

ЗАДАЧА ПРО МАКСИМАЛЬНИЙ ПОТІК ЯК ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Задачу про максимальний потік можна сформулювати як задачу лінійного програмування (ЗЛП). Проте розв'язання мережевих задач за допомогою симплекс-методу є недоцільним. З іншого боку, вивчення формулювань мережевих задач як задач лінійного програмування допомагає ідентифікувати моделі ЛП, які на перший погляд не є мережевими, але які можна або безпосередньо, або з певними модифікаціями звести до мережевих. Перевага такого підходу полягає в тому, що використання мережевих моделей дозволяє суттєво підвищити ефективність обчислень.

Побудуємо математичну лінійну модель задачі про максимальний потік.

Змінні моделі

Нехай X_{ij} — потік, що проходить через дугу (i, j) , тобто змінним лінійної моделі відповідає кожна дуга мережевої моделі.

Цільова функція

Цільова функція моделі має формалізувати мету задачі — потік, що виходить із джерела, повинен бути максимальним. Сумарний потік, що виходить із джерела S' , згідно з введеними змінними, дорівнює сумі $\sum_j X_{S'j}$ за всіма дугами, що виходять із вершини S' . Тоді цільову функцію можна записати у вигляді:

$$\rho = \sum_j X_{S'j} \rightarrow \max.$$

Система обмежень

Відповідно до техніко-економічного змісту введених змінних, на них мають бути накладені такі обмеження:

1. Сумарний потік, що виходить із джерела S' , дорівнює сумарному потоку, який надходить у стік S'' . Математично це можна записати так:

$$\sum_{(S'; j)} X_{S'j} = \sum_{(i; S'')} X_{iS''}.$$

2. Для будь-якої проміжної вершини мережі k сумарний потік, що входить у неї, дорівнює сумарному потоку, що виходить із неї. Математично це записується так:

$$\sum_{(i; k)} X_{ik} = \sum_{(k; j)} X_{kj}.$$

3. З визначення поняття потоку в мережі випливає умова обмеження на величину потоку:

$$0 \leq X_{ij} \leq \phi_{ij},$$

де ϕ_{ij} — пропускна здатність дуги (i, j) .

Таким чином, математична лінійна модель задачі про максимальний потік має вигляд:

$$\rho=\sum_j X_{s'j}\rightarrow\max$$

$$\left\{\begin{array}{l} \sum_{(S';j)} X_{s'j}=\sum_{(i;S'')} X_{iS''}\\ \sum_{(i;k)} X_{ik}=\sum_{(k;j)} X_{kj}\\ 0\leq X_{ij}\leq\phi_{ij} \end{array}\right.$$