

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан математичного факультету

_____ С.І. Гоменюк
(підпис) (ініціали та прізвище)

« _____ » _____ 20 ____

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

підготовки магістра
освітньо-професійна програма «Прикладна математика»
денної форм здобуття освіти
спеціальності F1 – Прикладна математика,
галузі знань F Інформаційні технології

ВИКЛАДАЧ Д'яченко Н.М., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики.

Обговорено та ухвалено
на засіданні кафедри фундаментальної та
прикладної математики
Протокол № 1 від «__» _____ 202_ р.
Завідувач кафедри

Погоджено
Гарант освітньо-професійної програми

_____ С. М. Гребенюк

_____ Н.М. Д'яченко

2025 рік



Зв'язок з викладачем (викладачами):

Е-mail: studfmznu@gmail.com

Сезн ЗНУ повідомлення: <https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=6240>

Телефон: (061) 289-12-74

Інші засоби зв'язку: *Viber (група з дисципліни)*

Кафедра: кафедра фундаментальної математики, I корпус, ауд. 21

1. Опис навчальної дисципліни

Курс «Чисельний аналіз крайових задач» є освітнім компонентом вільного вибору студента в межах спеціальності. Він дає можливість закріпити і поглибити знання з основних і спеціальних розділів математичного, функціонального аналізу, диференціальних рівнянь, методів обчислень, а також навчитися їх застосовувати при чисельному аналізі крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь в частинних похідних.

Курс передбачає використання систем комп'ютерної алгебри, зокрема, Maple, що дозволяє позбавитися від громіздких обчислень інтегралів та розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, використати засоби СКА для чисельного розв'язання крайових задач. Це дозволяє зосередитися суто на методах розв'язання саме крайових задач, передбачених курсом.

Метою вивчення навчальної дисципліни «Чисельний аналіз крайових задач» є отримання систематизованих теоретичних знань і отримання досвіду із застосування різницевих, варіаційних та проєкційних методів розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь у частинних похідних.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Наближені методи розв'язання крайових задач» є:

- засвоєння основних теоретичні положення щодо наближених методів розв'язання крайових задач;
- вивчення варіаційних, проєкційних різницевих методів розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь і рівнянь у частинних похідних;
- набуття навичок використання здобутих знань для отримання наближених розв'язків крайових задач;
- набуття вмінь використання спеціалізованого програмного забезпечення для наближеного розв'язання крайових задач;
- набуття здатності застосовувати набуті навички до розв'язання прикладних задач.

Міждисциплінарні зв'язки. Даний курс ґрунтується на окремих розділах математичного, функціонального аналізу, диференціальних рівнянь, методів обчислень, використовує знання з окремих тем дисциплін «Новітні наукові дослідження в галузі обчислювальної прикладної математики», «Моделювання динамічних систем». Теоретичні знання і практичні навички, надбані при вивченні курсу застосовуються при розв'язанні звичайних диференціальних

рівнянь і рівнянь у частинних похідних і у прикладних задачах, що зводяться до таких рівнянь, зокрема задач теорії пружності, механіки деформівного твердого тіла, теорії стійкості механічних систем. Матеріали, що надаються при вивченні курсу, використовуються при виконанні кваліфікаційних робіт магістрів, наукових робіт.

Паспорт навчальної дисципліни

Нормативні показники	денна форма здобуття освіти	заочна форма здобуття освіти
Статус дисципліни	Обов'язкова	
Семестр	2 -й	2 -й
Кількість кредитів ECTS	4	
Кількість годин	120	
Лекційні заняття	24 год.	8 год.
Практичні	24 год.	8 год.
Самостійна робота	72 год.	104 год.
Консультації	За розкладом, розміщеним на сторінці курсу в СЕЗН ЗНУ Moodle Місце проведення: при очному навчанні – І корпус, ауд. 21; при дистанційному навчанні – Zoom,	
Вид підсумкового семестрового контролю:	екзамен	
Посилання на електронний курс у СЕЗН ЗНУ (платформа Moodle)	https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=6240	

2. Методи досягнення запланованих освітньою програмою компетентностей і результатів навчання

КОМПЕТЕНТНОСТІ/ результати навчання	Методи навчання	Форми і методи оцінювання
1	2	3
- Здатність вирішувати проблеми в професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу та синтезу. - Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях. - Здатність до поглиблення знань і розуміння предметної області та професійної діяльності.	- Інтегральні методи; - проблемне викладання, пошукове, дослідницьке; - самостійна робота студентів; - контроль, самоконтроль і корекція, самокорекція при виконанні робіт поточного, підсумкового контролю, індивідуальних завдань.	Виконання та захист лабораторний робіт, індивідуального завдання.
- Здатність вчитися, здобувати нові знання та уміння. - Здатність до пошуку, обробки	- Практичні методи: вправи, навчальна праця; - індуктивні та дедуктивні методи;	Виконання та захист лабораторний

1	2	3
та аналізу інформації з різних джерел, в тому числі іноземною мовою.	- репродуктивні та точні методи; - проблемно-пошукові методи.	робіт, індивідуального завдання.
• Здатність демонструвати теоретичні основи фундаментальних математичних дисциплін та застосовувати системний підхід під час виконання математичних досліджень та при розв'язанні конкретних прикладних задач.	- Пояснювально-ілюстративний метод; - репродуктивний метод; - мозковий штурм; - активні методи навчання: послідовна й цілеспрямована постановка перед студентами завдань, розв'язуючи які вони активно засвоюють нові знання і отримують вміння і навички.	Тестування, виконання та захист лабораторний робіт, індивідуального завдання.
• Здатність досліджувати прикладні задачі за допомогою сучасних математичних методів, будувати математичні моделі об'єктів та процесів, проводити їх якісний та кількісний аналіз. • Здатність вибирати адекватний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач та оцінювати обґрунтованість й ефективність використовуваних математичних підходів;	- Інтегральні методи; - репродуктивні та точні методи; - проблемно-пошукові методи; - індуктивні та дедуктивні методи; - мозковий штурм; - контроль, самоконтроль і корекція, самокорекція при виконанні робіт поточного, підсумкового контролю, індивідуальних завдань.	Тестування, виконання та захист лабораторний робіт, індивідуального завдання.
• Здатність користуватися існуючими програмними засобами для пошуку інформації, проведення обчислень, статистичного аналізу та візуалізації даних.	- Інтегральні методи; - проблемне викладання; - самостійна робота студентів; - частково-пошуковий (евристичний) метод спрямований на залучення студентів до самостійного розв'язання пізнавальних завдань з використанням різних джерел інформації.	Виконання та захист лабораторний робіт, індивідуального завдання.
• Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.	- Інтегральні методи; - пояснювально-ілюстративний метод; - репродуктивні та точні методи; - проблемно-пошукові методи.	Тестування, контрольні роботи
• Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно	- Практичні методи: вправи, навчальна праця; - індуктивні та дедуктивні методи; - репродуктивні та точні методи; - проблемно-пошукові методи.	Тестування, контрольні роботи, виконання та захист індивідуального



1	2	3
переносити умови та твердження на нові класи об'єктів. - Вміти застосовувати та інтегрувати знання зі споріднених математичних напрямів до розв'язання складних математичних проблем. - Вміти розв'язувати крайові задачі, що виникають в різних розділах математики. - Демонструвати здатність до самонавчання, уміти організовувати власну діяльність.	- мозковий штурм; - активні методи навчання: послідовна й цілеспрямована постановка перед студентами завдань, розв'язуючи які вони активно засвоюють нові знання і отримують вміння і навички.	завдання, екзамен.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ І. Постановка крайової задачі. Класифікація методів розв'язання крайових задач

Тема 1. Постановка крайової задачі.

Загальна постановка крайової задачі. Найпростіші двоточкові крайові задачі, їх геометрична інтерпретація, множина розв'язків. Задачі про власні значення. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь, систем звичайних диференціальних рівнянь, рівнянь у частинних похідних. Приклади задач теоретичної та прикладної механіки, що моделюються крайовими задачами.

Тема 2. Класифікація методів розв'язання крайових задач.

Точні, аналітичні і чисельні методи розв'язання крайових задач. Огляд основних методів розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем. Огляд основних методів розв'язання крайових задач для рівнянь у частинних похідних.

Розділ ІІ. Варіаційні та проєкційні методи розв'язання крайових задач

Тема 3. Основні теореми варіаційного методу розв'язання крайових задач.

Поняття про функціонал і оператор. Постановка варіаційної задачі. Теорема про зведення крайової задачі до варіаційної.

Тема 4. Зведення лінійної крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку до варіаційної задачі.

Зведення лінійної крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку до варіаційної задачі. Дослідження властивостей оператора однорідної крайової задачі і неоднорідної. Спрощення функціонала варіаційної задачі.

Тема 5. Метод Рітца розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння другого порядку.



Ідея методу Рітца. Метод Рітца найпростішої крайової задачі. Особливості вибору системи лінійно незалежних функцій. Збіжність послідовності наближених розв'язків до точного.

Тема 6. *Застосування методу Рітца задачі Штурма-Ліувіля.*

Постановка задачі Штурма-Ліувіля. Власні числа і власні функції задачі. Застосування методу Рітца задачі Штурма-Ліувіля. Множина наближених власних значень задачі Штурма-Ліувіля. Відхилення наближених власних значень від точних.

Тема 7. *Варіаційний метод Рітца крайової задачі для рівняння в частинних похідних еліптичного типу.*

Постановка задачі. Зведення крайової задачі для рівняння Пуассона до варіаційної задачі. Дослідження властивостей оператора однорідної крайової задачі і неоднорідної. Спрощення функціонала варіаційної задачі. Метод Рітца для задачі Діріхле та крайової задачі для рівняння Пуассона. Особливості вибору системи лінійно незалежних функцій.

Тема 8. *Проекційний метод Гальоркіна розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння.*

Повна система функцій. Теорема про функцію, ортогональну до всіх функцій із повної системи. Нев'язка операторного рівняння. Сутність проекційного методу Гальоркіна розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння. Застосування методу Гальоркіна до розв'язання крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого та четвертого порядків.

Тема 9. *Проекційний метод Гальоркіна розв'язання крайової задачі для рівняння в частинних похідних.*

Постановка задачі. Сутність проекційного методу Гальоркіна крайової задачі для рівняння в частинних похідних. Застосування методу Гальоркіна до розв'язання крайової задачі для рівняння Пуассона..

Розділ III. Різницеві методи розв'язання крайових задач

Тема 10. *Різницевий метод розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння.*

Формула Тейлора із залишковим членом у формі Пеано і у формі Лагранжа. Подання звичайних похідних функції однієї змінної різницевиими відношеннями різних порядків точності. Точність методу. Зведення лінійної крайової задачі до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно значень функції у вузлових точках розбиття. Методи розв'язання різницевих систем.

Застосування методу скінченних різниць до крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь другого та четвертого порядків.

Розв'язання задачі Штурма-Ліувіля методом кінцевих різниць.

Тема 11. *Різницевий метод розв'язання крайової задачі для рівнянь еліптичного типу.*

Єдиність розв'язку задачі Діріхле. Побудова сітки області. Типи сіток. Подання частинних похідних різницевиими відношеннями за різними типами

сіток, порядок точності. Різницевий метод розв'язання крайових задач для рівнянь Пуассона та Лапласа.

Тема 12. *Різницевий метод розв'язання мішаної задачі для хвильового рівняння.*

Постановка мішаної задачі для хвильового рівняння. Подання частинних похідних різницевиими відношеннями. Пошарове розв'язання задачі. Умовна стійкість системи.

Тема 13. *Новітні наукові дослідження чисельного аналізу крайових задач.*

4. Структура навчальної дисципліни

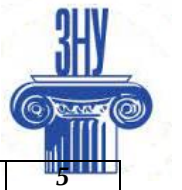
Вид заняття / роботи	Назва теми	Кількість годин		Згідно з розкладом
		о/д.ф.	з.ф.	
1	2	3	4	5
Лекція 1	Постановка крайової задачі.	2	0.25	щотижня
Лекція 2	Класифікація методів розв'язання крайових задач.	2	0.25	
Лекція 3	Основні теореми варіаційного методу розв'язання крайових задач.	2	0.5	
Лекція 4	Зведення лінійної крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку до варіаційної задачі.	2	0.5	
Лекція 5	Метод Рітца розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння другого порядку	2	1	
Лекція 6	Застосування методу Рітца задачі Штурма-Ліувіля.	2	1	
Лекція 7	Варіаційний метод Рітца крайової задачі для рівняння в частинних похідних еліптичного типу	2	1	
Лекція 8	Проекційний метод Гальоркіна розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння.	2	0.5	
Лекція 9	Проекційний метод Гальоркіна розв'язання крайової задачі для рівняння в частинних похідних.	2	0.5	
Лекція 10	Різницевий метод розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння.	2	1	
Лекція 11	Різницевий метод розв'язання крайової задачі для рівнянь еліптичного типу.	2	1	
Лекція 12	Різницевий метод розв'язання змішаної задачі для хвильового рівняння	1	0.25	
	Новітні наукові дослідження чисельного аналізу крайових задач.	1	0.25	
Лабораторні заняття 1,2	Метод Рітца розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння	4	1	щотижня
Лабораторні заняття 3	Метод Рітца розв'язання задачі Штурма-Ліувіля	4	1	
Лабораторні заняття 4,5	Варіаційний метод Рітца задачі Діріхле	4	1	
Лабораторне заняття 6	Метод Гальоркіна розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння	2	1	

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



1	2	3	4	5
Лабораторне заняття 7	Метод Гальоркіна розв'язання крайової задачі для рівняння в частинних похідних	2	1	
Лабораторні заняття 8,9	Метод скінченних різниць розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння	4	1	
Лабораторні заняття 10,11	Метод скінченних різниць розв'язання крайової задачі для рівняння Пуассона	4	2	
Лабораторне заняття 12	Метод скінченних різниць розв'язання мішаної задачі для хвильового рівняння	2	1	
Самостійна робота	Постановка крайової задачі. Класифікація методів розв'язання крайових задач - Вивчення лекційного теоретичного матеріалу. - Повторити теоретичний матеріал з диференціальних рівнянь, рівнянь математичної фізики. - Повторення основних методів точного розв'язання таких рівнянь. - Приклади задач теоретичної та прикладної механіки, що моделюються крайовими задачами..	5	8	
Самостійна робота	Основні теореми варіаційного методу розв'язання крайових задач. - Вивчення лекційного теоретичного матеріалу. - Повторення теоретичного матеріалу варіаційного числення. - Вивчення доведення теорем. - Опрацювання задач, розв'язаних на лабораторному занятті. - Виконання домашніх завдань.	5	8	
Самостійна робота	Зведення лінійної крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку до варіаційної задачі. Метод Рітца наближеного розв'язання задачі. - Повторити теоретичний матеріал з функціонального аналізу щодо нормованих та евклідових просторів, понять функціоналів та операторів. - Повторення теоретичного матеріалу щодо звичайних диференціальних рівнянь.. - Вивчення доведення теорем. - Опрацювання задач, розв'язаних на лабораторному занятті. - Виконання домашніх завдань.	5	6	
Самостійна робота	Застосування методу Рітца задачі Штурма-Ліувіля. - Вивчення лекційного теоретичного матеріалу. - Отримання точних розв'язків задачі Штурма-Ліувіля в окремих випадках. - Вивчення доведення теорем. - Опрацювання матеріалів методичних рекомендацій.. - Опрацювання задач, розв'язаних на лабораторному занятті. - Виконання домашніх завдань.	5	6	
Самостійна робота	Варіаційний метод Рітца крайової задачі для рівняння в частинних похідних еліптичного типу. - Вивчення лекційного теоретичного матеріалу. - Опрацювання матеріалів методичних рекомендацій.. - Опрацювання задач, розв'язаних на лабораторному занятті. - Виконання домашніх завдань.	5	6	
Самостійна робота	Проекційний метод Гальоркіна розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння. - Повторити теоретичний матеріал з математичного та функціонального аналізу щодо теоретичних основ методу. - Вивчення лекційного теоретичного матеріалу. - Опрацювання матеріалів методичних рекомендацій..	5	6	

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



1	2	3	4	5
	- Опрацювання задач, розв'язаних на лабораторному занятті. - Виконання домашніх завдань.			
Самостійна робота	Різницький метод розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння. - Повторити теоретичний матеріал з математичного аналізу щодо теоретичних основ методу. - Вивчення лекційного теоретичного матеріалу. - Опрацювання матеріалів методичних рекомендацій.. - Опрацювання задач, розв'язаних на лабораторному занятті. - Виконання домашніх завдань.	5	8	
Самостійна робота	Різницький метод розв'язання задачі Штурма-Ліувіля. - Виконання завдання самостійної роботи №1.	6	4	
Самостійна робота	Різницький метод розв'язання крайової задачі для рівнянь еліптичного типу. - Повторити теоретичний матеріал з теорії рівнянь математичної фізики. - Вивчення властивостей гармонічних функцій. - Вивчення лекційного теоретичного матеріалу. - Опрацювання матеріалів методичних рекомендацій.. - Опрацювання задач, розв'язаних на лабораторному занятті. - Виконання домашніх завдань.	5	15	
Самостійна робота	Різницький метод розв'язання змішаної задачі для хвильового рівняння. - Вивчення лекційного теоретичного матеріалу. - Опрацювання задач, розв'язаних на практичному занятті.	5	7	
Самостійна робота	Підсумковий контроль. - Виконання індивідуального завдання. - Підготовка до екзамену.	30	30	

5. Види і зміст поточних контрольних заходів

Вид заняття/роботи	Вид поточного контрольного заходу	Зміст поточного контрольного заходу	Критерії оцінювання та термін виконання	Усього балів
1	2	3	4	5
Поточний контроль				
Лабораторне заняття 1	Тест 1	Підготовка до тестування. Питання для підготовки: 1. Сформулювати постановку крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь. 2. Сформулювати постановку найпростішої двоточної крайової задачі. Дати геометричну інтерпретацію різних видів крайових умов. 3. Основні типи лінійних рівнянь в частинних похідних другого порядку. 4. Типи крайових умов для рівняння еліптичного типу. Задача Діріхле, задача Неймана. 5. Назвіть декілька методів розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь в частинних похідних.	5 тестових питань різного рівня складності загальним балом -3 ** Виконується на занятті	3
Лабораторне заняття 2	Лабораторна робота №1	Виконання лабораторної роботи. Питання для підготовки: 1. Дайте означення функціонала та оператора. 2. Сформулюйте постановку варіаційної задачі. 3. Сформулюйте теорему про зведення крайової задачі до варіаційної. 4. Опишіть ідею методу Рітца у загальному вигляді. 5. Яким властивостям мають задовольняти функції лінійно незалежної системи? 6. Опишіть послідовність дій для застосування методу Рітца до крайової задачі для звичайного диференціального рівняння. 7. Який фактор впливає на точність наближеного розв'язку крайової задачі методом Рітца?	Лабораторна робота №1 Вимоги до виконання та оформлення * Виконується на занятті і захищається на наступному занятті	5
Лабораторне заняття 3	Лабораторна робота №2	Виконання лабораторної роботи. Питання для підготовки: 1. Сформулювати постановку задачі Штурма-Ліувіля. 2. Визначте поняття власних значень та власних функцій. 3. Опишіть ідею методу Рітца для наближеного розв'язання задачі Штурма-Ліувіля. 4. Яка потужність множини розв'язків задачі Штурма-Ліувіля при точному та наближеному розв'язанні? 5. Які властивості функцій, що використовуються в лінійній комбінації для подання наближеного розв'язку? 6. Від чого залежить точність наближеного розв'язку задачі Штурма-Ліувіля.	Лабораторна робота №2 Вимоги до виконання та оформлення * Виконується на занятті 3 і захищається на занятті 4	7

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



1	2	3	4	5
Лабораторні заняття 4,5	Лабораторна робота №3	Виконання лабораторної роботи. Питання для підготовки: 1. Виписати рівняння Пуассона і Лапласа. 2. Сформулювати постановку задачі Діріхле. 3. Запишіть, до якої варіаційної задачі зводиться крайова задача для рівняння Пуассона. 4. Яким властивостям мають задовольняти координатні функції, які визначають наближений розв'язок методом Рітца?	Лабораторна робота №3 Вимоги до виконання та оформлення * Виконується на заняттях 4,5 і захищається на занятті 5	6
Лабораторне заняття 6	Лабораторна робота №4	Виконання лабораторної роботи. Питання для підготовки: 1. Дайте означення замкнутої та повної системи функцій евклідового простору. 2. Сформулюйте теорему про зв'язок між замкненою та повною системами функцій. 3. Який висновок можна зробити про функцію, яка ортогональна до скінченної підмножини повної системи функцій евклідового простору? 4. Зазначте властивості функцій лінійно незалежної системи, яку обирають для утворення наближеного розв'язку. 5. На основі якої властивості утворюється система лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів розкладу наближеного розв'язку?	Лабораторна робота №4 Вимоги до виконання та оформлення * Виконується на занятті і захищається на наступному занятті	10
Лабораторне заняття 7	Лабораторна робота №4	Виконання лабораторної роботи. Питання для підготовки: 1. Сформулюйте постановку крайової задачі для рівняння в частинних похідних. На якій системі функцій шукається розв'язок задачі? 2. Сутність методу Гальоркіна наближеного розв'язання крайових задач для рівнянь в частинних похідних. 3. В який спосіб вибирається система координатних функцій? 4. Яким чином задається наближений розв'язок в методі Гальоркіна? 5. Яка умова застосовується для утворення системи рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів подання наближеного розв'язку?	Лабораторна робота №5 Вимоги до виконання та оформлення * Виконується на занятті і захищається на наступному занятті	5
Лабораторні заняття 8,9	Лабораторна робота №5	Виконання лабораторної роботи. Питання для підготовки: 1. Викласти ідею виведення різницевих відношень. Яка формула покладена в основу виведення різницевих відношень? Яка точність різницевих відношень, що використовуються у внутрішніх вузлах та кінцевих? Чим суттєво відрізняються різницеві відношення у внутрішніх та кінцевих вузлах? 2. Сутність методу кінцевих різниць.	Лабораторна робота №6 Вимоги до виконання та оформлення * Виконується на заняттях 8,9 і захищається на занятті 9	5

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



1	2	3	4	5
		3. Чим метод кінцевих різниць відрізняється від наближених методів, що вивчалися в цьому курсі?		
Самостійна робота	Самостійна робота №1	Виконання лабораторної роботи. Питання для підготовки: Сутність різницевого методу розв'язання Штурма-Ліувіля.	Самостійна робота №1 Вимоги до виконання та оформлення * Виконується самостійно і захищається на лабораторному занятті 9	5
Лабораторні заняття 10,11	Лабораторна робота №6	Виконання лабораторної роботи. Питання для підготовки: 1. Сутність різницевого методу розв'язання крайової задачі для рівняння еліптичного виду. 2. Яка похибка методу?	Лабораторна робота №7 Вимоги до виконання та оформлення * Виконується на заняттях 10,11 і захищається на занятті 11	8
Лабораторне заняття 12	Лабораторна робота №7	Виконання лабораторної роботи. Питання для підготовки: 1. Опишіть постановку мішаної задачі для хвильового рівняння, метод розв'язання, похибку методу. 2. В чому полягає коректність постановки хвильової задачі? 3. Наведіть розрахункову схему задачі	Лабораторна робота №8 Вимоги до виконання та оформлення * Виконується і захищається на занятті 12	5
Усього поточний контроль				60
Підсумковий контроль				
Залік	Теоретичне завдання	Питання для підготовки: Всі питання, що містяться в стовпчику 3 цієї таблиці у секції поточного контролю.	Підсумкове теоретичне завдання у формі тестування проводиться на платформі Moodle. Підсумковий тест складається із 10 запитань. Разом усі питання охоплюють увесь матеріал дисципліни. Максимальна кількість балів за підсумковий тест становить 20 балів.	20
	Практичне завдання	Індивідуальне завдання (ІЗ) виконується та оформлюється за тими самими вимогами, що й лабораторні роботи і здається не пізніше передостаннього тижня навчального семестру, протягом якого вивчається дисципліна. У разі незарахування індивідуального завдання студент може його доопрацювати до останнього навчального тижня. Захист індивідуального завдання проводиться на заліковому тихні.	Вимоги до виконання та оформлення * ІЗ складається із 2 завдань, кожне з яких оцінюється до 10 балів з урахуванням відповідей на запитання при захисті роботи. Оцінка за кожне завдання обчислюється за формулою (1)	20
Усього підсумковий контроль				40

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



Усі **поточні контрольні заходи** пов'язані з виконанням лабораторних робіт відповідно до індивідуального варіанту. Після виконання завдання студент оформлює звіт в електронному вигляді відповідно до вимог ДСТУ і здійснює захист теоретичної і практичної частини роботи. Одержана оцінка виставляється в журнал Moodle.

Теоретичні опитування при захисті практичних завдань проводиться в усній формі.

До кожного практичного завдання потрібно скласти **звіт про виконання лабораторних робіт**, який пояснює всі етапи виконання роботи. Звіт складається в електронному вигляді відповідно до оформлення ДСТУ і розміщуються на платформі Moodle. Якість оформлення звіту враховується при оцінюванні роботи.

Захист лабораторних робіт є обов'язковим і потребує пояснення всіх етапів розв'язання завдання. Максимальна кількість балів за звіт про виконання і захист практичного завдання становить 5 балів.

* Вимоги до виконання та оформлення кожної **лабораторної роботи/ індивідуального завдання**:

- завдання кожної лабораторної роботи/ індивідуального завдання студент виконує в аудиторії або дистанційно;
- кожний студент розв'язує власний варіант лабораторної роботи/ індивідуального завдання;
- кожне завдання супроводжується умовою і повним розв'язанням із зазначенням формул, теорем і властивостей, які застосовуються при розв'язанні;
- при застосуванні спеціального програмного забезпечення, відповідний програмний код має бути доданим до звіту;
- захист виконаних робіт – обов'язковий;
- виконані завдання викладаються до СЕЗН MOODLE.

Оцінювання кожного завдання роботи ***.

**Кожний контроль у формі тестування проводиться в СЕЗН MOODLE.

Теоретичне **тестування** проводиться

- в аудиторії або дистанційно через платформу Moodle з використанням гаджетів або інших технічних пристроїв;
- тест охоплює всі питання відповідних тем;
- кожне тестове питання оцінюється за принципом «правильно-неправильно»;
- студенту надається 2 спроби з вибором найкращої оцінки.

*** Оцінювання кожного окремого завдання контрольної роботи здійснюється за формулою

$$s = m \cdot \frac{v}{100},$$

(1)

де s – підсумковий бал за завдання, m – максимальний бал за завдання, v - відсоток виконання.

Критерії визначення v (%):

- 90-100%: завдання повністю виконано без помилок; відповідає виявленню студентом всебічного системного і глибокого знання програмного матеріалу; засвоєнню ним основної і додаткової літератури; чіткому володінню понятійним апаратом, методами, методиками та інструментами, передбаченими програмою дисципліни; вмінню використовувати їх для вирішення як типових, так і нетипових практичних ситуацій; виявленню творчих здібностей в розумінні, викладі та використанні навчально-програмного матеріалу;
- 60-89%: повністю виконано без суттєвих помилок; відповідає виявленню знань основного програмного матеріалу; засвоєнню інформації в межах лекційного курсу; володінню необхідними методами, методиками та інструментами, передбаченими програмою; вмінню використовувати їх для вирішення типових ситуацій, припускаючи окремих незначних помилок;
- 0-59%: більше 30% завдання виконано невірно; відповідає виявленню значних прогалин у знаннях основного програмного матеріалу; не досить упевненому володінню окремими поняттями, методиками та інструментами, про що свідчать принципові помилки під час їх використання.

Загальний бал за роботу визначається підсумовуванням балів за всі виконані завдання.

Шкала оцінювання ЗНУ: національна та ECTS

За шкалою ECTS	За шкалою університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов’язковим повторним курсом)		

6. Основні навчальні ресурси

Рекомендована література

- 1 Гоменюк С. І., Гребенюк С. М., Панасенко Є. В. Диференціальні рівняння : навч. посіб. для здобувачів ст. вищ. освіти бакалавра спец. 113 Прикладна математика освітньо-проф. пр. «Комп'ютерне моделювання». Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2025. 73 с.
- 2 Гребенюк С. М., Д'яченко Н. М., Красікова І. В. Математичний аналіз-2: Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних : методичні вказівки до самостійної роботи для здобувачів ст. вищ. освіти бакалавра спец. «Математика» освітньо-проф. пр. «Математика», «Комп'ютерна математика». Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2019. 130 с.
- 3 Гребенюк С. М., Д'яченко Н. М., Клименко М. І., Красікова І. В., Тітова О. О., Леонтьєва В. В. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної : навч. пос. Ч. 1. Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2013. 231 с.
- 4 Гребенюк С. М., Клименко М. І., Д'яченко Н. М., Красікова І. В., Тітова О. О., Леонтьєва В. В. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної : навч. посіб. для студ. математ. фак-тів вищ. навч. закл. рек. МОНУ. Ч. 2. Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2013. 499 с.
- 5 Гришак В.З., Д'яченко Н.М., Панасенко Є.В. Застосування математичного апарату в прикладних дослідженнях : методичні рекомендації до самостійної роботи для здобувачів ст. вищ. осв. магістра спец. «Математика» освітньо-проф. пр. «Математика». Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2022. 75 с.
- 6 Гришак В. З., Гребенюк С. М., Левчук С. А. Методи обчислень: методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів освітнього ст. «бакалавр» напряму підготовки «Математика». Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2015. 86 с.
- 7 Диференціальні рівняння : підруч. для математичних і фізичних спец. ун-тів / І. І. Ляшко, О. К. Боярчук, Я. Г. Гай, О. Ф. Калайда. Київ : Вища школа, 1981. 504 с.
- 8 Жалдак М. І., Рамский Ю. С. Чисельні методи математики : посібник для самоосвіти вчителів. Київ : Радянська школа, 1984. 206 с.
- 9 Ляшенко М. Я., Головань М. С. Чисельні методи : підручник. Київ : Либідь, 1996. 288 с.
- 10 Методи обчислень : метод. вказівки до викон. лабор. робіт для студ. спец. «Математика» / В. В. Киричеський, С. А. Левчук. Запоріжжя : ЗДУ, 2005. 58 с.
- 11 Нікітенко О.М. Maple. Розв'язання інженерних та наукових задач : навчальний посібник. Харків : ХНУРЕ, 2014. 289 с.
- 12 Призва Г. Й. Диференціальні рівняння та їх застосування. Київ : Вища школа, 1992. 96 с.



- 13 Самойленко А. М., Перестюк М. О. Диференціальні рівняння : підруч. для студ. мат. спец. вищ. навч. закл. доп. МОНУ. Київ : Либідь, 2003. 600 с.
- 14 Хусаїнов Д. Я., Шатирко А. В. Диференціальні рівняння. Київ : ВПЦ Київський університет, 2023. 414 с.
- 15 Шкіль М. І., Лейфура В. М., Самусенко П. Ф. Диференціальні рівняння : навч. посіб. для студ. мат. спец. вищ. навч. закл. реком. МОНУ. Київ : Техніка, 2003. 368 с.
- 16 Abell M. A., Braselton J. P. Introductory Differential Equations. London : Academic Press, 2025. 474 p.
- 17 Abell M. L., Braselton J. P. Differential Equations with Mathematica. London : Academic Press, 2023. 592 p.
- 18 Baburov V. V., Gristchak V. Z., Hryshchak D. D., Dyachenko N. M. The effect of the variability of external pressure on the local and overall buckling loads for the reinforced compound type “barrel-ogive” shell structure with compartments of different Gaussian curvatures. *Computer Science and Applied Mathematic.*, 2021, No. 2. P.5-13. Doi: <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2021-2-01>.
- 19 Demidovič B. P., Maron I. A., Šuvaloa E. Z. Numerische Methoden der Analysis. Deutscher Verlag d. Wiss., VEB, 1968. 420 p.
- 20 Gristchak V. Z., Hryshchak D. D., Dyachenko N. . Efficient Approximate Analytic Solution for the Problem of Stability of a Three-Layer Conic Shell Under Combined Loading. *Journal of Mathematical Sciences*. 2021. Vol. 254. No. 1. P. 71-88. Doi: <https://doi.org/10.1007/s10958-021-05289-3>.
- 21 Gristchak V. Z., Hryshchak D. D., Dyachenko N. M. Efficient approximate analytic solution for the problem of stability of a three-layer conic shell under combined loading. *Journal of Mathematical Sciences*. 2021. Vol. 254, No. 1. P. 71–88. Doi: <https://doi.org/10.1007/s10958-021-05289-3>
- 22 Grishchak V. Z., Hryshchak D.V., Dyachenko N.M., Baburov V.V. The influence of the Gaussian curvature sign of the compound shell structure’s middle surface on local and overall buckling under combined loading. *Space Science and Technology*. 2022. Vol. 28. Iss. 4. P. 31-38. Doi: <https://doi.org/10.15407/knit2022.04.031>
- 23 Gristchak V. Z., Hryshchak D. V., Dyachenko N. M., Sanin A. F., Sukhyy K. M. Bifurcation state and rational design of three-layer reinforced compound cone-cylinder shell structure under combined loading. *Space Science and Technology*. 2023. Vol. 29. No. 6. Iss. 145. P. 26—41. Doi: <https://doi.org/10.15407/knit2023.06.026>.
- 24 Ilyin V. A., Poznyak E. G. Fundamentals Of Mathematical Analysis Part 2. MIR Publishers, 1982. 438 p.
- 25 Kamke E. Differentialgleichungen, Bd. 1, Gewöhnliche Differentialgleichungen Hardcover – 1. Springer Fachmedien Wiesbaden GMBH, Jan., 1983. 696 p
- 26 Kantorovich L. V., Krylov V. I. Approximate Methods of Higher. New York: Interscience. 1958. 681p.
- 27 Li, R., Chen Z. , Wu W. Generalized Difference Methods for Differential Equations. New York, 2000. 441 p.
- 28 Raffoul Y. N. Advanced Differential Equations. London : Academic Press, 2023. 349 p.
- 29 Ricardo H. J. A Modern Introduction to Differential Equations. London : Academic Press, 2021. 539 p.
- 30 Грищак В. З., Грищак Д. В., Д’яченко Н. М., Купріков В. О. Біфуркаційні стани та візуалізація закритичної деформації тришарових складених конструкцій. *Computer Science and Applied Mathematics*. 2024. № 2. С. 39-53. Doi: <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2024-2-05>
- 31 Дугієнко, О. Е., Д’яченко, Н. М. Задача про зношування основи вінклерівського типу прямокутним у плані штампом за степеневому закону. *Computer Science and Applied Mathematics*. 2025. №1. С. 19-32. Doi: <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2025-1-03>



Інформаційні джерела:

1. Наукова бібліотека Запорізького національного університету. URL: <http://library.znu.edu.ua/>
2. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського. URL: <http://www.nbuv.gov.ua/>
3. Maplesoft Media Releases.

URL: <https://www.maplesoft.com/company/news/releases/2021/2021-03-10-maple-2021-provides-even-more-tools-to-help-students-learn-math.aspx>

7. Регуляції і політики курсу

Відвідування занять. Регуляція пропусків.

Відвідування усіх занять є обов'язковим. У разі поважної причини відсутності студента на занятті, його потрібно відпрацювати під час поточних контрольних заходів і при виконання індивідуального завдання. Контрольні заходи, які пропущено з поважних причин відпрацьовуються на консультаціях відповідно до часу, зазначеного на початку даного Силабусу.

Політика академічної доброчесності

Лабораторна робота або індивідуальне завдання виконуються студентом відповідно до індивідуального варіанту. У разі, коли студент помилково виконав не свій варіант, він перероблює завдання відповідно до власного варіанту.

Якщо при первинному захисті лабораторної роботи/індивідуального завдання студент не може відповісти на жодне запитання про хід розв'язання «вірно виконаної» роботи, то робота вважається плагіатом (виконана іншим автором з присвоєнням його досягнень), а студенту дається для виконання інший варіант. При повторному виявленні плагіату відповідна робота оцінюється в 0 балів.

Використання комп'ютерів/телефонів на занятті

Використання технічних засобів (мобільних телефонів, ноутбуків, планшетів та інших персональних гаджетів) під час лекційних і практичних занять дозволено в навчальних цілях.

Мобільні телефони під час занять повинні бути переведені в режим «без звуку».

Під час тестування використання власних технічних засобів заборонено. У разі їх виявлення результат оцінюється в 0 балів.

Комунікація

У разі очного навчання комунікація студентів з викладачем здійснюється під час аудиторних занять і на консультаціях. При дистанційному навчанні та при очному за потреби – через Viber (група з дисципліни, приватні повідомлення), Moodle (форум курсу, приватні повідомлення), електронна пошта (адреса – на початку Силабусу).

Повідомлення про терміни тестування, про дистанційні групові заняття, консультації з кодами доступу для конференцій Zoom розміщуються і надсилаються засобами Moodle.

*Виконані лабораторні роботи, викладені студентом на платформу Moodle **вчасно** – у термін, не пізніше як 7 днів після проведення відповідного лабораторного заняття – перевіряються викладачем протягом 3 робочих днів. Якщо завдання надсилається невчасно, то терміни його перевірки не дотримуються. Захист лабораторних робіт – обов'язковий, тому позитивний бал студент отримує лише після захисту роботи.*

*Індивідуальні завдання викладені студентом на платформу Moodle **вчасно** – протягом передостаннього тижня теоретичного навчання – перевіряються викладачем протягом 3 робочих днів. Якщо завдання надсилається невчасно, то терміни його перевірки не дотримуються. Захист індивідуальних завдань – обов'язковий, тому позитивний бал студент отримує лише після захисту роботи*

На інші запити викладач відповідає протягом 3 робочих днів.

Визнання результатів неформальної/інформальної освіти



Якщо здобувач вищої освіти має підтверджений документально результат проходження курсу, тематика якого узгоджується з певною темою курсу, то після проходження усного опитування відповідна тема закривається здобувачу на кількість балів, що становить 75-100% від кількості балів за тему, що визначена цим Силабусом. Та сама процедура застосовується до кожної з тем курсу. Якщо за однією або декількома темами з даного курсу студент мав доповідь на науковій конференції з публікацією тез доповіді, то зарахування балів реалізується за процедурою, описаною вище.

ДОДАТКОВА ІНФОРМАЦІЯ

ГРАФІК ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ 2025-2026 н. р. доступний за адресою: <https://tinyurl.com/yckze4jd>.

НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЦЕС ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ. Перевірка набутих студентами знань, навичок та вмінь (атестації, заліки, іспити та інші форми контролю) є невід'ємною складовою системи забезпечення якості освіти і проводиться відповідно до Положення про організацію та методику проведення поточного та підсумкового семестрового контролю навчання студентів ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9tve4lk>.

ПОВТОРНЕ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІН, ВІДРАХУВАННЯ. Наявність академічної заборгованості до 6 навчальних дисциплін (в тому числі проходження практики чи виконання курсової роботи) за результатами однієї екзаменаційної сесії є підставою для надання студенту права на повторне вивчення зазначених навчальних дисциплін. Порядок повторного вивчення визначається Положенням про порядок повторного вивчення навчальних дисциплін та повторного навчання у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9pkmmmp5>. Підстави та процедури відрахування студентів, у тому числі за невиконання навчального плану, регламентуються Положенням про порядок переведення, відрахування та поновлення студентів у ЗНУ: <https://tinyurl.com/ycds57la>.

ВИРІШЕННЯ КОНФЛІКТІВ. Порядок і процедури врегулювання конфліктів, пов'язаних із корупційними діями, зіткненням інтересів, різними формами дискримінації, сексуальними домаганнями, міжособистісними стосунками та іншими ситуаціями, що можуть виникнути під час навчання, регламентуються Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/57wha734>. Конфліктні ситуації, що виникають у сфері стипендіального забезпечення здобувачів вищої освіти, вирішуються стипендіальними комісіями факультетів, коледжів та університету в межах їх повноважень, відповідно до: Положення про порядок призначення і виплати академічних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/yd6bq6p9>; Положення про призначення та виплату соціальних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9r5dpwh>.

ПСИХОЛОГІЧНА ДОПОМОГА. Телефон довіри практичного психолога **Марті Ірини Вадимівни** (061) 228-15-84, (099) 253-78-73 (щоденно з 9 до 21).

УПОВНОВАЖЕНА ОСОБА З ПИТАНЬ ЗАПОБІГАННЯ ТА ВИЯВЛЕННЯ КОРУПЦІЇ
Запорізького національного університету: **Банах Віктор Аркадійович**

Електронна адреса: v_banakh@znu.edu.ua

Гаряча лінія: Тел. +380612271276

РІВНІ МОЖЛИВОСТІ ТА ІНКЛЮЗИВНЕ ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ. Центральні входи усіх навчальних корпусів ЗНУ обладнані пандусами для забезпечення доступу осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення. Допомога для здійснення входу у разі потреби надається черговими охоронцями навчальних корпусів. Якщо вам потрібна спеціалізована допомога, будь ласка, зателефонуйте (061) 228-75-11 (начальник охорони). Порядок супроводу (надання допомоги) осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення у ЗНУ: <https://tinyurl.com/ydhcsagx>.



РЕСУРСИ ДЛЯ НАВЧАННЯ

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА: <http://library.znu.edu.ua>. Графік роботи абонементів: понеділок-п'ятниця з 08.00 до 16.00; вихідні дні: субота і неділя.

СИСТЕМА ЕЛЕКТРОННОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ (MOODLE):
<https://moodle.znu.edu.ua>

Якщо забули пароль/логін, направте листа з темою «Забув пароль/логін» за адресою: moodle.znu@znu.edu.ua.

У листі вкажіть: прізвище, ім'я, по-батькові українською мовою; шифр групи; електронну адресу.

Якщо ви вказували електронну адресу в профілі системи Moodle ЗНУ, то використовуйте посилання для відновлення паролю <https://moodle.znu.edu.ua/mod/page/view.php?id=133015>.

ЦЕНТР ІНТЕНСИВНОГО ВИВЧЕННЯ ІНОЗЕМНИХ МОВ: <http://sites.znu.edu.ua/child-advance/>

ЦЕНТР НІМЕЦЬКОЇ МОВИ, ПАРТНЕР ГЕТЕ-ІНСТИТУТУ:
<https://www.znu.edu.ua/ukr/edu/ocznu/nim>

ШКОЛА КОНФУЦІЯ (ВИВЧЕННЯ КИТАЙСЬКОЇ МОВИ): <http://sites.znu.edu.ua/confucius>