Тема 7. Диффузия и дрейф неравновесных носителей зарядов.

§ 1. Уравнение непрерывности.

Из гидродинамики и электродинамики (теории электричества) известно уравнение непрерывности, которое в общем случае имеет вид:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + div\rho\vec{V} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + div\vec{j} = 0 \qquad (1)$$

$\frac{d\rho}{dt} -$ скорость изменения плотности в частице, $\frac{\partial\rho}{\partial t} -$ скорость изменения плотности в фиксированной точке, где $\rho -$ плотность заряда (объемного) или массы, $\vec{V} -$ скорость их перемещения; $\vec{j} -$плотность тока (заряда и массы). Для заряда (свободных носителей) оно выражает условие сохранения плотности объемного заряда ρ при протекании через проводник электрического тока плотностью $\vec{j}$. Другими словами (1) означает, что объемная плотность заряда изменяется (в данной точке с течением времени $-\frac{\partial\rho}{\partial t}$) только в результате расходимости тока ($\partial\rho/\partial t = -div\vec{j}$); или можно сказать так: в процессе движения заряд (или газ) не порождается и не исчезает. Для стационарного случая [$\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$; $\rho = \rho(x(t), y(t), z(t), t)$; $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial t}$; в стационарном случае $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ – плотность в данной точке x, y, z не зависит от t, но x, y, z зависят от t при движении от точки к точке, то есть когда переходим к рассмотрению данной частицы, то нужно учесть, что её координаты зависят от t. $\vec{j}$ или $\vec{V} -$ как раз и характеризуют эту зависимость] (1) имеет вид $div\vec{j} = 0$ и означает, что внутри каждого элемента объема число носителей зарядов (или масса газа) с течением времени не меняется (закон сохранения массы).

Уравнение (1) с учетом того, что $\rho = qN$ можно переписать в виде

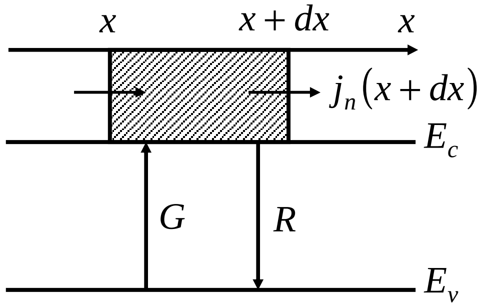
$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{1}{q} div\vec{j} \qquad (2)$$

где $N -$концентрация носителей заряда, (электронов и дырок) то есть сумма концентраций электронов и дырок. Уравнения (1) и (2) справедливы в общем случае, так как величины ρ и N могут составлять носители заряда с разными знаками, и число носителей заряда каждого типа может меняться, при этом полный заряд остается неизменным. Поэтому все процессы изменения концентраций включены в $\partial\rho/\partial t$ и $\partial N/\partial t$. Если же в таком же виде записать уравнение непрерывности отдельно для электронов и дырок:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{1}{q} divj_n \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{1}{q} dvj_p\end{aligned}\right\},$$

то они будут учитывать изменение концентрации лишь за счет расходимости тока, что в общем случае, конечно же, неверно, поскольку характерная особенность полупроводников – это процессы рекомбинации и генерации носителей заряда (током), могут изменять концентрацию носителей зарядов определенного типа.

Поэтому запишем уравнение непрерывности для электронов и дырок, учтя, что изменение концентраций носителей зарядов каждого типа может происходить в результате процессов генерации, рекомбинации, а так же из-за расходимости тока, который в общем случае состоит из диффузионной и дрейфовой составляющей. Для одномерного случая:



$$\frac{\partial n}{\partial t} = G + \frac{1}{q}\frac{\partial j_n}{\partial x} - \frac{n - n_0}{\tau_n} = G + \frac{1}{q}\frac{\partial j_n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G - \frac{1}{q}\frac{\partial j_p}{\partial x} - \frac{p - p_0}{\tau_p} = G - \frac{1}{q}\frac{\partial j_p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

Для трехмерного случая вычесть:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G + \frac{1}{q} divj_n - \frac{\Delta n}{\tau_n} \tag{3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G - \frac{1}{q} divj_p - \frac{\Delta p}{\Delta \tau_p} \tag{4}$$

Пусть в точке $x = 0$ имеется источник неравновесных носителей зарядов. В стационарном состоянии $\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0$ и

$$-\frac{1}{q} divj_n = G - \frac{\Delta n}{\tau_n} \tag{5}$$

$$\frac{1}{q} divj_p = G - \frac{\Delta p}{\tau_p} \tag{6}$$

(5) и (6) – выражают закон сохранения числа носителей заряда: поток носителей заряда, вытекающих из объема, равен количеству носителей заряда, созданных внешним возбуждением, за вычетом прорекомбинировавших в этом объеме носителей зарядов. Ток проводимости в (5) и (6) в общем случае состоит из суммы дрейфового и диффузионного токов. Дрейфовый ток обусловлен градиентом потенциала, а диффузионный – градиентом

концентраций. Дрейфовые составляющие плотности тока проводимости определяются по закону Ома (несильные ε)

$$\vec{j}_{n.др} = qn\mu_n\vec{\varepsilon} = -qn\mu_n grad\varphi \tag{7}$$

$$\vec{j}_{p.др} = qn\mu_p\vec{\varepsilon} = -qp\mu_p grad\varphi \tag{8}$$

$\varphi -$ электростатический потенциал; $q -$ абсолютная величина заряда электрона. Причем в общем случае поле $\vec{\varepsilon}$ складывается из $\vec{\varepsilon}_{внеш.}$ и $\vec{\varepsilon}_i$ возникающего в полупроводнике из-за пространственного разделения зарядов (например, диффузия, термо э.д.с и т.д.): $\vec{\varepsilon} = \vec{\varepsilon}_{вн.} + \vec{\varepsilon}_i$. Диффузионные составляющие тока пропорциональны градиенту концентрации свободных носителей зарядов. При этом диффузионные плотности потока:

$$\vec{\Phi}_n = -D_n gradn; \qquad \vec{\Phi}_p = -D_p gradp$$

в одномерно случае

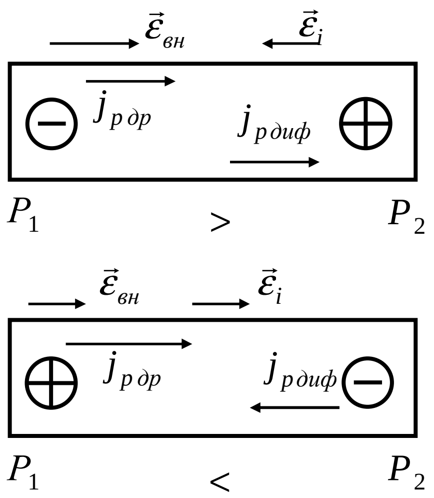
$$\Phi_n = -D_n\frac{dn}{dx}; \qquad \Phi_p = -D_p\frac{dp}{dx}$$

D_n и $D_p -$ коэффициенты диффузии электронов и дырок [$см^2/с$]. Знак “–“ означает, что перенос идет в сторону уменьшения концентрации. Этим потокам соответствуют диффузионные плотности токов в виде:

$$\vec{j}_{n.диф} = qD_n gradn = qD_n\frac{\partial n}{\partial x} \tag{9}$$

$$\vec{j}_{p.диф} = -qD_p gradp = -qD_p\frac{\partial p}{\partial x} \tag{10}$$

В (9) учтен знак заряда электрона и в формулах считается, что $q > 0$. Диффузионный ток создает пространственное разделение зарядов, то есть возникают объемные заряды, и концентрации носителей будут отличаться от n_o и p_o. В частности на правом рисунке левая часть будет заряжаться отрицательно, а правая положительно, на левом рисунке наоборот. Соответственно возникают внутренние электрические поля $\vec{\varepsilon}_i$ (в первом случае $\vec{\varepsilon}_i$ направлено против $\vec{\varepsilon}_{вн}$ во втором $\vec{\varepsilon}_{вн}$ и $\vec{\varepsilon}_i$ совпадают по направлению), которые вместе с $\vec{\varepsilon}_{вн}$ обуславливают $j_{др}$.



Если $\vec{\varepsilon}_{вн} = 0$, то при термодинамическом равновесии $j_{др}$ и полный ток $j = j_{др} + j_{диф} = 0$. При этом равновесие понимается в том смысле, что с течением времени сохраняется неизменным распределение температуры в образце (подобный случай уже встречался при рассмотрении термо э.д.с.)

Итак в общем виде j_n и j_p (полные):

$$\vec{j}_n = qn\mu_n\vec{\varepsilon} + qD_n gradn = -qn\mu_n grad\varphi + qD_n gradn \qquad (11)$$

$$\vec{j}_p = qp\mu_p\vec{\varepsilon} - qD_p gradp = -qp\mu_p grad\varphi - qD_p gradp \qquad (12)$$

(11) и (12) – диффузионные уравнения.

Если имеются в виду проекции токов на какое – либо направление, то градиенты можно заменить соответствующими частными производными [$gradU = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$ – в точке $M(x,y,z)$ указывает в сторону наиболее быстрого возрастания U, причем эта скорость, отнесенная к единице длины равна $|gradU|$].

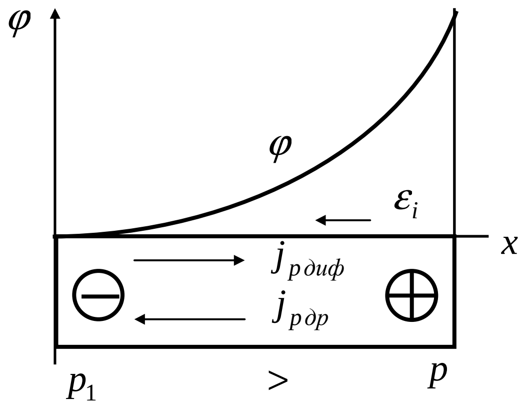
Обычно рассматривают токи в каком либо одном направлении, так как градиенты отличны от нуля для какого-либо одного направления. Будем в дальнейшем рассматривать все для направления x. Тогда

$$j_{n_x} = qn\mu_n\varepsilon_x + qD_n\frac{\partial n}{\partial x} \qquad (13)$$

$$j_{p_x} = qp\mu_p\varepsilon_x - qD_p\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (14)$$

В дальнейшем будем опускать индексы x, подразумевая их неявно. Полная плотность тока:

$$j = j_n + j_p = q(n\mu_n + p\mu_p)\varepsilon + q\left(D_n\frac{\partial n}{\partial x} - D_p\frac{\partial p}{\partial x}\right) \qquad (15)$$



§ 2. Уравнение (соотношение) Эйнштейна.

Уравнение Эйнштейна связывает коэффициенты диффузии с их подвижностью (в условиях термодинамического равновесия, строго говоря). Пусть в полупроводник p – типа имеется продольный градиент концентрации ($p_1 > p$). Диффузионный ток будет переносить дырки вправо, пока $\vec{\varepsilon}_i$ не создаст $j_{др} = j_{диф}$. Это и будет условие динамического равновесия для которого:

$$j_p = qp\mu_p\vec{\varepsilon} - qD_p\frac{\partial p}{\partial x} = -qp\mu_p\frac{\partial\varphi}{\partial x} - qD_p\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \qquad (1)$$

($\varphi-$ электростатический потенциал, созданный объемными зарядами). Будем считать φ на левом конце полупроводника равным нулю.

Из (1)

$$\frac{\partial p}{p} = -\frac{\mu_p}{D_p}\partial\varphi$$

$$p(x) = p_1 e^{-\frac{\mu_p}{D_p}\varphi} \qquad (2)$$

Из распределения Больцмана для частиц находящихся в потенциальном поле $U = q\varphi$ (для дырок), $U = -q\varphi$ (для электронов), то есть для дырок поднимающихся за счет теплового движения на потенциальный барьер $q\varphi$ (для электронов $-q\varphi$)

$$p(x) = p_1 e^{-\frac{q\varphi}{kT}} \qquad (3)$$

Тогда из (2) и (3)

$$\frac{\mu_p}{D_p} = \frac{q}{kT} \qquad (4)$$

Для электронов в (2) и (3) показатели exp будут “+”

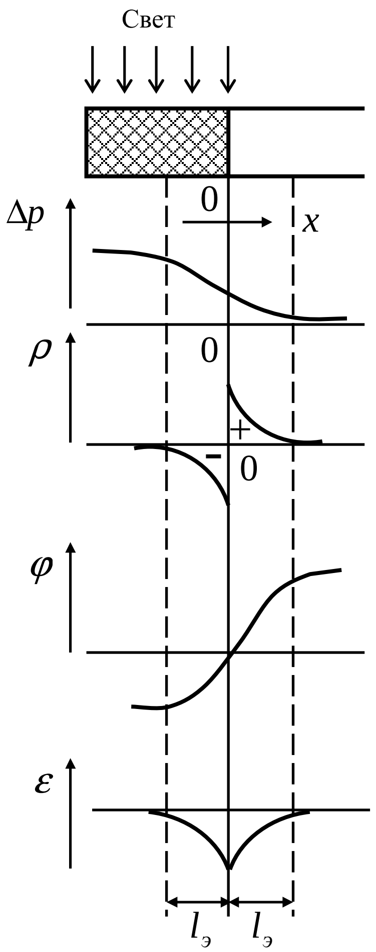
$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{q}{kT} \qquad (5)$$

(4) и (5) связывают D носителей заряда, подчиняющихся статистике Максвела-Больцмана и их подвижности μ в условии термодинамического равновесия.

Следует отметить, что соотношения Эйнштейна имеют универсальный характер, т.е. применимо к носителям заряда любого типа: (ионам, ионным вакансиям), в том числе и неравновесным, так как мы уже неоднократно говорили, что неравновесные носители зарядов за $t << \tau_{ж}$ приходят в равновесие с решеткой и их распределение по энергии не отличается от равновесного.

§ 3. Диффузия и дрейф неравновесных носителей зарядов в случае монополярной генерации (основных неравновесных носителей заряда)

Рассмотрим диффузию и дрейф неравновесных носителей заряда, когда свободные носители возникают в результате ионизации примеси, т.е. имеет место генерация только избыточных основных носителей заряда. Рассмотрим для определенности дырочный полупроводник (p – типа), который в некоторой области освещается слабо поглощающимся светом, так что по всей толщине имеет место генерация дырок в результате перевода их светом с акцепторных уровней в валентной зоне (межзонная генерация при это отсутствует). В освещенной области $x<0$ появляются неравновесные носители заряда $p = p_o + \Delta p$. При этом, если нет ловушек захвата, то $\Delta p = \Delta N_a{}^{-}$. Так как в области $x<0$ концентрация дырок больше чем в неосвещенной (где $x>0$), то дырки будут диффундировать в неосвещенную область. Вследствие этого нарушится электронейтральность в некоторой области полупроводника и возникнет объемный заряд и следовательно электрическое поле. В стационарном состоянии:



$$j = j_{др} + j_{диф} = qp\mu_p \varepsilon_i - qD_p \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$\varepsilon_i = \frac{D_p}{\mu_p p}\frac{\partial(\Delta p)}{\partial x} = \left[\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}\right] = \frac{kT}{q(p_o + \Delta p)}\frac{\partial(\Delta p)}{\partial x} \approx$$
$$\approx [p_o + \Delta p \approx p_o] \approx \frac{kT}{qp_o}\frac{\partial(\Delta p)}{\partial x} = \varepsilon_i \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x} = \frac{kT}{qp_o}\frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2} \qquad (2)$$

С другой стороны из уравнения Пуассона

$$div \varepsilon_i = \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_o}\rho = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_o}\Delta p \qquad (\rho = q\Delta p)$$

$$\frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2} - \frac{q^2 p_o}{kT\varepsilon\varepsilon_o}\Delta p = 0 \qquad (3)$$

Введем обозначение

$$\ell_э = \sqrt{\frac{kT\varepsilon\varepsilon_o}{q^2 p_o}} = \left(\frac{kT\varepsilon\varepsilon_o}{q^2 p_o}\right)^{1/2} \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{\ell_э{}^2} = 0 \tag{5}$$

(5) – однородное линейное дифференциальное уравнение 2 – го порядка

$$y^2 = \frac{1}{\ell_э^2}; \qquad y_{1,2} = \pm\frac{1}{\ell_э}$$

Общее решение (5)

$$\Delta p = C_1 e^{x/\ell_э} + C_2 e^{-x/\ell_э}$$

Для $x > 0$, Δp уменьшается и C_1=0, тогда

$$\Delta p(x) = \Delta p(0) e^{-x/\ell_э} \tag{6}$$

То есть в случае монополярной проводимости избыточная концентрация неравновесных основных носителей заряда по мере удаления от места генерации уменьшается по экспоненте с постоянной спада $\ell_э$, называемой длинной (радиусом) экранирования или дебаевской длиной. Из (4) видно, что $\ell_э$ зависит от T и $p_o(n_o)$ и может существенно меняться при изменении σ. Для Si и Ge $\ell_э \approx 10^{-4} \div 10^{-6}\,см$ следовательно неравновесные носители заряда в случае монополярной проводимости дифференцируют в глубь кристалла на очень малое расстояние из-за электростатических сил притяжения к неподвижным ионам, имеющим заряд противоположного знака.

Как будет показано далее, $\ell_э$ характеризует изменение потенциала в приповерхностных слоях.

Сейчас же вспомним как релаксирует объемный заряд, введенный в полупроводник, в результате тока проводимости

$$\rho = \rho_o e^{-t/\tau_м}$$

или

$$\Delta p(t) = \Delta p(0) e^{-t/\tau_м},$$

то есть существует в среднем в течение времени τ_M

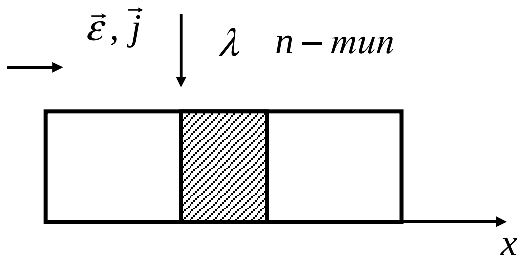
Сравнивая (6) и последние соотношения, приходим к выводу, что распространение носителей заряда в монополярном случае на расстояние $\ell_э$

осуществляется в течение τ_M, то есть τ_M является эффективным временем установления диффузионно – дрейфового равновесия.

§ 4. Диффузия и дрейф в случае биполярной генерации неравновесных носителей заряда в примесном полупроводнике.

Рассмотрим полупроводник n – типа $(p_o << n_o)$, поперечные размеры которого значительно меньше его длины. Пусть узкая область $(-\ell \leq x \leq 0)$, освещается светом с такой λ, что происходит ионизация основного вещества, то есть биполярная генерация. При этом, если отсутствуют ловушки захвата и рекомбинация на примесях, выполняются соотношения:

$$n_o >> \Delta n = \Delta p >> p$$



При этом

$$\frac{\Delta p}{p_o} >> \frac{\Delta n}{n_o},$$

то есть, относительное увеличение концентрации неосновных носителей заряда значительно больше относительного увеличения концентрации основных носителей зарядов, поэтому фактически можно говорить об увеличении концентрации (избыточной концентрации) только неосновных носителей заряда. Но это не принципиально. Принципиально следующее.

В освещенной области концентрация неравновесных носителей заряда больше, чем в неосвещенной и из – за наличия градиента концентрации возникает диффузия носителей заряда в направлении от освещенной области к неосвещенной. При этом если бы отсутствовали электростатические силы притяжения, то из–за разницы в коэффициентах диффузии $(D_{n,} D_p)$ электроны и дырки перемещались бы различным образом (двигаясь с различной скоростью в направлении уменьшения концентрации) и происходило бы разделение зарядов. Однако, возникающий объемный заряд неосновных носителей заряда (дырок) в неосвещенной части (куда они продиффундировали из освещенной) создает статическое электрическое поле, которое вызовет перераспределение носителей заряда, так что в эту область в течении максвелловского времени релаксации будут подтянуты электроны (основные носители заряда, которых много) и заряд избыточных дырок будет скомпенсирован. Этот процесс имел бы место и при отсутствии градиента концентрации электронов. То есть избыточные неосновные носители заряда – дырки, диффундируя в глубь электронного полупроводника, увлекают за собой равное количество основных носителей заряда – электронов, так что объемный заряд не создается, а диффузия происходит как диффузия незаряженных частиц. По мере продвижения в глубь полупроводника дырки и электроны будут рекомбинировать и их концентрация убывать.

Если к такому полупроводнику приложить $\vec{\varepsilon}$, то избыточные носители будут дрейфовать со скоростью дрейфа неосновных носителей заряда (дырок), так что будет сохраняться условие электронейтральности. То есть дырки будут затягивать за собой и электроны. То есть и во внешнем электрическом поле избыточные неосновные носители заряда дрейфуют как незаряженные частицы, не создавая объемного заряда.

Закон изменения концентрации неосновных (а, следовательно, и основных) неравновесных носителей заряда можно получить, очевидно, на основании уравнения непрерывности, которое учитывает изменение концентрации не только за счет расходимости тока, но и за счет процессов генерации и рекомбинации.

Проведем решение этого уравнения для стационарного случая $(\frac{\partial p}{\partial t} = 0)$ в неосвещенной части полупроводника $(G = o)$, тогда (4) из § 1 запишется

$$\frac{1}{q} divj_p = -\frac{\Delta p}{\tau_p}$$

или для одномерного случая

$$\frac{1}{q}\frac{\partial j_p}{\partial x} = -\frac{\Delta p}{\tau_p} \tag{1}$$

В отсутствии электрического поля $(\varepsilon = 0)$ из (14) получим

$$\frac{\partial j_p}{\partial x} = -qD_p \frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2}$$

Тогда (1):

$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p} = 0$ - однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка;

$$\frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{D_p \tau_p} = 0$$

Характеристическое уравнение $y^2 = \frac{1}{D_p \tau_p}$ $\quad y_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{1}{D_p \tau_p}}$

Общее решение этого уравнения

$$\Delta p(x) = C_1 e^{\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}} + C_2 e^{-\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}} = C_1 e^{\frac{x}{L_p}} + C_2 e^{-\frac{x}{L_p}}$$

где

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} \tag{2}$$

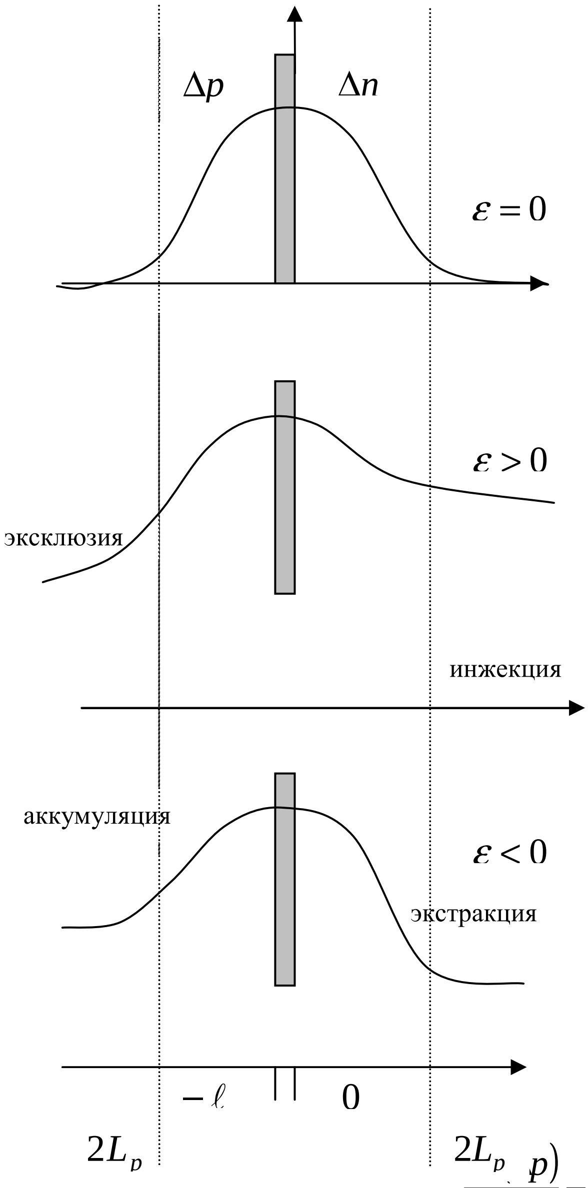
Из физических соображений ($\Delta n \to 0$ при возрастании x) ясно, что $C_1 = 0$ и окончательно

$$\Delta p(x) = \Delta p(0) e^{-\frac{x}{L_p}} \tag{3}$$

где $C_2 = \Delta p(0) -$ избыточная концентрация в точке $x = 0$.

Из (3) ясно, что концентрация избыточных носителей заряда экспоненциально убывает по обе стороны, от освещенной части образуя с постоянной спада L_p, называемой диффузионной длиной неосновных носителей заряда и представляет собой расстояние, на котором избыточная концентрация уменьшается в e раз. Ток в этом случае $(\varepsilon = 0)$ является чисто диффузионным и равен

$$j_{p.диф} = -qD_p \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{qD_p}{L_p} \Delta p(0) e^{-\frac{x}{L_p}} = j_{p.диф(0)} e^{-\frac{x}{L_p}},$$



то есть ток меняется, так же как и $\Delta p(\Delta n)$.

Величина

$$V_D = \frac{L_p}{\tau_p} = \frac{D_p}{L_P} \left(\tau_p = \frac{L_p{}^2}{D_p} \right)$$

называется диффузионной скоростью и есть скорость V, с которой неравновесные носители заряда за время жизни проходят путь равный L_p.

Все то же можно записать для р – полупроводника (то есть для электронов)

$$\Delta n(x) = \Delta n(0) e^{-\frac{x}{L_n}}, L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

Рассмотрим теперь уравнение (1) в случае когда $\varepsilon \neq 0$. Тогда из (14) для тока получим

$$\frac{\partial j_p}{\partial x} = -qD_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + q\mu_p \varepsilon \frac{\partial p}{\partial x}$$

и тогда (1) примет вид:

$$\frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2} - \mu_p \varepsilon \frac{1}{D_p} \frac{\partial(\Delta p)}{\partial x} - \frac{\Delta p}{D_p \tau_p} = 0 \qquad (4)$$

Учитывая, что $L_p{}^2 = D_p \tau_p$ и введя обозначение

$$L_\varepsilon = \tau_p \mu_p \varepsilon \qquad (5)$$

из (4) получаем

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \frac{L_\varepsilon}{L_p{}^2}\frac{\partial(\Delta p)}{\partial x} - \frac{\Delta p}{L_p{}^2} = 0 \tag{6}$$

Общим решением этого уравнения будет

$$\Delta p(x) = C_1 e^{\alpha_1 x} + C_2 e^{\alpha_2 x} \tag{7}$$

где C_1 и C_2 определяются из граничных условий

$$\Delta p\big|_{x=0} = \Delta p\big|_{x=-e} = \Delta p(0), \qquad \Delta p = 0 \quad \text{при } x \to \pm\infty$$

α_1 и α_2 - корни характеристического уравнения:

$$\alpha^2 - \frac{L_\varepsilon}{L_p{}^2}\alpha - \frac{1}{L_p{}^2} = 0$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{L\varepsilon \mp \sqrt{L_\varepsilon{}^2 + 4L_p{}^2}}{2L_p{}^2} \tag{8}$$

$$L_{1,2} = \frac{2L_p{}^2}{\sqrt{L_\varepsilon{}^2 + 4L_p{}^2} \pm L_\varepsilon}$$

Проанализируем (7) и (8) для различных значений ε:

В случае, когда поле слабое, а точнее $L_\varepsilon << 2L_p$, то из (8) получим: $\frac{1}{L_{1,2}} = \mp\frac{1}{L_p}$ или $L_{1,2} = \mp L_p$ и значит, в слабом электрическом поле распределение избыточных носителей заряда определяется только диффузией и описывается уравнением (3) в §4.

Если поле достаточно велико, когда $L_\varepsilon > 2L_p$, то постоянные спада L_1 и L_2, которые называются длинами затягивания, будут отличаться от L_p и в зависимости от направления поля $(\varepsilon > 0, \varepsilon < 0)$ они будут либо больше, либо меньше L_p.

Так, если $\varepsilon > 0$, то в области $x > 0$ поле будет переносить дырки в направлении диффузии, то есть длина затягивания в этом случае будет больше L_p и из этих физических соображений решение (7) для $x > 0$ и $\varepsilon > 0$ будет:

$$\Delta p(x)_1 = \Delta p(0) e^{-\frac{x}{L_1}} \tag{9}$$

$$\{x > 0, \varepsilon > 0\}$$

где

$$L_1 = \frac{2L_p{}^2}{\sqrt{L_\varepsilon{}^2 + 4L_p{}^2} - L_\varepsilon} > L_p \tag{10}$$

(10) – диффузионная длина по полю (вдоль поля).

Для области $x < -\ell$ и в случае $\varepsilon > 0$ поле будет противодействовать диффузии дырок и $L_2 < L_p$, а решение (7) будет:

$$\Delta p(x)_2 = \Delta p(0) e^{\frac{x}{L_2}} \tag{11}$$

$$\{x < -\ell, \varepsilon > 0\}$$

где

$$L_2 = \frac{2L_p{}^2}{\sqrt{L_\varepsilon{}^2 + 4L_p{}^2} + L_\varepsilon} < L_p \tag{12}$$

(12) – диффузионная длина против поля.

Таким образом, внешнее поле искажает симметрично в распределении избыточной концентрации носителей заряда.

При $\varepsilon < 0$ соотношение между $L_{1,2}$ и L_p – обратное $(L_1 < L_p < L_2)$.

Рассмотрим теперь случай очень сильных полей, когда $L_\varepsilon{}^2 >> 4L_p{}^2$ $(|L_\varepsilon| >> 2L_p)$. Это условие можно записать так:

$$\frac{L_\varepsilon{}^2}{4L_p{}^2} = \frac{(\tau_p \mu_p \varepsilon)}{4L_p{}^2} = \frac{\tau_p{}^2 V_{\partial p}{}^2}{4L_p{}^2} = \frac{V_{\partial p}{}^2}{4V_D{}^2} >> 1 \;\; ; \;\; V_{\partial p}{}^2 >> 4V_D{}^2$$

где $V_{\partial p} = \mu_p \varepsilon$ – скорость дрейфа.

Пусть $\varepsilon > 0$, тогда для области $x > 0$ из (10) получим:

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{2L_p{}^2}{L_\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{1 + 4L_p{}^2 / L_\varepsilon{}^2} - 1} \approx \left[\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} \right] \approx \\ &\approx \frac{2L_p{}^2}{L_\varepsilon} \frac{1}{2L_p{}^2 / L_\varepsilon{}^2} = L_\varepsilon = \tau_p \mu_p \varepsilon = \tau_p V_{\partial p} >> L_p \end{aligned} \tag{13}$$

(13) – диффузионная длина по полю при больших ε.

Т. е. длина затягивания при $x > 0, \varepsilon > 0$ равна длине дрейфа L_ε.

Величина $L_\varepsilon = \tau_p \mu_p \varepsilon$ численно равна пути, проходимому неравновесными носителями заряда за время жизни со скоростью дрейфа.

Из условия $L_\varepsilon{}^2 >> 4L_p{}^2$ ясно, что поле очень сильное, если длина дрейфа $>> L_p$ $\{x>0, \varepsilon>0\}$

$$\Delta p(x) = \Delta p(0)e^{-\frac{x}{L_1}} = \Delta p(0)e^{-\frac{x}{L_\varepsilon}} = \Delta p(0)e^{-\frac{x}{\tau_p\mu_p\varepsilon}} \qquad (14)$$

Сравнивая (14) и (3) можно заметить, что при $L_\varepsilon{}^2 >> 4L_p{}^2$ в области полупроводника $x>0$ избыточная концентрация носителей заряда заметно больше (правая часть второго рис.), чем в отсутствии поля. Таким образом, при наличии $\varepsilon>0$ $(V_{\partial p} >> V_D)$ избыточные дырки в электрическом полупроводнике затягиваются полем в области $x>0$ и полупроводник обогащается неосновными носителями заряда в большем количестве, чем при наличии только диффузии при $\varepsilon = 0$. Это явление называют инжекцией неравновесных носителей заряда. (для дырочного полупроводника инжекция – при $\varepsilon<0$)

Теперь рассмотрим распределение Δp при $\varepsilon>0$ в области $x<-\ell$, где

$$L_2 = \frac{2L_p{}^2}{L_\varepsilon}\frac{1}{\sqrt{1+4L_p{}^2/L_\varepsilon{}^2}+1} \approx \frac{L_p{}^2}{L_\varepsilon} \qquad (15)$$

$$\Delta p(x)_2 = \Delta p(0)e^{-\frac{|x|}{L_2}} = \Delta p(0)e^{-\frac{L_\varepsilon}{L_p{}^2}|x|}$$

(16)

Ясно, что с увеличением ε L_ε увеличивается и L_2 уменьшается и $L_2 < L_p$.

То есть при $\varepsilon>0$ с ростом ε объем полупроводника в области $x<-\ell$ объединяются носителями заряда (левая часть второго рисунка) по сравнению со случаем $\varepsilon=0$. Это явление носит название эсклюзии носителей заряда.

Для дырочного полупроводника эсклюзия электронов будет при $\varepsilon<0$.

При $\varepsilon<0$ в области $x>0$ имеет место уменьшение концентрации избыточных носителей, а в $x<-\ell$ их увеличение. Эти явления соответственно называются экстракцией и аккумуляцией неравновесных носителей заряда.

Следует отметить, что приведенная терминология не всегда строго соблюдается. Часто говорят об уровне инжекции или экстракции, понимая его как критерий, количественно характеризующий избыточную концентрацию, независимо от способа ее получения (направления поля ε).

§ 5. Биполярный коэффициент диффузии и биполярная подвижность.

Рассмотрим диффузию и дрейф в том случае, когда проводимость полупроводника близка к собственной проводимости, то есть когда n_o и p_o мало отличаются друг от друга. Будем считать, что имеет место биполярная генерация избыточных носителей заряда в некоторой области образца и уровень инжекции низкий, то есть $\Delta n = \Delta p << (n_o + p_o)$ а также распределение неравновесных носителей заряда $n(x) = n_o + \Delta n(x)$ и $p(x) = p_o + \Delta p(x)$. Тогда полный ток описывается уравнением (15)

§1, а в стационарном состоянии $j = 0$ и в каждой точке образца диффузионные токи уравновешиваются дрейфовыми, обусловленными статическим внутренним полем

$$\varepsilon_i = \frac{D_p \dfrac{\partial p}{\partial x} - D_n \dfrac{\partial n}{\partial x}}{n\mu_n + p\mu_p} = \frac{D_p \dfrac{\partial p}{\partial x} - D_n \dfrac{\partial n}{\partial x}}{(n_o + \Delta n)\mu_n + (p_o + \Delta p)\mu_p} \qquad (1)$$

Из (1) видно, что чем больше электропроводность (n_o, p_o), тем меньше ε_i (и чем меньше разница в D_p и D_n) следовательно при достаточно больших n_o и p_o в первом приближении можно считать, что $\varepsilon_i = 0$ и имеет место условие электронейтральности, которое обуславливается тем, что в каждой точке полупроводника $\Delta p = \Delta n$. Значит диффундирующие носители заряда увлекают за собой в процессе диффузии и носители заряда противоположного знака в равном количестве, то есть диффузия Δn и Δp происходит как диффузия нейтральных пар электрон – дырка, характеризующихся одним временем жизни τ.

Если такой образец помещен во внешнее поле $\varepsilon >> \varepsilon_i$, то в одномерном случае, с учетом того, что пары электрон–дырка движутся совместно, так, что $\tau_n = \tau_p = \tau$ уравнения непрерывности для электронов и дырок для стационарного случая $\left(\dfrac{\partial(\Delta n)}{\partial t} = 0; \dfrac{\partial(\Delta p)}{\partial t} = 0\right)$ в отсутствии генерации $(G = 0)$ запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} D_n \dfrac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \varepsilon \dfrac{\partial(\Delta n)}{\partial x} - \dfrac{\Delta n}{\tau} = 0 & (1) \\ D_p \dfrac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2} - \mu_p \varepsilon \dfrac{\partial(\Delta p)}{\partial x} - \dfrac{\Delta p}{\tau} = 0 & (2) \end{cases}$$

Умножим уравнение (1) на $\sigma_p = p\mu_p q$, а уравнение (2) на $\sigma_n = n\mu_n q$ и сложим оба уравнения, учитывая, что $\Delta n = \Delta p$ и $\dfrac{\partial(\Delta n)}{\partial x} = \dfrac{\partial(\Delta p)}{\partial x}; \dfrac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2}$ тогда:

$$\frac{D_n\sigma_p + D_p\sigma_n}{\sigma_p + \sigma_n} \frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} + \frac{\mu_n\sigma_p - \mu_p\sigma_n}{\sigma_p + \sigma_n} \varepsilon \frac{\partial(\Delta n)}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} = 0 \qquad (3)$$

Если сравнить (3) с исходным уравнением (1), то легко заметить, что эти уравнения различаются только коэффициентами при первой и второй производной. Если обозначить

$$D = \frac{D_n\sigma_p + D_p\sigma_n}{\sigma_p + \sigma_n} \approx \left[\begin{matrix} n \approx n_o \\ p \approx p_o, (\Delta n = \Delta p << n_o + p_o) \end{matrix}\right] \approx$$

$$\approx \frac{n_o + p_o}{\frac{n_o}{D_p} + \frac{p_o}{D_n}} = \frac{kT}{q}\frac{n_o + p_o}{\frac{n_o}{\mu_p} + \frac{p_o}{\mu_n}} \qquad (4)$$

$\mu_\varepsilon = \frac{\mu_n\sigma_p - \mu_p\sigma_n}{\sigma_p + \sigma_n} = \frac{p_o - n_o}{p_o/\mu_n + n_o/\mu_p}\Bigg\} -$ получим формальное совпадение уравнений (1) и (3):

(В (4) и (5) учтено, что $\mu_n / D_n = q/kT, \mu_p / D_p = q/kT$)

$$D\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} + \mu_\varepsilon \varepsilon \frac{\partial(\Delta n)}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} = 0$$

Величину D называют эффективным или биполярным коэффициентом D, а $\mu_\varepsilon -$эффективной дрейфовой или биполярной дрейфовой подвижностью (может менять знак $n = 0$).

Таким образом, под воздействием ε пары электрон-дырка будут дрейфовать с постоянной скоростью определяемой величиной μ_ε, а их совместная диффузия будет характеризоваться D.

Если воспользоваться соотношением Эйнштейна, то коэффициент D можно записать как

$$D = \frac{kT}{q}\mu_D \qquad (6)$$

где (7) $\mu_D = \frac{n_o + p_o}{\frac{n_o}{\mu_p} + \frac{p_o}{\mu_n}} -$ биполярная диффузионная подвижность.

Для собственного полупроводника $n_o = p_o$:

$$D = 2\frac{D_n D_p}{D_n + D_p} = 2\frac{kT}{q}\frac{\mu_n\mu_p}{\mu_n + \mu_p} \qquad (8)$$

$$\mu_D = 2\frac{\mu_n\mu_p}{\mu_n + \mu_p} \qquad (9)$$

$$\mu_\varepsilon = 0 \qquad (10)$$

То есть в собственном полупроводнике диффузия избыточных носителей зарядов определяется коэффициентом, D который зависит от D_n и D_p $\left(\mu_n, \mu_p\right)$. То, что $\mu_\varepsilon = 0$ означает, что внешнее поле не влияет на пространственное распределение носителей заряда.

В примесном полупроводнике, например для полупроводника р – типа;

$D = D_n$, $\mu_D = \left|\mu_\varepsilon\right| = \mu_n -$ диффузия и дрейф избыточных носителей заряда определяется коэффициентом D и μ неосновных носителей заряда.