

РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ І ДОВГОВІЧНІСТЬ ПРИ НАПРУГАХ, ЗМІННИХ У ЧАСІ

Розрахунки на міцність при регулярних режимах навантаження

Методи розрахунку на міцність при змінних напругах засновані на критерії появи першої макроскопічної тріщини втоми довжиною до 0,5...1 мм.

Розрахунок за коефіцієнтами запасу міцності. Нехай у деталі виникають нормальні напруги, що змінюються по асиметричному циклі з амплітудою σ_a й середніми напругами σ_m при числі циклів за термін служби $N > N_G$, де $N_G = 2 \cdot 10^6$ циклів – абсциса крапки перелому кривої втоми.

Експериментально встановлено, що по дії, що ушкоджує, такий цикл напруг еквівалентний симетричному циклу з амплітудою

$$\sigma_{a\text{э}} = \sigma_a + \psi_{\sigma D} \sigma_m, \quad (9.1)$$

де $\psi_{\sigma D} = \psi_{\sigma} / K$ – коефіцієнт впливу асиметрії циклу навантаження для деталі натурних розмірів з концентраторами напруги.

Границя витривалості деталі при симетричному циклі навантаження $\sigma_{-1D} = \sigma_{-1} / K$ є граничною напругою у формулі

$$n_{\sigma} = \sigma_{\text{lim}} / \sigma_{\text{эКВ}}. \quad (9.2)$$

Тому коефіцієнт запасу міцності при лінійному напруженому стані визначається по формулі

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1D}}{\sigma_{a\text{э}}} = \frac{\sigma_{-1} / K}{\sigma_a + (\psi_{\sigma} / K) \sigma_m} = \frac{\sigma_{-1}}{K \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m}. \quad (9.3)$$

Якщо в деталі виникають тільки дотичні напруження, то

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1D}}{\tau_{a\text{э}}} = \frac{\tau_{-1}}{K \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}. \quad (9.4)$$

Якщо діють і нормальні, і дотичні напруги, то відповідно до гіпотези максимальних дотичних напружень умова міцності буде виглядати в такий спосіб:

$$\sqrt{\sigma_{a\text{э}}^2 + 4\tau_{a\text{э}}^2} = \sigma_{-1D} / n. \quad (9.5)$$

Перетворивши це рівняння одержимо

$$\frac{\sigma^2 + (2\tau)^2}{\sigma_{-1D}^2} = \frac{1}{n^2}; \quad \frac{\sigma^2}{\sigma_{-1D}^2} + \frac{(2\tau)^2}{\sigma_{-1D}^2} = \frac{1}{n^2};$$
$$\frac{1}{(\sigma_{-1D}/\sigma_{a3})^2} + \frac{1}{(\sigma_{-1D}/2\tau_{a3})^2} = \frac{1}{n^2}. \quad (9.6)$$

Якщо врахувати, що по цій гіпотезі $\sigma_{-1D}/2 = \tau_{-1D}$, а також з огляду на рівняння (9.3) і (9.4), одержимо

$$\frac{1}{n_{\sigma}^2} + \frac{1}{n_{\tau}^2} = \frac{1}{n^2}; \quad \frac{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}{n_{\sigma}^2 n_{\tau}^2} = \frac{1}{n^2};$$

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \geq [n] = 1,5 \dots 2,5. \quad (9.7)$$

Формули (9.3), (9.4) і (9.7) були запропоновані Серенсеном і Кинасошвили в сорокових роках і використовуються в цей час.

Якщо кількість циклів за термін служби деталі менше базового, то може бути враховано розраховуючи на міцність деяке підвищення граничних амплітуд напруг у лівій частині кривої утоми в порівнянні із границею витривалості σ_{-1D} . З рівняння кривої утоми деталі можна одержати значення граничної амплітуди симетричного циклу σ_{-1DN} , що відповідає числу циклів N :

$$\sigma_{-1DN} = \sigma_{-1D} \sqrt[m]{N_G / N}.$$

У цьому випадку у формулах варто використати замість значення σ_{-1D} значення σ_{-1DN} .

Розрахунок імовірності втомлювального руйнування при регулярному багатоцикловому навантаженні. Амплітуда напруг при регулярному режимі навантаження може мати розсіювання на безлічі всіх деталей типу, що розраховує, внаслідок чого повинна розглядатися як випадкова величина. Границя витривалості деталі також є випадковою величиною. У цьому випадку можна говорити про ймовірності руйнування до $N = N_G$, що дорівнює ймовірності здійснення нерівності

$$M = \sigma_{-1D} - \sigma_a < 0. \quad (9.8)$$

Обчислення цієї ймовірності здійснюється легко, якщо величини σ_{-1D} й σ_a некорреліровані (тобто при зміні однієї з величин – σ_{-1D} або σ_a – закон розподілу другої величини не міняється) і розподілені за нормальним законом із середніми значеннями σ_{-1D} , σ_a і коефіцієнтами варіації $v_{\sigma_{-1D}}$, v_{σ_a} .

В цьому випадку величина M також розподілена за нормальним законом із середнім значенням M і дисперсією σ_M^2 (дисперсія характеризує ступінь розсіювання випадкової величини щодо свого середнього значення):

$$\bar{M} = \bar{\sigma}_{-1D} - \bar{\sigma}_a; \quad (9.9)$$

$$S_M^2 = S_{\sigma_{-1D}}^2 + S_{\sigma_a}^2. \quad (9.10)$$

Величина m може бути представлена у вигляді

$$M = \bar{M} + u_p S_M, \quad (9.11)$$

де u_p – квант (або квантиль) нормального розподілу, що відповідає ймовірності p .

Величина u_p є нормованим відхиленням випадкової величини. Величина $p(\%)$ є ймовірністю того, що випадкова величина не перевищує задане число.

Ймовірність руйнування деталі дорівнює ймовірності здійснення нерівності (9.8) і відповідає квантилю u_p в рівнянні

$$M = \bar{M} + u_p S_M = 0. \quad (9.12)$$

Звідси з урахуванням виразів (9.9) і (9.10)

$$u_p = -\frac{\bar{M}}{S_M} + u_p S_M = 0.$$

Увівши позначення $n = \bar{\sigma}_{-1D} / \bar{\sigma}_a$ (умовний коефіцієнт запасу за середнім значенням), $v_{\sigma_{-1D}} = S_{\sigma_{-1D}} / \sigma_{-1D}$, $v_{\sigma_a} = S_{\sigma_a} / \sigma_a$, одержуємо:

$$u_p = -\frac{n-1}{\sqrt{v_{\sigma_{-1D}}^2 n^2 + v_{\sigma_a}^2}}. \quad (9.13)$$

Обчислене значення u_p відповідає ймовірності руйнування $p(\%)$, що знаходять у таблицях за знайденим значенням u_p .

Розрахунок на міцність і довговічність при нерегулярних режимах навантажень. Найпоширенішим типом нерегулярної напруги є випадкове. При використанні методів схематизації випадкового процесу реальне навантаження замінюють блоковим, еквівалентним по ступені внесеного втомлювального ушкодження.

Розглянемо блокове навантаження разом із кривої втоми деталі, отриманої при регулярному (наприклад, гармонійному) навантаженні (рис. 9.1).

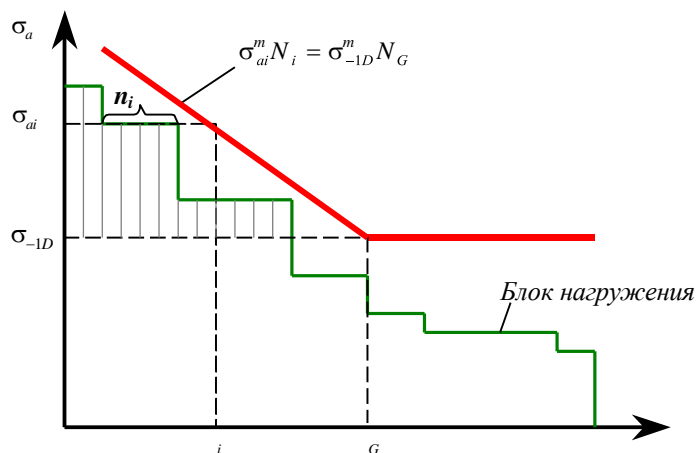


Рисунок 9.1 – Розрахункова схема

В одному блоці навантаження, що відповідає наробітку при експлуатації l_6 (годинники, технологічні цикли), амплітуди напруг σ_{ai} ($i = 1 \dots r$) повторюються v_{i6} раз (циклів). Терміну служби деталі до появи втомлювальної тріщини відповідає λ блоків навантаження. Повний наробіток за термін служби $L = \lambda l_6$.

Кількість циклів за термін служби, що відповідає амплітуді σ_{ai} , мабуть, становить: $n_i = v_{i6} \lambda$.

У 1945 р. Решетовим, Петрусевичем, Серенсенем була запропонована лінійна гіпотеза підсумовування втомлювальних ушкоджень при нерегулярному навантаженні.

Відповідно до цієї гіпотези втомлювальне ушкодження, внесене амплітудами σ_{ai} , становить частку n_i / N_i від повній, відповідній появі втомлювальної тріщини,

де N_i – число циклів по кривої втоми деталі при регулярному навантаженні, що відповідає амплітуді σ_{ai} .

З рівняння кривої втоми виходить:

$$N_i = \sigma_{-1D}^m N_G / \sigma_{ai}^m \text{ — при } \sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D}; N_i = \infty \text{ — при } \sigma_{ai} < \sigma_{-1D}. \quad (9.14)$$

Тріщина втоми відповідно до гіпотези повинна з'явитися тоді, коли сума часток n_i / N_i по всіх амплітудах стане рівній одиниці, тобто

$$\sum_{i=1}^r n_i / N_i = 1. \quad (9.15)$$

У виразі (9.14) підсумовування поширюється тільки на амплітуди, що перевищують границю витривалості, тобто $\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D}$.

Перевірка лінійної гіпотези здійснювалася, починаючи з 50-х років. Одержання однозначного результату утрудняється тим, що втомлювальні довговічності n_i і N_i є випадковими величинами, тому що втомлювальне руйнування має статистичну природу.

Узагальнення великої кількості експериментальних даних з урахуванням розсіювання n_i й N_i показало, що експериментально певні суми відносних довговічностей $a_3 = \sum n_i / N_i$ у більшості випадків лежать у межах $0,1 < a_3 < 1$. При цьому було встановлено, що величина a_3 має тенденцію до зменшення зі зменшенням площі під кривій розподілу амплітуд у відносних координатах $\sigma_{ai} / \sigma_{a \max} - \sum t_i$ (рис. 9.2).

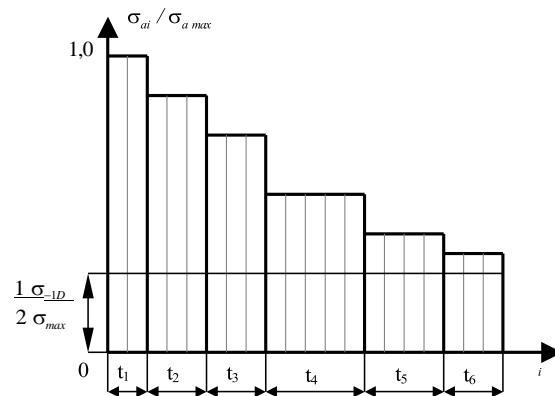


Рисунок 9.2 – Крива розподілу амплітуд у відносних координатах

За винятком амплітуд $\sigma_{ai} < 0,5\sigma_{-1D}$, що як не впливають на нагромадження втомлювальних ушкоджень, ця площа дорівнює:

$$\gamma = \sum_{i=1}^{r_1} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}} t_i \quad (\sigma_{ai} > 0,5\sigma_{-1D}), \quad (9.16)$$

де r_1 – число щаблів у блоці після відкидання щаблів $\sigma_{ai} < 0,5\sigma_{-1D}$.

З обліком цього корегована лінійна гіпотеза підсумовування втомлювальних ушкоджень (для кривої утоми із правою горизонтальною ділянкою):

$$\sum_{i=1}^r \bar{n}_i / \bar{N}_i = a_p; \quad (9.17)$$

$$a_p = (\sigma_{a \max} \gamma - 0,5\sigma_{-1D}) / (\sigma_{a \max} - 0,5\sigma_{-1D}) - \text{при } a_p \geq 0,1; \\ a_p < 0,1 - \text{при } a_p = 0,1. \quad (9.18)$$

Аналогічно можна одержати рівняння корегованої лінійної гіпотези у випадку кривої втоми із двома похилими ділянками. У цьому випадку при підрахунку a_p варто використати всі амплітуди, тому що необмежена границя витривалості при $N \rightarrow \infty$ приймається рівним нулю.

Розрахунок на міцність при нерегулярному змінному навантаженні за коефіцієнтами запасу міцності. Розглянемо випадок кривої втоми, що має горизонтальну ділянку. Підставляючи початкові

умови $N_i = (\sigma_{-1D}^m N_G) / \sigma_{ai}^m$, $n_i = v_{i\sigma} \lambda$ у вираження (9.17), одержимо

$$\sum_{(\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \frac{\lambda v_{i\sigma} \sigma_{ai}^m}{\sigma_{-1D}^m N_G} = a_p. \quad (9.19)$$

Звідси одержуємо формулу для розрахунку втомлювальної довговічності, вираженої числом блоків до появи першої втомлювальної тріщини

$$\lambda = \frac{a_p \sigma_{-1D}^m N_G}{\sum_{(\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \sigma_{ai}^m v_{i\sigma}}. \quad (9.20)$$

Одночасно можна виконати розрахунок на міцність, використовуючи концепцію запасу міцності. Умова (9.16) є граничним, при якому з'являється втомлювальна тріщина. Для запобігання цього необхідно, щоб всі амплітуди напруг були менше граничних у n_σ раз. Із цією метою в умову

(9.16) необхідно підставити добуток $n_\sigma \sigma_{ai}$ замість σ_{ai} :

$$\sum_{(n_\sigma \sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \frac{\lambda v_{i\sigma} (n_\sigma \sigma_{ai})^m}{\sigma_{-1D}^m N_G} = a_p. \quad (9.21)$$

Із цього вираження можна записати

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1D}}{\sigma_{\text{ЭКВ}}} \geq [n], \quad (9.22)$$

$$\text{де } \sigma_{\text{ЭКВ}} = m \sqrt{\frac{\lambda}{a_p \sigma_{-1D}^m N_G} \sum_{(n_\sigma \sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \sigma_{ai}^m v_{i\sigma}}. \quad (9.23)$$

Аналогічно для дотичних напружень:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1D}}{\tau_{\text{ЭКВ}}} \geq [n]; \quad (9.24)$$

$$\tau_{\text{ЭКВ}} = m \sqrt{\frac{\lambda}{\sum \tau_{\text{ai}}^{m_{\tau}} v_{i\text{бт}}}} \cdot \sqrt{a_{\text{p}\tau} N_{\text{G}\tau} (n_{\tau} \tau_{\text{ai}} \geq \tau_{-1D})} \quad (9.25)$$

При виникненні в деталі й нормальних, і дотичних напруг

$$n = n_{\sigma} n_{\tau} / \sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2} \geq [n] = 1,5 \dots 2,5. \quad (9.26)$$

Величини нормальних і дотичних еквівалентних напруг доводиться знаходити за допомогою послідовних наближень у зв'язку з тим, що вони залежать від коефіцієнтів запасу міцності, що визначають межі підсумовування в залежностях (9.23) і (9.25).

Література [4, с.54-62]; [5, с.161-211].

