



А. Я. Жук
Г. П. Малишев

ОСНОВИ ТЕХНІЧНОГО ДІАГНОСТУВАННЯ

Навчально – методичний посібник

*для магістрантів та спеціалістів
спеціальностей 8.090218, 8.050503, 7.090218, 7.050503
”Металургійне обладнання”
всіх форм навчання*

Запоріжжя
2007

Міністерство освіти і науки України
Запорізька державна інженерна академія

*Рекомендовано до видання
рішенням Вченої ради ЗДІА
протокол № від 2007р.*

ОСНОВИ ТЕХНІЧНОГО ДІАГНОСТУВАННЯ

Навчально – методичний посібник

*для магістрантів та спеціалістів
спеціальностей 8.090218, 8.050503, 7.090218, 7.050503
"Металургійне обладнання"
всіх форм навчання*

*Розглянуто
на засіданні кафедри МО,
протокол № 03 від 05.03 2007р.*

Основи технічного діагностування Навчально – методичний посібник для магістрантів та спеціалістів спеціальностей 8.090218, 8.050503, 7.090218 ,7.050503 **”Металургійне обладнання” всіх форм навчання.**
/Уклад.: А.Я. Жук, Г. П. Малишев – Запоріжжя, 2007. – 114с.

Укладачі: *А.Я. Жук, к.т.н., професор*
Г. П.Малишев, к.т.н., професор ЗДІА

Відповідальний за випуск : *зав. кафедри МО*
професор А.Я. Жук

ЗМІСТ

стор.

ПЕРЕДМОВА	5
ЧАСТИНА 1. Технічна діагностика і контроль	8
Розділ 1. Деякі аспекти теорії технічної діагностики	8
1. Загальні положення.....	8
2. Інформативність ознак технічного стану обстежуваного об'єкта. Визначення кількості інформації.....	9
3. Методи статичних рішень.....	16
3.1. Метод Байєса.....	16
3.2. Метод мінімального ризику.....	22
Розділ 2. Основні поняття, визначення і моделі контролю і технічного діагностування	28
1. Предмет і задачі контролю і технічного діагностування.....	28
2. Основні поняття та визначення контролю і діагностики.....	32
Розділ 3. Моделі об'єктів контролю і діагностики	35
1. Основні вимоги до моделей і їхня роль у діагностуванні.....	35
2. Класифікація моделей.....	36
3. Функціональні моделі.....	38
4. Логічні моделі.....	50
ЧАСТИНА 2. Прогнозування	58
Розділ 4. Деякі положення теорії і практики прогнозування технічного стану об'єктів	58
1. Загальні положення.....	58
2. Прогнозування надійності і довговічності об'єктів за критеріями зносу....	61
2.1. Види, класифікація і процеси зношування.....	61
2.2. Основні характеристики і закономірності зношування.....	65
2.3. Методи виміру зносу.....	68
2.4. Принципи і методи прогнозування.....	70

2.5. Метод Міхліна – Волкова.....	71
2.6. Експериментальний метод з використанням методу найменших квадратів.....	73
2.7. Метод на базі планованого експерименту.....	80
2.7.1. Загальні положення.....	80
2.7.2. Кодування факторів.....	84
2.7.3. Складання плану-матриці.....	86
2.7.4. Рандомізація експерименту.....	91
2.7.5. Реалізація плану експерименту.....	91
2.7.6. Перевірка відтворюваності експерименту.....	93
2.7.7. Перевірка адекватності отриманої моделі.....	97
2.7.8. Побудова моделі зношування на основі натуральних факторів.....	99
3. Практичні основи технічної діагностики і контролю.....	104
Література.....	108
Додатки	110

Передмова

Терміни діагноз і діагностика походять, відповідно, від грецьких слів *diagnosis* (розпізнавання, визначення) і *diagnostikos* (здатний розпізнавати, визначати). У сучасному значенні термін технічна діагностика позначає область знань, що охоплює теорію, методи і засоби визначення технічного стану якої-небудь системи (машини, агрегату, механізму, металоконструкції, сполучних вузлів і елементів і т.д.). Іншими словами, технічна діагностика являє собою область науки про розпізнавання технічного стану об'єктів. Її основу складають теорія розпізнавання і теорія контролепридатності.

Теорія розпізнавання розглядає алгоритми розпізнавання, діагностичні і математичні моделі об'єктів, а теорія контролепридатності – засоби і методи одержання діагностичної інформації, засоби контролю і пошуку несправностей. Контролепридатність визначає здатність чи властивість контрольованого об'єкта забезпечувати достовірну оцінку його технічного стану.

Головною метою діагностування є підвищення надійності і ресурсу контрольованого об'єкта шляхом виявлення на ранніх стадіях дефектів і несправностей і причин їхнього виникнення, тому що це дозволяє попередити чи усунути їхній розвиток і тим самим запобігти відмовленням й аварії устаткування, які приводять до негативних наслідків. Технічне діагностування припускає визначення технічного стану об'єктів без їхнього розбирання, тобто без втрат часу і засобів на розбирання і виявлення несправностей. Це вкрай важливо, тому що при відсутності діагностування пошук несправностей, як показує практика, може займати в середньому до 50% загального часу ремонтних робіт. Тим більше, що діагностування дозволяє уникнути незапланованих простоїв устаткування й остаточної втрати ремонтпридатності відповідальних вузлів і деталей. Використання діагностування також дозволяє одержувати найбільш повну інформацію для можливості забезпечення оптимального регулювання режимів роботи устаткування, що забезпечує виконання заданої роботи при найменшому споживанні ресурсів.

У підсумку діагностування створює умови для істотного підвищення коефіцієнта використання устаткування завдяки скороченню часу на його технічне обслуговування і ремонт, зменшення витрат на експлуатацію і усунення аварійних ситуацій.

Крім використання при експлуатації, технічне діагностування знаходить широке застосування в машинобудуванні на стадії створення устаткування, що дозволяє істотно скоротити цей процес і значно зменшити витрати на створення нової техніки. А в серійному виробництві воно на стадії вихідного контролю створює можливість вірогідно встановлювати технічний стан виготовленого устаткування і його відповідність технічним умовам і проектно-технологічній документації.

Особливе значення технічне діагностування здобуває при його застосуванні в автоматизованих системах (робототехнічних комплексах, неперервних технологічних лініях, складних агрегатах, безлюдних технологіях і т.д.). Якщо в традиційних об'єктах, коли устаткування перебуває під час роботи під спостереженням людини, його несправності можуть бути вчасно помічені і його можна зупинити шляхом відключення від джерела живлення, то в автоматизованих системах контроль стану кожного агрегату і визначення виниклих несправностей можуть бути покладені тільки на систему технічного діагностування.

Забезпечення високої надійності і безпеки конструкції починається, як правило, задовго до пуску її в експлуатацію. При цьому виконують розрахунки, досліді, проектно-конструкторські й інші роботи, пов'язані зі створенням машини. І лише на другій стадії – стадії експлуатації починають діяти заходи щодо контролю її стану, оцінки поточного і визначення реального залишкового ресурсів. У нашій книзі ми не будемо розглядати заходи, пов'язані з першою стадією. Це задача фахівців в області міцності, проектувальників і творців конструкцій. Тим більше що представлення цих заходів вимагає висвітлення глибоких теоретичних викладень і великого обсягу інформаційного матеріалу.

Метою нашої книги, насамперед, є висвітлення питань, пов'язаних із практичним використанням технічної діагностики під час експлуатації устаткування й ознайомлення читачів із сучасними методами і засобами технічного

діагностування. Саме на другій стадії існування устаткування особливо виявляються випадкові прорахунки в конструктивних рішеннях, порушення технології виготовлення й експлуатації, а зовнішнє середовище і час приводять до незворотних процесів нагромадження ушкоджень у матеріалах, в результаті чого сумарний обсяг ушкоджень може досягти критичної величини в окремих локальних обсягах, закладаючи початок руйнуванню.

У книзі охарактеризовані основні причини відмовлень устаткування, приведені відомості про сфери застосування, методи і засоби технічного діагностування. Освітлено основні принципи, покладені в основу побудови діагностичних засобів, і теоретичні основи діагностування. Описано методи і засоби діагностування енергосилових, міцністних і кінематичних параметрів зубчастих передач, підшипникових вузлів, зварних з'єднань, механічних і гідравлічних систем, температурних полів, стану споруджень і металоконструкцій, виявлення дефектів у металоконструкціях, заходу щодо захисту устаткування від зносу і поломок. Висвітлено питання, пов'язані з визначенням погрішностей вимірів і математичної обробки цих вимірів. Представлено принципові схеми, конструкції і технічні характеристики сучасних засобів діагностики.

У книзі використано досвід цілого ряду провідних спеціалістів в області розробки питань теорії і практики технічного діагностування: Ф. Я. Балицького, І. А. Біргера, М. А. Іванова, В. Е. Канарчука, А. В. Колчина, В. Н. Костюкова, А. Я. Недосіки, П. П. Пархоменка, С. А. Саркісяна, В. Я. Седуша, Т. А. Сиріцина, А. Д. Чигринця, Р. Шарпа, що значною мірою підвищує її значимість і корисність.

Книга призначена як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів, що навчаються за напрямками підготовки “Інженерна механіка” та “Машинобудування”.

Матеріали, викладені в книзі, можуть також бути корисними для працівників підприємств і організацій, що займаються питаннями експлуатації і ремонту механічного устаткування.

Частина 1
ТЕХНІЧНА ДІАГНОСТИКА І КОНТРОЛЬ
Розділ 1
Деякі аспекти теорії технічної діагностики
1 Загальні положення

Теоретичним фундаментом для розв'язання основної задачі технічної діагностики прийнято вважати загальну теорію розпізнавання, яка складає важливий розділ технічної кібернетики і займається розпізнаванням образів будь-якої природи і характеру. Теоретична діагностика вивчає алгоритми розпізнавання стосовно задач діагностики в умовах обмеженої інформації, коли потрібно вдаватись до використання визначених прийомів і правил для прийняття рішень.

Алгоритми розпізнавання частково ґрунтуються на діагностичних моделях, що встановлюють зв'язок між станом технічної системи і діагностичними сигналами, які надходять від цих систем.

Відповідальним моментом процесу розпізнавання є використання відповідних правил прийняття рішень (вирішальні правила). Найчастіше застосовують методи Байєса і статистичних рішень. Метод Байєса має як достоїнства, так і недоліки. Головною його перевагою є можливість оцінки імовірності всіх станів системи на підставі використання широкого набору ознак різної природи. Основним недоліком методу є те, що для рішення задачі потрібно мати великий обсяг попередньої інформації зі складанням діагностичної матриці. У зв'язку з цим необхідно попередньо зробити статистичну обробку даних експлуатації, а, в окремих випадках, поставити і провести спеціальні дослідження, що імітують несправності досліджуваних об'єктів. Крім того, цей метод характерний і тим, що відбувається “пригнічення” рідких діагнозів.

До основних методів статистичних рішень відносяться: метод мінімального ризику, метод Неймана-Пірсона, метод мінімального числа помилок, метод мінімакса, метод найбільшої правдоподібності. Ці методи відрізняються від методу Байєса правилами прийняття рішень. Тут вирішальне правило вибирається з умов оптимальності. Зокрема, що стосується методу мінімального ризику, тут виходять з

умови мінімуму ризику. Зіставлення результатів рішень при різних методах, представлене в роботі І.А. Біргера [1], показало, що найбільш достовірні результати отримані при використанні методу мінімального ризику.

Важливим моментом теоретичних основ діагностики є визначення діагностичної цінності ознак. Іншими словами, виробляється обґрунтований набір ознак за їхньою значимістю. Значимі ознаки позначаються терміном “інформативний”. А сам процес визначення діагностичної цінності ознак може ще позначатися як процес встановлення інформативності ознак і технічного стану досліджуваного об'єкта. Використання неінформативних ознак не тільки може бути марним, але і негативно позначиться на вірогідності самого процесу діагностики. Кількісне визначення інформативності як окремих ознак, так і їхніх комплексів (груп) виробляється, загалом, на основі теорії інформації, яка припускає, що значення імовірностей станів систем точно відомі. В дійсності, ці імовірності визначають на підставі обробки статистичних даних і тому вони являють собою випадкові величини. Тільки при нескінченно великому обсязі вибірок їхнє значення можна вважати точними. Іншими словами, точність і надійність зростають зі збільшенням числа даних вимірів.

2 Інформативність ознак технічного стану обстежуваного об'єкта. Визначення кількості інформації

У процесі експлуатації будь-якого об'єкта (машини, агрегату, механізму і т.п.) рано чи пізно виникають несправності. Кожну конкретну несправність характеризують одним чи декількома зовнішніми ознаками. Одні з них вказують безпосередньо на конкретну несправність, інші характеризують несправність побічно.

Вибору ознак приділяється особлива увага, тому що від цього залежать вірогідність діагностування і наступні результати обстеження об'єкта. В якості ознак необхідно вибирати, у першу чергу, такі, котрі зручно визначати чи вимірювати в процесі експлуатації й обробляти при аналізі. Збільшення кількості ознак істотно

ускладнює процес діагностування. Тому, насамперед, вибирають ті ознаки, зміна яких у процесі функціонування об'єкта приводить до максимальних негативних наслідків.

Для вибору ознак застосовують статистичні й інформаційні методи.

При першому методі мається інформація про закони зміни параметрів і їхня статистична характеристика, отримана в результаті обробки наслідків аварійних відмовлень. Принцип вибору ознак станів полягає в аналізі втрат інформації, зв'язаних з неповнотою їхнього контролю, а склад контрольних ознак упорядковують таким чином, щоб втрати інформації після контролю не перевершували визначеного рівня. Якщо значимість втрат з кожної ознаки однакова, то можна визначити мінімальний набір ознак, що забезпечують задану імовірність нормальної роботи обстежуваного об'єкта.

При інформаційному методі контроль станів об'єкта розглядають як приведення дослідів за заданим алгоритмом, у результаті чого невизначеність у знаннях про дійсний стан обстежуваного об'єкта замінюють інформацією.

Ступінь невизначеності станів рекомендується характеризувати ентропією, яка широко використовується в теорії інформації. При цьому, якщо система має n випадкових станів $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$ з імовірністю кожного стану $P(D_1), P(D_2), \dots, P(D_n)$, і ці стани неспільні, тобто

$$\sum_{i=1}^n P(D_i) = 1,$$

то мірою невизначеності оцінки станів може бути ентропія системи

$$H(D) = -\sum_{i=1}^n P(D_i) \log_2 P(D_i). \quad (1.1)$$

Ступінь невизначеності системи залежить від числа можливих станів n і апріорних імовірностей $P(D_i)$, тобто, якщо система, наприклад, має три можливих стани з імовірностями $P(D_1)=0,96$; $P(D_2)=0,025$; $P(D_3)=0,01$, то з великою вірогідністю можна стверджувати, що вона перебуває в стані D_1 . А якщо $P(D_1)=1$ і імовірність інших станів дорівнює нулю, то система взагалі не має невизначеності і $H(D) = 0$. У випадку, коли всі апріорні імовірності рівні, ентропія має максимальне значення і відповідає найбільшій невизначеності. За одиницю ентропії приймається степінь невизначеності, який рівний одному біту.

Вважають, що саме введення ентропії не цілком характеризує невизначеність системи, тому що вона враховує тільки імовірності станів і їхнє число, але не показує важливість станів, їхню близькість і ін. Тому введено поняття “кількість інформації”, що характеризує степінь визначеності знань про стан об'єкта за результатами вимірів ознак, одержуваних при обстеженні об'єкта. За міру кількості інформації про стан, що міститься у вимірі величини, може бути прийнята різниця:

$$J_x(D) = H(D) - H_x(D), \quad (1.2)$$

де $H(D)$ – початкова (безумовна) ентропія невизначеності;

$H_x(D)$ – залишкова після виміру параметра x ентропія невизначеності.

Якщо D і x незалежні (параметр x не зв'язаний зі станом D), то

$$H(D) = H_x(D)$$

і кількість інформації, що несе цей параметр, буде дорівнювати нулю. Чим менше $H_x(D)$, тим більше інформації несе вимірюваний параметр.

При розрахунках рекомендується використовувати замість десяткових логарифмів (1.1) двоїсті логарифми. Доцільність такого підходу може бути показана на прикладі, коли має місце рівність станів $P(D_1)=P(D_2)=0,5$. Тоді згідно з (1.1) можна записати:

$$H(D) = -P(D_1) \log_2 P(D_1) - P(D_2) \log_2 P(D_2) = -0,5 \log_2 0,5 - 0,5 \log_2 0,5 = 1$$

(один біт).

Для пояснення одержання результату, рівного одиниці, виконаємо послідовне рішення цієї залежності

$$H(D) = -P(D_1) \frac{\lg P(D_1)}{\lg 2} - P(D_2) \frac{\lg P(D_2)}{\lg 2} = -0,5 \frac{\lg 0,5}{\lg 2} - 0,5 \frac{\lg 0,5}{\lg 2} = 1.$$

Таким чином, згідно з (1.2) це значення буде відповідати початковій ентропії. Після зміни x_1 параметра імовірності встановлено, що, наприклад, $P(D_1)=0,4$ і $P(D_2)=0,6$. Тоді величина станів невизначеності складе:

$$\begin{aligned} H_{x_1}(D) &= -0,4 \frac{\lg 0,4}{\lg 2} - 0,6 \frac{\lg 0,6}{\lg 2} = \frac{1}{\lg 2} (-0,4 \cdot \lg 0,4 - 0,6 \cdot \lg 0,6) = \\ &= \frac{1}{0,30103} [-0,4(-0,39379) - 0,6(-0,2218)] = 0,97. \end{aligned}$$

Кількість інформації про стан об'єкта після виміру параметра x_1 складе:

$$J_{x_1}(D) = H(D) - H_{x_1}(D) = 1 - 0,97 = 0,03.$$

Після виміру x_2 імовірності станів $P(D_1)=1$, $P(D_2)=0$, а кількість інформації

$$J_{x_2} = H(D) - H_{x_2}(D) = 1 - 0 = 1.$$

Таким чином, з огляду на кількість інформації про перший і другий параметри, можна прийняти за достовірний другий параметр, тому що він має максимальну інформацію, рівну одиниці.

Якщо D і x незалежні, тобто параметр x не має зв'язку з D станом, то $H(D)=H_x(D)$ і кількість інформації дорівнює нулю.

Величина $H_x(D)$ являє собою залишкову невизначеність у визначенні стану системи після виміру параметра x . Чим менше буде її величина, тим більше інформації несе вимірюваний параметр, що і видно з приведеного вище розрахунку.

Часто інформацію щодо стану однієї системи одержують за допомогою спостереження за станом іншої, з нею пов'язаною. Звичайно ця друга система (система сигналів) подає інформацію про стан основної системи. Середню величину цієї інформації, чи інформативність другої системи, наприклад B , щодо першої, наприклад A , визначають з рівності

$$J_B(A) = H(B) - H(B/A),$$

де $H(B/A)$ – умовна ентропія системи B щодо системи A .

Прийнято вважати, що

$$J_B(A) = J_A(B).$$

Після перетворень формула для визначення інформації, що несе система сигналів B щодо системи A , здобуває вигляд [1]:

$$J_A(B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i \cdot B_j) \log_2 \frac{P(A_i \cdot B_j)}{P(A_i) \cdot P(B_j)}. \quad (1.3)$$

Якщо системи A і B незалежні, то $P(A_i \cdot B_j) = P(A_i) \cdot P(B_j)$ і тоді з (1.3) виходить, що $J_A(B) = J_B(A) = 0$. І це цілком природньо, тому що спостереження над однією системою не може дати інформації щодо іншої, якщо між станами цих систем немає зв'язку.

Величина інформації щодо стану системи, яка отримана в результаті контролю конкретного параметра, визначається співвідношенням:

$$J_{A_i}(B) = \sum_{j=1}^m P(B_j / A_i) \cdot \log_2 \frac{P(A_i B_j)}{P(A_i) \cdot P(B_j)} \geq 0 . \quad (1.4)$$

Величину інформації, що міститься в стані B_j щодо стану A_i , визначають за формулою:

$$J_{A_i}(B_j) = \frac{1}{\lg 2} \lg \frac{P(A_i \cdot B_j)}{P(A_i) \cdot P(B_j)} . \quad (1.5)$$

Практичне застосування вищенаведених теоретичних викладень розглянемо на прикладі діагностики стану гідравлічних розподільників, зв'язаного з наявністю в робочій рідині абразивних часток.

У процесі вивчення питання було обстежено 100 розподільників. З них справний стан (стан A_1) мали 64 розподільники ($P(A_1)=0,64$), несправний стан (стан A_2) мали 36 розподільників ($P(A_2)=0,36$). При цьому виділено три стани, що розрізняються між собою вмістом абразиву (г/т) у робочій рідині (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Поділ розподільників в залежності від вмісту абразиву в мастилі

Зміст абразивних часток, г/т	Стан системи вимірів	Стан A_1	Стан A_2
<10	B_1	40	0
10...20	B_2	20	6
>20	B_3	4	30

Згідно з таблицею зі 100 розподільників справний стан мали 40 розподільників при вмісті в робочій рідині абразиву менше 10 г/т ($P(A_1 B_1)=0,4$), 20 розподільників при вмісті абразиву 10-20 г/т ($P(A_1 B_2)=0,2$) і 4 розподільники при вмісті абразиву більш 20 г/т ($P(A_1 B_3)=0,04$).

З числа 36 несправних розподільників 6 розподільників мали несправність при вмісті абразиву 10-20 г/т ($P(A_2 B_2)=0,06$) і 30 розподільників мали несправність при вмісті абразиву більш 20 г/т ($P(A_2 B_3)=0,3$). Несправних розподільників при вмісті абразиву менш 10 г/т не зафіксовано ($P(A_2 B_1)=0$).

Значення імовірностей, отриманих на підставі таблиці 1.1, приведені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Параметри імовірностей

A _i	B _i			P(A _i)
	B ₁	B ₂	B ₃	
A ₁	0,40	0,20	0,04	0,64
A ₂	0	0,06	0,30	0,36
A ₃	0,40	0,26	0,34	

Значення P(B_i) одержують підсумовуванням стовпців, тобто

$$P(B_1) = 0,4 + 0 = 0,4 ; \quad P(B_2) = 0,2 + 0,06 = 0,26 \text{ і т.д.}$$

Використовуючи формулу (1.3), обчислимо середню інформацію про стан розподільника за вмістом абразиву в робочій рідині. У даному випадку приймаємо $i=j=1$; $n=2$; $m=3$, тобто розв'язуваний вираз повинен мати шість складових:

$$\begin{aligned} J_A(B) &= \frac{1}{\lg 2} [P(A_1B_1) \lg \frac{P(A_1B_1)}{P(A_1)P(B_1)} + P(A_1B_2) \lg \frac{P(A_1B_2)}{P(A_1)P(B_2)} + P(A_1B_3) \lg \frac{P(A_1B_3)}{P(A_1)P(B_3)} + \\ &+ P(A_2B_1) \lg \frac{P(A_2B_1)}{P(A_2)P(B_1)} + P(A_2B_2) \lg \frac{P(A_2B_2)}{P(A_2)P(B_2)} + P(A_2B_3) \lg \frac{P(A_2B_3)}{P(A_2)P(B_3)}] = \\ &= \frac{1}{\lg 2} [0,40 \lg \frac{0,40}{0,64 \cdot 0,40} + 0,20 \lg \frac{0,20}{0,64 \cdot 0,26} + 0,04 \lg \frac{0,04}{0,64 \cdot 0,34} + 0 \cdot \lg \frac{0}{0,36 \cdot 0,40} + \\ &+ 0,06 \lg \frac{0,06}{0,36 \cdot 0,26} + 0,30 \lg \frac{0,30}{0,36 \cdot 0,34}] = 0,56. \end{aligned}$$

Отримане значення кількості інформації свідчить про те, що вміст абразивних часток у робочій рідині неповно характеризує стан обстежуваного об'єкта.

Тому, використовуючи формулу (1.4), визначимо інформацію ознак щодо справного стану розподільників. Тут $j=1$, $m=3$.

$$J_{A_1}(B) = \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{P(A_1 B_1)}{P(A_1)} \lg \frac{P(A_1 B_1)}{P(A_1)P(B_1)} + \frac{P(A_1 B_2)}{P(A_1)} \lg \frac{P(A_1 B_2)}{P(A_1)P(B_2)} + \frac{P(A_1 B_3)}{P(A_1)} \lg \frac{P(A_1 B_3)}{P(A_1)P(B_3)} \right] = \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{0,40}{0,64} \lg \frac{0,40}{0,64 \cdot 0,40} + \frac{0,20}{0,64} \lg \frac{0,20}{0,64 \cdot 0,26} + \frac{0,04}{0,64} \lg \frac{0,04}{0,64 \cdot 0,34} \right] = 0,33.$$

Таким же чином визначаємо інформацію ознак щодо несправного стану:

$$J_{A_2}(B) = \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{P(A_2 B_1)}{P(A_2)} \lg \frac{P(A_2 B_1)}{P(A_2)P(B_1)} + \frac{P(A_2 B_2)}{P(A_2)} \lg \frac{P(A_2 B_2)}{P(A_2)P(B_2)} + \frac{P(A_2 B_3)}{P(A_2)} \lg \frac{P(A_2 B_3)}{P(A_2)P(B_3)} \right] = \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{0}{0,36} \lg \frac{0}{0,36 \cdot 0,40} + \frac{0,06}{0,36} \lg \frac{0,06}{0,36 \cdot 0,26} + \frac{0,30}{0,36} \lg \frac{0,30}{0,36 \cdot 0,34} \right] = 0,97.$$

З огляду на кількість інформації в першому і другому параметрах, можна прийняти за достовірний другий параметр, тому що він має максимальну інформацію, приблизно рівну одиниці.

Зробимо оцінку кількості інформації, одержуваної при зміні ознаки щодо несправного стану, при різному вмісті абразивних часток у робочій рідині.

При вмісті абразивних часток менш 10 г/т:

$$J_A(B_1) = \sum_{i=1}^2 P(A_i / B_1) \log_2 \frac{P(A_i B_1)}{P(A_i) \cdot P(B_1)} = \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{P(A_1 B_1)}{P(B_1)} \lg \frac{P(A_1 B_1)}{P(A_1)P(B_1)} + \frac{P(A_2 B_1)}{P(B_1)} \lg \frac{P(A_2 B_1)}{P(A_2)P(B_1)} \right] = \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{0,40}{0,40} \lg \frac{0,40}{0,64 \cdot 0,40} + \frac{0}{0,40} \lg \frac{0}{0,36 \cdot 0,4} \right] = 0,64;$$

при вмісті абразивних часток у межах 10...20...20 г/т:

$$J_A(B_2) = \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{P(A_1 B_2)}{P(B_2)} \lg \frac{P(A_1 B_2)}{P(A_1)P(B_2)} + \frac{P(A_2 B_2)}{P(B_2)} \lg \frac{P(A_2 B_2)}{P(A_2)P(B_2)} \right] = \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{0,20}{0,26} \lg \frac{0,20}{0,64 \cdot 0,26} + \frac{0,06}{0,26} \lg \frac{0,06}{0,36 \cdot 0,26} \right] = 0,05;$$

при вмісті абразивних часток більш 20 г/т:

$$J_A(B_3) = \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{P(A_1 B_2)}{P(B_2)} \lg \frac{P(A_1 B_2)}{P(A_1)P(B_2)} + \frac{P(A_2 B_2)}{P(B_2)} \lg \frac{P(A_2 B_2)}{P(A_2)P(B_2)} \right] =$$

$$= \frac{1}{\lg 2} \left[\frac{0,04}{0,34} \lg \frac{0,04}{0,64 \cdot 0,34} + \frac{0,30}{0,34} \lg \frac{0,30}{0,36 \cdot 0,34} \right] = 0,85.$$

З приведених розрахунків видно, що найбільшою інформацією володіє стан B_3 , тобто найбільша імовірність появи несправності розподільника можлива при вмісті в робочій рідині абразивних часток більше 20 г/т.

3 Методи статистичних рішень

3.1 Метод Байєса

При класифікації технічних станів і прийнятті правил рішення задачу складають таким чином: стан системи описують за допомогою визначальних її ознак (параметрів). При цьому відомі система, що перебуває в одному з N випадкових станів, і сукупність ознак, кожна з яких з визначеною імовірністю характеризує стан цієї системи. Потрібно виробити правило дії, за допомогою якого сукупність всіх ознак K ($K_1, K_2, \dots, K_j, \dots, K_v$) може бути віднесена до одного з можливих станів (діагнозів) D_i .

Тут ознака K_j має m_j розрядів. Проста ознака має два розряди ($m_j = 2$), що позначаються через K_j и \bar{K}_j (наявність чи відсутність ознаки). Позначення можна здійснювати і будь-яким іншим символом: “так”, “ні”; двоїстим числом “0”, ”1” і т.д. Наприклад, ознака “підвищення вмісту абразивних часток в мастилi понад 20 г/т” є дворозрядною ознакою.

Якщо ж ознака має кілька діагностичних інтервалів, то він вважається багаторозрядним. Наприклад, ознака K_j має три розряди в залежності від вмісту абразивних часток в мастилi:

q (г/т)	<10	$j=10 \dots 20 \dots 20$	$j > 20$
K	K_{j_1}	K_{j_2}	K_{j_3}

Метод Байєса полягає в припущенні, що зміна ознак K зв'язана з одним із декількох станів (діагнозів) $D_1, D_2, D_3, \dots, D_i \dots$. При цьому одна частина станів (діагнозів) входить у підмножину N_1 , що характеризує справність розглянутого

об'єкта (привода, машини, агрегату і т.д.), а друга частина станів входить у підмножину N_2 , що характеризує несправність об'єкта. Припускають, що одночасне відмовлення декількох елементів неможливе.

Таким чином, якщо мається діагноз D_i і проста ознака K_j , то імовірність спільної появи подій (наявність у досліджуваному об'єкті стану (діагнозу) D_i і ознаки K_j) можна визначити за формулою [2]:

$$P(D_i K_j) = P(D_i) \cdot P(K_j / D_i) = P(K_j) \cdot P(D_i / K_j), \quad (1.6)$$

де $P(D_i / K_j)$ – імовірність діагнозу D_i після того, як стало відомо про наявність у розглянутого об'єкта ознаки K_j ;

$P(D_i)$ – імовірність діагнозу D_i , визначена за статистичними даними;

$P(K_j / D_i)$ - імовірність появи ознаки K_j в об'єктах у стані D_i ;

$P(K_j)$ - імовірність появи ознаки K_j у всіх об'єктах незалежно від стану (діагнозу) об'єкта.

На підставі (1.6) запишемо:

$$P(D_i / K_j) = P(D_i) \frac{P(K_j / D_i)}{P(K_j)}.$$

Для випадку, коли обстежено N об'єктів і стан D_i спостерігається в N_i елементах (виробах і т.д.):

$$P(D_i) \approx \frac{N_i}{N}. \quad (1.7)$$

Якщо ж серед N_i об'єктів з діагнозом D_i у N_{ij} з'явилася ознака K_j , то

$$P(K_j / D_i) = \frac{N_{ij}}{N_i}. \quad (1.8)$$

При наявності комплексу K^* багаторозрядних ознак формула Байєса має аналогічний вигляд:

$$P(D_i / K^*) = P(D_i) \frac{P(K^* / D_i)}{P(K^*)} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (1.9)$$

де $P(D_i / K^*)$ - імовірність перебування системи в стані D_i після того, як були визначені значення ознак K_j^* , що входять у комплекс K^* (тобто, якщо комплекс ознак K одержав реалізацію K^*).

Приведена формула справедлива для кожного з n сполучень. Оскільки припускають, що система перебуває винятково в одному зі станів, тобто, реалізація одночасно двох станів неможлива, то повинна дотримуватися рівність:

$$\sum_{s=1}^n P(D_s) = 1. \quad (1.10)$$

Імовірність появи комплексу ознак може бути представлена формулою:

$$P(K^*) = P(D_1)P(K^* / D_1) + \dots + P(D_n)P(K^* / D_n) = \sum_{s=1}^n P(D_s)P(K^* / D_s). \quad (1.11)$$

З урахуванням (1.9) і (1.11) формула Байєса приймає остаточний вигляд:

$$P(D_i / K^*) = \frac{P(D_i)P(K^* / D_i)}{\sum_{s=1}^n P(D_s)P(K^* / D_s)}. \quad (1.12)$$

Параметр $P(K^* / D_i)$ може бути визначений за формулами:

- якщо комплекс ознак складається з v ознак, то

$$P(K^* / D_i) = P(k_1^* / D_i)P(k_2^* / k_1^* D_i) \dots P(k_v^* / k_1^* \dots k_{v-1}^* D_i); \quad (1.13)$$

- якщо ознаки незалежні

$$P(K^* / D_i) = P(k_1^* / D_i)P(k_2^* / D_i) \dots P(k_v^* / D_i). \quad (1.14)$$

Тут k_1, k_2, \dots, k_v - ознаки, що входять у комплекс ознак K . Кожна з ознак k_j має m_j розрядів ($k_{j1}, k_{j2}, \dots, k_{js}, \dots, k_{jmj}$).

У результаті обстеження об'єкта встановлюють реалізацію, як складених ознак $k_j^* = k_{js}$, так і всього комплексу ознак K^* . Індекс “*” означає конкретне значення ознаки, тобто реалізацію цієї ознаки.

Якщо при даному діагнозі D_i деякі ознаки (наприклад, k_1 і k_2) залежні, то буде мати місце нерівність:

$$P(k_1^* k_2^* / D_i) \neq P(k_1^* / D_i)P(k_2^* / D_i) \quad (1.15)$$

і у виразі (1.14) замість добутку двох перших членів варто включити

$$P(k_1^*/D_i)P(k_2^*/D_iK_1^*) = P(k_1^*k_2^*/D_i). \quad (1.16)$$

Як відзначалось вище, для визначення імовірності стану (діагнозу) розглянутого об'єкта складають діагностичну таблицю, форма якої представлена на рисунку 1.1. У ній розташовують умовні імовірності ознак і апіорні імовірності діагнозів.

D_i	Ознаки									$P(D_i)$
	K_1			K_2			K_3			
	$P(K_{11}/D_i)$	$P(K_{12}/D_i)$	$P(K_{13}/D_i)$	$P(K_{21}/D_i)$	$P(K_{22}/D_i)$	$P(K_{23}/D_i)$	$P(K_{31}/D_i)$	$P(K_{32}/D_i)$	$P(K_{33}/D_i)$	
D_1										
D_2										
...										
D_n										

Рисунок 1.1 – Форма діагностичної таблиці (матриці) для багаторозрядних ознак

Вирішальне правило полягає в наступному. Представлений для розпізнавання об'єкт, що володіє комплексом ознак K^* , вважають приналежним діагнозу D_i у тому випадку, якщо дотримується умова

$$P(D_i / K^*) = \max,$$

тобто, тоді, коли імовірність діагнозу D_i буде найбільшою. Крім того, сума всіх діагнозів повинна дорівнювати одиниці.

$$\sum_{s=1}^n P(D_s / K^*) = 1.$$

Якщо імовірність $P(D_i / K^*)$ менше 0,4 – 0,5, то рекомендують відмовитися від встановлення діагнозу і вирішальне правило формулюють таким чином:

$$K^* \in D_i \text{ если } P(D_i / K^*) = \max, \\ P(D_i / K^*) > P_i,$$

де P_i – граничне значення для діагнозу D_i ($P_i \geq 0,9$);

\in - символ, який застосовується у функціональному аналізі й позначає приналежність до безконечності.

Якщо обстеження показує, що при відсутності однієї ознаки інша ознака спостерігається, то має місце ознака протилежної події стосовно першої. Наприклад, відсутня ознака K_1 при наявності ознаки K_2 .

Тоді приймають:

$$P(\bar{K}_1 / D_i) = 1 - P(K_1 / D_i), \quad (1.17)$$

де \bar{K}_1 - протилежна подія (ознака).

Розглянемо практичне застосування викладених теоретичних питань на основі прикладу, приведенного в ряді робіт І.А. Біргера і його співавторів [2].

В якості досліджуємого об'єкта прийнято газотурбінний двигун.

При спостереженні за роботою двигуна перевірялися дві ознаки:

- K_1 – підвищення температури газу за турбіною більш ніж на 50°C ;
- K_2 – зростання часу виходу двигуна на максимальні оберти більш ніж на 5 секунд.

Припускають, що поява цих ознак пов'язана або з несправністю паливного регулятора (стан D_1), або зі збільшенням радіального зазору в турбіні (стан D_2). Нормальний стан двигуна позначається символом D_3 .

У результаті обстеження об'єкта встановлено наступне:

- 80% ($P(D_i)=0,80$) двигунів виробляють ресурс у нормальному стані (D_3);
- 5% ($P(D_i)=0,05$) двигунів мають стан D_1 ;
- 15% ($P(D_i)=0,15$) двигунів мають стан D_2 ;
- При нормальному стані двигуна (D_3) ознака K_1 не спостерігається, а ознака K_2 спостерігається в 5% ($P(K_2/D_i)=0,05$) випадків;
- Ознака K_1 зустрічається при стані D_1 у 20% ($P(K_1/D_i)=0,2$), а при стані D_2 – у 40% ($P(K_1/D_i)=0,4$) випадків;
- Ознака K_2 при стані D_1 зустрічається в 30% ($P(K_2/D_i)=0,3$), а при стані D_2 – у 50% ($P(K_2/D_i)=0,5$) випадків.

Для зручності подальшої обробки результатів обстеження ці дані зводять у таблицю 1.3.

Таблиця 1.3 – Імовірності ознаки й імовірності станів

D_i	$P(K_1/D_i)$	$P(K_2/D_i)$	$P(D_i)$
D_1	0,2	0,3	0,05
D_2	0,4	0,5	0,15
D_3	0	0,05	0,80

Імовірність станів двигуна, коли виявлені обидві ознаки K_1 і K_2 і вони обоє є незалежними, визначається за формулою (1.12) з урахуванням (1.14):

$$P(D_1 / K_1 K_2) = \frac{0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,3}{0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,15 \cdot 0,4 \cdot 0,5 + 0,80 \cdot 0 \cdot 0,05} = 0,09;$$

$$P(D_2 / K_1 K_2) = \frac{0,15 \cdot 0,4 \cdot 0,5}{0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,15 \cdot 0,4 \cdot 0,5 + 0,80 \cdot 0 \cdot 0,05} = 0,91;$$

$$P(D_3 / K_1 K_2) = \frac{0,80 \cdot 0 \cdot 0,05}{0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,15 \cdot 0,4 \cdot 0,5 + 0,80 \cdot 0 \cdot 0,05} = 0.$$

Імовірність станів двигуна, коли обстеження показало, що при відсутності ознаки K_1 ознака K_2 спостерігається, визначають за тією ж формулою з урахуванням (1.17):

$$P(D_1 / \bar{K}_1 K_2) = \frac{0,05 \cdot (1 - 0,2) \cdot 0,3}{0,05 \cdot (1 - 0,2) \cdot 0,3 + 0,15 \cdot (1 - 0,4) \cdot 0,5 + 0,80 \cdot (1 - 0) \cdot 0,05} = 0,12;$$

$$P(D_2 / \bar{K}_1 K_2) = \frac{0,15 \cdot (1 - 0,4) \cdot 0,5}{0,05 \cdot (1 - 0,2) \cdot 0,3 + 0,15 \cdot (1 - 0,4) \cdot 0,5 + 0,80 \cdot (1 - 0) \cdot 0,05} = 0,46;$$

$$P(D_3 / \bar{K}_1 K_2) = \frac{0,80 \cdot (1 - 0) \cdot 0,05}{0,05 \cdot (1 - 0,2) \cdot 0,3 + 0,15 \cdot (1 - 0,4) \cdot 0,5 + 0,80 \cdot (1 - 0) \cdot 0,05} = 0,41.$$

Імовірність станів двигуна при відсутності обох ознак визначають аналогічно:

$$P(D_1 / \bar{K}_1 \bar{K}_2) = \frac{0,05 \cdot (1 - 0,2) \cdot (1 - 0,3)}{0,05 \cdot (1 - 0,2) \cdot (1 - 0,3) + 0,15 \cdot (1 - 0,4) \cdot (1 - 0,5) + 0,80 \cdot (1 - 0) \cdot (1 - 0,05)} = 0,03;$$

$$P(D_2 / \bar{K}_1 \bar{K}_2) = \frac{0,15 \cdot (1 - 0,4) \cdot (1 - 0,5)}{0,05 \cdot (1 - 0,2) \cdot (1 - 0,3) + 0,15 \cdot (1 - 0,4) \cdot (1 - 0,5) + 0,80 \cdot (1 - 0) \cdot (1 - 0,05)} = 0,05;$$

$$P(D_3 / \bar{K}_1 \bar{K}_2) = \frac{0,80 \cdot (1-0) \cdot (1-0,05)}{0,05 \cdot (1-0,2) \cdot (1-0,3) + 0,15 \cdot (1-0,4) \cdot (1-0,5) + 0,80 \cdot (1-0) \cdot (1-0,05)} = 0,92.$$

При аналізі отриманих результатів варто враховувати вищенаведені вимоги до прийняття рішень. **Якщо імовірність $P(D_i / K^*)$ менше 0,4 – 0,5, то рекомендується відмовитися від постановки діагнозу. Ставити його можна лише тоді, коли $P(D_i / K^*) \geq 0,9$.** З приведених розрахунків видно, що діагноз може бути поставлений для двох випадків, коли значення імовірностей складають $P(D_2 / K_1 K_2) = 0,91$ і $P(D_3 / \bar{K}_1 \bar{K}_2) = 0,92$. Для першого випадку можна визнати, що обидві ознаки K_1 (підвищення температури газу за турбіною більш ніж на 50°C) і K_2 (зростання часу виходу двигуна на максимальні оберти більш ніж на 5 секунд) є наслідком стану D_2 (збільшення зазору у турбіні). А величина імовірності 0,92 говорить про те, що при відсутності обох ознак найбільш ймовірним є нормальний стан привода. У той же час при відсутності ознаки K_1 і наявності ознаки K_2 імовірності станів D_2 і D_3 приблизно однакові (0,46 і 0,41) і для уточнення стану двигуна необхідно провести додаткове обстеження.

3.2 Метод мінімального ризику

Як відзначалось вище, цей метод відноситься до числа методів статистичних рішень і є серед них найбільш ефективним.

При одному діагностичному параметрі x (наприклад, вібрація, температура, вміст продуктів зносу в робочій рідині чи в мастилах і т.п.) завдання полягає в тім, що вибирають значення x_0 параметра x . При $x > x_0$ приймають рішення про зняття обстежуваного об'єкта з експлуатації, а при $x < x_0$ допускають його подальшу роботу.

При такій умові поділ роблять на два класи (диференціальна діагностика чи дихотомія): D_1 – справний стан об'єкта, D_2 – несправний стан (наявність дефекту) і зазначене правило рішень може бути подано в такому вигляді:

$$\text{при } x < x_0 \quad x \in D_1; \quad \text{при } x > x_0 \quad x \in D_2. \quad (1.18)$$

Знак \in означає, що об'єкт із відповідним параметром відноситься до даного стану.

Рисунок 1.2 – Статистичні розподіли щільності імовірності діагностичного параметра x для двох станів об'єкта D_1 і D_2

З рис. 1.2 видно, що будь-який вибір величини x_0 поєднується з визначеним ризиком, про що свідчить перетин кривих f_1 і f_2 .

Існують два види ризику: ризик “помилкової тривоги” і ризик “пропуску мети”. Помилковою тривокою називається випадок, коли приймають рішення про несправність досліджуваного об'єкта, хоча в дійсності він перебуває в справному стані, тобто замість D_1 приймають D_2 . Пропуск мети означає ухвалення рішення про справність об'єкта, коли він є несправним, тобто замість D_2 приймають D_1 .

У теорії статистичного контролю такі випадки називають ризиком постачальника і ризиком приймача чи помилками першого і другого роду.

В остаточному підсумку під x_0 мають на увазі граничне значення діагностичного параметра, що забезпечує за правилом (1.18) мінімум середнього ризику, а розподіли $f(x/D_1)$ і $f(x/D_2)$ є одномодальними (“одногорбими”) (рис. 1.2).

Рішення про віднесення обстежуваного об'єкта X до стану D_1 чи D_2 можна в цьому випадку зв'язати з величиною відношення правдоподібності, що являє собою відношення густин імовірностей розподілу X при двох станах.

Відповідно до правил (1.18) за методом мінімального ризику приймають рішення про стан об'єкта, що має значення параметра X , яке може бути представлено в такий спосіб:

$$x \in D_1, \text{ якщо } \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} > \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}; \quad (1.19)$$

$$x \in D_2, \text{ якщо } \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} < \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}. \quad (1.20)$$

Тут Z_{11}, Z_{22} – ціни правильних рішень (при $C_{11} < 0, C_{22} < 0$);

Z_{12} – ціна пропуску мети;

Z_{21} – ціна помилкової тривоги (перший індекс при Z означає прийнятий стан, другий індекс – дійсний стан);

$P = P(D_1), P = P(D_2)$ – апріорні імовірності діагнозів D_1 і D_2 (вважаються відомими на підставі попередніх статистичних даних).

Таким чином, умова (1.19) відповідає $x < x_0$, а умова (1.20) відповідає $x > x_0$. Права частина умов (1.19) і (1.20) являє собою граничне значення для відношення правдоподібності, тобто

$$\lambda = \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}.$$

У більшості практичних задач умовні виграші (заохочення) для правильних рішень не вводять, величинами Z_{11} і Z_{22} зневажають і тоді:

$$\lambda = C_{12}P_2 / C_{21}P_1.$$

Іноді зручно розглядати не відношення правдоподібності, а логарифм цього відношення, що не змінює результату, тому що логарифмічна функція зростає монотонно разом зі своїм аргументом.

При нормальному розподілі параметра x і справному D_1 і несправному D_2 станах обстежуваного об'єкта щільності розподілів можуть бути представлені формулами:

$$f(x/D_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-x_1)}{2\sigma^2}};$$

$$f(x/D_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-x_2)}{2\sigma^2}},$$

де e – основа натурального логарифма;

σ - середньоквадратичне відхилення;

x_1, x_2 - середні значення x_1 і x_2 .

Якщо представити умови стану у вигляді

$$\frac{f(x_0/D_1)}{f(x_0/D_2)} = \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1} \quad (1.24)$$

і внести в нього вирази (1.22) і (1.23), то після логарифмування одержимо

$$\ln \frac{f(x_0/D_1)}{f(x_0/D_2)} = -\frac{1}{2\sigma^2} [2x_0(x_2 - x_1) + x_1^2 - x_2^2] = \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}. \quad (1.25)$$

З цього виразу виходить, що

$$x_0 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) - \frac{\sigma^2}{x_2 - x_1} \left(\ln \frac{P_2}{P_1} + \ln \frac{C_{12} - C_{22}}{C_{21} - C_{11}} \right). \quad (1.26)$$

Проте цим виразом можна скористатися лише у випадку, коли середньоквадратичні відхилення для \bar{x}_1 і \bar{x}_2 будуть рівні, тобто $\sigma_2 = \sigma_1$.

Коли ці відхилення не рівні, доцільно скористатися виразом:

$$-\frac{(x_0 - \bar{x}_1)}{2 \cdot \sigma_1^2} + \frac{(x_0 - \bar{x}_2)}{2 \cdot \sigma_2^2} - \ln \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \left(\frac{C_{12} - C_{22}}{C_{21} - C_{11}} \right) \frac{P_2}{P_1} \right] = 0. \quad (1.27)$$

При $C_{11}=C_{22}=0$, що часто трапляється, вираз (1.27) буде мати вигляд:

$$-\frac{(x_0 - \bar{x}_1)}{2 \cdot \sigma_1^2} + \frac{(x_0 - \bar{x}_2)}{2 \cdot \sigma_2^2} - \ln \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \frac{C_{12}}{C_{21}} \cdot \frac{P_2}{P_1} \right] = 0. \quad (1.28)$$

Розглянемо застосування методу на прикладі.

Для багатьох обстежуваних об'єктів (трансмій, редукторів, гідроапаратури, підшипникових вузлів і т.п.) діагностику стану здійснюють по змісту заліза в робочій рідині чи в мастилі.

При справному стані середнє значення складає $\bar{x}_1 = 10$ (10 г заліза на 1 т мастила) і середньоквадратичне відхилення $\sigma_1 = 2$. При наявності дефектів у третьових елементах об'єкта (несправний стан) ці значення складають $\bar{x}_2 = 20$, $\sigma_2 = 3$.

Потрібно визначити граничний вміст заліза в робочій рідині чи мастилі, вище якого обстежуваний об'єкт підлягає зняттю з експлуатації і подальшому ремонту.

За статистичними даними, несправний стан, наприклад, спостерігається в 10% гідродвигунів ($P_2=0,1$). Інші 90% відсотків двигунів справні ($P_1=0,9$). Приймаємо також: $C_{11}=C_{22}=0$; $C_{12}=20$; $C_{21}=1$.

Розподіл передбачається нормальним.

Для розрахунку скористаємося виразом (1.28):

$$-\frac{(x_0 - 10)}{2 \cdot 4} + \frac{(x_0 - 20)}{2 \cdot 9} - \ln \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{20}{1} \cdot \frac{0,1}{0,9} \right] = 0.$$

Після перетворень одержимо квадратне рівняння:

$$0,0694x_0^2 - 0,2778 \cdot x_0 - 9,329 = 0.$$

Звідси

$$x_{0,2} = \frac{-(-0,2778) \pm \sqrt{(-0,2778)^2 - 4 \cdot 0,0694 \cdot (-9,329)}}{2 \cdot 0,0694} = 13,767; -9,764.$$

Приймаємо позитивне значення $x_0 \approx 14$.

За отриманим значенням x_0 визначаємо імовірність помилкової тривоги $P(H_{21})$ й імовірність пропуску дефекту $P(H_{12})$.

Імовірність помилкової тривоги:

$$P(H_{21}) = P_1 \cdot \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx, \quad (1.29)$$

де $P_1 = P(D_1)$ – апіорна імовірність діагнозу D_1 (прийнято вважати відомою на підставі попередніх статистичних даних, у нашому випадку прийнято $P_1 = 0,9$).

Аналогічним образом знаходимо імовірність пропуску дефекту:

$$P(H_{12}) = P_2 \cdot \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx. \quad (1.30)$$

Графічні образи імовірності помилкової тривоги і пропуску дефекту представлені на рис. 1.3.

Загальна вартість ризику буде дорівнює:

$$R = C_{21} \cdot P(H_{12}) + C_{12} \cdot P(H_{21}). \quad (1.31)$$

З урахуванням (1.22) і (1.23) вирази (1.29) і (1.30) будуть мати вигляд:

$$P(H_{21}) = P_1 \cdot \int_{x_0}^{\infty} \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_i - x_0)^2}{2\sigma_1^2}} dx \quad (1.32)$$

$$P(H_{12}) = P_2 \cdot \int_{-\infty}^{x_0} \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_i - x_0)^2}{2\sigma_2^2}} dx \quad (1.33)$$

Для спрощення рішення задачі вирази (1.32) і (1.33) можна перетворити до вигляду:

$$P(H_{21}) = P_1 \cdot \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \sum_{x_i=x_0}^{x_i=n} e^{-\frac{(x_i - x_1)^2}{2\sigma_1^2}}; \quad (1.34)$$

$$P(H_{12}) = P_2 \cdot \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \cdot \sum_{x_i=-n}^{x_i=x_0} e^{-\frac{(x_i - x_2)^2}{2\sigma_2^2}}. \quad (1.35)$$

При цьому приймаємо, що для $P(H_{21})$

$$x_1 = x_0; \quad x_2 = x_1 + \Delta x; \quad x_3 = x_2 + \Delta x; \quad x_n = x_{n-1} + \Delta x,$$

де Δx – інтервал варіювання (чим менше Δx , тим точніше результат), а для $P(H_{12})$

$$x_1 = x_0; \quad x_2 = x_1 - \Delta x; \quad x_3 = x_2 - \Delta x; \quad x_n = x_{n-1} - \Delta x.$$

На підставі чисельного рішення виразів (1.31), (1.34) і (1.35) для розглянутого вище приклада отримані наступні результати:

$$P(H_{21}) = 0,0346; \quad P(H_{12}) = 0,0032; \quad R \approx 0,1.$$

На підставі цих результатів можна зробити висновки, що прийняті вище рішення вірні, тому що значення $P(H_{21})$ і $P(H_{12})$ вкрай малі і, отже, такі фактори, як помилкова тривога і пропуск дефекту, не допущені. При цьому варто врахувати, що при перевищенні граничного значення $x_0=14$, тобто, наявності вмісту в робочій рідині (мастилі) заліза більш, ніж 14 г/т, об'єкт варто зупинити на огляд і ремонт.

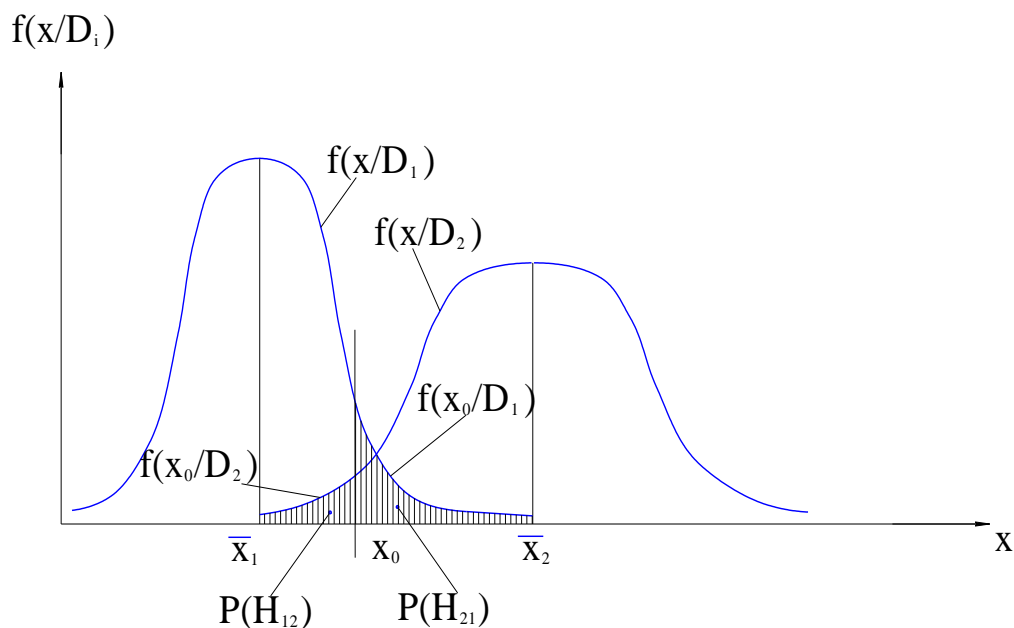


Рисунок 1.3 - Графічні образи $P(H_{21})$ і $P(H_{12})$ при щільності розподілу вмісту заліза в робочій рідині (мастилі) для справного D_1 і несправного D_2 об'єктів

Контрольні запитання

1. Які методи застосовують для вибору ознак в процесі діагностування?
2. Яким параметром характеризують степінь невизначеності станів?

3. Від чого залежить степінь невизначеності системи?
4. За якою формулою визначають величину інформації щодо стану системи?
5. Які вимоги до прийняття рішень враховують при аналізі результатів діагностування?
6. Що таке ризику «помилкової тривоги» та «пропуску мети»?

Розділ 2.

Основні поняття, визначення і моделі контролю і технічного діагностування

1 Предмет і задачі контролю і технічного діагностування

При створенні й експлуатації технічних об'єктів здійснюють їхню всебічну перевірку на предмет ухвалення рішення про можливість допуску до використання за призначенням. Одним з головних моментів тут є проведення контролю технічного стану обстежуваного об'єкта і перевірки його працездатності в реальних умовах експлуатації.

Під контролем технічного стану об'єкта мають на увазі процес перевірки відповідності його характеристики встановленим нормам і одержання необхідної інформації для виявлення причин виникаючих відказів і для завбачення їхньої появи в майбутньому, щоб уникнути аварійних ситуацій.

Причинами аварійних ситуацій, в основному, є відкази окремих вузлів і деталей об'єкта, пов'язані з недосконалістю їхніх конструктивних рішень чи виробничих дефектів, не виявлених при попередніх контролях. У зв'язку з цим основними задачами контролю є одержання достовірної інформації про поточний стан об'єкта, виявлення й усунення виникаючих відказів його окремих елементів.

Виявлення відказів і аналіз причин їхньої появи складає основу наукового напрямку, що одержав назву технічної діагностики.

Відкази окремих вузлів і деталей виникають у результаті природнього старіння збірних елементів, зносу тертьових частин і утворення різних дефектів, що приводять до зниження працездатності об'єкта в цілому. У цьому випадку великого значення набуває задача визначення часу, протягом якого об'єкт здатний зберігати

свою працездатність на заданому рівні. Ця задача відноситься до задач другого наукового напрямку, названого прогнозуванням технічного стану.

Найпростішою формою контролю є контроль функціонування чи працездатності об'єкта. Цей контроль передбачає перевірку працездатності обстежуваного об'єкта в цілому чи окремих його вузлах без кількісної оцінки. При цьому оцінка одержуваних результатів здійснюється за принципом «справний - несправний».

Більш ефективною формою контролю є кількісний контроль визначальних параметрів обстежуваного об'єкта, при якому фіксують абсолютні значення контрольованих параметрів чи ж їхнього відхилення від номінальної величини. Цей контроль дозволяє установити працездатність чи відказ об'єкта і дати оцінку його працездатності, тобто одержати якісну картину. При цьому необхідне застосування більш складних процедур контролю, що включають у себе обчислення визначеної функції якості, аргументами якого є обмірювані значення контрольованих параметрів. Також необхідно зробити вибір найбільш раціональної сукупності параметрів, що визначають якісну характеристику об'єкта.

При практичній реалізації контролю необхідні детальне вивчення обстежуваного об'єкта і побудова його математичної моделі, на підставі якої визначають принципи контролю і розробляють відповідну технологію для його реалізації.

Задачі технічної діагностики є логічним продовженням і розвитком задач контролю, тому що мета контролю і діагностики спрямована на визначення, у якому із заздалегідь установлені безлічі станів знаходиться обстежуваний об'єкт. А сама процедура діагностики містить у собі деяку сукупність операцій контролю всього об'єкта в цілому, і його окремих елементів. При цьому необхідно визначити, які саме з операцій варто здійснювати й у якій послідовності обробляти ці результати з метою конкретизації несправності.

Як в теорії контролю, так і в теорії діагностики існують три основні групи задач, пов'язаних з побудовою моделі об'єкта і розробкою методів діагнозу.

Побудова моделі базується на таких задачах [6]:

- вивчення функціонування обстежуваного об'єкта;

- виділення характерних елементів об'єкта і зв'язків між ними;
- виділення можливих станів об'єкта, тобто можливих комбінацій відказів елементів;
- аналіз можливостей контролю, ознак, що характеризують стан об'єкта;
- збір і обробка статистичних даних про розподіл імовірностей можливих станів об'єкта, а також про закономірності прояву відказів окремих його елементів;
- вибір форм представлення моделі об'єкта і розробка методів її побудови.

Рішення цих задач, найчастіше, ґрунтується на експериментальному дослідженні об'єктів обстеження.

Друга група задач, як правило, спирається на математичний апарат з побудовою і дослідженням математичних моделей і містить у собі:

- розробку методів побудови діагностичних тестів при пошуку елементів, що відмовили;
- побудову оптимальних програм і процедур діагностики, що дозволяють визначати стан об'єкта і несправності в ньому з мінімальними витратами.

Третя група задач пов'язана з розробкою діагностичної техніки і має, в основному, інженерно-технічний характер і передбачає рішення таких питань:

- розробку принципів побудови діагностичних систем і вибір способів їхньої апаратної реалізації;
- оцінку діагностичних пристроїв і систем за їх технічними можливостями для забезпечення необхідного рівня вірогідності реєстрування параметрів;
- визначення зв'язків діагностичної системи з об'єктом.

Перераховані вище види контролю дозволяють оцінювати стан об'єкта через якийсь проміжок часу і у меншій мірі в сучасний момент. Оцінка майбутнього стану об'єкта є задачею технічного прогнозування. Тому прогнозування має велике значення для організації і планування процесів експлуатації устаткування, визначення термінів його оглядів і ремонтів.

Суть прогнозування полягає в тім, щоб, користуючись результатами спостереження процесу зміни показників параметрів, що характеризують стан об'єкта, на визначеному проміжку часу завбачати їхнє значення в деякий майбутній

момент часу. Необхідні дані для реалізації цієї задачі одержують шляхом контролю технічного стану об'єкта, який називають прогнозуючим контролем. Поряд з цим існує поняття діагностичного прогнозуючого контролю, при якому, передбачають конкретну форму і місце очікуваної несправності. У тому і іншому випадку метою прогнозування є визначення майбутнього стану об'єкта як функції стану його елементів у сучасний момент часу.

В узагальненому виді рішення цих задач зводять до виконання таких операцій:

- визначення стану обстежуваного об'єкта і рівня його працездатності;
- установлення місця і причин несправностей і їхнє усунення;
- одержання вихідних даних для прогнозування стану об'єкта;
- одержання вихідних даних для аналізу впливу умов експлуатації на якість функціонування і наступного удосконалювання конструкції об'єкта.

В остаточному підсумку результати рішення цих задач призначені для вибору

необхідних впливів на обстежуваний об'єкт і на умови його експлуатації з метою забезпечення заданого рівня надійності і працездатності.

2 Основні поняття і визначення контролю і діагностики

У залежності від ступеня складності обстежуваного об'єкта здійснюється більша чи менша кількість вимірювальних операцій, на підставі яких одержують інформацію про його технічний стан. Кожному об'єкту притаманні як основні (значимі), так і другорядні ознаки. Перші характеризують функціональні властивості об'єкта, другі – експлуатаційні показники, вплив об'єкта на навколишнє середовище, культуру обслуговування і т.д.

При контролі і діагностиці, насамперед, враховують основні параметри, що характеризують функціональну придатність обстежуваного об'єкта. За мірою зміни цих параметрів судять про зміну його стану. Носієм інформації про стан об'єкта служить діагностичний сигнал, під яким розуміють багатомірний сигнал, одержаний за допомогою виміру контрольованих параметрів у фіксований момент часу [6].

Діагностичний сигнал може бути отриманий і за рахунок виміру одного параметра в одній контрольованій точці, але за умови, що цю операцію будуть виконувати в різні моменти часу. Допускається, так би мовити, граничний випадок, коли діагностичним сигналом може бути вимір одного параметра у фіксований момент часу.

Відомо, що стан будь-якого технічного об'єкта безупинно змінюється в часі внаслідок природного протікання в ньому фізико-хімічних процесів. Однак у діагностиці враховують тільки ті зміни в стані об'єкта, що обумовлюють його несправність. Під несправністю мають на увазі неприпустимі кількісні зміни якого-небудь параметра внаслідок незворотних фізико-хімічних процесів чи змін зовнішніх умов.

Об'єкт визнано вважати справним, якщо він відповідає всім поставленим до нього вимогам, тобто якщо значення всіх параметрів, включаючи основні і другорядні, перебувають в заданих межах. При виході з цих меж значень кожного з параметрів об'єкт вважається несправним.

Об'єкт прийнято вважати працездатним, якщо значення його основних параметрів відповідає встановленим нормам і він нормально функціонує. Втрата об'єктом працездатності називається відказом.

Таким чином, працездатний об'єкт може бути як справним, так і несправним. Справний об'єкт завжди перебуває в працездатному стані. Несправний об'єкт може бути як працездатним, так і непрацездатним. Явно несправним буває тільки відказний об'єкт.

В основу діагностування покладено припущення, що перехід об'єкта з одного стану в інший обумовлюється появою несправності, а сам об'єкт перебуває в кінцевій безлічі станів D_i , що поділяють на два класи (чи підмножини) D_1 і D_2 .

Клас D_1 включає всі стани об'єкта, при яких він зберігає працездатність, а клас D_2 – усі стани, що приводять до втрати працездатності. Будь-який стан об'єкта характеризують сукупністю параметрів (ознак).

Процес визначення діючого стану об'єкта, тобто віднесення його до одного із станів (D_1 чи D_2), і складає суть чи розпізнавання діагностування. Процедура діагностування може бути умовно поділена на три етапи:

- опис об'єкта;
- виділення ознак;
- ухвалення рішення (постановка діагнозу).

Первинний опис об'єкта полягає у виборі інформації, що є необхідною для прийняття рішення про приналежність об'єкта до одного з класів. Вона може бути отримана шляхом визначення його поточного стану при контролі значень параметрів і характеристик чи перевіркою міри виконання об'єктом своїх функцій.

Опис об'єкта чи діагностичної системи здійснюється за допомогою комплексу ознак

$$K = F(K_1, K_2, \dots, K_n),$$

де K – комплекс ознак;

K_j – ознака, що має m_j розрядів.

Нехай, наприклад, ознака K_j являє собою три розрядну ознаку ($m_j=3$), що характеризує температуру робочої рідини чи мастила на виході обстежуваного об'єкта: знижена, нормальна, підвищена. Кожен розряд (інтервал) ознаки K_j позначається K_{js} (наприклад, підвищена температура K_{j3}).

Прямі ознаки станів дуже часто недоступні для безпосереднього виміру. У цих випадках використовують непрямі параметри. Так, наприклад, знос елементів, що сполучаються, і тіл кочення можна оцінити за вмістом заліза в мастилі, зачатки руйнування вузлів і деталей – шляхом виміру рівня шуму. Часто використовують вимір температур, силових параметрів, напруженого стану і т.д.

При виборі ознак станів враховують вимоги ефективності контролю. Насамперед, ознаки повинні бути однозначно пов'язані зі станом обстежуваного об'єкта, і утворювати повну систему для забезпечення достовірного діагнозу. Переважні ті ознаки, що дозволяють відшукати несправності на ранніх етапах їхнього розвитку. В якості ознак рекомендують вибирати такі, котрі зручно визначати і вимірювати в процесі експлуатації і вести їхню обробку. В остаточному

підсумку вибір ознак визначають їх інформативністю чи кількістю інформації. Найбільш часто для цієї мети використовують статистичні й інформаційні методи.

При прийнятті рішень використовують розглянуті нами методи, що об'єднані в групу, так званих, методів статистичних рішень: мінімального ризику; мінімального числа помилок; мінімакса; Неймана – Пірсона; найбільшої правдоподібності.

Питання контролю і діагностики виникають уже на етапах розробки об'єкта і проектування його складових елементів. Рішення цих питань починається з побудови моделей розроблювальних об'єктів. На підставі аналізу моделей формують умови працездатності об'єктів і вимоги до їхніх основних характеристик.

На етапі експлуатації діагностування сприяє встановленню наявності чи відсутності дефектних елементів і виявленню допущених при складанні помилок, оцінці працездатності устаткування перед пуском його в роботу після ремонту, виявленню несправностей, що виникають у процесі експлуатації.

Розділ 3

Моделі об'єктів контролю і діагностики

1 Основні вимоги до моделей і їхня роль у діагностуванні

Моделювання є одним з методів наукового дослідження, завдяки якому одержують нові знання про об'єкти і процеси. Воно передбачає етапи побудови і вивчення моделей, на основі чого базується експериментальна частина обстежуваного об'єкта. При моделюванні обстежуваний об'єкт заміняють або матеріально-речовинним, або ідеальним об'єктом. Матеріально-речовинний об'єкт являє собою фізичну модель, тією чи іншою мірою відповідною образу обстежуваного об'єкта. Ідеальний об'єкт являє собою абстрактний опис реального об'єкта у вигляді формул, графіків, таблиць, діаграм і т.п., тобто ідеальний об'єкт являє собою нематеріалізовану модель обстежуваного об'єкта. Така форма подання об'єкта є дуже зручною, оскільки дозволяє використовувати сучасні засоби обчислювальної техніки і тим самим розширити можливості рішення задач

діагностування. І взагалі, при дослідженні складних об'єктів неможливо обійтися без використання не матеріалізованих моделей, які прийнято називати математичними.

На першому етапі діагностики досліджують функціонування обстежуваного об'єкта, установлюють зв'язки між його конструктивними елементами, вивчають форми прояву відказів цих елементів. Після цього, одержавши необхідні відомості, складають формалізований опис об'єкта, що спостерігається, чи, іншими словами, будують модель. Ця модель є абстрактним відображенням реального об'єкта, у якому зосереджені його найбільш важливі властивості. Форму подання моделі, конкретизацію і деталізацію визначають способом проведення діагностування і постановки діагнозу.

Вибір тієї чи іншої форми моделі визначається характером і складністю обстежуваного об'єкта, обсягом наявної апріорної інформації, необхідною глибиною діагнозу і технічних можливостей одержання інформації. При діагностуванні простих лінійних динамічних систем застосовують методи, при яких носіями інформації є конкретні параметри (сигнали). У складних системах застосовують методи діагностування, що базуються на одночасному вимірі численних параметрів (сигналів) з наступною статистичною обробкою результатів вимірів.

До моделей пред'являють наступні вимоги [6]:

1) Модель повинна бути досить абстрактною, щоб її можна було застосовувати для аналізу широкого класу технічних систем, дозволяти враховувати всі істотні особливості конкретних систем і способів пошуку в них елементів, що відмовили;

2) Модель повинна описувати, по можливості, більше станів об'єкта і дозволяти визначати елемент, що відмовив, на будь-якому заздалегідь заданому рівні діагнозу;

3) Модель повинна бути подана у формі, зручній для її технічної реалізації і, зокрема, для реалізації на ЕОМ;

4) Модель повинна дозволяти використовувати для рішення задач діагностики формальний апарат сучасної математики;

5) Модель повинна дозволяти виділяти найбільш інформативні параметри, що відображають істотні властивості діагностуемого об'єкта і які необхідно

контролювати в процесі діагностики, тобто, визначати оптимальну сукупність контрольованих параметрів.

2 Класифікація моделей

Відомі такі моделі: параметричні, поліноміальні, непараметричні, графічні і графоаналітичні, функціональні і логічні.

У *параметричних моделях* для дослідження лінійних і лінеаризованих систем в якості моделей найбільш часто використовують лінійні диференціальні рівняння чи передаточні функції. Оскільки для відшукування елемента, що відмовив, така модель є незручною, то її найчастіше використовують на стадії проектування об'єкта.

Поліноміальні моделі відрізняються від параметричних більш високим рівнем формалізму і більшою універсальністю. Їх використовують для різних систем (лінійних, нелінійних, дискретних, неперервних і т.п.). Тут зв'язок між вхідними і вихідними сигналами об'єкта апроксимують різними поліномами, рядами, ортогональними чи розкладаннями рівнянь регресії.

В якості *непараметричних моделей* використовують перехідні функції, імпульсні перехідні функції і спектральні характеристики. Використання цих моделей з метою контролю працездатності об'єктів більш доцільне у порівнянні з параметричними, оскільки дозволяє одержати більш точні результати. Особливо широко їх використовують для контролю і діагностики механічних об'єктів.

До числа *графічних і графоаналітичних моделей* відносять схеми, графи, діаграми, таблиці і т.п. Однією з таких моделей є діаграма проходження сигналів, що приймається у вигляді схеми, яка складається з вузлів, з'єднаних спрямованими гілками, і виражає систему алгебраїчних рівнянь. Недоліком цієї моделі є те, що вона може бути застосована лише для діагностики нескладних об'єктів через обмеження можливостей математичного апарата (алгебраїчних рівнянь). Для діагностики більш складних систем застосовують граф-модель. Вершинами графа є функціональні елементи об'єкта, а дугами – зв'язки між ними. Однак складання граф-моделі дуже трудомістке, а реалізація моделі за допомогою комп'ютерної

техніки пов'язана з істотними складнощами. Тому граф-моделі використовують частіше як проміжні моделі для побудови інших типів моделей.

Функціональна модель являє собою сукупність функціональних елементів, кожний з яких може мати скільки завгодно входів при одному виході. Функціональні моделі широко використовують у задачах контролю і діагностики. Одним з різновидів функціональних моделей є, так звана, таблиця станів чи таблиця несправностей.

Логічні моделі подають у вигляді висловлювальних форм, що будуються на основі двозначної логіки (справний – несправний). Вони є дуже складними булевими функціями, що залежать від ряду перемінних. Кожна перемінна може приймати значення 0 чи 1 у залежності від стану обстежуваного об'єкта в цілому чи його окремих елементів.

З усіх перерахованих вище моделей найбільш широке застосування мають функціональні і логічні моделі. Тому докладно зупинимося, саме, на розгляді процесу побудови цих видів моделей.

3 Функціональні моделі

Функціональну модель представляють графічним зображенням обстежуваного об'єкта з указівкою усіх функціональних зв'язків між його окремими елементами [6]. Головною позитивною ознакою такої моделі є фізична наочність. При побудові моделі припускають, що обстежуваний об'єкт можна подати у вигляді окремих функціональних елементів, зв'язаних між собою. Функціональний елемент це частина обстежуваного об'єкта, що може перебувати в одному з двох несумісних станів (працездатна – непрацездатна) і в працездатному стані відповідає належною реакцією на визначену сукупність впливів дій, включаючи реакції інших елементів.

Дію, яку необхідно прикласти до працездатного елемента для одержання необхідної реакції, називають припустимою, а реакцію елемента, що віказав – неприпустимою. Кожен функціональний елемент може мати кілька входів і один вихід. Тим самим функціональна модель об'єкта відрізняється від його звичайної функціональної схеми, у якій елементи можуть мати декілька входів.

При складанні функціональної моделі реальний елемент, що має n виходів, розчленовують на n первинних функціональних елементів. Крім того, необхідно:

- перелічити всі можливі комбінації одночасно відмовивших елементів;
- указати, які комбінації припустимих дій необхідно прикласти до кожного елемента для одержання допустимої реакції;
- задати схему об'єкта, на якій зазначено всі елементи і зв'язки між ними.

При цьому здійснюючими вважаються такі умови:

- функціональний елемент буде працездатний, якщо при допустимих вхідних діях його реакція також буде допустимою;
- вихід за межі допустимих значень хоча б однієї з вхідних дій приводить до недопустимої реакції;
- зовнішні вхідні дії (входи, що не з'єднані з жодним виходом) завжди є допустимими;
- ланцюги зв'язку між функціональними елементами моделі повинні бути абсолютно надійними.

Приклад графічного зображення функціональної моделі показано на рис. 3.1. Реальний обстежуваний об'єкт тут представлено дев'ятьма елементами моделі (1...9...9). За входи прийнято x_1, x_2, x_3, x_4, x_7 , за виходи – y_2, y_3, y_6, y_9 .

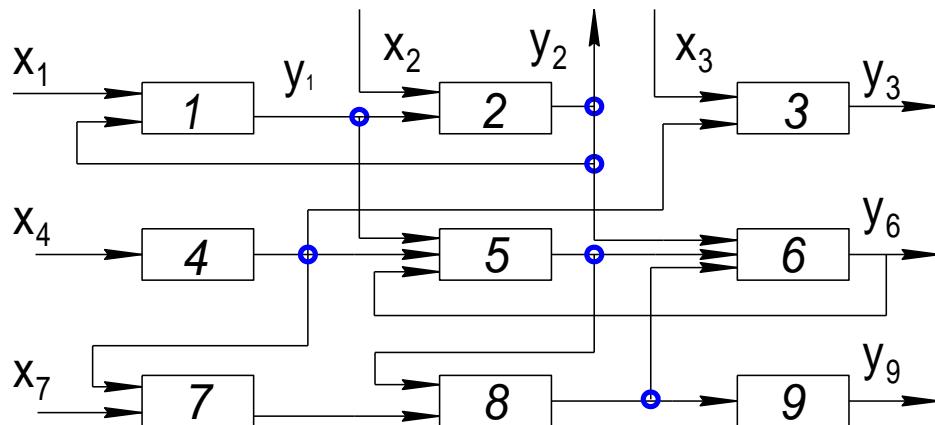


Рисунок 3.1 – Функціональна модель обстежуваного об'єкта

Згідно з рисунком, між елементами 1, 2 і 5, 6 мається зворотній зв'язок, що, найчастіше, характерно для слідкуючих систем. Інші елементи мають послідовні зв'язки.

За допомогою функціональної моделі, для зручності рішення поставленої задачі, може бути побудована граф-модель (рис. 3.2). Її побудова ґрунтується на таких положеннях:

- кожен функціональний елемент зображують у вигляді вершини графа (кружальця з номером елемента);
- функціональні зв'язки трансформуються в дуги зв'язку графа, напрямком яких повинен збігатися з напрямком проходження сигналів;
- нумерація вершин графа повинна збігатися з нумерацією елементів;
- пристрій, на яке надходять вихідні сигнали, зображують також у вигляді окремої вершини (у даному випадку кружальце з числом 10) графа.

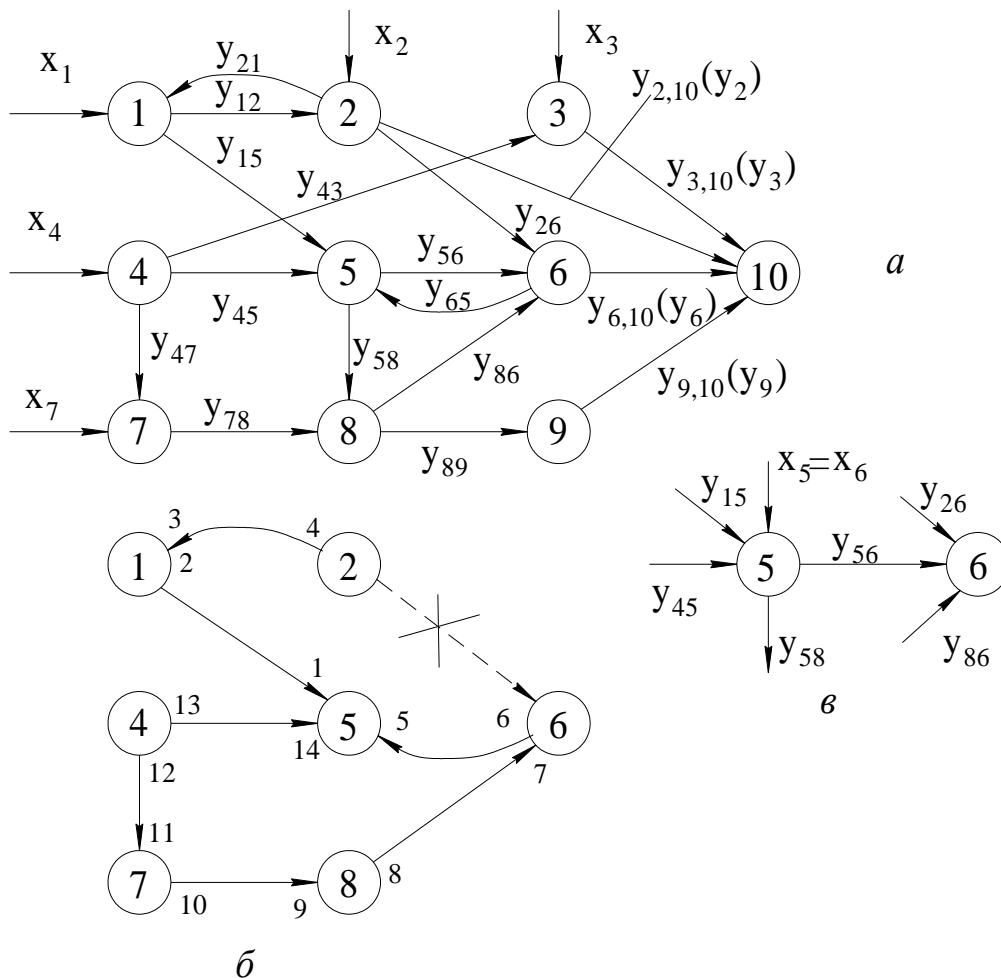


Рисунок 3.2 – Граф-модель об'єкта контролю

Функціональна модель дозволяє однозначно виконувати перевірки з метою пошуку всіх елементів, що відказали. Кожна перевірка полягає в подачі допустимих дій на елементи і контролі їхніх реакцій. Для визначення мінімальної сукупності

параметрів, що залежала б від стану усіх функціональних елементів, складають таблицю взаємозалежності вихідних параметрів (табл. 3.1). Число рядків і стовпців у цій таблиці має відповідати числу функціональних елементів (у нашому випадку 9 рядків і 9 стовпців).

залежності виходу y_i від відповідного j -го позначають знаком

Таблиця 3.1 – взаємозалежності

y_i	Елементи моделі об'єкта								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_1	+	+							
y_2	+	+							
y_3			+	+					
y_4				+					
y_5	+	+		+	+	+	+	+	
y_6	+	+		+	+	+	+	+	
y_7				+			+		
y_8	+	+		+	+	+	+	+	
y_9	+	+		+	+	+	+	+	+

Наявність стану елемента “+”.
Таблиця вихідних параметрів

Таблицю зручно формувати за допомогою граф-моделі. Знак “+” проставляють на перетинанні кожного стовпця елемента з відповідним рядком y_i (відзначені жирними рамками). Для наступного заповнення i -го рядка таблиці вибирають вершину графа (можна починати з 1-го (кружальце з цифрою 1) чи з якого-небудь іншого і рухаються від неї по всіх дугам (лініям) зв'язків графа в напрямках, протилежним напрямкам стрілок, відзначаючи при цьому знаком “+” у таблиці всі, що зустрічаються на шляху, вершини графа. І так робиться доти, поки

не буде досягнуто будь-якого із зовнішніх входів чи поки не утвориться зовнішня петля. Для прикладу розглянемо фрагмент граф-моделі (рис. 3.2, б) з вершиною графа 5. Починаємо рухатися від вершини графа по дузі 1-2. При цьому на шляху зустрічаємо вершину 1. Це дає підставу проставити в таблиці знак “+” у клітинці, що розташовується на рядку y_5 у стовпці 1-го елемента. Далі від вершини 1 рухаємося по дузі 3-4 і упираємося у вершину 2, після чого проставляємо знак “+” на рядку y_5 у стовпці 2-го елемента. На цьому рух обривається, тому що відповідно до правил він не може відбуватися за напрямком стрілки. Тому повертаємося до вершини 5 і починаємо рух по дузі 5-6 у бік вершини 6 і проставляємо знак “+” на рядку y_5 у стовпці 6 таблиці.

Далі рухаємося по дугах 7-8, 9-10, 11-12, 13-14, наштовхуючись на вершини 8, 7, 4, що дає нам підставу проставити знаки “+” на рядку y_5 у стовпцях елементів 4, 7, 8. Після цього рух припиняється, тому що утворилася замкнута петля. До цього додамо, що рух від вершини 5 можна було б почати у бік вершини 4, проходячи по шляху вершин 7, 8, 6 і повертаючи знову до вершини 5. Таким чином вибір напрямку руху може бути довільним.

З побудови таблиці видно, що кожний із трьох наборів вихідних параметрів (y_3, y_5, y_9) , (y_3, y_6, y_9) , (y_3, y_8, y_9) дозволяє здійснювати повний контроль працездатності обстежуваного об'єкта. Зі складу цих наборів видно, що в кожному з них присутні виходи y_3 і y_9 , що є найбільш впливовими при визначенні несправностей. Однак при діагностуванні приймають лише один набір. Його вибір здійснюють шляхом оцінки тих витрат, з якими зв'язана реалізація контролю по кожному набору.

Розпоряджаючись безліччю перевірок $\Pi = \{\pi_i\}$, можна побудувати інший тип математичної моделі обстежуваного об'єкта у вигляді, так званої, таблиці несправностей, що буде містити всі необхідні дані для побудови діагностичних тестів [6]. У процесі побудови цієї таблиці для кожного стану об'єкта визначають результат перевірки контрольованих виходів. При цьому позитивний результат перевірки позначають знаком “1”, якщо реакція i -го елемента допустима (справний стан), а негативна – знаком “0”, якщо реакція i -го елемента неприпустима (несправний стан), тобто результат перевірки визначається в такий спосіб:

$$P_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ як} \\ 0, \text{ як} \end{cases}$$

№ елем.	Стан елементів									Значення перевірок $\Pi = \{\pi_i\}$									
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈	S ₉	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆	y ₇	y ₈	y ₉	
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	
2	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	
3	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	
4	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	
5	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	
6	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	
7	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	
8	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	
9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	
* Працездатний стан обстежуваного об'єкта в цілому																			

Б
езлі
ч
мо
жли
вих
ста
нів
виз
нач
аєт
ься

кількістю можливих комбінацій одночасно відмовивших елементів. Кожна така комбінація може бути представлена n-мірним вектором

$$S_i = \{S_1, S_2, \dots, S_n\},$$

Таблиця 3.2 – Таблична модель несправностей об'єкта

де n – число функціональних елементів, причому

$$S_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i\text{-тий елемент працездатний;} \\ 0, & \text{якщо } i\text{-тий елемент відказав;} \end{cases}$$
$$i=1(1)n.$$

Таблиця 3.2 несправностей складена відповідно до функціональної моделі (рис. 3.1) і граф-моделі (рис. 3.2). Представлена таблиця несправностей складена з урахуванням того, що одночасно можливий відказ тільки одного елемента. Якщо необхідно розглянути випадки, коли можуть виникнути одночасно декілька відказів, то цю таблицю необхідно доповнити рядками, загальна кількість яких дорівнює $k_n^2, k_n^3, \dots, k_n^n$.

Представлену таблицю склали з двох частин: лівої і правої. Справний стан елементів позначали знаком “1”, а несправний – знаком “0”. При побудові правої частини таблиці прийняли, що в стані відказу може перебувати тільки один елемент (знаки “0” розташовані на перетинанні кожного рядка, що визначає номер елемента, і кожного стовпця, що визначає його стан). Наприклад: 2 – S_2 ; 5 – S_5 . При побудові правої частини задавали несправний стан відповідного елемента знаком “0”, а далі на підставі функціональної моделі чи моделі таблиці 3.1 установлювали зв'язок з іншими елементами. Відповідно до таблиці 3.1 (стовпець 1) елемент 1 має зв'язок з елементами 2, 5, 6, 8, 9. Отже, при несправності елемента 1 елементи 2, 5, 6, 8, 9 функціонувати не будуть. Такий же вплив на елементи 1, 5, 6, 8, 9 чинить несправність елемента 2 (другий стовпець). Несправність елемента 3 (третій

стовпець) не спричинить до відказів інших елементів, оскільки цей елемент не має з ними зв'язків. Таким чином, залишається лише проставити відповідні знаки ("1" чи "0") у кожному рядку правої частини таблиці 3.2. Так, наприклад, у другому рядку проти $y_1, y_2, y_5, y_6, y_8, y_9$ проставляємо знаки "0", що означає відсутність вихідних сигналів в елементів 1, 2, 5, 6, 8, 9, а проти y_3, y_4, y_7 – знаки "1", що говорить про робочий стан елементів 3, 4, 7.

Аналізуючи праву частину табл. 3.2, можна установити, що відкази елементів 1 і 2 виявляють себе однаково (повний збіг в обох рядках знаків "1" і "0"). Те ж саме має місце й в елементах 5 і 6. Такі відкази називають нерозрізненими. Таким чином нерозрізненим відказам відповідають тотожні рядки несправностей. Для усунення нерозрізненості необхідно або розширити безліч Π шляхом введення додаткових перевірок, або змінити структуру об'єкта за допомогою розриву зворотніх зв'язків. Наприклад, якщо в схемі об'єкта (рис. 3.1, 3.2, в) розірвати зворотній зв'язок між елементами 5 і 6 (y_{65}), то відкази цих елементів стануть різними без введення додаткових перевірок. Однак при цьому необхідно на елемент 5 подавати ззовні допустимий вплив $x_5=y_6$. Результати від розриву зворотнього зв'язку, що йде від елемента 6 до елемента 5, можна побачити в представлених нижче таблицях 3.3 і 3.4. У таблиці 3.4 представлена тільки права частина без рядка "0".

Таблиця 3.3

y_i	Елементи моделі об'єкта								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_1	+	+							
y_2	+	+							
y_3			+	+					
y_4				+					
y_5	+	+		+	+				
y_6	+	+		+	+	+	+	+	
y_7				+			+		
y_8	+	+		+	+		+	+	
y_9	+	+		+	+		+	+	+

Таблиця 3.4

№ эл.	Значення перевірок $\Pi = \{\pi_i\}$								
	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9
1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
2	0	0	1	1	0	0	1	0	0
3	1	1	0	1	1	1	1	1	1
4	1	1	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	0	0	1	0	0
6	1	1	1	1	1	0	1	1	1
7	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	1	1	1	1	0	1	0	0
9	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Як видно з цих таблиць, тепер відкази елементів 5 і 6 уже виявляють себе неоднаково і, отже, шляхом розриву зворотнього зв'язку між цими елементами ми виключили нерозрізненість відмовлень.

В остаточному підсумку таблиця несправностей містить дані, на підставі яких будують діагностичні тести чи програми діагностики обстежуваного об'єкта. При визначенні несправного елемента можна користуватися безпосередньо таблицею несправностей. Наприклад, якщо в елементах 6, 7, 8, 9 (табл. 3.4) на виході відсутні сигнали y_6, y_7, y_8, y_9 , а на виході інших елементів вони є, то відповідно до таблиці можна установити, що така ситуація може виникнути тільки при відказі елемента 7. Якщо ж на виході блоків 5, 6, 8, 9 відсутні сигнали y_5, y_6, y_8, y_9 , а на виході інших елементів вони є, то відповідно до таблиці несправним може бути тільки елемент 5.

При побудові таблиць несправностей можна не враховувати специфіку окремих систем вважаючи, що будь-яка таблиця, що задає зв'язок між множиною станів системи, множиною можливих перевірок і множиною наслідків цих перевірок, є таблицею несправностей. При такому підході таблицю несправностей

можна розглядати як деяку досить абстрактну модель об'єктів діагностики, що охоплює практично всі реальні технічні системи.

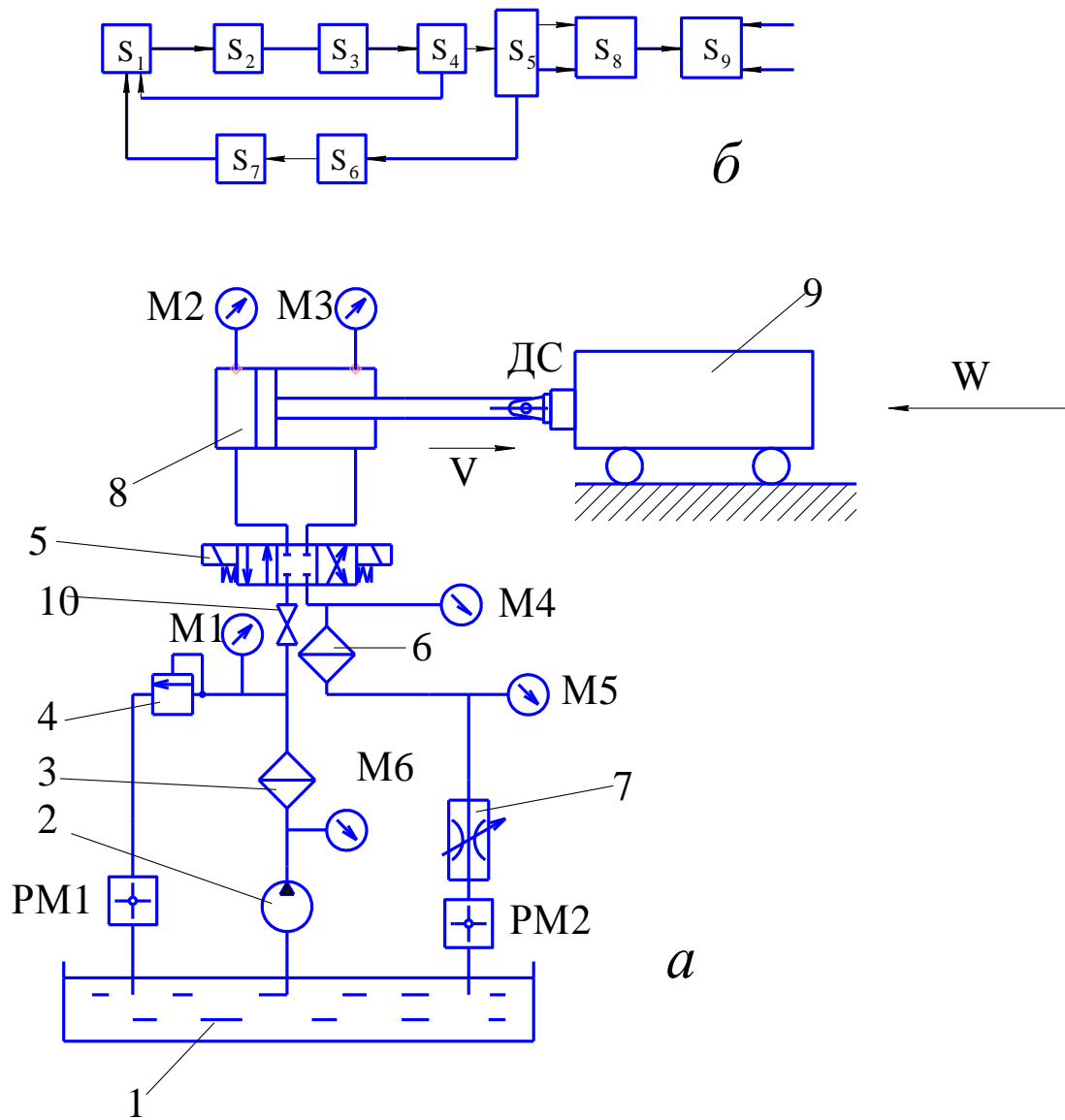
У цілому ряді випадків побудову функціональних моделей зводять до безпосередньої побудови таблиць несправностей. Цю операцію здійснюють винятково на основі апріорних знань (різні джерела технічної інформації, дані пасивних спостережень, опитування фахівців і т.п.). Тому такий тип моделі можна назвати апріорно - функціональною.

В якості прикладу розглянемо гідравлічний привод поступальної дії (рис. 3.3).

Побудуємо для нього апріорно-функціональну модель у табличній формі.

(таблиця 3.5)

В цьому випадку немає ніякої необхідності для проведення діагностування обстежуваного об'єкта, розробляти моделі з використанням математичного апарата. Досить точно і повно описати види технічного стану об'єкта і вказати на приналежність до кожного стану конкретного елемента (табл. 3.5). Ті елементи (блоки), що приводять до даного стану системи, позначають у відповіднім рядку знаком “+”, а елементи, що не мають відносин до цього стану, – знаком “-”.



1 – бак; 2 – насос; 3, 6 – фільтр; 4 – запобіжний клапан з переливним золотником; 5 – розподільник; 7 – дросель; 8 – гідроциліндр; 9 – робочий орган

Рисунок 3.3 – Принципова (а) і структурна (б) схеми гідроприводу

Таблиця 3.5 – Априорно - функціональна модель

№ стану	Види технічного стану	Блоки гідропривіда								
		S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈	S ₉
1	Тиск у напірній магістралі більше необхідного	-	-	-	+	-	-	-	-	-
2	Тиск у напірній магістралі менше необхідного	-	+	-	+	-	-	-	-	-
3	Тиск у зливній магістралі більше допустимого	-	-	-	-	-	+	+	-	-
4	Подача насоса менше допустимої	-	+	-	-	-	-	-	-	-
5	Зовнішня негерметичність перевищує допустиму	+	+	+	+	+	+	+	+	-
6	Внутрішня негерметичність перевищує допустиму	-	+	-	-	+	-	-	+	-
7	Пульсація тиску за насосом	+	+	-	+	-	-	-	-	-
8	Рівень масла у баку менше допустимого	+	-	-	-	-	-	-	-	-
9	Сила опору у вихідній ланці більше допустимої	-	-	-	-	-	-	-	+	+
10	Втрата тиску у системі перевищує допустиме значення	-	-	+	-	-	+	+	-	-
11	Швидкість переміщення вихідної ланки нижче заданої	-	+	-	-	-	-	+	-	-
12	Швидкість переміщення вихідної ланки вище заданої	-	-	-	-	-	-	+	-	-

Знаком “+” відмічена належність блоку до відповідного виду стану.
Знак “-“ вказує на відсутність такої приналежності.

Наприклад, тиск у напірній магістралі більше допустимого (стан1) виникає через незадовільну роботу запобіжного клапана 4, викликані засміченням його клапанів і заклинюванням рухливих частин. Зниження тиску в напірній магістралі

нижче необхідного (стан 2) може відбутися внаслідок того, що під кульку переливного каналу клапана потрапить забруднення і він недостатньо щільно буде прилягати до сідла, допускаючи підвищене скидання робочої рідини на злив. Засмічення клапана може викликати і пульсацію тиску в напірній магістралі (стан 7). Крім того, пульсацію тиску може викликати недостатній рівень робочої рідини в баці, коли разом з рідиною насос всмоктує повітря, а також несправність самого насоса 2.

Підвищення тиску в зливальній магістралі вище допустимого (стан 3) може відбутися лише при засміченні фільтра 6 і дроселя 7. Щоб у цьому переконатися, досить повернути рукоятки цих елементів для прочищення каналів. Засмічення каналів дроселя приводить до зниження швидкості робочого органа (стан 11).

Основні ознаки, які можна без утруднень установити, це явна зміна швидкості руху робочого органа і пульсація тиску в гідросистемі, що виявляється у вібрації трубопроводів. Інші ознаки несправності можна визначити за допомогою засобів діагностики.

Необхідно установити на ділянках магістралі манометри М1...М6 (звичайні чи цифрові), витратоміри РМ1, РМ2 і датчик сили ДС. За різницею показань манометрів М1 і М6 визначають ступінь забруднення фільтра 3, а за різницею показань манометрів М4, М5 – стан фільтра 6. Крім того, за показанням манометра М5 можна визначити стан дроселя 7. За сумарним показанням витратомірів РМ1 і РМ2 встановлюють фактичну продуктивність насоса. При цьому перекривають вентиль 10 між запобіжним клапаном 4 і розподільником 5, щоб мінімізувати вплив витоків у гідросистемі. Цим способом можна установити і фактичну величину тиску, що створюється насосом. Фактичну величину опору W на робочому органі фіксують за допомогою датчика сили ДС. При визначенні сумарної величини внутрішніх витоків виміри роблять за допомогою витратоміра РМ2 при настроюванні запобіжного клапана 4 на тиск, рівний тиску, що створюється насосом. Порівнявши з паспортними даними всіх складових елементів про їхні припустимі витoki, роблять відповідні висновки: вважати систему працездатною чи ж варто визначити, який з елементів допускає найбільші витoki. З цього ряду варто

виключити манометри, вентиля, фільтри і дросель 7, які розташовані в зливальній магістралі і істотно не впливають на величину сумарних витоків.

Величину швидкості робочого органу можна визначити шляхом установки датчиків швидкості чи переміщення, або виміром витрат в зливальній магістралі витратоміром РМ2.

4 Логічні моделі

За характером взаємодії між об'єктом і засобами діагностування розрізняють *тестові і функціональні системи діагностування*.

Відмінна риса перших полягає в подачі на невикористовуваний за прямим призначенням об'єкт спеціально організованих впливів (дій) засобами діагностування. Другі застосовують для діагностування об'єктів, що використовуються за призначенням. Однак в обох випадках у процесі моделювання застосовуються методи математичної логіки, базові положення якої освітлені нижче.

Деякі аспекти алгебри логіки

Логічні методи засновані на встановленні логічних зв'язків між ознаками і станом об'єктів. При цьому до розгляду приймають, найчастіше, якісні ознаки, для яких можливі лише два визначених значення (наприклад, 0 і 1). Також і стани технічного об'єкта можуть мати тільки два значення. Два значення ознаки чи стану можуть бути виражені будь-якими двома символами (“0” – “1”, “так” – “ні”, “справний” – “несправний”).

Змінні величини чи функції, що приймають тільки два значення (0 і 1), називають логічними чи булевими. Логічні методи застосовують як для початкових стадій розпізнавання, так і для пошуку і локалізації несправностей технічних систем.

У математичній логіці логічні перемінні звичайно позначають заголовними буквами латинського алфавіту. Логічною сумою двох логічних перемінних А і В (чи диз'юнкцією) називають логічну величину С:

$$A \vee B = C,$$

де \vee – знак логічного додавання (замість цього знака часто використовують знак “+”).

Величина C є дійсною ($C=1$), якщо буде дійсними хоча б одне з висловлень A і B , чи ж обое разом. Таким чином, для диз'юнкції можна записати:

$$\begin{array}{ll} 1 \vee 1 = 1 & 1 + 1 = 1 \\ 0 \vee 1 = 1 & \text{або} \quad 0 + 1 = 1 \\ 1 \vee 0 = 1 & 1 + 0 = 1 \\ 0 \vee 0 = 0 & 0 + 0 = 0 \end{array}$$

Логічне підсумовування при словесному вираженні відповідає союзу “чи”.

Логічним добутком двох логічних величин A і B (чи кон'юнкцією) називають логічну величину C :

$$A \wedge B = C,$$

де \wedge – знак логічного множення (замість цього знака можуть використовуватися знаки “•” і “x”).

Величина C є дійсною тільки тоді, коли дійсними будуть висловлення A і B . Таким чином, для кон'юнкції можна записати:

$$\begin{array}{ll} 1 \wedge 1 = 1 & 1 \times 1 = 1 \\ 0 \wedge 1 = 0 & \text{або} \quad 0 \times 1 = 0 \\ 1 \wedge 0 = 0 & 1 \times 0 = 0 \\ 0 \wedge 0 = 0 & 0 \times 0 = 0 \end{array}$$

Логічний добуток у словесному вираженні відповідає союзу “і”.

У булевій алгебрі часто використовують операцію заперечення висловлення A . Її позначають як \bar{A} (читається “не A ”).

Операції “і”, “чи” і “не” дозволяють скласти різні комбінації висловлень, що одержали назву булевих функцій. Найпростіші з них одержали назву операцій імплікації й еквівалентності.

Імплікацію двох висловлень позначають у такий спосіб:

$$A \rightarrow B,$$

де \rightarrow – символ імплікації (також використовується знак \supset).

Співвідношення $A \rightarrow B$ читається так: “А спричиняє до В” чи “якщо А, то В”. Імплікація (проходження) являє собою операцію, результат якої С є логічною величиною:

$$(A \rightarrow B) = C.$$

Вона також може бути виражена за допомогою двох основних операцій у такій формі:

$$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B.$$

Еквівалентність (чи тотожність) двох висловлень позначають у такий спосіб:

$$A \equiv B,$$

де \equiv – знак еквівалентності.

Ця умова являє собою логічну величину С:

$$(A \equiv B) = C,$$

яку можна виразити за допомогою елементарних операцій:

$$C = A \wedge B \vee \bar{A} \wedge \bar{B} = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}.$$

Отже, якщо еквівалентність дійсна ($C=1$), те величини А і В обидві дійсні чи помилкові.

Булева функція може бути записана у вигляді:

$$E = f(A, B, C, \dots).$$

Тут Е є функцією логічних перемінних А, В, С, ..., а f – функціональною залежністю, що виражає послідовність операцій, чинених над перемінними.

У той же час прикладами булевих операцій можуть служити вирази

$$F = A \vee B \wedge C, F = A \wedge \bar{B} \wedge C, F = \bar{A} \vee B \wedge \bar{C} \vee D.$$

Застосувавши метод імплікації, останній вираз можна привести до більш короткої і наочної форми

$$F = (A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D).$$

Для спрощення складних виразів булевих функцій використовуються наступні правила.

Правила абсорбції:

$$A + A = A; \quad A \cdot A = A.$$

Правила комутативності:

$$A + B = B + A; \quad A \cdot B = B \cdot A.$$

Правила асоціативності:

$$(A + B) + C = A + (B + C) = A + B + C;$$
$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C.$$

Правило дистрибутивності множення щодо додавання:

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C.$$

Правило дистрибутивності додавання щодо множення:

$$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C).$$

Правила заперечення

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}; \quad \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}.$$

Правила поглинання:

$$A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A; \quad (A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A;$$
$$A + A \cdot B = A; \quad A \cdot (A + B) = A.$$

Логічні моделі на тестовій основі

Основою для побудови логічної моделі є функціональна схема обстежуваного об'єкта [6]. Кожен об'єкт, як правило, складається зі зв'язаних між собою функціональних елементів (блоків, вузлів, модулів і т.п.). Кожний з них має вхідні і вихідні сигнали. Будь-який вхідний сигнал може належати області припустимих значень чи виходити з неї, іншими словами, вхідний вплив (дія) може бути допустимим чи недопустимим. Тому вхідні величини можна розглядати як логічні перемінні, приймаючі тільки два значення: 1 і 0. Вихідні сигнали також можуть бути допустимими чи недопустимими і приймати два значення: 1 і 0. Однак на відміну від вхідних величин вони не є логічними перемінними, тому що залежать від перших. У цьому випадку для кожного вихідного сигналу k -го функціонального елемента можна записати:

$$y_k = F_k(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_f}),$$
$$1 \leq f \leq l_k,$$

де l_k – число входів k -го елемента.

Функція $F_k(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_f})$, що приймає значення 0 і 1 і залежна від перемінних, кожна з яких може приймати також значення 0 і 1, відноситься до числа булевих.

Областю визначення цих функцій служить сукупність усіляких f -мірних наборів 0 і 1, а для її подання досить указати, які значення функції відповідають кожному з цих наборів. Якщо розглядають f вхідних сигналів, то загальне число f -мірних наборів буде

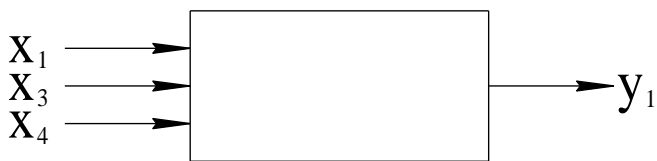
$$n = 2^f.$$

Якщо, наприклад, функціональний елемент (рис. 3.4, а) має п'ять входів (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) і два виходи (y_1, y_2), то загальне число можливих сполучень значень вхідних сигналів складе: $2^5 = 32$.

Значення y_1 і y_2 для кожного сполучення можна визначити експериментально, подаючи на вхід завідомо справного елемента відповідної комбінації значень x_1, \dots, x_5 . Дані відгуків заносять у таблицю (табл. 3.6).



а



б

Рисунок 3.4 – Функціональні елементи об'єкта

Таблиця 3.6

№ соб.	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	y ₁	y ₂
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	0	0
8	0	0	1	0	1	0	0
9	0	1	0	0	1	0	1
10	1	0	0	0	1	0	0
11	0	0	1	1	0	0	0
12	0	1	0	1	0	0	0
13	1	0	0	1	0	0	0
14	0	1	1	0	0	0	0
15	1	0	1	0	0	0	0
16	1	1	0	0	0	0	0

17	0	0	1	1	1	0	0
18	0	1	1	1	0	0	0
19	1	1	1	0	0	0	0
20	0	1	0	1	1	0	1
21	1	0	0	1	1	0	0
22	1	0	1	1	0	1	0
23	0	1	1	0	1	0	1
24	1	0	1	0	1	0	0
25	1	1	0	0	1	0	1
26	1	1	0	1	0	0	0
27	0	1	1	1	1	0	1
28	1	1	1	1	0	1	0
29	1	1	1	0	1	0	1
30	1	1	0	1	1	0	1
31	1	0	1	1	1	1	0
32	1	1	1	1	1	1	1

За допомогою таблиці визначають здійснену диз'юнктивну нормальну форму для функції

$$y_1 = F_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5).$$

Це робиться таким чином. Значення y_1 , рівні одиниці, розміщують у рядках 22 ($x_1=1, x_2=0, x_3=1, x_4=1, x_5=0$), 28 ($x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=1, x_5=0$), 31 ($x_1=1, x_2=0, x_3=1, x_4=1, x_5=1$), 32 ($x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=1, x_5=1$).

В результаті отримуємо чотири комбінації входів x_i для виходу y_1 . Відповідно до правил математичної логіки ті виходи, що дорівнюють нулю, позначаємо як \bar{x}_i ("не x_i "). У перших трьох комбінаціях це будуть \bar{x}_2, \bar{x}_5 . Тоді можна записати:

$$F(x_1, \dots, x_5) = x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 x_5.$$

Тому що з усіх п'яти входів x_i тільки x_2 и $x_5 = 0$, то визначальними для виходу y_2 будуть входи x_1, x_3, x_4 і вищенаведений вираз можна перетворити в більш просту, але рівнозначну йому форму

$$y_1 \equiv x_1 \wedge x_3 \wedge x_4,$$

що означає $y_1 \equiv 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1$.

Звідси можна зробити практичний висновок: вихід y_1 буде дорівнювати нулю в тому випадку, коли несправним виявиться хоча б один із блоків (модулів, вузлів), з якого в систему надходить відповідний сигнал (x_1, x_2, x_3) чи коли сам блок виявиться несправним.

Так само визначають укладену диз'юнктивну нормальну форму для функції

$$y_2 = F_2(x_1, \dots, x_5).$$

З таблиці видно, що значення y_2 , рівні одиниці, розміщуються в рядках 9 ($x_1=0, x_2=1, x_3=0, x_4=0, x_5=1$), 20 ($x_1=0, x_2=1, x_3=0, x_4=1, x_5=1$), 23 ($x_1=0, x_2=1, x_3=1, x_4=0, x_5=1$), 25 ($x_1=1, x_2=1, x_3=0, x_4=0, x_5=1$), 27 ($x_1=0, x_2=1, x_3=1, x_4=1, x_5=1$), 29 ($x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=0, x_5=1$), 30 ($x_1=1, x_2=1, x_3=0, x_4=1, x_5=1$), 32 ($x_1=1, x_2=1, x_3=1, x_4=1, x_5=1$). В результаті маємо вісім комбінацій входів x_i для виходу y_2 . Через \bar{x}_i позначимо входи, рівні нулю. У перших сімох комбінаціях це будуть $\bar{x}_1, \bar{x}_3, \bar{x}_4$. Тоді

$$F_2(x_1, \dots, x_5) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 x_5 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 x_5.$$

Тому що з усіх п'яти входів $x_1=0, x_3=0$ і $x_4=0$, то визначальними в цьому випадку будуть входи x_2 і x_5 , при яких утвориться вихід y_2 . І спрощену, але рівнозначну вищенаведеному виразу, формулу можна записати у вигляді:

$$y_2 \equiv x_2 \wedge x_5.$$

Таким чином, при складанні моделі функціональний елемент (рис. 3.4, а) може бути розчленованим на два елементарних функціональних елементи (рис. 3.4, б), що, в остаточному підсумку, дозволяє мінімізувати процес рішення задачі. У цьому випадку для першого блоку з входами x_1, x_3, x_4 число можливих сполучень вхідних сигналів складе

$$2^3 = 8,$$

а для другого блоку з входами x_2, x_5 воно буде дорівнювати

$$2^2 = 4.$$

Дані поміщені в таблиці 3.7, 3.8.

Таблиця 3.7

№ соб.	x_1	x_2	x_3	x_4
1	0	0	0	0
2	1	0	0	0
3	0	1	0	0
4	0	0	1	0
5	1	1	0	0
6	0	1	1	0
7	1	0	1	0
8	1	1	1	1

Таблиця 3.8

№ соб.	x_2	x_5	y_2
1	0	0	0
2	1	0	0
3	0	1	0
4	1	1	1

З цих таблиць виходить, що відсутність відгуку (вихідного сигналу) y_1 пов'язано з несправністю відповідних блоків, що подають у систему сигнали x_1, x_3, x_4 , а відсутність відгуку y_2 свідчить про несправність відповідних блоків, що подають у систему сигнали x_2, x_5 . Який конкретно блок є несправним, установлюють шляхом проведення додаткового експерименту. Для цього досить провести діагностування по трьом подіям (№ 5, 6, 7), а для другого випадку (табл. 3.8) – по двом подіям (№ 2,3) згідно табл. 3.7.

Контрольні запитання

1. Які питання розглядає технічне діагностування?
2. Які процеси викликають аварійні відкази?
3. Що таке прогнозує контроль?
4. Які основні параметри слід враховувати під час діагностики об'єкта?
5. Які вимоги пред'являють до об'єктів діагностування?
6. Наведіть класифікацію моделей об'єктів діагностування?

Частина 2

ПРОГНОЗУВАННЯ

Розділ 4

Деякі положення теорії і практики прогнозування технічного стану об'єктів

1 Загальні положення

Теорія прогнозування є складовою частиною теорії контролю і діагностики технічних об'єктів. Вона вивчає питання провіщення стану об'єкта в майбутньому. Рішення задач прогнозування заснують на вивченні тенденцій зміни контрольованих параметрів, що характеризують стан об'єкта як функцію часу, тобто поточний стан. При рішенні використовують математичний апарат.

Стан об'єкта можна охарактеризувати сукупністю значень деяких контрольованих параметрів:

$$S = f(y_1, y_2, \dots, y_n).$$

У кожен дискретний момент часу t_1, t_2, \dots, t_k стани S_i визначаються залежностями:

$$S_1 = f(y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n});$$

$$S_2 = f(y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n});$$

.....

$$S_k = f(y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{kn}).$$

Знання й аналіз закономірностей зміни поточного стану об'єкта дозволяє прогнозувати його стан у майбутньому, що надає можливість успішно вирішувати наступні задачі [6]:

- провіщати момент переходу об'єкта з працездатного стану в непрацездатне і тим самим обґрунтовано визначати гарантійний термін працездатності об'єкта;
- вчасно провіщати появу відмовлень і за рахунок цього запобігати виникненню аварійних ситуацій;

- визначати терміни профілактичних робіт, зводячи до мінімуму випадки раптових відказів на визначеному проміжку експлуатації об'єктів.

Відомо декілька методів прогнозування. У роботі [6] досить повно освітлені пряме і зворотнє аналітичне і імовірнісне прогнозування.

При аналітичному методі припускають, що контрольований параметр являє собою функцію $y(t)$, яка у відомій області T_1 (Рис. 4.1) приймає значення $y(t_i)$, причому $t_i \in T_1$ і $t_0 < t_1 < \dots < t_i < \dots < t_k$. За відомим значенням $y(t_i)$ контрольованої функції $y(t)$ у дискретні моменти часу t_i у минулому потрібно провістити значення величин $y(t_{k+1}), y(t_{k+2}), \dots, y(t_{k+j}), \dots, y(t_{k+l})$.

При цьому $t_{k+j} \in T_2$ і $t_{k+1} < t_{k+2} < \dots < t_{k+j} < \dots < t_{k+l}$. T_2 - область майбутніх значень.

При імовірнісному методі за відомим значенням $y(t_i)$, коли $t_i \in T_1$, визначають імовірність того, що значення функції $y(t)$ не вийдуть за допустимі межі, обмежені умовами працездатності обстежуваного об'єкта.

Аналітичне пряме прогнозування – це таке прогнозування, коли значення контрольованої функції обчислюють через задану кількість кроків прогнозування.

Аналітичне зворотнє прогнозування – це таке прогнозування, коли визначають, через скільки кроків прогнозування значення $y(t_{k+j})$ досягнуть допустимого рівня.

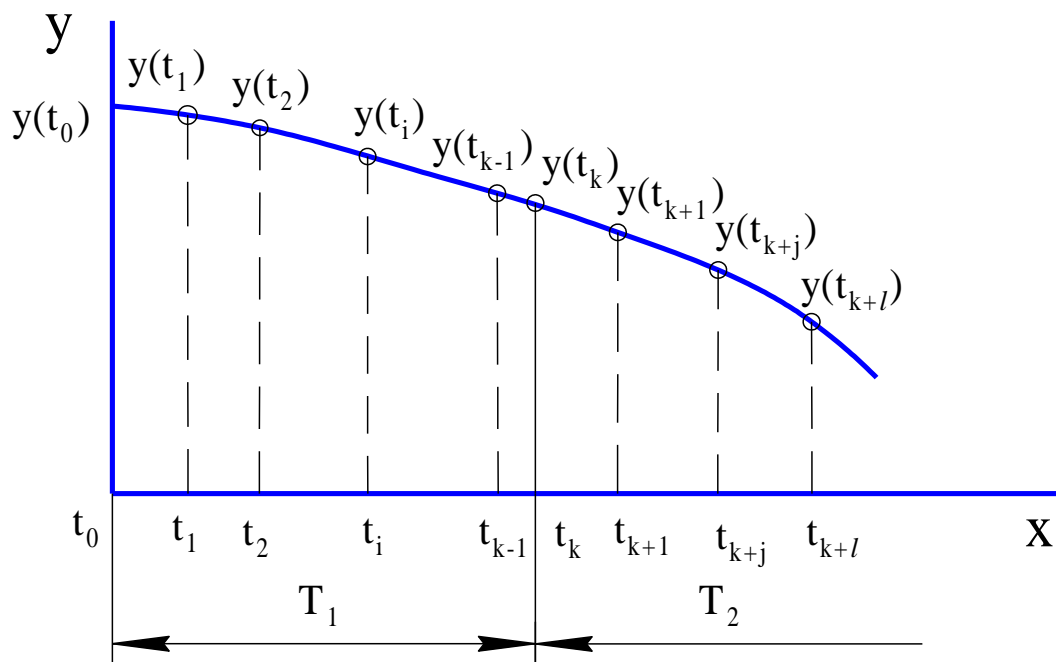


Рисунок 4.1 – Области і кроки прогнозування

Таким же чином при імовірнісному прямому прогнозуванні визначають імовірність для заданого числа кроків, а при зворотньому – число кроків, через яке наступить рівність імовірностей $P_y = P_{y \text{ доп}}$.

Як при аналітичному, так і при імовірнісному прогнозуванні процес рішення задачі розділяють на три етапи:

- одержання інформації про контрольовані параметри і її якісний і кількісний аналіз з метою визначення закономірності;
- вибір принципу прогнозування (аналітичного чи імовірнісного), способу прогнозування (прямого чи зворотнього) і методу прогнозування;
- виконання обчислювальних операцій, пов'язаних з одержанням результату прогнозу.

В той же час, як аналітичне, так і імовірнісне прогнозування, що описані в роботі [6], не знайшли широкого застосування. Їх використовують у тих сферах машинобудування, де до експлуатованих об'єктів пред'являють особливо високі вимоги (зокрема в авіаційній техніці).

Найбільш широким видом прогнозування є прогнозування показників надійності деталей машин за критерієм зносу. Показники розраховують методом статистичної обробки даних експлуатації, результатів експерименту і комбінованим

способом, коли одночасно використовують як апіорні знання, так і дані цілеспрямованих експериментів.

Виникнення відказів устаткування пов'язано зі спільним діяннями великого числа різних факторів, вплив яких найчастіше неможливо точно установити. Тому відкази носять випадковий характер, а сам відказ розглядають як випадкову подію. Його головною характеристикою є імовірність його появи в результаті досліджень.

2 Прогнозування надійності і довговічності об'єктів за критеріями зносу

2.1 Види, класифікація і процеси зношування

Зношування – процес поступової зміни розмірів і форми тіла при терті, а також корозії. Результатом зношування є знос, який, у свою чергу, є функцією часу. Основним показником зносу служить швидкість зношування, обумовлена як відношення величини зносу до часу, протягом якого протікає процес зношування. Розрізняють миттєву (у конкретний момент часу) і середню (за визначений інтервал часу) швидкості зношування. Згодом величина зносу досягає граничного значення, при якому подальша експлуатація деталі повинна бути припинена щоб уникнути аварійної поломки чи різкого погіршення техніко-експлуатаційних характеристик об'єкта.

У більшій мірі зношування пов'язане з тертям. Найбільш широке поширення одержала *молекулярно-механічна теорія тертя*, відповідно до якої тертя обумовлене подоланням адгезійних зв'язків між тертьовими поверхнями і деформуванням тонких поверхневих шарів дотичних тіл. Адгезійні зв'язки є результатом молекулярної взаємодії й утворюються в місцях контакту тертьових поверхонь.

Крім адгезійної взаємодії можуть мати місце вкорінення твердих виступів у тіла, що сполучаються, у результаті чого при відносному ковзанні поверхонь перед кожним виступом утвориться хвиля матеріалу, що деформується, і його верхні шари розповзаються в боки.

Дуже часто на поверхні тертьових деталей попадають сторонні абразивні частки, що не тільки сприяє інтенсивному стиранню тертьових поверхонь, але і підсилює ефект адгезійних зв'язків.

У залежності від характеру явищ, що обумовлюють ефект зношування, розрізняють три групи видів зношування сполучених деталей [4, 16]: механічне, молекулярно-механічне, корозійно - механічне(рис. 4.2).

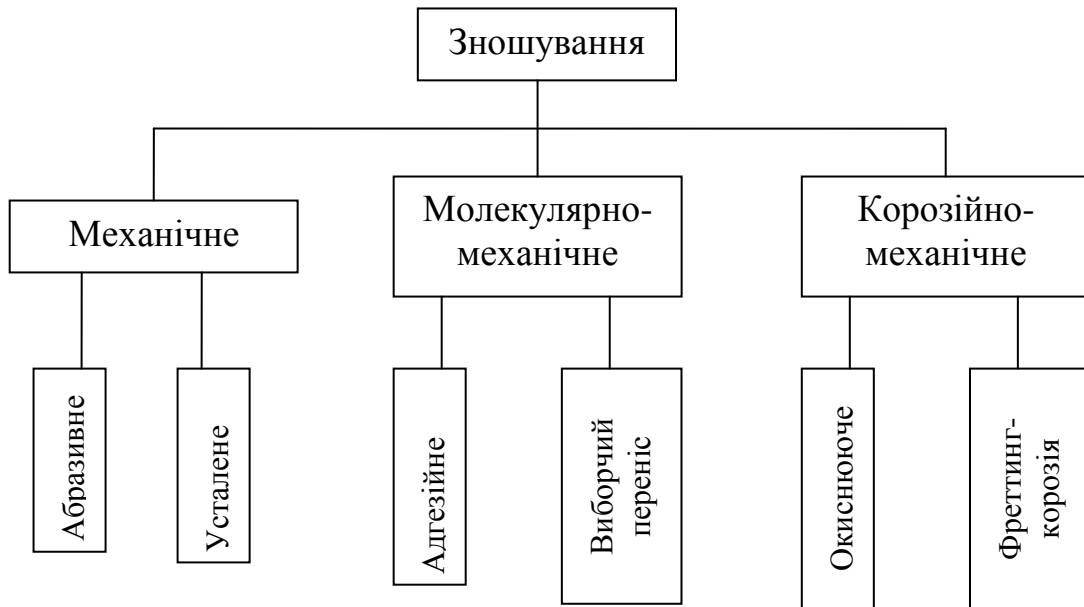


Рисунок 4.2 – Основні види зношування

Механічне зношування відбувається при механічній взаємодії тертьових поверхонь (матеріалів) у результаті ріжучої чи дряпаючої дії твердих тіл або часток (абразивне зношування) і в результаті повторного деформування мікрообсягів матеріалу, що приводить до утворення тріщин і відокремлення часток (втомлююче зношування).

Характерними ознаками абразивного зносу є гладка матова поверхня з утворенням в окремих випадках дрібних подряпин, а також зміна розмірів тертьових частин деталей. Абразивні частки, що зношують, можуть бути металевими, мінерального походження, продуктами окислення мастильних матеріалів. Часто абразивні частки є продуктами зносу мікрообсягів тертьових поверхонь, що руйнуються. Деякі деталі працюють в абразивному середовищі.

Втомлююче зношування відбувається внаслідок циклічного впливу на мікростави тертьових поверхонь. Відокремлення часток може відбуватися й в

результаті наклепу поверхневого шару, що, стаючи крихким, руйнується. Найбільш часто втомлююче зношування спостерігається у зубчастих передачах і підшипниках кочення.

Молекулярно-механічне зношування підрозділяють на адгезійне зношування і зношування виборчого переносу, яке найчастіше відбувається в результаті схоплювання, викришування матеріалу, переносу його з однієї поверхні тертя на іншу і впливу нерівностей на сполучену поверхню. Цей вид зносу відноситься до неприпустимих видів пошкодження, тому що має високу інтенсивність і приводить у ряді випадків до заїдання і відмовлення сполучення. Зношування виборчого переносу характеризується тільки атомарними явищами в зоні контакту. Перенос часток на атомарному рівні може сприяти рівномірному розподілу тиску на поверхні тертя. Адгезійне зношування ще називають зношуванням при заїданні. Причиною такого виду руйнування є підвищення температури в окремих точках контакту металу тертьових пар, що приводить до зварювання контактуючих виступів, виривання металу з поверхні однієї деталі і наростів металу на поверхню іншої деталі. Цей вид зносу спостерігають найчастіше при відсутності змащення на тертьових поверхнях внаслідок його видавлювання під дією високих навантажень. (швидкість взаємного переміщення більше 1м/с). Основним проявом зношування при заїданні є задирки.

Корозійно-механічне зношування підрозділяють на окисне зношування і зношування при фреттинг - корозії. Перше характеризує процес зношування при наявності на поверхнях тертя захисних плівок, що утворилися в результаті взаємодії матеріалу з киснем, друге – зношування дотичних тіл при різких коливальних переміщеннях. Наявність окисних плівок не виключає можливості їхнього втомлюючого руйнування, а лише створює специфічні умови, пов'язані з руйнуванням більш крихкого матеріалу. Після руйнування старого окисного шару під дією кисню повітря утвориться новий шар і т.д. На ділянках, ушкоджених фреттинг - корозією, відбуваються процеси схоплювання, абразивні й втомлююче - корозійні руйнування. Фреттинг - корозію підрозділяють на три стадії. На першій стадії відбувається деформація мікровиступів, схоплювання окремих ділянок, утворення і руйнування окисних плівок. Друга стадія пов'язана з утворенням і

видаленням із зони контакту окисних плівок, що руйнуються. Третя стадія пов'язана з руйнуванням поверхневих шарів, попередньо ослаблених втомлюючими і корозійними процесами.

За величиною швидкості процесу, що протікає, розрізняють три групи зношування: швидкодіючі процеси, процеси середньої швидкості, повільні процеси. Швидкодіючі процеси спостерігаються при абразивному, адгезійному із заїданням і фреттинг- корозії третьої стадії. Процеси середньої швидкості мають місце при втомлюючому малоцикловому зношуванні (при крихкому руйнуванні), зношуванні з молекулярним переносом, окисному зношуванні (третя форма – періодичне утворення і викрошування суцільних твердих і крихких шарів хімічних сполук кисню і металу). Повільні процеси виникають при втомлюючому зношуванні, зношуванні при виборчому переносі, окисному зношуванні (перша форма – видалення з поверхонь тертя ультрамікроскопічних адсорбованих плівок; друга форма – видалення мікроплівок твердих розчинів і евтектик хімічних сполук кисню і металу). Якщо при взаємодії поверхонь виникають різні види зношування, то пріоритетним є той, котрий має більшу швидкість.

2.2 Основні характеристики і закономірності зношування

Показниками зносу є:

- *лінійний знос* I (мкм) – зміна розміру поверхні при її зносі, обмірювана в напрямку, перпендикулярному до поверхні тертя;
- *швидкість зношування* $V_{II} = dI/dt$ (мкм/ч) – відношення величини зносу до часу, протягом якого він відбувся;
- *інтенсивність зношування* $j = dI/dS$ - відношення величин зносу до відносного шляху тертя S , на якому відбувається зношування (при однакових розмірностях I і S величина j буде безрозмірною).

Характер і форма протікання процесу зношування залежить від багатьох факторів: силових і кінематичних параметрів; від параметрів, що характеризують склад, структуру і механічні властивості матеріалів тертьових поверхонь; властивостей поверхневого шару; виду тертя і змащення; зовнішніх умов і т.п. Тому зробити теоретичний опис закону зношування вкрай важко. У зв'язку з цим використовують найчастіше залежності, отримані за емпіричними даними для конкретного виду зношування.

Зношування є багатостадійним процесом, у зв'язку з чим, зміну зносу в часі звичайно виражають кривою, що складається з 2-х чи 3-х ділянок. Класична форма кривої зносу складається з 3-х ділянок (рис. 4.3).

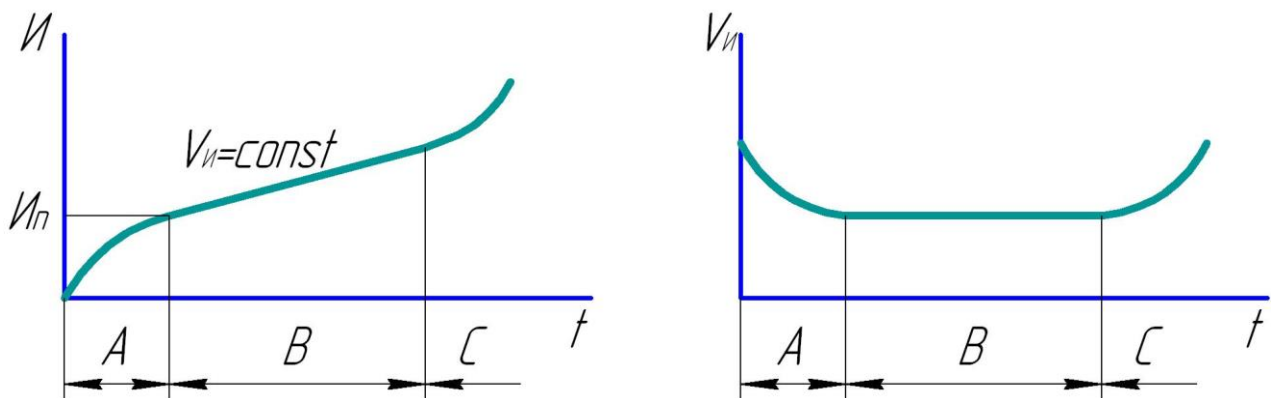


Рисунок 4.3 – Графіки залежності $I = f(t)$, $V_{II} = f(t)$

У період А відбувається мікроприробітка поверхні при прискореному стиранні і деформуванні мікронерівностей (шорсткостей). У цей період швидкість зношування миттєво спадає до значення $V_{II} = const$.

У період В відбувається нормальний сталий знос, якщо немає факторів, що змінюють характер цього процесу. У період С має місце катастрофічний знос, при якому швидкість зношування різко зростає. Цей період пов'язаний, як правило, зі зміною виду зношування в результаті активізації факторів, що впливають на процес і залежать від міри зносу. Це може відбуватися, наприклад, при повному стиранні зміцненого шару чи поверхонь при його втомлюючому руйнуванні.

У реальності протікання процесу зношування в період В може мати інший характер. Однак перед тим, як перейти до розгляду цього питання, приведемо характеристику величин, що входять у теорію прогнозування за критерієм зносу.

Для опису процесу зносу використовують апарат теорії випадкових функцій. Найбільш повна характеристика процесу зношування може бути представлена у вигляді залежності

$$I = f(t).$$

При цьому функцію для групи деталей можна вважати випадковою. Конкретний її вигляд, прийнятий у результаті досвіду, є реалізацією випадкової функції.

Іншими найважливішими характеристиками випадкової функції $I(t)$ є:

- $m_u = (t)$ - математичне ждання процесу зношування, що виражає його закономірну частину;

- $D_u = (t)$ - дисперсія, що виражає розсіювання зносу щодо середнього значення;

- $K_u = (t, t_1)$ - нормована кореляційна функція, що є оцінкою міри перемішування реалізацій процесу зношування;

- $m_{V_u} = (t)$ - математичне ждання швидкості зношування.

Під математичним жданням функції $I(t)$ розуміють не випадкову функцію $m_u(t)$, яка при кожному значенні аргументу t дорівнює математичному жданню

відповідного перетину випадкової функції (перетин сімейства кривих функцій для вибірки деталей).

Під *дисперсією функції* розуміють не випадкову функцію $D_u(t)$, значення якої для кожного аргументу t дорівнює дисперсії відповідного перетину випадкової функції.

Під *кореляційною функцією* $I(t)$ розуміють не випадкову функцію двох аргументів $K_u(t, t_1)$, яка при кожній парі значень t, t_1 , дорівнює *кореляційному моменту* відповідних перетинів випадкової функції.

Графічний образ змінення $m_u(t)$ і $m_{v_u}(t)$ в часі для різних характерів процесу зношування представлено на рис. 4.4 [4].

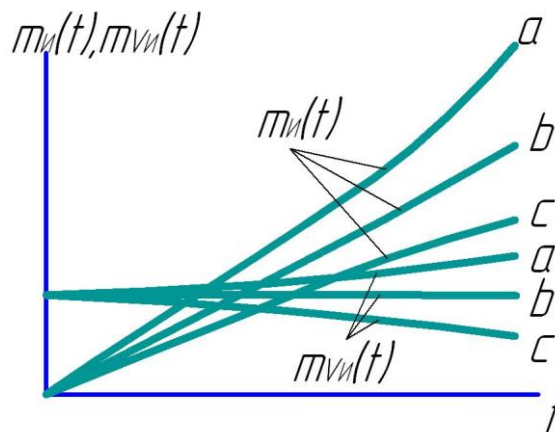


Рисунок 4.4

Прискорено зростаючу залежність зносу від часу (крива a) спостерігають при зношуванні зубчастих передач, підшипників, шліцевих з'єднань, ланцюгів і інших сполучень. Уповільнено зростаючу залежність зносу (крива c) спостерігають при зносі елементів поршнів, плунжерів, золотників і т.п. Проміжне положення займає прямолінійна залежність зносу (крива b), яка може бути тільки при постійній швидкості зносу $m_{v_u}(t)$.

Граничною величиною процесу зношування є граничний знос, при перевищенні якого можуть виникати негативні технічні явища і небезпеки при експлуатації устаткування. Тому встановленню граничних розмірів з'єднань приділяють особливу увагу. Загалом, при визначенні граничних відхилень виходять з наступної умови:

$$I_{\text{пр. max}} \leq I_{\text{пр1}}; I_{\text{пр2}}; I_{\text{пр3}},$$

де $I_{\text{пр1}}$ - граничне відхилення за критерієм безпеки;

$I_{\text{пр2}}$ - граничне відхилення, обумовлене технічними вимогами (працездатність, міцність, відсутність граничних вібрацій і шумів і ін.)

$I_{\text{пр3}}$ - граничне відхилення за критеріями економічності.

Нормативні значення граничних розмірів і зазорів у сполученнях деталей установлюються, як правило, галузевими стандартами. На окремі вкрай відповідальні елементи машин гранично допустимі розміри регламентуються ДСТ.

2.3 Методи виміру зносу

Існують різні методи виміру зносу від найпростіших, коли звичайними засобами здійснюють вимір розмірів деталей, що зношуються, до самих складних із застосуванням засобів, заснованих на ядерно-фізичних процесах.

До найбільш розповсюджених можна віднести методи:

- мікрометричних вимірів;
- штучних баз;
- поверхневої активації;
- визначення зносу за змістом продуктів зношування.

Метод мікрометричних вимірів заснований на вимірі деталі до і після зношування мікрометрами, індикаторами чи іншими приладами, точність вимірів яких коливається в межах 1-10 мкм. При цьому враховують точність самого вимірювального приладу, тому що від неї буде залежати точність виміру. Так, наприклад, точність штангенциркуля складає 0,1 мм, мікрометра – 0,005 мм, компаратора – 0,001 мм, інтерференційних приладів – 0,0005 мм.

Недоліками цього методу є неможливість здійснення вимірів у процесі роботи машин, необхідність розбирання, а при відсутності вимірювальної бази неможливість установити достовірну величину зносу і форму деталі.

Метод штучних баз полягає в тім, що на поверхні, які зношуються, наносять поглиблення строго визначеної форми у вигляді конуса, піраміди і по зменшенню

розмірів цього поглиблення (відбитка) установлюють величину зносу. Для утворення поглиблення застосовують способи вдавнення (*метод відбитків*) і вирізання (*метод лунок*) поглиблень.

Недоліком *методу відбитків* є те, що навколо відбитка відбувається спучення матеріалу, у результаті чого спотворюється форма поглиблення. *Метод лунок* позбавлений цього недоліку, що дозволяє одержати більш достовірні результати вимірів.

Загальним недоліком методу штучних баз є те, що він може бути використаний для виміру зносу лише тих деталей, на поверхні яких можна виконати поглиблення.

Метод поверхневої активації заснований на тім, що величина зносу пов'язана з величиною радіоактивності, яку на заданій ділянці деталі створюють шляхом опромінення зарядженими частками (дейтронами, протонами, альфа-частинками) на глибину 0,05 - 0,4 мм.

Величину зносу деталі визначають за допомогою тарувального графіка шляхом зіставлення величини зниження радіоактивності деталі зі зниженням радіоактивності зразків, активізованих в однакових умовах з деталлю. Даний метод відрізняється високою точністю і не вимагає зупинки і розбирання машини.

Метод визначення зносу за змістом продуктів зношування в мастилі засновано на взятті проб у відпрацьованому мастильному матеріалі, у якому перебували продукти зносу, що являють собою металеві частки, окисли металів і продукти хімічної взаємодії металів з активними компонентами мастила.

Для аналізу проб відпрацьованого мастильного матеріалу застосовують різні методи: хімічний, спектральний, радіометричний, активаційний.

Хімічний метод засновано на визначенні вмісту заліза й інших продуктів зношування в золі спаленої масляної проби.

Спектральний аналіз засновано на визначенні вмісту домішок у мастилі за допомогою спектрального складу полум'я при спалюванні проби мастила.

Радіометричний метод засновано на вимірі радіоактивності продуктів зношування, що містяться в мастильному матеріалі і накопичуються в масляному фільтрі в результаті зносу деталей, утримуючих радіоактивні ізотопи. *Активаційний*

аналіз має загальні риси зі спектральним і радіометричним методами. Вміст продуктів зношування в мастилi визначають з урахуванням мiри їх радіоактивності за допомогою аналізів спектрів гамма-випромiнювання проби після опромiнення взятої проби нейтронами.

Бiльш докладно з вищеописаними методами можна ознайомитися в книзі А.С. Пронiкова А. С. [16].

2.4 Принципи і методи прогнозування

Вiдомий ряд методiв прогнозування за критерiєм зносу, які умовно можна розділити на двi основні групи: методи, що базуються на обробці статистичних даних, отриманих шляхом пасивних спостережень (пасивні методи), і методи, що базуються на цiлеспрямованих експериментах (активні методи).

Перші методи, природньо, можна використовувати лише для експлуатуємих об'єктiв. Другі методи застосовують для об'єктiв, що перебувають на стадії розробки. Проте усi методи засновані на тому самому принципi, що може бути пояснений графічно (рис. 4.5).

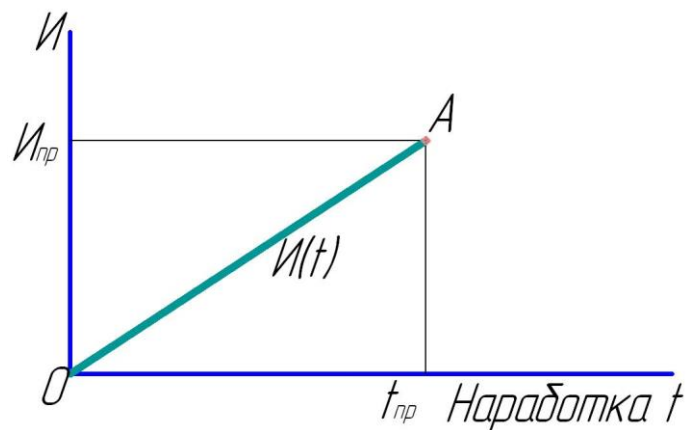


Рисунок 4.5

Вiдповiдно до рисунка в будь-якому випадку необхідно знати характер зношування об'єкта, що виражається залежністю $I = f(t)$. У деяких випадках для спрощення рiшення задачі може бути прийнята iдеалiзована модель процесу зносу, яка припускає, що криві зносу являють собою прямі лінії. Це спрощення може внести iстотні погрiшності. Граничну величину наробiтку об'єкта $t_{пр}$ визначають

шляхом перетинання горизонталі, що проходить через граничне значення зносу I_{np} , і кривої залежності зносу $I(t)$ (точка А). В той же час у зв'язку з наявністю статистичного розкиду і випадкових помилок необхідно установлювати вірогідність отриманих результатів шляхом обчислення імовірності безвідмовної роботи чи визначення довірчих інтервалів при заданій величині довірчої імовірності.

2.5 Метод Міхліна-Волкова

Метод припускає, що в загальному випадку залежність зносу деталі як випадкової функції наробітка може бути подана у вигляді

$$I(t) = a_{II} \cdot t^\beta + b_{II}, \quad (4.1)$$

де a_{II} – випадкова величина, що залежить від властивостей поверхні деталей, умов роботи і т.д.;

t – час наробітку;

β – коефіцієнт рівняння динаміки зносу (детермінована величина для визначеного виду сполучення) (табл. 4.1);

b_{II} - величина зносу деталі по закінченні приробляння.

У зв'язку з відносно невеликими значеннями величиною b_{II} зневажають. Тоді

$$I(t) = a_{II} \cdot t^\beta. \quad (4.2)$$

З урахуванням цього вираз залежності для визначення ресурсу деталі має вигляд

$$R = \left(\frac{I_{np}}{a_{II}} \right)^{\frac{1}{\beta}}.$$

Наближені значення математичного ждання m_R і дисперсії D_R ресурсів визначають з виразів:

$$m_R \approx \left(\frac{I_{np}}{m_{a_{II}}} \right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot \left[1 + \frac{(\beta + 1) \cdot D_{a_{II}}}{(2\beta^2) \cdot m_{a_{II}}^2} \right], \quad (4.3)$$

$$D_R \approx \frac{I_{\text{пр}}^{\frac{2}{\beta}} \cdot D_{a_{\text{И}}}}{\beta^2 \cdot (m_{a_{\text{И}}})^{\left(\frac{2}{\beta}\right)+2}} \cdot \left[1 + \frac{(\beta+1)^2 \cdot D_{a_{\text{И}}}}{(2\beta^2) \cdot m_{a_{\text{И}}}^2} \right], \quad (4.4)$$

де $m_{a_{\text{И}}}$ - середнє значення коефіцієнта $a_{\text{И}}$ (математичне ждання швидкості зношування);

$D_{a_{\text{И}}}$ - дисперсія коефіцієнта $a_{\text{И}}$.

Таблиця 4.1 – Орієнтовні значення β

Найменування вузлів і деталей	β
Радіальний знос у підшипниках кочення	1,5
Знос посадкових гнізд корпусних деталей	1,0
Знос зубців шестерень (по товщині) і зірочок	1,5
Знос шліців валів	1,1
Знос втулично - роликкових ланцюгів (збільшення кроку)	1,0
Знос плунжерних пар	1,1
Знос валиків, пальців, осей	1,4
Абразивний знос підшипників ковзання	0,5...0,7
Знос накладок гальм і дисків муфт зчеплення	1,0

Для прикладу розрахунків параметрів взято 100 однотипних деталей, швидкості зносу яких складають:

- 0,6 мкм/год (5 деталей);
- 0,5 мкм/год (10 деталей);
- 0,4 мкм/год (30 деталей);
- 0,3 мкм/год (50 деталей);
- 0,2 мкм/год (5 деталей).

Визначаємо математичне ждання швидкості зношування

$$m_{a_{\text{И}}} = V_0 = \sum_{i=1}^n V_i \cdot f_i = \sum_{i=1}^n V_i \cdot \frac{n_i}{N},$$

де $f = \frac{n_i}{N}$ - щільність розподілу;

n_i - кількість деталей, що мають однакову швидкість зношування;

N - загальна кількість деталей.

$$m_{a_{II}} = 0,6 \cdot \frac{5}{100} + 0,5 \cdot \frac{10}{100} + 0,4 \cdot \frac{30}{100} + 0,3 \cdot \frac{50}{100} + 0,2 \cdot \frac{5}{100} = 0,36 \text{ мкм/год.}$$

Тоді дисперсія коефіцієнта a_{II} складе :

$$D_{a_{II}} = \frac{\sum_{i=1}^n n(V_i - m_{a_{II}})^2}{N} = \frac{5(0,6 - 0,36)^2 + 10(0,5 - 0,36)^2 + 30(0,4 - 0,36)^2}{100} + \frac{50(0,3 - 0,36)^2 + 5(0,2 - 0,36)^2}{100} = 0,0084 \text{ мкм}^2 / \text{год}^2.$$

Прийнявши $\beta = 1$ і підставивши відповідні значення величин у (4.3, 4.4), одержимо:

$$m_R = \frac{1200}{0,36} \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot 0,0084}{2 \cdot 0,1236} \right] = 3560 \text{ год};$$

$$D_R = \frac{1200^2 \cdot 0,0084}{0,36^4} \cdot \left[1 + \frac{4 \cdot 0,0084}{4 \cdot 0,1236} \right] = 817920 \text{ год}^2.$$

Середньоквадратичне відхилення m_R складе:

$$\overline{\sigma}_R = \sqrt{m_R} = \sqrt{817920} = 904 \text{ год.}$$

Тоді величина часу наробітку (ресурс деталі) складе:

$$R = 3560 \pm 904 \text{ год.}$$

2.6 Експериментальний метод з використанням методу найменших квадратів

Принцип цього методу полягає в тім, що експериментатор проводить прискорені дослідження на знос декількох однотипних деталей на спеціальному стенді, який створює умови, що максимально відповідають виробничим умовам. Через визначені проміжки часу визначають величину зносу (не менш 5-ти вимірів для кожної деталі). Число проміжків часу (серій вимірів), через яке виконують виміри, повинне бути не менше трьох, тому що тільки, мінімум, три точки дозволяють установити наближений характер залежності $I = f(t)$ (прямолінійна чи криволінійна), як це показано на рис. 4.4.

У загальному випадку величина зносу описується залежністю

$$I = a \cdot t^m, \quad (4.5)$$

де a – постійний коефіцієнт;

m – показник степеня.

При $m = 1$ залежність $I = f(t)$ буде лінійною, при $m \neq 1$ – нелінійною. Для визначення a і m зручно використовувати регресійний аналіз на основі методу найменших квадратів. Відповідно до цього методу сума квадратів відхилень обмірюваних величин від обчислених повинна бути найменшою. Для надання виразу (4.5) універсальної форми зробимо його вирівнювання шляхом логарифмування

$$\lg I = \lg a + \lg t$$

і, позначивши $\lg I = U$, $\lg a = A$, $\lg t = T$, одержимо

$$U = A + m \cdot T. \quad (4.6)$$

Для цього виразу на основі методу найменших квадратів можна записати

$$\sum_{i=1}^N (U_i - A - m \cdot T_i)^2 = \min$$

Після диференціювання по A і m одержимо два рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^N (U_i - A - m \cdot T_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^N (U_i - A - m \cdot T_i) \cdot T_i &= 0 \end{aligned} \right\}$$

чи

$$\left. \begin{aligned} N \cdot A + m \cdot \sum_{i=1}^N T_i &= \sum_{i=1}^N U_i \\ A \cdot \sum_{i=1}^N U_i + m \cdot \sum_{i=1}^N T_i^2 &= \sum_{i=1}^N U_i \cdot T_i \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

Тут N – кількість серій вимірів (тобто при трьох групах вимірів $N = 3$, при чотирьох - $N = 4$ і т.д.) чи кількість усереднених точок, по яких будується крива залежності (за винятком нульової точки на початку координат).

Підставивши в ці рівняння значення експериментальних даних, знаходять величини A і m . Після цього визначають натуральне значення коефіцієнта $a = 10^A$.

У процесі вимірів не виключена поява промахів (випадкових похибок), що явно відрізняються своєю величиною від величин іншої серії вимірів. Якщо серія з невеликого числа вимірів містить грубу погрішність – промах, то наявність його може сильно спотворити як середнє значення вимірюваної величини, так і границі довірчого інтервалу. Тому з цієї серії необхідно виключити промах.

Для виключення промахів користаються формулами:

$$v_{(n)} = \frac{I_{\max} - \bar{I}}{\sqrt{\frac{n-1}{n} \cdot \sigma_n^2}} \leq v_{\max}, \quad v_{(n)} = \frac{\bar{I} - I_{\min}}{\sqrt{\frac{n-1}{n} \cdot \sigma_n^2}} \leq v_{\max}, \quad (4.8)$$

де

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta I_i^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \left[(\bar{I} - I_1)^2 + (\bar{I} - I_2)^2 + \dots + (\bar{I} - I_n)^2 \right] \quad (4.9)$$

I_{\max} – найбільше значення вимірів у серії n вимірів;

I_{\min} – найменше значення вимірів у серії n вимірів;

У таблиці Д.4.1 приведені значення V_{\max} - максимально можливі значення $V_{(n)}$, що виникають внаслідок статистичного розкиду і відповідають заданій надійності β і кількості вимірів n . Це означає, що дане значення I_{\max} несумісне з вихідним припущенням про закон нормального розподілу і його можна розглядати як промах. Такий вимір варто виключити і визначити нове значення \bar{I} . Якщо ж величина $V_{(n)}$ менше V_{\max} для цієї ж кількості вимірів при заданій точності β , то цей вимір, що *виділяється*, I_{\max} (I_{\min}) є наслідком статистичного розкиду і немає підстави вважати його промахом.

Після виключення промахів, якщо вони є, приступають до побудови графіка вирівнювання для того, щоб переконатися в правильності вибору залежності $I = f(t)$. З (4.6) виходить, що графік повинен являти пряму похилу лінію, яка не проходить через початок координат. Тобто на графіку відкладають логарифми усереднених значень серій вимірів для кожного проміжку часу. Якщо ці значення

лежать на прямій чи близько до неї розташовуються, то можна вважати, що залежність обрана правильно.

Визначивши з (4.7) чисельні значення a і m , і задавшись граничним значенням зносу I_{np} , з (4.5) знаходять час наробітку деталі

$$t_H = m \sqrt{\frac{I_{np}}{a}} .$$

Оскільки даний експеримент, як і будь-який інший, містить випадкові похибки, то варто оцінити степінь надійності отриманого результату шляхом побудови довірчого інтервалу.

У нашому випадку математичний опис довірчого інтервалу для окремо взятої точки імовірності виражають у такий спосіб:

$$P \cdot (\bar{I} - \Delta I < I < \bar{I} + \Delta I) = \beta , \quad (4.10)$$

де I – дійсне значення вимірюваної величини;

\bar{I} – середнє арифметичне значення, отримане в результаті вимірів;

ΔI – погрішність виміру I .

Інтервал значень від $(\bar{I} + \Delta I)$ до $(\bar{I} - \Delta I)$ називають довірчим інтервалом, тобто інтервалом, в який попадає дійсне значення I з заданою імовірністю β .

З урахуванням коефіцієнта Стюдента t_β («Стюдент» - студент – псевдонім англійського математика і хіміка В.С. Госсета, що запропонував цей коефіцієнт у 1908 році) вираз (4.10) прийме вигляд:

$$P \cdot \left(\bar{I} - t_\beta \cdot \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}} < I < \bar{I} + t_\beta \cdot \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}} \right) = \beta \quad (4.11)$$

При розгляді залежностей, як це має місце у нашому випадку, оцінку довірчого інтервалу варто робити за мірою відхилення коефіцієнтів, тобто необхідно визначати довірчі інтервали для цих коефіцієнтів.

Технологію цього методу розглянемо на конкретному прикладі. Для цього поставлено п'ять серій вимірів, кожна з яких включає до десяти вимірів, тобто, вимір зносу виконували п'ять разів через 1000 годин. Результати експерименту занесені в табл. 4.2, де також приведені середні значення \bar{I} для кожної серії і максимальні відхилення I_{max} від середнього значення.

Першим кроком обробки результатів є виявлення і виключення промахів. Для цього скористаємося виразами (4.8, 4.9). Визначаємо середньоквадратичне відхилення

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{10-1} \cdot [(408-430)^2 + (408-372)^2 + (408-448)^2 + (408-384)^2 + (408-412)^2 + (408-396)^2 + (408-388)^2 + (408-424)^2 + (408-410)^2 + (408-416)^2] = 573$$

Таблиця 4.2 – Результати вимірів зносу I

n	Серія вимірювань(N_1)		Серія вимірювань(N_2)		Серія вимірювань(N_3)		Серія вимірювань(N_4)		Серія вимірювань(N_5)	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	$t, \text{ч}$	I	$t, \text{ч}$	I	$t, \text{ч}$	I	$t, \text{ч}$	I	$t, \text{ч}$	I
1		161		280		430		530		692
2		148		218		372		510		685
3		156		248		448		526		673
4		168		212		384		422		666
5	1000	132	2000	252	3000	412	4000	520	5000	665
6		138		256		396		554		658
7		156		240		388		502		655
8		144		228		424		534		652
9		143		242		410		506		641
10		134		234		416		516		633
Середнє значення \bar{E}		148	242	408	518	662				
$\bar{E}_{\max} - \bar{E}$,		+0,20	+38	+40	+36	+30				

$$\text{Тоді } v = \frac{448 - 408}{\sqrt{\frac{10-1}{1} \cdot 573}} = 1,76$$

З таблиці Д.4.1 додатка для $n=10$ і $\beta=0,9$ - $v_{\max} = 2,15$. Таким чином, $v < v_{\max}$ і, отже, немає підстави вважати величину $I = 448$ мкм промахом.

Для визначення коефіцієнтів A і m рівняння (4.6) використовуємо систему рівнянь (4.7). При цьому доцільно результати експерименту оформити у вигляді спеціальної таблиці 4.3, що істотно спрощує процес обчислення, тому що суми вертикальних стовпців безпосередньо надають чисельні значення цих рівнянь.

Таблиця 4.3

i	\bar{I}_i	t_i	$U_i = \lg I_i$	$T_i = \lg t_i$	$U_i \cdot T_i$	T_i^2
1	148	1000	2,17	3,000	6,510	9,000
2	242	2000	2,384	3,301	7,869	10,897
3	408	3000	2,611	3,477	9,078	12,090
4	518	4000	2,714	3,602	9,776	12,975
5	662	5000	2,821	3,699	10,434	13,682
Сума:			12,700	17,079	43,667	58,644

Оскільки задачу вирішують на цій стадії в логарифмічній формі, то визначити коефіцієнти A і m слід безпосередньо з цих двох рівнянь, підставивши в них дані табл. 4.3.

$$5 \cdot A + m \cdot 17,079 = 12,7$$

$$17,079 \cdot A + m \cdot 58,644 = 43,667$$

Для можливості рішення цих рівнянь помножимо перше з них на $\left(\frac{-17,079}{5}\right)$.

Тоді одержимо

$$-17,079 \cdot A - m \cdot 58,338 = -43,381$$

Після додавання двох рівнянь (нижнього системи і перетвореного) одержимо

$$m \cdot 0,306 = 0,286 \text{ чи } m = 0,935$$

Отримане значення $m < 1$ говорить про те, що процес зношування має уповільнено зростаючий характер (рис. 4.4). Однак величина відхилення тут від прямолінійної залежності незначна. Тому приймаємо $m = 1$. Тим більш що при прямолінійній залежності буде мати місце гірший випадок, коли прогнозований час наробітку буде трохи меншим, чим при $m = 0,935$.

Підставивши $m = 1$ в одне з рівнянь, одержимо

$$A = -0,876, \text{ відкіля } a = 10^{-0,876} = 0,133$$

$$\text{Тоді} \quad I = 0,133 \cdot t \quad (4.12)$$

З цього виразу можна визначити середній граничний час роботи деталі, задавшись граничною величиною зносу $I_{\text{пр}}$

$$\bar{t}_{\text{пр}} = \frac{I_{\text{пр}}}{0,133} \quad (4.13)$$

Границі довірчого інтервалу визначаємо з виразу

$$\bar{t}_{\text{пр}} - t_{\text{qк}} \cdot \sigma_{\text{и}} < \bar{t}_{\text{пр}} + t_{\text{qк}} \cdot \sigma_{\text{и}},$$

де $t_{\text{qк}}$ - коефіцієнт, що відзеркалює розподіл Стьюдента;

$q = 1 - \beta$ - імовірнісний інтервал (рівень значимості);

$k = N - 2$ - число степенів вільності;

N - число серій вимірів;

$$\sigma_{\text{и}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta I_i^2}{N-1}};$$

$$\Delta I = I_{\text{Эi}} - I_{\text{Ti}};$$

$I_{\text{Эi}}$ - експериментальні значення величини зносу для п'яти серій вимірів;

I_{Ti} - теоретичні значення величини зносу для тих же серій вимірів.

На підставі (4.12) одержуємо:

$$I_{\text{T1}} = 133; \quad I_{\text{T2}} = 266; \quad I_{\text{T3}} = 399; \quad I_{\text{T4}} = 532; \quad I_{\text{T5}} = 665 \text{ мкм.}$$

Тоді

$$\sigma_{\text{и}} = \sqrt{\frac{(148 - 133)^2 + (242 - 266)^2 + (408 - 399)^2 + (518 - 532)^2 + (662 - 665)^2}{5 - 1}} = 16,48 \text{ мкм.}$$

З таблиці Д.2 додатка при $q = 100 - 90 = 10\%$, $k = 5 - 2 = 3$

знаходимо $t_{\text{qк}} = 2,35$.

Задавшись величиною граничного зносу $I_{\text{пр}} = 1200 \text{ мкм}$, визначаємо середню величину граничного часу:

$$\overline{t}_{\text{пр}} = \frac{1200}{0,133} = 9022,56 \text{ год.}$$

Тоді можна записати

$$9022,56 - 2,35 \cdot 16,48 < t_{\text{пр}} < 9022,56 + 2,35 \cdot 16,48$$

чи, округливши числа, остаточно одержимо

$$8980 < t_{\text{пр}} < 9060 \text{ годин.}$$

Таким чином, нижня і верхня межі довговічності деталі відповідно складуть:

$$t_{\text{Н}} = 8980 \text{ год.}; \quad t_{\text{В}} = 9060 \text{ год.}$$

2.7 Метод на базі планованого експерименту

2.7.1 Загальні відомості

Цей метод застосовують у тому випадку, якщо на процес зношування впливають два і більше факторів. Метою планування є визначення таких умов і правил проведення експерименту, при яких вдається одержати найбільшу інформацію – надійну і достовірну – з найменшою витратою праці і подати цю інформацію в компактній і зручній для користування формі з кількісною оцінкою її точності.

У багатьох випадках, приступаючи до рішення задачі, дослідник не має вичерпних відомостей про механізм обстежуваного об'єкта, але він може назвати тільки параметри, що визначають умови функціонування даного об'єкта. У таких випадках використовують кібернетичний підхід, в основі якого лежить припущена Н. Вінером ідея «чорної шухляди». «Чорна шухляда» – це об'єкт дослідження (рис. 4.6).

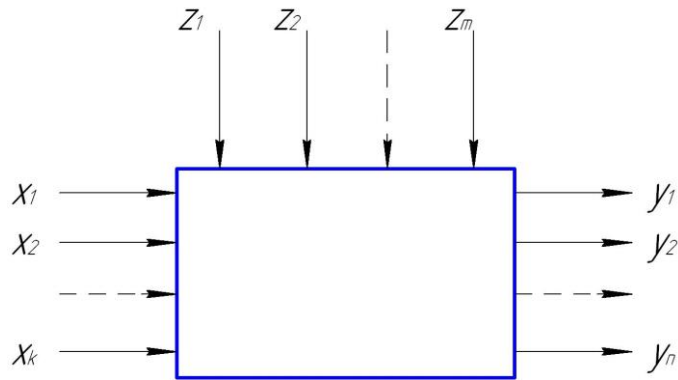


Рисунок 4.6

Стрілками, що входять в об'єкт, показані вхідні параметри, які можуть бути керованими (x) і некерованими (z). Роботу об'єкта характеризують одним чи декількома вхідними параметрами, що на рисунку позначені стрілками, які виходять із прямокутника.

Вхідні параметри прийнято називати факторами, а вихідні – відгуками. Фактор є незалежною перемінною, а відгук – залежною, тобто між відгуком і фактором існує така залежність:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (4.14)$$

яку називають функцією відгуку.

Відгук – це результат дослідження у відповідних умовах. Його також називають функцією мети, критерієм ефективності, параметром оптимізації. Однак у нашому випадку відгук, насамперед, є функцією мети і критерієм ефективності, тому що наше завдання полягає в прогнозуванні довговічності деталей при різних умовах роботи.

Якщо досліджують дію на Y усього лише однієї незалежної перемінної, то задача досить проста: потрібно, задавшись декількома значеннями x , одержати залежність $y = f(x)$ і ціль буде досягнута.

Якщо ж незалежних дві, то задача ускладнюється не сильно: необхідно зняти і побудувати сімейство кривих $y = f(x_1)$ при $x_2 = \text{const}$ і $y = f(x_2)$ при $x_1 = \text{const}$

Задача ускладнюється, якщо незалежних перемінних три і більш. Звичайно, можна побудувати багато кривих, але інформація про функцію $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ в такому вигляді буде практично марна.

У найпростішому випадку, коли досліджують залежність відгуку від одного фактора, поверхня відгуку являє собою лінію на площині, тобто в двомірному просторі. У загальному випадку, коли розглядається k факторів, рівняння $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ описує поверхню відгуку в $(k + 1)$ -мірному просторі.

Якщо знання про об'єкт обмежене і математичний опис функції відгуку невідомий, то розглядають не саму функцію, а її розкладання в який-небудь ряд, наприклад, у степіневий ряд:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_k \cdot x_k + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + \dots + b_{k-1,k} \cdot x_{n-1} \cdot x_n + b_{nn} \cdot x_n^2 + \dots, \quad (4.15)$$

де $b_0, b_1, b_{12}, b_{k-1,k}, b_{nn}$ - вибіркові коефіцієнти регресії, які можна одержати за результатами експерименту.

На практиці обмежуються кінцевим числом членів розкладання (4.15), апроксимуючи тим самим невідому функцію (4.14) поліномом деякого степеня. Тому що степінь полінома заздалегідь завбачити не можна, то використовують ідею крокового пошуку, тобто спочатку прагнуть описати досліджуваний об'єкт найпростішою лінійною моделлю. Оцінюють її якість і, якщо вона незадовільна, то збільшують число членів полінома. Цей процес продовжують доти, поки не буде отримана модель, що адекватно описує результати експерименту. Модель адекватна, отже, придатна.

Перевірку адекватності виконують за допомогою критерію Фішера:

$$F = \frac{\Delta S_{ad}^2}{\Delta S_y^2}, \quad (4.16)$$

де ΔS_{ad}^2 - дисперсія адекватності;

ΔS_y^2 - дисперсія, що характеризує похибку експерименту.

Модель вважають адекватною, якщо значення, розраховане за формулою (4.16), не буде перевищувати відповідного табличного при деякому рівні значимості. Звичайно рівень значимості приймають рівним 5...10%.

Разом з тим варто помітити, що планування за такою схемою можливе в тому випадку, якщо витримані відповідні вимоги до функції і факторів. При цьому функція повинна бути неперервною і досить «гладкою» (при прогнозуванні процесу

зношування ця умова виконується). Найважливішими вимогами до факторів повинні бути сумісність і некорреляційність.

Сумісність означає, що в середині заданої області визначення практично здійснені будь-які сполучення рівнів усіх розглянутих факторів при збереженні досліджуваного процесу. Якщо, наприклад, досліджуючи вплив питомого тиску на знос ми задамо його величину такою, що порушиться умова міцності об'єкта, то це сполучення факторів буде несумісним.

Вимоги до некоррелювання полягає в тому, щоб була можливість змінювати значення кожного з розглянутих факторів незалежно один від іншого. Наприклад, зміна величини питомого тиску в парі тертя не викликає зміни швидкості відносного ковзання в цій парі.

Важливим також є і те, щоб фактори були значимими, тобто впливали на функцію відгуку.

Існують різні види планування (планування на основі факторного експерименту, симплексно- решітчасте планування і симплекс-планування). Ми ж зупинимося на висвітленні факторного експерименту, який може бути повним чи дробовим в залежності від властивостей досліджуваного об'єкта.

На початку експерименту збирають, вивчають і аналізують всі наявні дані про об'єкт. Складають список факторів, задають орієнтовні межі зміни факторів, вибирають параметри оптимізації Далі здійснюють такі операції:

- кодування факторів;
- складання плану-матриці;
- рандомизація дослідів;
- реалізація плану експерименту;
- перевірка відтворюваності досліджень;
- перевірка адекватності лінійної моделі;
- оцінка значимості коефіцієнтів регресії.

2.7.2 Кодування факторів

Кодування факторів здійснюють для переведення натуральних факторів (тиск, швидкість, час і т.д.) у безрозмірні величини, щоб мати можливість побудувати стандартну план-матрицю експерименту.

Для цього насамперед вибирають вихідну область дослідження, тобто задають верхні і нижні межі виміру кожного фактора в ході експерименту $X_{i\max}$, $X_{i\min}$. Тоді задачу кодування зводять до переносу початку координат факторного простору в точку з координатами X_{1cp} , X_{2cp} , ..., X_{ncp} (точка O' , рис. 4.7), де

$$X_{i\text{cp}} = \frac{X_{i\text{min}} + X_{i\text{max}}}{2}, \quad (4.17)$$

і вибору для кожного фактора нового масштабу, причому, так, щоб значення $X_{i\text{min}}$ відповідало «-1», а $X_{i\text{max}}$ - «+1».

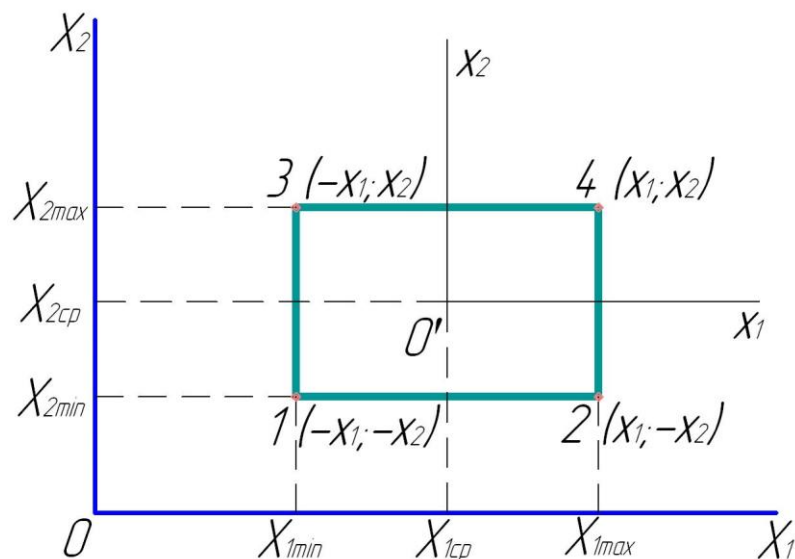


Рисунок 4.7 – Область визначення двох перемінних у дійсних і кодованих значеннях факторів і розташування замірів

Фактори в новому масштабі пов'язані з факторами у вихідному натуральному масштабі (дійсними значеннями) співвідношеннями:

$$x_i = \frac{X_i - X_{i\text{cp}}}{X_{i\text{cp}} - X_{i\text{min}}} = \frac{X_i - X_{i\text{cp}}}{X_{i\text{max}} - X_{i\text{cp}}} = \frac{2X_i - X_{i\text{max}} - X_{i\text{min}}}{X_{i\text{max}} - X_{i\text{min}}} \quad (4.18)$$

Значення $X_{i_{cp}} - X_{i_{min}} = X_{i_{max}} - X_{i_{cp}} = \delta$ називають інтервалом варіювання, вибору величини якого приділяють особливу увагу. Його вибирають таким, щоб проявилася значимість кожного з факторів.

Зробивши операцію кодування факторів з урахуванням обраних меж їхньої зміни в експерименті, уникають тим самим можливості ускладнень, пов'язаних з розходженнями в їх розмірностях. Рівняння з використанням кодованих факторів може бути записане у вигляді

$$Y = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_n \cdot x_n + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + \dots + b_{n-1,n} \cdot x_{n-1} \cdot x_n + b_{11} \cdot x_n^2 + \dots + b_{nn} \cdot x_n^2 + \dots \quad (4.19)$$

чи, якщо застосувати більш короткий запис,

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^n b_{ij} \cdot x_i^2 + \dots, \quad (4.20)$$

При цьому варто врахувати, що коефіцієнти в цих рівняннях будуть інші, ніж у рівнянні (4.15).

Розглянемо процес кодування факторів на прикладі. Нехай маємо:

$$X_{1min} = 145, X_{1max} = 215; X_{2min} = 120, X_{2max} = 180; X_{3min} = 15, X_{3max} = 25.$$

Тоді крайні межі x_1, x_2, x_3 в кодованому значенні будуть:

$$x_{1max} = \frac{2 \cdot 215 - 215 - 145}{215 - 145} = +1 \text{ (верхня межа);}$$

$$x_{1min} = \frac{2 \cdot 145 - 215 - 145}{215 - 145} = -1 \text{ (нижня межа);}$$

$$x_{2max} = \frac{2 \cdot 180 - 180 - 120}{180 - 120} = +1 \text{ (верхня межа);}$$

$$x_{2min} = \frac{2 \cdot 120 - 180 - 120}{180 - 120} = -1 \text{ (нижня межа);}$$

$$x_{3max} = \frac{2 \cdot 25 - 25 - 15}{25 - 15} = +1 \text{ (верхня межа);}$$

$$x_{3min} = \frac{2 \cdot 15 - 25 - 15}{25 - 15} = -1 \text{ (нижня межа).}$$

На рис. 4.8 представлена область експериментування в кодованому позначенні для 3-х факторного експерименту відповідно до наведеного приклада. Цифрами 1...8 показано сполучення факторів, яке має прийматись при виконанні експерименту.

Наприклад, у точці 1 зазначено, що експеримент має бути проведеним при нижніх межах усіх факторів x_1, x_2, x_3 , а в точці, наприклад, 8 – при верхніх межах усіх факторів x_1, x_2, x_3 .

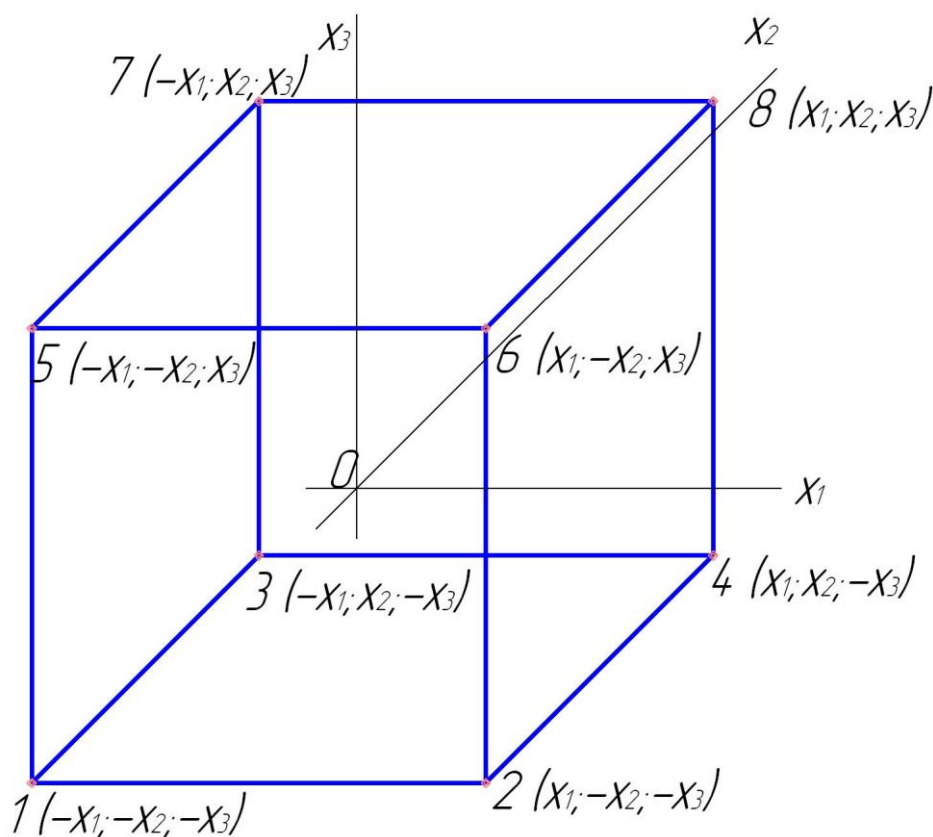


Рисунок 4.8 – Розташування замірів експерименту типу 2^3 у системі координат кодівих перемінних

2.7.3 Складання плану-матриці

Якщо експеримент зводять до оптимізації, тобто вибирають область оптимуму, то визначальною задачею є вибір напрямку руху до цієї області. Тому тут обмежуються тільки першими членами рівняння (4.20), тобто його лінійною частиною. Можна обмежуватися лінійною частиною рівняння в тому випадку, якщо процес підкоряється лінійному закону. У цьому випадку для визначення коефіцієнтів може бути застосований метод найменших квадратів. Особливо ефективно застосування цього методу при одному факторі. Якщо ж факторів

декілька, чи приходитьсья вводити в рівняння члени в квадраті, то обчислення коефіцієнтів ускладнюється, а в деяких випадках це може стати взагалі неможливим. Тоді може допомогти матрична алгебра, що дозволяє упорядкувати, і певною мірою формалізувати запис формул для коефіцієнтів при великому числі перемінних параметрів. У даному випадку вона дозволяє не тільки дати рішення, але і підкаже, як раціонально розташувати точки експерименту, за якими будуть обчислюватися коефіцієнти b .

Рівняння (4.20) для 3-х факторного експерименту перетворимо до більш зручної форми, прийнявши такі позначення:

$$x_0 = 1;$$

$$x_4 = x_1 \cdot x_2;$$

$$x_5 = x_2 \cdot x_3;$$

$$x_6 = x_1^2;$$

$$x_7 = x_2^2;$$

$$x_8 = x_3^2;$$

$$b_4 = b_{12};$$

$$b_5 = b_{23};$$

$$b_6 = b_{11};$$

$$b_7 = b_{22};$$

$$b_8 = b_{33}.$$

Тоді

$$Y = b_0 \cdot x_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_4 \cdot x_4 + b_5 \cdot x_5 + b_6 \cdot x_6 + b_7 \cdot x_7 + b_8 \cdot x_8. \quad (4.21)$$

Такі перетворення можна виконати при будь-якому числі факторів і членів степіневого ряду.

Для визначення коефіцієнтів перейдемо до матричного запису рівняння, виходячи з умови

$$\sum_{u=1}^N x_{iu} \cdot x_{ju} = \sum_{u=1}^N x_{ju} \cdot x_{iu} = 0, \quad (4.22)$$

де i, j – номери різних стовпців у матрицях x .

З цієї умови випливає, що будь-який добуток двох різних стовпців у матриці має дорівнювати нулю, а саму матрицю планування складають таким чином:

$$x = \begin{array}{c|cccccccc} & i & 0 & 1 & 2 & \dots & i & \dots & m \\ \hline u & & & & & \dots & & \dots & \\ 1 & & 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{i1} & \dots & x_{m1} \\ 2 & & 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{i2} & \dots & x_{m2} \\ \dots & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u & & 1 & x_{1u} & x_{2u} & \dots & x_{iu} & \dots & x_{mu} \\ \dots & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ N & & 1 & x_{1N} & x_{2N} & \dots & x_{iN} & \dots & x_{mN} \end{array} \quad (4.23)$$

Перший стовпець матриці складається з одиниць, оскільки використовуються кодовані значення факторів і $x_{0u} = 1$. Із співвідношення (4.22), якщо прийняти $i = 0$, виходить, що

$$\sum_{u=1}^n x_{0u} \cdot x_{ju} = \sum_{u=1}^n x_{ju} = 0. \quad (4.24)$$

Сума елементів будь-якого стовпця (крім першого) повинна дорівнювати нулю. Це правило використовують при побудові плану експерименту. Якщо кожний з n факторів варіюється на двох рівнях (-1 і +1), то повне число всіх можливих сполучень рівнів (чи число різних досвідів N) складе:

$$N = 2^n \quad (4.25)$$

План, побудований таким чином, називають повним факторним експериментом (ПФЭ) типу 2^n .

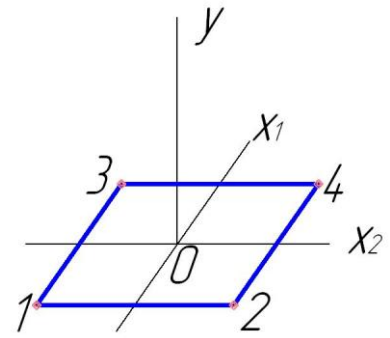
З урахуванням цього правила на базі матриці (4.23) побудовані плани для конкретних випадків при $n = 2$ і $n = 3$ (рис. 4.9).

Число рядків у матриці планування при $n = 2$ буде $2^2 = 4$. Число стовпців відповідає числу членів у рівнянні. Нумерують рядки ($u = 1, \dots, 4$) і стовпці ($i = 0, 1, \dots, 5$), підписуючи одночасно під кожним з них позначення факторів. У перший стовпець ($i = 0$) вписують всі одиниці з плюсом, тому що $x_{0u} = 1$. В другому стовпці ($i = 1$), починаючи з «-1», чергують знаки в одиниці, так щоб сума стовпця дорівнювала нулю. Третій стовпець також починається з «-1», але так, щоб вийшли всі можливі сполучення рівнів у чотирьох вимірах. Тут знаки вже чергуються через два, тобто «-1», «-1», «+1», «+1». У сумі також виходить нуль, і мають місце всі

сполучення факторів: -1; -1; +1; -1; +1; +1; +1. Останні два стовпці з перших трьох утворюють план експерименту. Наступний стовпець $i=3$ заповнюють автоматично шляхом перемножування знаків у двох попередніх стовпцях. Стовпці $i=4$ і $i=5$ складають тільки з «+1», тому що $x_1^2 = 1$ і $x_2^2 = 1$. Для скорочення і спрощення запису всі одиниці зі знаками «+» і «-» позначають відповідно символами «+» і «-». План, що показує якими варто вибирати величини x_i при замірах (верхня і нижня межі), виділений на малюнку рамками. Стовпці, не виділені рамкою, носять допоміжний характер і їх використовують при розрахунках коефіцієнтів апроксимуючого полінома.

Поруч з таблицями на рис. 4.9 показані геометричні образи планів. Усі точки на образах позначені цифрами, що відповідають номерам рядків у таблицях. З рисунків видно, що точки планів розташовуються на вершинах квадрата, чи куба, у загальному випадку, гіперкуба, побудованого на координатних осях x_1, x_2, \dots, x_n симетрично щодо центра $(x_1, x_2, \dots, x_n = 0)$.

i	0	1	2	3	4	5
	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1 \cdot x_2$	$x_4 = x_1^2$	$x_5 = x_2^2$
u						
1	+1	-1	-1	+1	+1	+1
2	+1	+1	-1	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1	-1	+1	+1
4	+1	+1	+1	+1	+1	+1



a

i	0	1	2	3	4	5	6	7
	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_4 = x_1 \cdot x_2$	$x_5 = x_1 \cdot x_3$	$x_6 = x_2 \cdot x_3$	$x_7 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
u								
1	+	-	-	-	+	+	+	-
2	+	+	-	-	-	-	+	+
3	+	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	+	-	+	-	-	-
5	+	-	-	+	+	-	-	+
6	+	+	-	+	-	+	-	-
7	+	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+	+

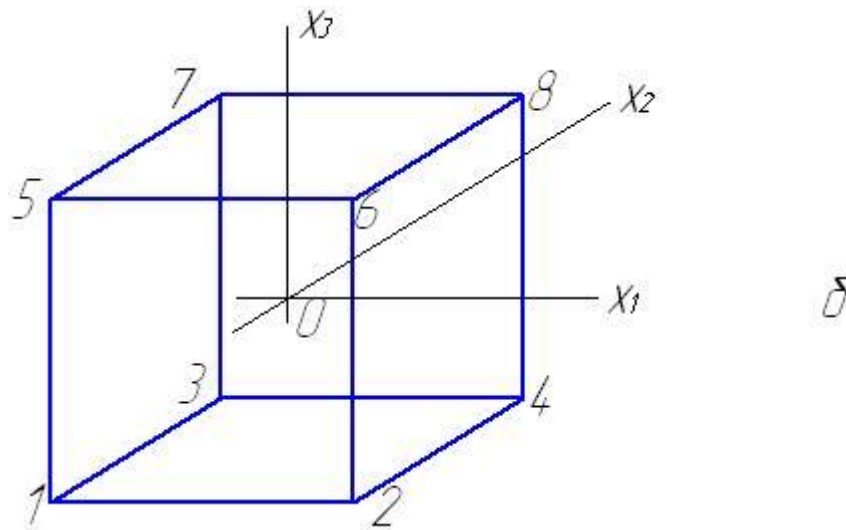


Рисунок 4.9 – Матриці планування і геометрична інтерпретація для планів ПФЕ 2^2 (а) і ПФЕ 2^3 (б).

2.7.4 Рандомізація експерименту

Цифри на вершинах квадрата чи куба не означають порядок постановки вимірів, а лише вказують на сполучення факторів, що має здійснюватися при постановці експерименту для кожної точки (1...4...4 чи 1...8...8). Якщо ж взяти план експерименту, то перший вимір можна привести для будь-якого рядка. Тим більше, що практикою доведено, що довільний вибір рядка дозволяє виключити вплив неврахованих і невідомих досліднику факторів. Тому варто внести в експеримент елемент випадковості впливу цих факторів, щоб можна було обґрунтовано використовувати апарат математичної статистики. Установлення випадкового порядку постановки експерименту в часі називають рандомізацією. Для здійснення рандомізації користаються таблицями випадкових чисел, витягом номерів і т.п.

2.7.5 Реалізація плану експерименту

Розглянемо процес реалізації плану експерименту на конкретному прикладі. Зокрема, розглянемо вплив питомого тиску, швидкості ковзання і часу роботи на

величину зносу контактуючої пари. На підставі попереднього вивчення досліджуваного об'єкта приймаємо:

	Питомий тиск P , МПа	Швидкість ковзання V , м/с	Час t , година
Верхній рівень	100	1,5	9000
Нижній рівень	40	0,5	1000
Середнє значення	70	1,0	5000

З представлених даних виходить, що ми вивчаємо області впливу факторів у межах: питомий тиск – від 40 до 100 МПа, швидкість ковзання – від 0,5 до 1,5 м/с і час – від 1000 до 9000 годин. Рандомізація дозволила установити таку послідовність вимірів: 8; 2; 4; 1; 7; 3; 5; 6; 8; 5; 4; 1; 6; 3; 2; 7. Таким чином, у цій послідовності кожне сполучення рівнів факторів зустрічається двічі, так вимір U прийнято робити не менш двох разів для підвищення надійності експерименту і можливості виконання перевірки на відтворюваність досліду.

1) $x_1 = 100, x_2 = 1,5, x_3 = 9000$;

14) $x_1 = 40, x_2 = 1,5, x_3 = 1000$;

2) $x_1 = 100, x_2 = 0,5, x_3 = 1000$;

15) $x_1 = 100, x_2 = 0,5, x_3 = 1000$;

3) $x_1 = 100, x_2 = 1,5, x_3 = 1000$;

16) $x_1 = 40, x_2 = 1,5, x_3 = 9000$;

4) $x_1 = 40, x_2 = 0,5, x_3 = 1000$;

5) $x_1 = 40, x_2 = 1,5, x_3 = 9000$;

6) $x_1 = 40, x_2 = 1,5, x_3 = 1000$;

7) $x_1 = 40, x_2 = 0,5, x_3 = 9000$;

8) $x_1 = 100, x_2 = 0,5, x_3 = 9000$;

9) $x_1 = 100, x_2 = 1,5, x_3 = 9000$;

10) $x_1 = 40, x_2 = 0,5, x_3 = 9000$;

11) $x_1 = 100, x_2 = 1,5, x_3 = 1000$;

12) $x_1 = 40, x_2 = 0,5, x_3 = 1000$;

13) $x_1 = 100, x_2 = 0,5, x_3 = 9000$;

Реалізація плану експерименту представлена в табл. 4.4.

Таблиця 4.4 – Результати вимірів

№ дослідів за планом	x_1	x_2	x_3	y_{u1}	y_{u2}	$\bar{y}_u = \frac{y_{u1} + y_{u2}}{2}$
1	-	-	-	31	21	26
2	+	-	-	59	65	62
3	-	+	-	82	74	78
4	+	+	-	192	180	186
5	-	-	+	219	223	221
6	+	-	+	541	535	538
7	-	+	+	640	646	643
8	+	+	+	1612	1614	1613

2.7.6 Перевірка відтворюваності експерименту

При однаковому числі дослідів на кожному сполученні рівнів факторів відтворюваність процесу перевіряють за критерієм Кокрена (таблиця додатка Д. 4.3).

$$G = \frac{\Delta S_{i\max}^2}{\sum_{u=1}^n \Delta S_u^2} \leq G(0,05; f_n; f_y), \quad (4.26)$$

де $\Delta S_u^2 = \frac{\sum_{p=1}^m (y_{up} - \bar{y}_u)^2}{m-1}$ - дисперсія, що характеризує розсіювання результатів дослідів на u -м сполученні рівнів факторів;

$P = 1, 2, \dots, m$ - число рівнобіжних дослідів;

$\Delta S_{u\max}^2$ - найбільша з дисперсій у рядках плану;

$G(0,05; f_n; f_y)$ - табличні значення критерію Кокрена при 5%-вому рівні значимості, що достатній для інженерних експериментів;

$f_n = n$ - число незалежних оцінок операцій;

$f_y = m - 1$ - число степеня вільності кожної оцінки.

Процес вважають відтвореним, якщо виконується умова, тобто нерівність (4.26). При цьому дисперсію відтворюваності (похибка досвіду) визначають за формулою:

$$\Delta S_y^2 = \frac{\sum_{u=1}^n \Delta S_u}{n} . \quad (4.27)$$

Якщо ж нерівність (4.26) не виконується, то необхідно уточнити виміри в досліді з максимальними відхиленнями.

У нашому випадку виконано по два виміри величини y_u . Тому значення оцінок дисперсії в кожній точці плану буде визначатись за формулою:

$$\Delta S_u^2 = \frac{\Delta^2}{2} ,$$

де Δ – різниця між рівнобіжними дослідями.

У результаті обчислень одержимо:

$$\Delta S_1^2 = \frac{(31-21)^2}{2} = 50 ; \Delta S_2^2 = \frac{(59-65)^2}{2} = 18 ; \Delta S_3^2 = \frac{(82-74)^2}{2} = 32 ;$$

$$\Delta S_4^2 = 72 ; \Delta S_5^2 = 8 ; \Delta S_6^2 = 18 ; \Delta S_7^2 = 18 ; \Delta S_8^2 = 2 .$$

За формулою (4.26) визначаємо коефіцієнт Кокрена:

$$G = \frac{72}{50+18+32+8+18+18+2} = 0,493 .$$

З таблиці Д. 4.3 при $f_n = 8$ і $f_y = 1$ знаходимо табличне значення, рівне $G = 0,6798$. Таким чином, процес можна вважати відтвореним, тому що розрахункова величина критерію Кокрена менше табличної й умова (4.26) витримується.

Дисперсія відтворюваності (похибка дослідів) складає:

$$\Delta S_y^2 = \frac{50+18+32+72+8+18+18+2}{8} = \frac{218}{8} = 27,25$$

Установивши, що процес відтворюється, можна приступити до визначення коефіцієнтів рівняння. На підставі методу найменших квадратів можна записати, що

$$e_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} \cdot y_u}{N} .$$

Для нашого конкретного випадку вирази для визначення коефіцієнтів будуть мати вигляд:

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^n \bar{y}_u}{n}; b_i = \frac{\sum_{u=1}^n x_{iu} \cdot \bar{y}_u}{n}; b_{ij} = \frac{\sum_{u=1}^n x_{iu} \cdot x_{ij} \cdot \bar{y}_u}{n} . \quad (4.28)$$

За математичну модель, що описує процес зношування обстежуваного об'єкта, приймаємо рівняння

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2 + b_5 \cdot x_1 \cdot x_3 + b_6 \cdot x_2 \cdot x_3 + b_7 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

Таким чином, нам необхідно визначити вісім коефіцієнтів: $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7$.

Спираючись на матрицю планування (рис. 4.9), одержуємо:

$$b_0 = \frac{26 + 62 + 78 + 186 + 221 + 538 + 643 + 1613}{8} = \frac{3367}{8} = 420,875;$$

$$b_1 = \frac{-26 + 62 - 78 + 186 - 221 + 538 - 643 + 1613}{8} = \frac{1431}{8} = 178,875;$$

$$b_2 = \frac{-26 - 62 + 78 + 186 - 221 - 538 + 643 + 1613}{8} = 209,125;$$

$$b_3 = \frac{-26 - 62 - 78 - 186 - 221 + 538 + 643 + 1613}{8} = 332,875;$$

$$b_4 = \frac{26 - 62 - 78 + 186 + 221 - 538 - 643 + 1613}{8} = 90,625;$$

$$b_5 = \frac{26 - 62 + 78 - 186 - 221 + 538 - 643 + 1613}{8} = \frac{1143}{8} = 142,875;$$

$$b_6 = \frac{26 + 62 - 78 - 186 - 221 - 538 + 643 + 1613}{8} = 165,125;$$

$$b_7 = \frac{-26 + 62 + 78 - 186 + 221 - 538 - 643 + 1613}{8} = 72,625.$$

Після визначення чисельних значень коефіцієнтів доцільно зробити перевірку значимості, тому що виключення незначущих коефіцієнтів дозволить прийняти більш просту форму рівняння і, отже, зменшити обсяг обчислень.

Оцінку значимості коефіцієнтів рівняння здійснюють за критерієм Стюдента. Коефіцієнт вважається значимим, якщо виконується нерівність

$$|b_i| \geq \Delta b_i = t(0,05; f_y) \cdot \frac{\sqrt{\Delta S_y^2}}{\sqrt{n}},$$

де $t(0,05; f_y)$ - 5% точка розподілу Стюдента, що відповідає $\beta = 0,95$, з f степенями вільності (таблиця Д. 4.2 додатка).

Для нашого випадку

$$\Delta b_i = 2,36 \frac{\sqrt{27,25}}{\sqrt{8}} = 4,356 .$$

З отриманих значень коефіцієнтів видно, що вони істотно перевищують величину Δb_i . Таким чином, можна з великою вірогідністю вважати всі коефіцієнти значимими і виключення хоча б одного з них приведе до значних погрешностей обчислень. Тому остаточно приймаємо математичну модель з повним складом коефіцієнтів, однак зробивши їхнє округлення до цілих величин. Тоді рівняння в окремому випадку отримає вигляд:

$$y_u = 420 + 178 \cdot x_1 + 210 \cdot x_2 + 332 \cdot x_3 + 90 \cdot x_1 \cdot x_2 + 142 \cdot x_1 \cdot x_3 + 165 \cdot x_2 \cdot x_3 + 72 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3. \quad (4.29)$$

2.7.7 Перевірка адекватності отриманої моделі

Адекватність моделі означає її придатність до подальшого використання і виконується за допомогою критерію Фішера. Адекватність буде забезпечена при дотриманні умови:

$$F = \frac{\Delta S_{ад}^2}{\Delta S_y^2} \leq F(0,05; f_{ад}; f_y), \quad (4.30)$$

де $\Delta S_{ад}^2 = \frac{\sum_{u=1}^n (\bar{y}_u - y_u)^2}{n - k - 1}$ - розрахункове значення відгуку в i -тім досліді;

$f_{ад} = f - k - 1$ - число степенів вільності дисперсії експерименту;

f_y - число степенів вільності дисперсної відтворюваності.

На підставі рівняння (4.29) визначаємо відгук y_{ui} для кожного досліду, керуючись при цьому знаками рядків матриці експерименту.

$$y_{1u} = 420 + 178 \cdot (-1) + 210 \cdot (-1) + 332 \cdot (-1) + 90 \cdot 1 + 142 \cdot 1 + 165 \cdot 1 + 72 \cdot (-1) = 25;$$

$$y_{2u} = 420 + 178 \cdot 1 + 210 \cdot (-1) + 332 \cdot (-1) + 90 \cdot (-1) + 142 \cdot (-1) + 165 \cdot 1 + 72 \cdot 1 = 61;$$

$$y_{3u} = 420 + 178 \cdot (-1) + 210 \cdot 1 + 332 \cdot (-1) + 90 \cdot (-1) + 142 \cdot 1 + 165 \cdot (-1) + 72 \cdot 1 = 79;$$

$$y_{4u} = 420 + 178 \cdot 1 + 210 \cdot 1 + 332 \cdot (-1) + 90 \cdot 1 + 142 \cdot (-1) + 165 \cdot (-1) + 72 \cdot (-1) = 187;$$

$$y_{5u} = 420 + 178 \cdot (-1) + 210 \cdot (-1) + 332 \cdot 1 + 90 \cdot 1 + 142 \cdot (-1) + 165 \cdot (-1) + 72 \cdot 1 = 219;$$

$$y_{6u} = 420 + 178 \cdot 1 + 210 \cdot (-1) + 332 \cdot 1 + 90 \cdot (-1) + 142 \cdot 1 + 165 \cdot (-1) + 72 \cdot (-1) = 535;$$

$$y_{7u} = 420 + 178 \cdot (-1) + 210 \cdot 1 + 332 \cdot 1 + 90 \cdot (-1) + 142 \cdot (-1) + \\ + 165 \cdot 1 + 72 \cdot (-1) = 645;$$

$$y_{8u} = 420 + 178 \cdot 1 + 210 \cdot 1 + 332 \cdot 1 + 90 \cdot 1 + 142 \cdot 1 + \\ + 165 \cdot 1 + 72 \cdot 1 = 1609$$

Тоді

$$\Delta S_{ад}^2 = \frac{(26 - 25)^2 + (62 - 61)^2 + (78 - 79)^2 + (186 - 187)^2 + (221 - 219)^2}{8 - 3 - 1} + \\ + \frac{(538 - 535)^2 + (643 - 645)^2 + (1613 - 1609)^2}{8 - 3 - 1} = 9,25.$$

Критерій Фішера для цього випадку складе відповідно до (4.30) при $\Delta S_y^2 = 27,25$

$$F = \frac{9,25}{27,25} = 0,34 .$$

З таблиці критеріїв Фішера (таблиця Д. 4.4 додатка) при 5% рівні значимості, $f_{au} = 4$ і $f_y = 8$ знаходимо відповідне значення

$$F(0,05;4;8) = 3,838$$

Тому що має місце умова

$$F = 0,34 < F(0,05;4;8) = 3,838 ,$$

то отриману математичну модель можна вважати адекватною.

Приведена методика постановки й обробки експерименту може бути застосована при дослідженні впливу на довговічність деталей і інших факторів (абразивного середовища, інтенсивності змащення, поверхневих характеристик контактуючих пар і т.д.). У той же час при кодованих факторах досить складно здійснювати прогнозування часу наробітку деталей при введенні постійних факторів. Тому вкрай важливо побудувати модель на основі натуральних факторів.

2.7.8 Побудова моделі зношування на основі натуральних факторів

Досліджуємо можливість використання формули для визначення зносу, що приведена в книзі А.С. Проникова [16] і має такий вигляд:

$$I = a \cdot P \cdot V \cdot t, \quad (4.31)$$

де a – постійний коефіцієнт;

P – питомий тиск у контактній парі, МПа;

V – швидкість ковзання в контактній парі, м/с;

t – час роботи контактної пари, с.

При необхідних значеннях P і V буде мати місце лінійна залежність.

Геометричний образ експериментальної (табл. 4.4) і математичної (4.29) моделей представлено на рис. 4.10. З малюнка видно, що це криволінійна залежність, з якої в такому вигляді дуже важко одержати інформацію для рішення виразу (4.31) у окремому вигляді, тобто для визначення коефіцієнта a .

Тому доцільно розглянути геометричні образи окремих складових цієї моделі. Зокрема, на рис. 4.11 представлено чотири залежності:

$$y_{1-5} = f(P_{\min}, V_{\min});$$

$$y_{2-6} = f(P_{\max}, V_{\min});$$

$$y_{3-7} = f(P_{\min}, V_{\max});$$

$$y_{4-8} = f(P_{\max}, V_{\max}).$$

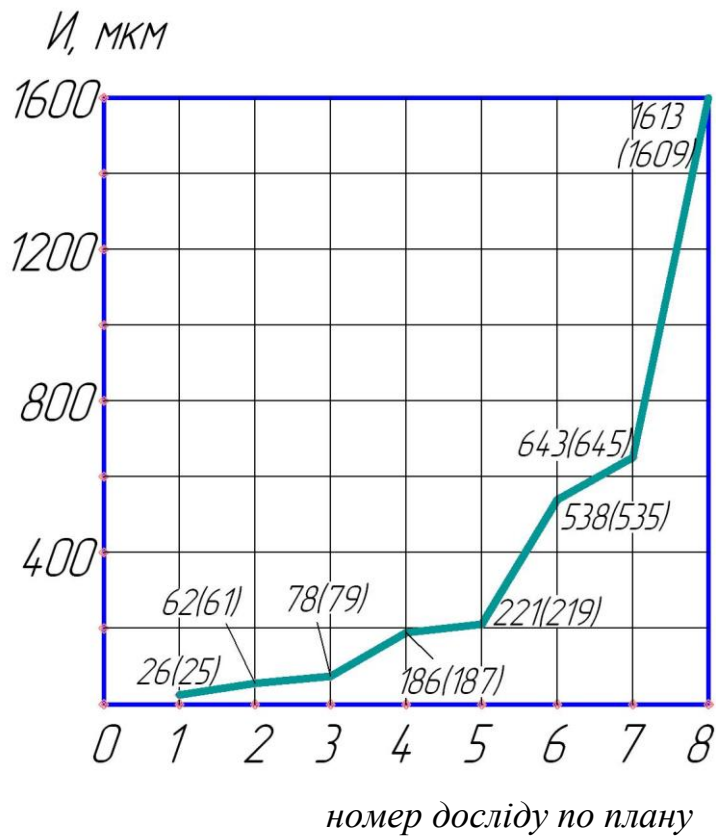


Рисунок 4.10

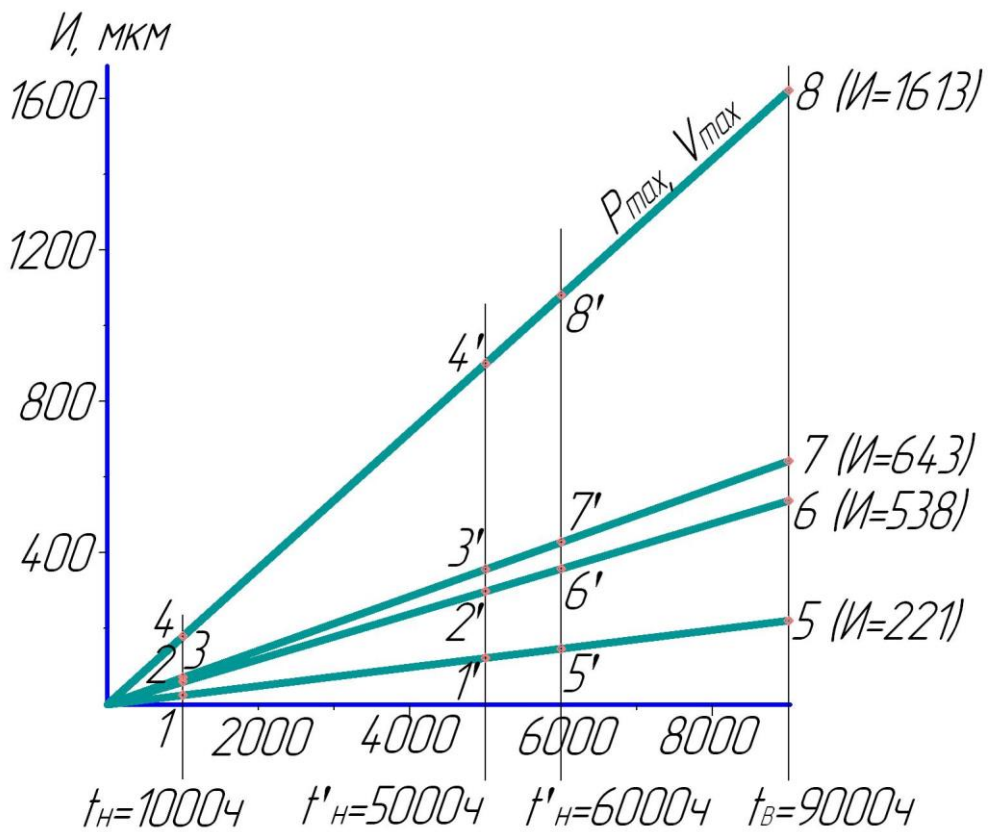


Рисунок 4.11

Оскільки при експерименті виміри здійснювались при $P = const$ і $V = const$, то ці залежності є лінійними. Разом з тим аналіз даних по всім восьми точкам плану експерименту показав на доцільність апроксимації цих залежностей по нулю, тобто на побудову прямих через нуль і точки 5, 6, 7, 8. Це пояснюється тим, що на першій стадії експерименту при $t = 1000$ годин (точки 1, 2, 3, 4) ще остаточно не стабілізувався процес зношування й облік даних на цьому етапі міг внести істотні погрішності при визначенні коефіцієнта a . Щоб мати повну вірогідність про лінійність приведених залежностей були проведені виміри при тих же значеннях P і V , але тільки у вузькому діапазоні часу ($t'_H = 5000$ год., $t'_B = 6000$ год.). Отримано наступні дані:

$$y'_{1u} = 121; y'_{2u} = 143; y'_{3u} = 304; y'_{4u} = 358; y'_{5u} = 362; y'_{6u} = 430; \\ y'_{7u} = 901; y'_{8u} = 1078,$$

які підтверджують лінійність прийнятих залежностей. Перевірка на відтворюваність дослідів і середньоквадратичне відхилення показала задовільні результати. Таким чином, переконавшись в лінійному характері залежностей $Y_{1-5}; Y_{2-6}; Y_{3-7}; Y_{4-8}$, приступаємо до визначення коефіцієнта a .

З виразу (4.31) можна записати

$$a = \frac{I}{P \cdot V \cdot t} \quad (4.32)$$

Тоді

$$a_5 = \frac{221}{40 \cdot 0,5 \cdot 9000} = 0,001228;$$

$$a_6 = \frac{538}{100 \cdot 0,5 \cdot 9000} = 0,001196;$$

$$a_7 = \frac{643}{40 \cdot 1,5 \cdot 9000} = 0,001191;$$

$$a_8 = \frac{1613}{100 \cdot 1,5 \cdot 9000} = 0,001195;$$

$$a = \frac{a_5 + a_6 + a_7 + a_8}{4} = \frac{0,001228 + 0,001196 + 0,001191 + 0,001195}{4} = 0,0012 .$$

Таким чином, в окремому вигляді одержуємо вираз для визначення величини зносу

$$И = 0,0012 \cdot P \cdot V \cdot t, \text{ мкм.}$$

Виконаємо перевірку адекватності (придатності) цього виразу за критерієм Фішера, для чого спочатку обчислимо знос для восьми точок плану експерименту:

$$И_1 = 0,0012 \cdot P_{\min} \cdot V_{\min} \cdot t_H = 0,0012 \cdot 40 \cdot 0,5 \cdot 1000 = 24;$$

$$И_2 = 0,0012 \cdot P_{\max} \cdot V_{\min} \cdot t_H = 0,0012 \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 1000 = 60;$$

$$И_3 = 0,0012 \cdot P_{\min} \cdot V_{\max} \cdot t_H = 0,0012 \cdot 40 \cdot 1,5 \cdot 1000 = 72;$$

$$И_4 = 0,0012 \cdot P_{\max} \cdot V_{\max} \cdot t_H = 0,0012 \cdot 100 \cdot 1,5 \cdot 1000 = 180;$$

$$И_5 = 0,0012 \cdot P_{\min} \cdot V_{\min} \cdot t_B = 0,0012 \cdot 40 \cdot 0,5 \cdot 9000 = 216;$$

$$И_6 = 0,0012 \cdot P_{\max} \cdot V_{\min} \cdot t_B = 0,0012 \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 9000 = 540;$$

$$И_7 = 0,0012 \cdot P_{\min} \cdot V_{\max} \cdot t_B = 0,0012 \cdot 40 \cdot 1,5 \cdot 9000 = 648;$$

$$И_8 = 0,0012 \cdot P_{\max} \cdot V_{\max} \cdot t_B = 0,0012 \cdot 100 \cdot 1,5 \cdot 9000 = 1620.$$

Експериментальні значення беремо з таблиці 4.4.

Тоді

$$\begin{aligned} \Delta S_{\text{ад}}^2 &= \frac{(26 - 24)^2 + (62 - 60)^2 + (78 - 72)^2 + (186 - 180)^2 + (221 - 216)^2}{8 - 3 - 1} + \\ &+ \frac{(538 - 540)^2 + (643 - 648)^2 + (1613 - 1620)^2}{8 - 3 - 1} = 45,75. \end{aligned}$$

Критерій Фішера для цього випадку складе відповідно до (4.30) при отриманому раніше $\Delta S_y^2 = 27,25$

$$F = \frac{45,75}{27,25} = 1,68.$$

Табличне значення, як було встановлено раніше, складає $F(0,05;4;8) = 3,838$.

Тому що виконується умова

$$F = 1,68 < F(0,05;4;8) = 3,838,$$

то отриманий вираз (модель) можна вважати адекватним.

Задавшись величиною граничного зносу I_{np} з виразу (4.33) можна визначити час наробітку деталі

$$t = \frac{I_{np}}{0,0012 \cdot P \cdot V} . \quad (4.33)$$

Методику визначення довірчого інтервалу часу наробітку можна запозичити з пункту в цьому ж розділі.

На закінчення необхідно підкреслити, що отримані вирази, що дозволяють прогнозувати час наробітку, отримані для суто конкретного випадку шляхом постановки планованого експерименту. А головною метою цього розділу було освітити методологію рішення поставленої задачі на основі планованого експерименту, який дозволяє з мінімальними витратами часу і засобів вирішувати самі складні питання з високим рівнем вірогідності отриманих результатів. Доцільно при цьому для обробки експерименту використовувати ПЕВМ і відповідне стандартне програмне забезпечення.

Контрольні запитання

1. Складовою частиною якої теорії є теорія прогнозування?
2. В чому різниця між прямим та зворотнім прогнозуванням?
3. Наведіть класифікацію основних видів зношування?
4. Назвіть найбільш розповсюджені методи виміру зносу?
5. Як класифікують методи прогнозування за критерієм зносу?
6. У якому вигляді подають залежність зносу по методу Міхліна-Волкова?
7. Навіщо, при використанні методу найменших квадратів, обчислюють середньоквадратичне відхилення?
8. В чому перевага методу прогнозування на базі планованого експерименту?
9. З якою метою кодують фактори експерименту?
- 10.3 якою метою виконують перевірку адекватності моделі?

3 Практичні основи технічної діагностики і контролю

Діагностичні методи можна умовно розділити на два типи: методи діагностування, пов'язані з виміром одиничних параметрів, і методи, при яких роблять вимір у комплексі декількох параметрів. При одиничних вимірах, як правило, заздалегідь відомі фактори і їхній вплив на несправність конкретного елемента машини. Наприклад, виникнення дефектів у підшипниках, зростання температури в контактних парах вище допустимої, поява надлишкової кількості металевих часток у мастилi чи робочій рiдинi і т.д. У цьому випадку за допомогою приладів спеціального призначення (електротестери, гідротестери, термометри і т.д.) вимірюють конкретні параметри окремих елементів і шляхом порівняльної їхньої оцінки з параметрами, властивими справним об'єктам, роблять відповідний висновок.

При діагностуванні, побудованому на комплексному підході, здійснюються виміри декількох параметрів, на основі аналізу яких роблять висновки про стан складних систем у цілому (машин, агрегатів, механізмів і т.д.) і відповідності їх установленим вимогам технології й експлуатації. Однак і тут можна виділити два випадки.

У першому випадку здійснюють діагностування типових об'єктів, що перебувають тривалий час в експлуатації, коли мається повний набір відомостей про характерні прояви ознак їхніх несправностей (наприклад, виникнення вібрацій, стукотів, підвищених шумів і температур і т.п.). Тут, як правило, уже є повна інформація як про методику постановки вимірів, так і про типові промислові прилади, за допомогою яких ці виміри виконують.

Другий випадок діагностування зустрічається в основному при обстеженні первинних об'єктів, що перебувають на початковій стадії експлуатації і через невизначені причини не забезпечують запроєктованих показників як з погляду технології, так і експлуатації. Тут виникли проблему дуже часто вирішують шляхом постановки нестандартних експериментів, коли

від фахівця – діагноста вимагаються не тільки ґрунтовні знання вимірювальної техніки, але й уміння розробляти спеціальну апаратуру, зокрема специфічні пристосування і перетворювачі, призначенням яких є перетворення механічних параметрів в електричні сигнали, що у свою чергу, створює можливість реєстрації досліджуваних параметрів.

Іншою, не менш важливою, відмінністю нетипового діагностування складних систем є те, що запис усіх параметрів (наприклад, зусиль, моментів, швидкостей, прискорень, тисків і т.д.) повинен одночасно вестися на носіях інформації приладу, що реєструє. Тільки в цьому випадку можна вірогідно установити дійсну картину стану об'єкта. Так, наприклад, лише при одночасному записі можливо установити черговість спрацьовування окремих елементів машини, зазори в передачах, час запізнювання, характер впливу одного параметра на інший і т.д.

Таким чином, для забезпечення якісного діагностування таких об'єктів від фахівця-діагноста вимагається більш широке коло знань, чим це потрібно при типовому діагностуванні. Тут вкрай важливо твердо освоїти всі етапи експерименту (підготовка, планування, постановка, проведення, обробка).

Необхідною умовою успіху експерименту є повне усвідомлення поставленої задачі. Із самого початку дослідник повинен чітко уявити собі, що він бажає в остаточному підсумку одержати. Правильна постановка задачі дозволяє сформулювати вимоги до експерименту і прогнозувати його результати.

Незалежно від того, у якій області працює дослідник, він повинен дотримуватись більш-менш регулярної послідовності: спочатку складається план експерименту, потім підбирається устаткування, після цього проводять дослід, і, нарешті, виконується аналіз отриманих даних і складається звіт. Спрощена схема типового експерименту, вираженого як система зв'язку, показана на рис. 4.12.



Рисунок 4.12 – Схема типового експерименту

План може бути послідовним чи випадковим (рандомізованим). Послідовний план включає послідовну зміну однієї з експериментальних перемінних. Застосування такого плану особливо доцільно при проведенні невідновлюючих експериментів.

Для більшості інженерних експериментів найкраще підходить рандомізований план, використання якого дозволяє уникнути внесення додаткових помилок від зовнішніх впливів, “заїдань” приладів, недоглядів експериментатора і т.і.

Варто також звернути увагу на те, що будь-який вимір пов'язаний з похибками, джерелами яких можуть бути самі різні причини: недосконалість методу виміру, неправильна градуїровка чи установка вимірювальної апаратури, зміна зовнішніх умов, перешкоди і, нарешті, індивідуальні

особливості дослідника. В окремих випадках, якщо допустити, похибки можуть призвести до зриву експерименту. Тому однією з важливих задач підготовки до експерименту є з'ясування природи і кількісного значення ймовірних похибок.

Необхідно також попередньо оцінити співвідношення між систематичною і випадковою похибками, тому що від нього залежить кількість виконуваних вимірів. Якщо визначальною є систематична похибка, властива даному методу вимірів, то досить зробити тільки один вимір. Якщо ж визначальною є випадкова похибка, то виміри варто робити кілька разів.

Існує думка, що виміри необхідно робити як можна точніше. Однак з точністю вимірів пов'язана вартість устаткування. Більш точний експеримент вимагає і більш точного устаткування, а воно, як правило, має і більш високу вартість. З підвищенням точності ускладнюється і сам експеримент, зростає обсяг вимірів. Тому при складанні плану експерименту необхідно враховувати всі три аспекти вимірів: погрішність, вартість і складність проведення.

У плані також повинна бути дуже ретельно продумана методика тарування, тому що від його якості цілком залежать результати експерименту.

Методику обробки результатів вимірів визначають за видом проведеного експерименту, тобто кожному виду експерименту притаманна певна методика. На першому етапі проводять операцію по обробці осцилограми: “прив'язка” кривих до номерів вимірювальних точок, визначення тарувальних коефіцієнтів, видача основних первинних даних. Це досить складний і трудомісткий процес, що вимагає відповідних знань і навичок.

З конкретним питанням підготовки і проведення експерименту, а також з методами обробки результатів досліджень, можна ознайомитись в роботах [3, 5, 8, 10, 11, 19]. Всебічну інформацію надає робота [8].

ЛІТЕРАТУРА

1. Биргер И.А. Техническая диагностика. – М.: Машиностроение, 1978, - 240с.
2. Биргер И. А. И др. Расчет на прочность деталей машин: Справочник /И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. Б. Иосилевич – 3 изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1979. – 702с.
3. Винарский М. С., Лурье М. В. Планирование эксперимента в технологических исследованиях. Киев: Техніка, 1975. – 256с.
4. Волков Д. П., Николаев С. Н. Надежность строительных машин и оборудования: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высш. школа. 1979 – 400с.
5. Горский В. г., Адлер Ю. П. Планирование промышленных экспериментов. – М.: Металлургия, 1974. – 275с.
6. Дмитриев А. К. Основы контроля и технической диагностики. Учебное пособие. Минобороны СССР, 1978. – 206с.
7. Ефимов М. Р., Петрова Е. В., Румянцев В. Н. Общая теория статистики: Учебник. – М.: ИНФРА – М, 1998. – 416с.
8. Жук А. Я., Желябина Н. К. Теория и практика приводов. Учебн. пособие в 3-х кн. Кн. 3. Эксперимент и диагностика /Запорожье: Издательство ЗГИА, 2001. – 176с.
9. Зубова А. Ф. Надежность машин и аппаратов химических производств. – 2-е изд., перераб и доп. – Л.: Машиностроение, 1978. – 215с.
10. Ивоботенко Б. А. И др. Планирование экспериментов в электромеханике. – М.: Энергия, 1975.
11. Касандрова О. Н., Лебедев В. В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 103с.
12. Надежность и долговечность машин. Кастецкий Б. И., Носовский И. Г., Бершадский Л. И., Караулов А. К. ”Техніка”, 1975. – 408с.
13. Недосека А. Я. Основы расчета и диагностики сварных конструкций. – К.: ИЛНП ТК – 78, 1996. – 294с.

14. Пархоменко П. П., Согомонян Е. С. Основы технической диагностики /Под ред. П. П. Пархоменко. – М.: Энергия, 1981. – 320с.
15. Плахтин В. Д. Надежность, ремонт и монтаж металлургических машин. Учебник для вузов. – М.: Металлургия, 1983. – 415с.
16. Проников А. С. Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 592с.
17. Савчук В. П. Байесовские методы статистического оценивания: Надежность технических объектов. – М.: Наука, 1989. – 328с.
18. Седуш В. Я. Надежность ремонт и монтаж металлургических машин. – Киев УМК ВО 1992. – 368с.
19. Степнов М. Н. Статическая обработка результатов механических испытаний. – М.: Машиностроение, 1972. – 232с.
20. Струтинський В. Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки. Підручник. – Житомир: ЖІТІ, 2001. – 612с.
21. Сырицын Т. А. Эксплуатация и надежность гидро- и пневмоприводов: Учебник. – М.: Машиностроение, 1990. – 248с.

ДОДАТКИ

Таблиця Д. 4.1 – Значення v_{\max} при різних значеннях числа вимірів n і для різних надійностей β

n	$\beta=0,90$	$\beta=0,95$	$\beta=0,99$	n	$\beta=0,90$	$\beta=0,95$	$\beta=0,99$
3	1,41	1,41	1,41	27	2,57	2,75	3,11
4	1,64	1,69	1,72	28	2,58	2,76	3,12
5	1,79	1,81	1,96	29	2,60	2,78	3,14
6	1,89	2,00	2,13	30	2,61	2,79	3,16
7	1,97	2,09	2,26	31	2,62	2,80	3,17
8	2,04	2,17	2,37	32	2,63	2,82	3,18
9	2,10	2,24	2,46	33	2,65	2,83	3,20
10	2,15	2,29	2,54	34	2,66	2,84	3,21
11	2,19	2,34	2,61	35	2,67	2,85	3,22
12	2,23	2,39	2,66	36	2,68	2,86	3,24
13	2,26	2,43	2,71	37	2,69	2,87	3,25
14	2,30	2,46	2,76	38	2,70	2,88	3,26
15	2,33	2,49	2,8	39	2,71	2,89	3,27
16	2,35	2,52	2,84	40	2,72	2,90	3,28
17	2,38	2,55	2,87	41	2,73	2,91	3,29
18	2,40	2,58	2,90	42	2,74	2,92	3,30
19	2,43	2,60	2,93	43	2,74	2,93	3,31
20	2,45	2,62	2,96	44	2,75	2,94	3,32
21	2,47	2,64	2,98	45	2,76	2,95	3,33
22	2,49	2,66	3,01	46	2,77	2,96	3,34
23	2,50	2,68	3,03	47	2,78	2,96	3,35
24	2,52	2,70	3,05	48	2,78	2,98	3,35
25	2,54	2,72	3,07	49	2,79	2,98	3,36
26	2,55	2,73	3,09	50	2,80	2,99	3,37

Таблиця Д. 4.2 – Значення q- відсоткових границь $t_{q,k}$ в залежності від k

$$\text{ступеней вільності і від імовірності } \frac{q}{100} = 2\beta_k \int_{q,k}^{\infty} \left(1 + \frac{t^2}{2}\right)^{-\frac{k+1}{2}}$$

для розподілу Ст'юдента

k	Значення q								
	10,0	5,0	2,5	2,0	1,0	0,5	0,3	0,2	0,1
1	6,314	12,706	25,452	31,821	63,657	127,3	212,3	318,3	636,6
2	2,920	4,303	6,205	6,965	9,925	14,089	18,216	22,327	31,600
3	2,353	3,182	4,177	4,541	5,841	7,453	8,891	10,214	12,922
4	2,132	2,776	3,495	3,747	4,604	5,597	6,435	7,173	8,810
5	2,015	2,571	3,163	3,365	4,032	4,773	5,376	5,893	6,869
6	1,943	2,417	2,969	3,143	3,707	4,317	4,800	5,208	5,959
7	1,895	2,365	2,841	2,998	3,499	4,029	4,442	4,785	5,408
8	1,860	2,306	2,752	2,896	3,355	3,833	4,199	4,501	5,041
9	1,833	2,262	2,685	2,821	3,250	3,690	4,024	4,297	4,781
10	1,812	2,228	2,634	2,764	3,169	3,581	3,892	4,144	4,587
12	1,782	2,179	2,560	2,681	3,055	3,428	3,706	3,930	4,318
14	1,761	2,145	2,510	2,624	2,977	3,326	3,583	3,787	4,140
16	1,746	2,120	2,473	2,583	2,921	3,252	3,494	3,686	4,015
18	1,734	2,601	2,445	2,552	2,876	3,193	3,428	3,610	3,922
20	1,725	2,086	2,423	2,578	2,845	3,153	3,376	3,552	3,849
22	1,717	2,074	2,405	2,508	2,819+	3,119	3,335	3,505	3,792
24	1,711	2,064	2,391	2,492	2,787	3,092	3,302	3,467	3,745
26	1,706	2,056	2,379	2,479	2,779	3,067	3,274	3,435	3,704
28	1,701	2,048	2,369	2,467	2,763	3,047	3,250	3,408	3,674
30	1,697	2,042	2,360	2,457	2,750	3,030	3,230	3,386	3,646
40	1,680	2,020	-	2,420	2,700	-	-	3,310	3,550
60	1,670	2,000	-	2,390	2,660	-	-	3,230	3,460
120	1,660	1,980	-	2,360	2,62	-	-	3,170	3,360

Таблиця Д. 4.3 – Критерій Кокрена G. Верхні 5-ти відсоткові значення

$f_n \backslash f_y$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8772	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7880
3	0,9969	0,8709	0,7977	0,7457	0,7071	0,6771	0,6530	0,6333	0,6167	0,6025
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5895	0,5598	0,53665	0,5175	0,5017	0,4884
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,4118
6	0,7808	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4184	0,3980	0,3817	0,3638	0,3568
7	0,7271	0,5612	0,4800	0,4307	0,3974	0,3726	0,3535	0,3384	0,3259	0,3154
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3326	0,3185	0,3043	0,2926	0,2829
9	0,6385	0,4775	0,4027	0,3584	0,3286	0,3067	0,2901	0,2768	0,2659	0,2568
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2666	0,2541	0,2439	0,2353
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,2020
15	0,4709	0,334	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911	0,1815	0,1736	0,1671
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1912	0,1735	0,1602	0,1501	0,1422	0,1357	0,1303
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,1113
30	0,2929	0,1980	0,1593	0,1377	0,1237	0,1137	0,1061	0,1002	0,0958	0,0921
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0,0887	0,0827	0,0780	0,0745	0,0713
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0765	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0497
120	0,0998	0,0632	0,0495	0,0419	0,0371	0,0337	0,0312	0,0292	0,0279	0,0226
∞	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Таблиця Д. 4.4 – Критерій Кокрена G. Верхні 5-ти відсоткові значення

$f_{ad} \backslash f_y$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12
1	161,45	199,500	215,710	224,580	230,160	233,990	236,770	238,880	240,540	241,880	249,910
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353	19,371	19,385	19,396	19,413
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	9,941	8,887	8,845	8,812	8,785	8,745
4	7,708	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041	5,999	5,694	5,912
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,782	4,735	4,678
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147	4,099	4,060	3,999
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,971	3,866	3,787	3,726	3,677	3,636	3,548
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,581	3,500	3,438	3,388	3,347	3,284
9	5,118	4,256	3,863	3,633	3,482	3,774	3,293	3,230	3,179	3,183	3,073
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072	3,020	2,978	2,913
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,094	3,012	2,948	2,896	2,854	2,788
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849	2,796	2,753	2,687
13	4,667	3,806	3,410	3,179	3,025	2,915	2,833	2,767	2,714	2,671	2,604
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,515	2,764	2,699	2,646	2,602	2,534
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641	2,588	2,544	2,475
16	4,494	3,634	3,239	3,007	3,852	2,741	2,657	2,591	2,534	2,493	2,425
17	4,451	3,591	3,197	2,965	2,810	2,699	2,614	2,548	2,494	2,450	2,381
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510	2,456	2,412	2,342
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,628	2,543	2,477	2,423	2,378	2,308
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447	2,393	2,348	2,278
21	4,325	3,467	3,078	2,840	2,685	2,473	2,488	2,420	2,366	2,321	2,250
22	4,301	3,443	3,049	2,817	2,661	2,549	2,464	2,396	2,342	2,297	2,226
23	4,279	3,422	3,028	2,795	2,640	2,523	2,442	2,375	2,320	2,278	2,204
24	4,260	3,403	3,009	2,776	2,621	2,508	2,423	2,355	2,300	2,255	2,183
25	4,242	3,385	2,991	2,759	2,603	2,490	2,405	2,337	2,282	2,236	2,165
26	4,225	3,369	2,975	2,743	2,587	2,474	2,388	2,320	2,265	2,220	2,148
27	4,210	3,354	2,960	2,720	2,572	2,459	2,373	2,305	2,250	204	3,132
28	4,196	3,340	2,947	2,714	2,558	2,445	2,349	2,291	2,236	2,190	3,118
29	4,183	3,328	2,934	2,701	2,545	5,432	2,346	2,278	2,223	2,177	2,104
30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,420	2,334	2,226	2,211	2,165	2,092

