

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРИКЛАДНОЇ ДИНАМІКИ МАШИН

Коливання й удар в елементах конструкцій металургійних машин

У курсі «Динаміка та міцність машин» будуть розглядатися переважно механічні коливання.

Механічні коливання – коливання в часі яких-небудь механічних величин: кінематичних (координат крапок тіла або деформацій) або динамічних (сил, моментів, напруг).

Коли мова йде про коливання механічних величин, часто користуються терміном вібрація. При цьому звичайно мають на увазі переміщення крапок коливального тіла, що обумовлено деформаціями й мало в порівнянні з розмірами тіла. Нерідке подання про вібрації також зв'язують із відносно високою частотою коливального процесу.

Механічний удар – сукупність швидкоплинних явищ, що виникають через короткочасну дію досить великих сил. Для удару характерні різкі зміни швидкостей крапок тіла.

Проблеми, пов'язані з механічними ударами й коливаннями, виникають у безлічі різних практичних ситуацій. Однак між зовні різними ситуаціями існує їхня внутрішня спільність, що є основою для єдиних теоретичних підходів.

Теоретичні підходи вказують шляхи для зниження шкідливого впливу коливань й ударів на працездатність машин.

Можна виділити наступні основні типи явищ:

- вільні коливання – коливання, чинені механічною системою, позбавленої припливу енергії ззовні, якщо система виведена зі стану стійкої рівноваги, а потім надана самої собі;
- критичні стани, пов'язані із втратою стійкості рівноважного стану при певних значеннях параметрів системи (наприклад, що обертаються пружні вали при певних кутових швидкостях);
- змушені коливання – коливання, що виникають внаслідок дії на механічну систему зовнішніх сил, заданим образом мінливих у часі незалежно від руху системи (сил, що змушують);
- параметричні коливання – коливання, що відбуваються поблизу рівноважного стани системи внаслідок заданої періодичної зміни її параметрів;
- автоколивання – стійкі коливальні процеси, підтримувані за рахунок джерел енергії не коливального характеру, при цьому сили, які підводяться до системи від таких джерел, міняються в часі залежно від руху системи й при відсутності руху вони дорівнюють нулю;
- ударні швидкоплинні явища – кінематика їх характеризується різкими змінами швидкостей, а динаміка – виникненням, а потім зникненням досить великих ударних сил.

Також можна додатково виділити вид коливальних явищ у механічній системі, названий перехідним процесом. Перехідні процеси спостерігаються при несталих режимах роботи, таких як запуск двигуна, додаток і скидання навантаження, а також переходи з одного сталого процесу на інший.

Основні закони динаміки

Динаміка – розділ теоретичної механіки, у якому вивчаються рухи матеріальних тіл залежно від сил, їх зухвалих.

У статиці вивчаються завдання про приведення системи сил до найпростішого виду й відносному спокої матеріальних тел.

У кінематиці розглядаються завдання про геометричні характеристики механічного руху.

В основі динаміки лежать фізичні закони, підтверджені багатовіковою практичною діяльністю людини.

Закон I (закон інерції) – ізольована матеріальна крапка зберігає свою швидкість незмінної по абсолютній величині й по напрямку.

Цей закон затверджує існування інерційних систем.

Система відліку називається інерційною, якщо ізольована матеріальна крапка стосовно цієї системи перебуває в спокої або рухається прямолінійно й рівномірно.

Ізольованою точка вважається, коли діями на неї всіх інших матеріальних точок можна зневажити.

Інертність - властивість матеріального тіла, що проявляється в збереженні руху, чиненого їм при відсутності діючих сил, і в поступовій зміні цього руху із часом, коли на тіло починають діяти сили.

Закон II (основний закон динаміки) – прискорення, повідомлюване матеріальній крапці прикладеної до неї силою, має напрямок сили й по модулі пропорційно силі: $F = ma$.

Сила – кількісна міра впливів матеріальних тіл.

Сили характеризуються не швидкостями крапок, а зміною швидкостей (прискоренням) a . З аналізу основного закону динаміки треба, що при $F=0$ прискорення відсутнє.

Маса m характеризує ступінь опірності матеріальної крапки зміні її швидкості, тобто є мірою інертності матеріальної крапки.

Закон III (закон рівності дії й протидії) – сили, з якими два тіла діють один на одний, рівні по модулю й спрямовані в протилежні сторони по одній прямій.

Закон IV (закон незалежності дії сил) – при одночасній дії декількох сил прискорення матеріальної крапки а дорівнює векторній сумі прискорень, які мала б ця крапка при дії кожної із сил окремо:

$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n, \quad (2.1)$$

де $a_1 = F_1 / m$; $a_2 = F_2 / m$; ...; $a_n = F_n / m$.

222.1 Схематизація механічної системи

Важливим етапом, що передує теоретичному вивченню динамічних процесів, що відбуваються в реальній механічній системі, є схематизація цієї системи.

Схематизація реальної механічної системи полягає у виборі ідеалізованої фізичної моделі, що правильно відображає поведінку цієї системи при вивченні певного класу явищ.

Розрізняють два види фізичних моделей: динамічні й статистичні.

При дослідженні фізичних процесів на основі динамічних моделей зневажають всіма статистичними явищами в досліджуваній системі:

- всі параметри динамічної моделі мають фіксовані, цілком певні значення;
- математичним залежностям (динамічним законам), одержуваним на основі динамічної моделі, надається зміст достовірних кількісних характеристик стану системи.

Статистичні моделі використовуються для обліку випадкових процесів, що відбуваються в механічній системі. Їх одержують безпосередньо на основі динамічної моделі відповідної системи.

Облік всіх факторів, що впливають на динамічні властивості системи, приводить до динамічної моделі такої складності, що математичний опис такої системи нездійсненно. Тому на практиці реальну механічну систему спрощують і враховують лише фактори, що роблять найбільш істотний вплив на динамічні властивості системи. Спрощення динамічної моделі зв'язують із поняттям коректності моделі.

Коректна модель – максимально припустима по простоті модель, що правильно відображає тієї особливості динамічного поведінки реальної системи, які підлягають вивченню.

Допустимість прийнятих ідеалізацій оцінюється зіставленням результатів теоретичних й експериментальних досліджень.

Досвід експериментально-теоретичних досліджень динамічних процесів у механічних системах металургійного устаткування показав, що для цих систем задовільними є два види схематизації:

- 1) динамічні моделі або схеми із зосередженими параметрами (дискретні моделі);
- 2) динамічні моделі або схеми з розподіленими параметрами (безперервні моделі).

Перший вид схематизації має на увазі можливість таких ідеалізацій: зосереджена маса – матеріальна крапка, що має кінцеву масу або масовий момент інерції; зосереджена сила – сила, що діє в крапці; пружний механічний зв'язок – зв'язок, представлений у вигляді безінерційного з'єднання.

Другий вид схематизації заснований на допустимості ідеалізованого подання реальної механічної системи у вигляді одне-, дво- або тривимірних упругоінерційних суцільних середовищ, властивості якої визначаються методами теорії пружності й пластичності.

Суцільне середовище – якась субстанція, що безупинно заповнює обсяг досліджуваної механічної системи. Суцільне середовище зберігає основні властивості системи, крім атомарної будови, мікро- і макроструктури.

Така ідеалізація дозволяє використати диференціальне й інтегральне виражування.

При дослідженні динамічних процесів у приводах металургійного устаткування, як правило, використовується схематизація першого виду.

При дослідженні суцільних середовищ (балкові, рамкові конструкції, оболонки й т.п.) використовується схематизація другого виду.

Процеси в механічній системі на основі динамічної моделі описуються за допомогою диференціальних рівнянь, система яких являє собою математичну модель реальної механічної системи.

Математична й динамічна моделі завжди однозначно відповідають один одному.

Залежно від лінійності або нелінійності математичної моделі розрізняють відповідно лінійні й нелінійні динамічні моделі.

Нелінійність динамічних моделей обумовлена в основному:

- пружними характеристиками елементів системи;
- нелінійними динамічними характеристиками двигунів;
- дисипативними (розсіюючими) силами, що мають складний характер (нелінійний) залежності від параметрів руху системи.

Число ступенів свободи механічної системи

Складність теоретичного аналізу коливань залежить від числа ступенів свободи механічної системи, тобто від найменшого числа кінематичних величин (узагальнених координат), однозначно визначальне положення всіх крапок.

У динамічному завданні про коливання положення всіх крапок перебуває у функціональній залежності від часу, тобто узагальнені координати є не постійними числами, а функціями від часу. Основне завдання динамічного дослідження складається саме в знаходженні цих функцій, тобто у визначенні закону руху системи.

Після рішення цього завдання без праці можуть бути знайдені деформації, напруги й внутрішні сили у зв'язках системи.

У теорії пружності матеріал повністю займає весь обсяг тіла, що деформується, тобто розрахункова схема (модель) містить нескінченно багато матеріальних крапок з нескінченно малими масами й представляє в ідеалі систему з нескінченно більшим числом ступенів свободи. При рішенні практичних завдань використовують спрощені схеми з кінцевим числом ступенів свободи. У таких розрахункових схемах деякі найбільш легкі частини системи вважаються безмасовими й представляються у вигляді безінерційних зв'язків. Наприклад, при динамічному аналізі приводів металургійного устаткування такими частинами представляють проміжні вали, муфти, зуби й ін. Інші тіла, за яких визнана властивість

інерції вважаються математичними крапками або абсолютно твердими тілами.

Рух таких систем повністю описується декількома узагальненими координатами. Для однієї й тієї ж механічної системи узагальнені координати можна вибрати по різному. Найбільш удалий вибір визначає зручну структуру рівнянь. Але при спрощенні схеми зневажа абсолютно всіма інерційними властивостями системи неприпустимо, тому що в цьому випадку завдання буде не динамічною.

Розглянемо, наприклад, безмасову лінійно-пружну пружину (рис. 2.1, а), до кінця якої прикладена сила P , задана у вигляді функції часу t . Позначимо через c коефіцієнт твердості пружини, тобто статичну силу, що викликає одиничне подовження пружини.

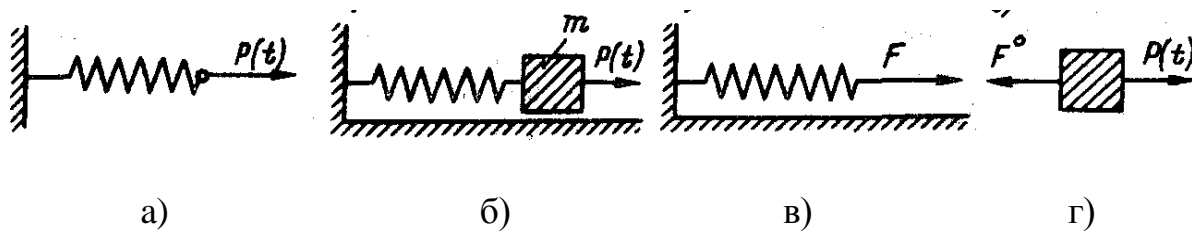


Рисунок 2.1 – Розрахункові схеми для одномасової механічної системи

Тоді переміщення x її кінця визначається звичайною статичною формулою:

$$x = P/c. \quad (2.2)$$

Така постановка завдання, по суті, не є динамічною, хоча знайдене переміщення не постійне, а являє собою деяку функцію часу. Справжня динаміка процесів у реальних механічних системах зв'язана із властивістю інерції, і ця властивість у тім або іншому виді повинна бути відбите в розрахунковій схемі.

Найпростіший приклад динамічної системи представлений на рис. 2.1, б, де з кінцем пружини зв'язаний вантаж масою m . Тут уже не можна обійтися чисто статичними співвідношеннями. Зокрема, треба мати на увазі, що сила F , що діє на пружину (рис. 2.1, в) не дорівнює зовнішній силі P .

Згідно рис. 2.1, г диференціальне рівняння руху вантажу в проекції на вісь має вигляд

$$F^0x - P = mx, \quad (2.3)$$

де $F^0x = -z x$ — проекція реакції пружини F^0 на вісь x .

Таким чином,

$$m \ddot{x} + cx = P(t). \quad (2.4)$$

На відміну від виразу (2.2), яке служить формулою для безпосереднього обчислення x , співвідношення (2.4) являє собою диференціальне рівняння щодо функції x . Для визначення цієї функції необхідно проінтегрувати рівняння (2.4), підкоривши рішення тим або іншим заданим початковим умовам. Після рішення рівняння (2.4) по функції переміщення знаходять внутрішні зусилля, напруги й т. п.

Можна сказати, що в розглянутому прикладі однією функцією x повністю визначається деформований стан у будь-який момент часу. Подібні системи володіють одним ступенем свободи.

Кілька інших характерних прикладів систем з одним ступенем свободи показано на рис. 2.2.

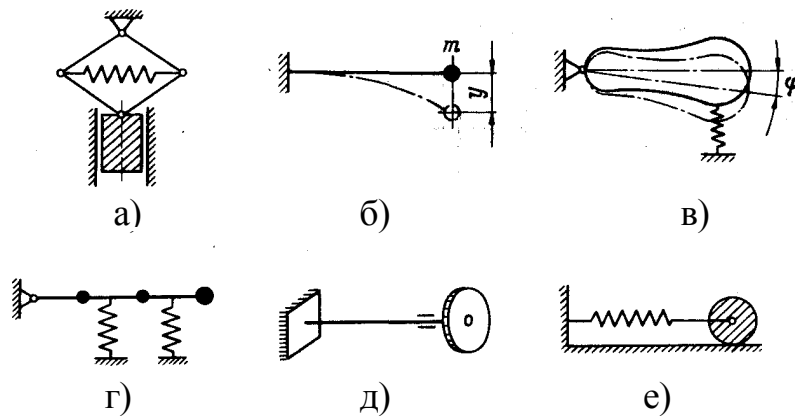


Рисунок 2.2 – Приклади систем з одним ступенем свободи

У першій системі (рис. 2.2, а) всі елементи підвіски – стрижні, що утворюють ромб, і пружна пружина – покладаються безмасовими, так що єдиною узагальненою координатою служить ордината будь якої крапки вантажу (скажемо, його центра мас). Відзначимо, що відлік узагальнених координат завжди зручніше вести від стану рівноваги системи: цей природний вибір початку відліку забезпечує найбільш компактний запис відповідних рівнянь.

Друга система (рис. 2.2, б) являє собою пружну безмасову консоль, на кінці якої закріплений крапковий вантаж з кінцевою масою m . Якщо, як звичайно, вертикальні переміщення крапок системи малі, то їхніми горизонтальними переміщеннями взагалі можна зневажити. Тоді єдиною узагальненою координатою служить прогин кінця балки v (вертикальне відхилення кінцевого вантажу). Звичайно, і в цьому випадку зручніше за все відраховувати динамічні переміщення від статичного рівня розташування вантажу.

Третя система (рис. 2.2, в) являє собою пружно підвішене тверде тіло, здатне повертатися навколо шарнірно-нерухомої опори. Тут найбільше зручно й природно прийняти за узагальнену координату кут повороту тіла навколо осі шарніра φ . Теж ставиться до четвертої системи (рис. 2.2, г), якщо вважати балку абсолютно твердою (зрозуміло, число безмасових пружин, на яких підвішена балка, не впливає на число ступенів свободи системи). Від третьої й четвертої систем принципово не відрізняється п'ята система (рис. 2.2, д), що складається з масивного диска, закріпленого на пружному валу, що закручується при коливаннях.

Для того щоб установити число ступенів свободи останньої системи (рис. 2.2, е), необхідно чітко сформулювати умови кочення пружно закріпленого циліндричного котка. Якщо кочення відбувається без ковзання, то система має один ступінь свободи (горизонтальне переміщення осі котка однозначно визначає й кут його повороту навколо осі); якщо ж кочення супроводжується ковзанням, то система володіє двома ступенями свободи.

На рис. 2.3 представлено кілька систем із двома ступенями свободи.

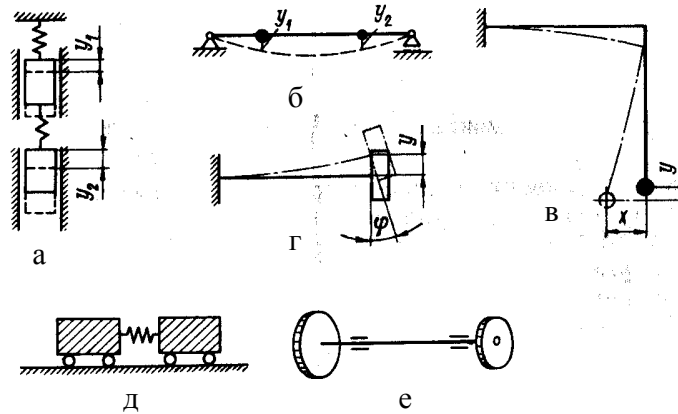


Рисунок 2.3 – Приклади систем із двома ступенями свободи

У першій системі (рис. 2.3, а) за узагальнені координати можна прийняти показані на рисунку вертикальні відхилення вантажів від стану рівноваги y_1 й y_2 , але не позбавлений змісту й інший вибір – наприклад, прийняти за узагальнені координати абсолютне відхилення верхнього вантажу й відносне (стосовно верхнього вантажу) відхилення нижнього вантажу.

Для другої системи (рис. 2.3, б) найбільше природно прийняти за узагальнені координати прогини двох крапкових вантажів y_1 й y_2 і вести відлік прогинів від стану рівноваги системи.

Крапковий вантаж, закріплений на кінці Г-образного пружного стрижня (рис. 2.3, в) має можливість переміщатися як по вертикалі (y), так і по горизонталі (x), причому ці переміщення мають однаковий порядок малості.

Особливістю четвертої системи (рис. 2.3, г) є кінцівка розмірів вантажу, що робить плоский рух і пов'язаного із пружною балкою. У цьому випадку за узагальнені координати зручно прийняти прогин кінця балки в і кут його повороту φ .

Рух п'ятої системи (рис. 2.3, д) визначається двома горизонтальними переміщеннями вантажів, однак пружні коливання визначаються однією функцією – зміною відстані між вантажами, тобто подовженням пружини. У цьому змісті система має тільки одну (коливальну) ступінь свободи. Теж ставиться й до останньої системи (рис. 2.3, е), де пружні коливання визначаються відносним (взаємним) кутом повороту дисків.

Системи, які представлені на рис. 2.4, володіють трьома ступенями свободи.

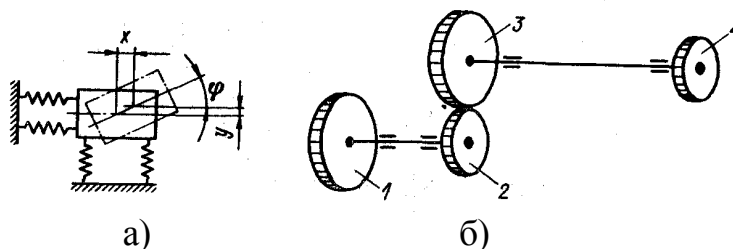


Рисунок 2.4 – Приклади систем із трьома ступенями свободи

До першої схеми (рис. 2.4, а) приводяться багато практичних завдань про плоскі коливання, наприклад, фундаментів під машини.

За три узагальнені координати другої системи (рис. 2.4, б) можна прийняти, наприклад, кути повороту дисків (коліс) 1, 2 й 4 (кут повороту колеса 3 безпосередньо визначається через кут повороту диска 2 за допомогою передатного відношення). Тут важливо відзначити, що пружні коливання системи визначаються всього двома величинами: взаємним поворотом дисків 1, 2 і взаємним поворотом дисків 3, 4.

У всіх розглянутих прикладах число ступенів свободи виявилось кінцевим завдяки допущенням, що частини механічних систем, які деформують, позбавлені маси (безінерційні пружні зв'язки), а тіла, що володіють масою, зовсім недеформуючі.

Класифікація сил

Сили, що діють зовні на механічну систему, а також внутрішні сили, що розвиваються в її зв'язках, досить різноманітні як по своїй природі, так і по тій ролі, що вони грають у коливальному процесі. Опишемо властивості різних типів сил, в основному стосовно до систем з одним ступенем свободи.

Позиційні сили. Позиційні – це такі сили, які визначаються миттєвою конфігурацією системи, її відхиленнями від деякого обраного положення, найчастіше від положення рівноваги.

Якщо механічна система має один ступінь свободи й q - узагальнена координата, то узагальнена позиційна сила записується у вигляді $F = F^\circ(q)$. У випадку, коли знаки F° й q протилежні, тобто напрямок сили протилежно відхиленню системи, така позиційна сила називається відновлювальною. Зокрема, до відновлювальних ставляться сили пружності, обумовлені деформаціями пружних зв'язків – зовнішніх або внутрішніх. У практичних завданнях ці деформації найчастіше досить малі й для процесу деформування можна думати справедливим закон Гуку. При цьому сила, що відновлює, лінійно пов'язана з координатою q і може бути записана у вигляді $F = -cq$ (див., наприклад, рис. 2.1, г). Коефіцієнт пропорційності з

найчастіше називають коефіцієнтом твердості (іноді користуються термінами узагальнений коефіцієнт твердості, коефіцієнт пружності). В інших випадках виникнення сил, що відновлюють, не зв'язано із властивістю пружності, вони мають іншу природу. Це можуть бути сила плавучості, сила ваги або змішана сила.

Характеристикою жорсткості (пружності, квазіпружності) механічної системи називають залежність $F = -F(q)$, де F відрізняється від сили, що відновлює, F тільки знаком. Величину F можна тлумачити як зовнішню силу, що при її статичному додатку викликає відхилення q . Для лінійних систем характеристика являє собою пряму в координатах q, F .

Дисипативні сили. При коливаннях механічних систем крім сил, що відновлюють, неминуче розвиваються сили опору R , зв'язані зі швидкостями крапок системи. Найчастіше вони роблять необоротну негативну роботу, що приводить до диссипатації (розсіювання) механічної енергії. До таких сил ставляться сили тертя в опорах і зчленуваннях механічної системи, сили опору середовища (рідкі або газоподібної), у якій відбуваються коливання, сили внутрішнього тертя в матеріалі елементів системи й, нарешті, сили, що виникають при деформуванні спеціальних поглиначів енергії (демпферів).

Якою би не була природа тертя, напрямок диссипативних сил у будь-який момент процесу руху протилежно швидкості руху, а величини цих сил, як правило, тим або іншим способом зв'язані зі значеннями швидкості.

Дисипативні властивості механічних систем з одним ступенем свободи описуються за допомогою характеристик тертя – криві залежності

узагальненої сили опору R° від узагальненої швидкості q^\cdot . Варто мати на увазі, що при побудові характеристик тертя по осі ординат прийнято відкладати значення сили $R = -R^\circ(q)$, прикладеної до елемента тертя

У механічних системах з декількома ступенями свободи сила лінійного опору може бути представлена у вигляді

$$R^\circ = -bq^\cdot, \quad (2.5)$$

де R° – вектор сил опору;

q^\cdot – вектор узагальнених швидкостей;

b – коефіцієнт опору.

Сили, що змушують. Характеристики, що відновлюють і диссипативних сил визначаються винятково властивостями механічної системи, а самі сили не тільки впливають на рух, але, можна сказати, і управляються цим рухом, оскільки залежать від переміщень і швидкостей.

Другу важливу категорію утворюють сили, що змушують, тобто сили, задані у вигляді явних функцій часу й тому не залежні від руху системи, до якої вони прикладені:

$$P = \begin{vmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ \dots \\ P_n(t) \end{vmatrix}. \quad (2.6)$$

Прикладом можуть служити сили, що передаються від обертового неврівноваженого ротора на фундамент машини. Такі сили є причиною змушених коливань системи, на якій установлена машина. Цей вид порушення називається інерційним. В інших випадках сили, що змушують, можуть розвиватися внаслідок інших причин, наприклад періодичних змін тиску в циліндрах двигунів внутрішнього згоряння, періодичної зміни сил притягання електромагнітів, що харчують змінним струмом, (в електровібромашинах) і ін.

Закони зміни сил, що змушують, у часі досить різноманітні.

Найбільш розповсюджені закони:

- гармонійна сила, що змушує (рис. 2.5, а) – у машинах з рівномірно обертовими, не цілком урівноваженими роторами;
- періодична сила, що змушує (рис. 2.5, б) – у машинах із кривошипно-шатунними механізмами;
- періодичні короткочасні імпульси (рис. 2.5, в) – у вібраційноударних формувальних машинах; у деяких випадках тривалість окремих імпульсів настільки мала, що їх можна вважати миттєвими (кувальні штампувальні молоти, копрові пристрої й т.п.);
- неперіодичні сили, що змушують (рис. 2.5, г) – у двигунах прокатного стана при одному з перших проходів й ін.

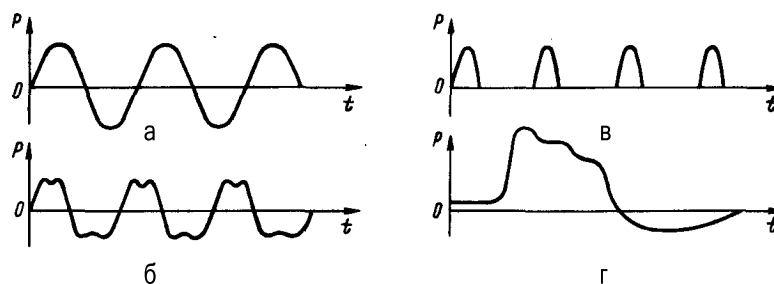


Рисунок 2.5 – Закони зміни сил, що змушують

У деяких випадках сили, що змушують, не є заданими детермінованими функціями часу, а являють собою випадковий процес (наприклад, вплив дороги на автомобіль, що рухається, навантаження на виконавчі органи гірських виїмкових машин і т.п.).

Сили змішаного характеру. У складних механічних системах можуть розвиватися сили змішаного характеру, не розкладені на суму типу

$$F^{\circ}(q) + R^{\circ}(\dot{q}) + P(t).$$

Тобто в цих силах неможливо виділити що відновлювальну, дисипативну або змушувальну складові.

Література [1, с.7-13]; [2, с.74-75]; [3, с.4-17].