

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 1.

Визначення кількісних характеристик надійності за статистичними даними про відмови виробу.

Теоретичні відомості

Ймовірність безвідмовної роботи за статистичними даними про відмови оцінюється виразом:

$$P^*(t) = \frac{n(t)}{N}, \quad (1.1)$$

де $n(t)$ - кількість виробів, які не відмовили до моменту часу t ;

N - кількість виробів, поставлених на випробування;

$P^*(t)$ - статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи виробу.

Для ймовірності відмови за статистичними даними справедливе співвідношення:

$$q^*(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \quad (1.2)$$

де $N - n(t)$ - кількість виробів, які відмовили до моменту часу t ;

$q^*(t)$ - статистична оцінка ймовірності відмови виробу.

Частота відмов за статистичними даними про відмови визначається виразом:

$$f^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}, \quad (1.3)$$

де $\Delta n(t)$ - кількість виробів, які відмовили на проміжку часу $(t, t + \Delta t)$;

$f^*(t)$ - статистична оцінка частоти відмов виробу; Δt - інтервал часу.

Інтенсивність відмов за статистичними даними про відмови визначається формулою:

$$\lambda^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)}, \quad (1.4)$$

де $n(t)$ - кількість виробів, які не відмовили до моменту часу t ;

$\Delta n(t)$ - кількість виробів, які відмовили на проміжку часу $(t, t+\Delta t)$;

$\lambda^*(t)$ - статистична оцінка інтенсивності відмов виробу.

Середній час безвідмовної роботи виробу за статистичними даними оцінюється виразом:

$$m_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad (1.5)$$

де t_i - час безвідмовної роботи i -го виробу;

N - загальна кількість виробів, поставлених на випробування;

m_t^* - статистична оцінка середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Для визначення m_t^* за формулою (1.5) необхідно знати моменти виходу з ладу всіх N виробів. Можна визначати m_t^* з рівняння:

$$m_t^* \approx \sum_{i=1}^m n_i t_{cp.i}, \quad (1.6)$$

де n_i - кількість виробів, які вийшли з ладу в i -му інтервалі часу;

$t_{cp.i} = (t_{i-1} + t_i)/2$; $m = t_k / \Delta t$; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$; t_{i-1} - час початку i -го інтервалу;

t_i - час завершення i -го інтервалу;

t_k - час, протягом якого вийшли з ладу всі вироби; Δt - інтервал часу.

Дисперсія часу безвідмовної роботи виробу за статистичними даними визначається формулою:

$$D_t^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - m_t^*)^2, \quad (1.7)$$

де D_t^* - статистична оцінка дисперсії часу безвідмовної роботи виробу.

Розв'язання типових задач

Задача 1.1. На випробування поставлено 1000 однотипних електронних ламп, за 3000 год. відмовило 80 ламп. Треба визначити $P^*(t)$, $q^*(t)$ при $t = 3000$ год.

Рішення. У даному випадку $N = 1000$; $n(t) = 1000 - 80 = 920$; $N - n(t) = 1000 - 920 = 80$. За формулами (1.1) і (1.2) визначаємо:

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{920}{1000} = 0.92,$$

$$\text{або } q^*(3000) = \frac{N - n(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0.08,$$

$$q^*(3000) = 1 - P^*(3000) = 1 - 0.92 = 0.08.$$

Задача 1.2. На випробування було поставлено 1000 однотипних ламп. За перші 3000 год. відмовило 80 ламп, а за інтервал часу 3000 - 4000 год. відмовило ще 50 ламп. Треба визначити статистичну оцінку частоти інтенсивності відмов електронних ламп в проміжку часу 3000 - 4000 год.

Рішення. У даному випадку $N = 1000$; $t = 3000$ год; $\Delta t = 1000$ год; $\Delta n(t) = 50$; $n(t) = 920$. За формулами (1.3) і (1.4) знаходимо:

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/час}$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{50}{1000 \cdot 920} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/час}$$

Задача 1.3. На випробування поставлено $N = 400$ виробів. За час $t = 3000$ год відмовило 200 виробів, тобто $n(t) = 400 - 200 = 200$. За інтервал часу $(t, t + \Delta t)$, де $\Delta t = 100$ год, відмовило 100 виробів, тобто $\Delta n(t) = 100$. Треба визначити $P^*(3000)$, $P^*(3100)$, $f^*(3000)$, $\lambda^*(3000)$.

Рішення. За формулою (1.1) знаходимо

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0.5.$$

$$P^*(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0.25.$$

Використовуючи формули (1.3) і (1.4), отримуємо

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{100}{400 \cdot 100} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

Задача 1.4. На випробування поставлено 6 однотипних виробів. Отримані такі значення t_i (t_i - час безвідмовної роботи i -го виробу): $t_1 = 280$ год; $t_2 = 350$ год; $t_3 = 400$ год; $t_4 = 320$ год; $t_5 = 380$ год; $t_6 = 330$ год. Треба визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Рішення. За формулою (1.5) маємо

$$m_i^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = \frac{280 + 350 + 400 + 320 + 380 + 330}{6} = \frac{2060}{6} = 343,3 \text{ год.}$$

Задача 1.5. За спостережний період експлуатації в апаратурі було зафіксовано 7 відмов. Час відновлення склав: $t_1 = 12$ хв.; $t_2 = 23$ хв.; $t_3 = 15$ хв.; $t_4 = 9$ хв.; $t_5 = 17$ хв.; $t_6 = 28$ хв.; $t_7 = 25$ хв.; $t_8 = 31$ хв. Треба визначити середній час відновлення апаратури.

Рішення.

$$m_{t\%}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \frac{12 + 23 + 15 + 9 + 17 + 28 + 25 + 31}{8} = \frac{160}{8} = 20 \text{ хв.}$$

Задача 1.6. В результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного обладнання, які пройшли попередню 80-годинну приробку, отримані дані до першої відмови всіх 45 зразків, зведені в таблицю 1.1. Треба визначити mt^* .

Таблиця 1.1

Δt_i , час.	N_i	Δt_i , час.	n_i	Δt_i , час.	n_i
0-5	1	30-35	4	60-65	3
5-10	5	35-40	3	65-70	3
10-15	8	40-45	0	70-75	3
15-20	2	45-50	1	75-80	1
20-25	5	50-55	0	–	–
25-30	6	55-60	0	–	–

Рішення. У цьому випадку

$$t_{-p.1} = 2,5; t_{-p.2} = 7,5; t_{-p.3} = 12,5; t_{-p.4} = 17,5; t_{-p.5} = 22,5; t_{-p.6} = 27,5; t_{-p.7} = 32,5; t_{-p.8} = 37,5; t_{-p.9} = 42,5; \\ t_{-p.10} = 47,5; t_{-p.11} = 52,5; t_{-p.12} = 57,5; t_{-p.13} = 62,5; t_{-p.14} = 67,5; t_{-p.15} = 72,5; t_{cp.16} = 77,5; N = 45; m = 16.$$

Використовуючи формулу (1.6), отримуємо

$$m_i^* \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i \cdot t_{-\delta.i} = \frac{1 \cdot 2,5 + 5 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 2 \cdot 17,5 + 5 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5 + 4 \cdot 32,5 + \\ + 3 \cdot 37,5 + 0 \cdot 42,5 + 1 \cdot 47,5 + 0 \cdot 52,5 + 0 \cdot 57,5 + 3 \cdot 62,5 + 3 \cdot 67,5 + 3 \cdot 72,5 + 1 \cdot 77,5}{45} = \frac{1427,5}{45} = 31,7$$

год.

Задачі для самостійного вирішення

Задача 1.7. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год. відмовило 50 виробів. За інтервал часу 4000 - 4100 год. відмовило ще 20 виробів. Треба визначити $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t = 4000$ год.

Задача 1.8. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год. відмовило 50 виробів. Треба визначити $P^*(t)$ і $q^*(t)$ при $t = 4000$ год.

Задача 1.9. Протягом 1000 годин з 10 гіроскопів вийшло з ладу 2. За інтервал часу 1000 - 1100 год. вийшов з ладу ще один гіроскоп. Треба визначити $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t = 1000$ год.

Задача 1.10. На випробування поставлено 1000 однотипних електронних ламп. За перші 3000 год. відмовило 80 ламп. За інтервал часу 3000 - 4000 год. відмовило ще 50 ламп. Треба визначити $P^*(t)$ і $q^*(t)$ при $t = 4000$ год.

Задача 1.11. На випробування поставлено 1000 виробів. За час $t = 1300$ год. вийшло з ладу 288 штук виробів. За подальший інтервал часу 1300-1400 год.

вийшло з ладу ще 13 виробів. Потрібно обчислити $P^*(1300)$, $P^*(1400)$, $f^*(1300)$, $\lambda^*(1300)$.

Задача 1.12. На випробування поставлено 45 виробів. За час $t = 60$ год. вийшло з ладу 35 штук виробів. За подальший інтервал часу 60-65 год. вийшло з ладу ще 3 вироби. Потрібно обчислити $P^*(60)$, $P^*(65)$, $f^*(60)$, $\lambda^*(60)$.

Задача 1.13. В результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного обладнання, які пройшли попередню 80-годинну приробку, отримані дані до першої відмови всіх 45 зразків, зведені в таблицю 1.2. Потрібно обчислити mt^* .

Таблиця 1.2.

$\Delta t_i, \text{час.}$	N_i	$\Delta t_i, \text{час.}$	n_i	$\Delta t_i, \text{час.}$	n_i
0-10	19	30-40	3	60-70	1
10-20	13	40-50	0	–	–
20-30	8	50-60	1	–	–

Задача 1.14. На випробування поставлено 8 однотипних виробів. Отримані такі значення t_i (t_i - час безвідмовної роботи i -го виробу): $t_1 = 560$ год; $t_2 = 700$ год; $t_3 = 800$ год; $t_4 = 650$ год; $t_5 = 580$ год; $t_6 = 760$ год; $t_7 = 920$ год; $t_8 = 850$ год. Потрібно обчислити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Задача 1.15. За спостережний період експлуатації в апаратурі було зареєстровано 6 відмов. Час відновлення склав: $t_1 = 15$ хв.; $t_2 = 20$ хв.; $t_3 = 10$ хв.; $t_4 = 28$ хв.; $t_5 = 22$ хв.; $t_6 = 30$ хв. Потрібно обчислити середній час відновлення апаратури.

Задача 1.16. На випробування поставлено 1000 виробів. За час $t = 11000$ год. вийшло з ладу 410 виробів. За подальший інтервал часу 11000-12000 год. вийшло з ладу ще 40 виробів. Потрібно обчислити $P^*(11000)$, $P^*(12000)$, $f^*(11000)$, $\lambda^*(11000)$.