункт *A*		Пункт *B*	
	продано, т	ціна 1 кг, грн.	продано, т	ціна 1 кг, грн.
	q_A	p_A	q_B	p_B
Помідори	250	28	300	23
Картопля	60	21	50	17

Якщо в індексі цін фіксувати ваги того пункту, який порівнюється з іншим, то можна побудувати і обчислити два індекси:

$$I_p = \frac{28 \cdot 250 + 21 \cdot 60}{23 \cdot 250 + 17 \cdot 60} = 1{,}22 \text{ або } 122\ \%$$

Тобто стосовно складу продукції, проданої в пункті А, рівень цін в пункті А порівняно з пунктом В є вищим на 22 %.

Однак, порівнюючи ціни пункту В з цінами пункту А, дістанемо:

$$I_p = \frac{23 \cdot 300 + 17 \cdot 50}{28 \cdot 300 + 21 \cdot 50} = 0{,}82 \text{ або } 82\ \%$$

Тобто стосовно складу продукції, проданої в пункті В, ціни в цьому пункті нижчі, чим в пункті А на 18%.

Таким чином, в кожному пункті рівень цін виявляється різним, якщо відношення рівнів цін вимірювати стосовно кола продукції порівнюваного пункту.

Такі відмінності в територіальних індексах виникають внаслідок того, що порівнювані сукупності відрізняються за структурою виробництва, посівів, стада, складу працівників тощо. В цих випадках для одержання об'єктивних висновків і однозначної відповіді потрібно здійснити вирівнювання сукупностей за структурою. В теорії і практиці статистики пропонуються різні способи розв'язання цієї проблеми, в тому числі ***спосіб стандартних ваг.*** Цей спосіб полягає в тому, що значення індексованої величини зважується не за вагами будь-якого територіального підрозділу, а за вагами області, економічного району, країни, в яких знаходяться порівнювані райони.

В нашому прикладі за ваги можна використати кількість проданої продукції в населених пунктах А і В в цілому ($q = q_A + q_B$):

$$I_q = \frac{\sum p_A q}{\sum p_B q} \tag{8.9}$$

Тоді, який би район не був взятий за базу порівняння, результати не будуть заперечувати один одному. Так, в нашому прикладі дістанемо:

$$I_p = \frac{28 \cdot (250 + 300) + 21 \cdot (60 + 50)}{23 \cdot (250 + 300) + 17 \cdot (60 + 50)} = 1{,}22 \text{ або } 122\ \%$$

Отже, стосовно кола продукції, проданої в обох пунктах в цілому, рівень цін в пункті А на 22 % вищий, ніж в пункті В.

3. За формою побудови загальні індекси поділяють на:

1) *агрегатні індекси;*

2) *середні індекси.*

Основною формою загальних індексів є агрегатні індекси. Агрегатним він називається тому, що чисельник і знаменник його представляють набір різнорідних елементів. Агрегатний індекс розраховується як відношення суми добутку індексованих величин порівнюваних періодів на ваги (величини, за допомогою яких підсумовуються різнорідні елементи).

До агрегатних індексів відносяться індекс фізичного обсягу продукції:

а) індекс фізичного обсягу продукції в порівнянних (базисних цінах):

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}. \tag{8.10}$$

При різниці чисельника і знаменника індексу отримуємо абсолютний приріст суми товарообігу в поточному періоді в порівнянні з базисним періодом в порівнянних (базисних) цінах за рахунок зміни фізичного обсягу реалізованої продукції:

$$\Sigma\Delta_{qp(\mathrm{Q})} = \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_0; \tag{8.11}$$

б) індекс фізичного обсягу продукції в цінах поточного періоду

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}. \tag{8.12}$$

При різниці чисельника і знаменника індексу отримуємо абсолютний приріст фактичного товарообігу в поточному періоді в порівнянні з розрахунковим при продажу кількості товарів базисного періоду за цінами поточного періоду:

$$\Sigma\Delta_{qp(\mathrm{Q})} = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_0 p_1; \tag{8.13}$$

– індекс цін:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \qquad (8.14)$$

Показник абсолютного приросту товарообігу за рахунок фактора зміни цін у поточному періоді в порівнянні з базисним періодом визначається як різниця між чисельником і знаменником індексу: $\Sigma\Delta_{qp\ (p)} = \Sigma p_1 q_1 - \Sigma p_0 q_1$, Тобто зміна цін на даний асортимент товарів у середньому зумовила зміну (збільшення / зменшення) обсягу товарообігу в поточному періоді;

– індекс вартості продукції:

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}. \qquad (8.15)$$

Абсолютний приріст суми товарообігу за рахунок сукупної дії факторів кількості (q) і цін (p) визначається за формулою:

$$\sum \Delta_{qp}(qp) = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0\ ; \qquad (8.16)$$

$$\sum \Delta_{qp}(qp) = \sum \Delta_{qp}(q) + \sum \Delta_{qp}(p). \qquad (8.17)$$

Таким чином, для обчислення агрегатного індексу необхідні два види показників: індексовані величини та ваги. Але практично ці показники є не завжди. У таких випадках агрегатні індекси перетворюються в середні індекси: середній арифметичний або середній гармонійний.

Перетворимо агрегатний індекс фізичного обсягу продукції у **середньоарифметичний**. Як відомо, формула індексу фізичного обсягу продукції має вигляд (8.6):

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Для перетворення використовуємо індивідуальний індекс індексованої величини $i_q = \frac{q_1}{q_0}$, звідси $q_1 = i_q q_0$. Замінивши у формулі агрегатного індексу фізичного обсягу продукції q_1 на $i_q q_0$, отримаємо формулу середньоарифметичного індексу фізичного обсягу:

$x_1, x_2, \dots, n$

$$\frac{1}{x_г} = \frac{1}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \qquad (8.18)$$

Для перетворення агрегатного індексу цін у **середній гармонійний** використовуємо індивідуальний індекс індексованої величини $i_p = \frac{p_1}{p_0}$, звідси $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$.

Замінивши у формулі агрегатного індексу цін $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ p_0 рівною їй величиною $\frac{p_1}{i_p}$, отримаємо формулу середнього гармонійного індексу цін:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}. \qquad (8.19)$$

4. За складом явища індекси бувають:

– *постійного (фіксованого) складу;*

– *змінного складу*.

Часто за допомогою індексів вивчають динаміку середніх показників. Зміна середньої величини від того чи іншого показника залежить: а) від зміни значення кожної окремої одиниці досліджуваного явища; б) від зміни структури явища (наприклад, середня ціна продажу товару залежить від рівня цін на товар і його питомої ваги в обсязі продажів; середнє зростання врожайності зернових культур залежить від підвищення врожайності кожної окремої культури і від збільшення її питомої ваги в загальній площі більш врожайних культур).

Індекс, що характеризує спільний вплив зазначених факторів (в якому змінюються обидві ці величини), називається індексом змінного складу:

$$I_{зм.с.} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}, \qquad (8.20)$$

де $\bar{x}_0$ – усереднена ознака;

f – вага (частка) досліджуваної ознаки.

Наприклад, індекс середніх цін:

$$I_{\bar{p}}^{qp} = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}. \qquad (8.21)$$

Індекс, що характеризує вплив тільки індексованої величини (в якому змінюється тільки ця величина), називається індексом постійного складу:

$$I_{\text{пост.с.}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}. \qquad (8.22)$$

Наприклад, індекс середніх цін постійного складу:

$$I_{\bar{p}}^{p} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \qquad (8.23)$$

Щоб вивчити вплив зміни структури на зміну середньої величини, обчислюють індекс структурних зрушень:

$$I_{\text{стр}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\sum x_0 d_1}{\sum d_1} : \frac{\sum x_0 d_0}{\sum d_0}, \qquad (8.24)$$

де d – частка (питома вага) продукції в загальному обсязі.

Наприклад, індекс впливу структурних зрушень в реалізованій продукції на зміну середньої ціни:

$$I_{\bar{p}}^{q} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_0 d_1}{\sum d_1} : \frac{\sum p_0 d_0}{\sum d_0}. \qquad (8.25)$$

5. За змістом індексованих величин розрізняють:

– індекси кількісних (екстенсивних) показників;

– індекси якісних (інтенсивних) показників.

До кількісних показників відносяться: індекси фізичного обсягу продукції; індекси обсягу споживання; обсягу національного доходу тощо. До якісних відносяться: індекси цін; індекси собівартості продукції; трудомісткості; продуктивності праці тощо.

8.3. Взаємозв'язок між індексами

Взаємозв'язок між індексами може виглядати як:

1) добуток загальних ланцюгових індексів, який дає базисний індекс останнього періоду. Нехай ми маємо 3 періоди 2017, 2018, 2019:

$$I_q^{17/18} \cdot I_q^{19/18} = I_q^{19/17} . \tag{8.26}$$

Цей взаємозв'язок має місце лише в ланцюгових індексах фізичного обсягу (індексах з постійними вагами). В індексах цін, так само і в інших індексах зі змінними вагами, такого взаємозв'язку немає.

2) відношення подальшого базисного індексу до попереднього дорівнює ланцюговому індексу наступного періоду:

$$I_q^{19/17} \div I_q^{18/17} = I_q^{19/18} . \tag{8.27}$$

3) індекс вартості продукції у фактичних цінах (I_{qp}), який дорівнює добутку індексу фізичного обсягу (I_q) на індекс цін (I_p):

$$I_q \cdot I_p = I_{qp} . \tag{8.28}$$

4) індекс зміни середньої величини ($I_{\text{пер}}$), який дорівнює добутку індексу в незмінній структурі ($I_{\text{пост}}$) на індекс, що відображає вплив зміни структури явища на динаміку середньої величини ($I_{\text{стр}}$):

$$I_{\text{стр}} \cdot I_{\text{пост}} = I_{\text{пер}} \text{ або } I_{\bar{p}} = I_{\bar{p}}^{p} \cdot I_{\bar{p}}^{q} . \tag{8.29}$$

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. Статистичними індексами називають:

а) абсолютні величини, що характеризують розміри суспільних явищ;

б) відносні показники, що характеризують співвідношення явищ у часі, просторі чи порівняно з планом;

в) відносні величини структури, що характеризують співвідношення частини сукупності до всієї сукупності;