

Міністерство освіти і науки України
Навчально-методичний центр професійно-технічної освіти
у Рівненській області



ТВОРЧА ГРУПА
ВИКЛАДАЧІВ МАТЕМАТИКИ

Використання елементів STEM-освіти на уроках математики



Використання елементів STEM-освіти на уроках математики. Збірник матеріалів роботи творчої групи викладачів математики. – Рівне: НМЦ ПТО, 2019. – 95 с.

Над збірником працювали:

Гриневич Т.О., викладач математики ДПТНЗ «Сарненський професійний аграрний ліцей»;

Дриганець С.В., викладач математики вищого професійного училища №22 м. Сарни;

Каштан Н.Б., викладач математики ДПТНЗ «Рівненський центр професійно-технічної освіти сервісу та дизайну»;

Корчинська О.В., викладач математики ДНЗ «Здолбунівське вище професійне училище залізничного транспорту»;

Прендецький П.І., викладач математики вищого професійного училища №25 смт Демидівка.

Укладач:

Л.М. Мосійчук, методист НМЦ ПТО у Рівненській області.

Збірник укладений за матеріалами роботи творчої групи викладачів математики, що працювала над темою „Використання елементів STEM-освіти на уроках математики”.

У посібнику висвітлено теоретичні аспекти моделі STEM-освіти способи та методичні прийоми реалізації технологій STEM-навчання на уроках математики: інтегрованого та проблемного навчання, технології «перевернутий клас», використання практико-орієнтованих завдань та дослідно-проектної діяльності учнів, комп'ютерного моделювання особливості підготовки вчителя до проведення уроків за діяльнісною технологією навчання.

Наведено зразки методичних розробок уроків та прикладів завдань з використанням елементів STEM-освіти, підготовлених членами творчої групи.

Розглянуто та схвалено на засіданні навчально-методичної ради НМЦ ПТО (протокол №4 від 16.12.2019), рекомендовано для використання викладачами у закладах професійної (професійно-технічної) освіти області.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
ТЕОРЕТИЧНІ ПІДХОДИ ТА ОСОБЛИВОСТІ STEM-ОСВІТИ.....	4
МЕТОДИЧНІ ПРИЙОМИ РЕАЛІЗАЦІЇ STEM-НАВЧАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.....	9
РОЗРОБКИ УРОКІВ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ STEM- ОСВІТИ.....	19
РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ. УРОК-ПРОЄКТ «ТРИГОНОМЕТРІЯ В НАВКОЛИШНЬОМУ СВІТІ».....	20
РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ НА ТЕМУ «АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ ТА НАЙПРОСТІШІ НАСЛІДКИ З НИХ».....	42
РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ НА ТЕМУ «ЦИЛІНДР».....	46
РОЗРОБКА ІНТЕГРОВАНОГО УРОКУ З МАТЕМАТИКИ ТА ФІЗИКИ НА ТЕМУ «РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ».....	49
РОЗРОБКА STEM-УРОКУ З АЛГЕБРИ "ОБЧИСЛЕННЯ ПЛОЩ ПЛОСКИХ ФІГУР. ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛА ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ".....	56
РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ STEM- ОСВІТИ "ПЛОЩА ПОВЕРХОНЬ ТА ОБ'ЄМ МНОГОГРАННИКІВ".....	68
РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ STEM- ОСВІТИ "ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЯ".....	72
ВИСНОВКИ.....	92
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	93

ВСТУП

Сьогодення ознаменоване швидким економічним та інформаційно-технологічним зростанням. Стрімкий розвиток ІТ-галузі, робототехніки, нанотехнологій виявляє потребу у досвідчених фахівцях, спеціалісти майбутнього повинні мати відповідний багаж знань з природничих наук, математики, технологій, інженерії. Отже, виникає гостра освітня потреба у якісному навчанні учнів природничим та технічним дисциплінам – математиці, фізиці, хімії, інженерії, програмуванню. Концепція модернізації освіти, яка базується на основі «Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти» орієнтована на реалізацію компетентнісного підходу в освіті, на формування ключових компетентностей, тобто готовності учнів використати набуті знання, навчальні вміння і навички, а також засоби діяльності в житті для виконання практичних і теоретичних завдань. Виокремлення в навчальних програмах наскрізних ліній ключових компетентностей спрямоване на формування в учнів здатності застосовувати знання і вміння у реальних життєвих ситуаціях.

Сучасний тренд «STEM-освіта» – концепція інтегрованого навчання учнів за чотирма профільними дисциплінами в міждисциплінарному та прикладному контексті – є надзвичайно актуальним феноменом щодо отримання молоддю конкурентних переваг у різних сферах людської діяльності. Важливо розуміти, на які професії буде запит у майбутньому. Саме STEM-освіта сприяє підготовці компетентних фахівців для високотехнологічних виробництв і забезпечує високий науковий потенціал держави. Аналізуючи стан сучасного ринку праці й враховуючи його динаміку, можемо говорити про те, що в основі професій майбутнього будуть технології, які пов'язані зі STEM-освітою. Вирішення цих завдань можливе за умови удосконалення системи освіти, і пов'язане з мотивацією діяльності, процесами навчання і виховання в цілому, головна роль у яких відводиться розвитку творчої особистості. STEM-орієнтований підхід до навчання є актуальним напрямом модернізації та інноваційного розвитку природничо-математичного й гуманітарного профілів освіти, а STEM-грамотність – міждисциплінарною областю дослідження, яка поєднує науку, технології, інженерію та математику

ТЕОРЕТИЧНІ ПІДХОДИ ТА ОСОБЛИВОСТІ STEM-ОСВІТИ

Одним із напрямів інноваційного розвитку природничо-математичної освіти є система навчання STEM, завдяки якій учні розвивають логічне мислення, наукову та технічну грамотність, вчать вирішувати поставлені задачі, стають новаторами, винахідниками. STEM навчання дозволить зміцнити та вирішити найбільш актуальні проблеми майбутнього завдяки

інноваціям, сформує навички у школярів жити в реальному швидкозмінному світі, вчасно реагувати на зміни, критично мислити та стати розвинутою творчою особистістю. Для моделі STEM-освіти важливим є системний підхід до вивчення природничо-математичних дисциплін.

STEM-освіта – це одна з основних тенденцій у світовій системі освіти. Акронім STEM вживається для позначення популярного освітнього напрямку, що охоплює природничі науки (Science), технології (Technology), технічну творчість (Engineering) та математику (Mathematics). Він спрямований на посилення реалізації навчальних програм природничо-наукового компоненту за допомогою інноваційних технологій, готує учнів до успішного працевлаштування, до освіти після школи або для того й іншого, вимагає різних і більш технічно складних навичок, зокрема із застосуванням математичних знань і наукових понять.

На сучасному етапі навчати дітей потрібно креативному, аналітичному, інноваційному мисленню; вмінню ефективно розв'язувати проблеми, приймати рішення; ефективній комунікації, співробітництву, роботі в команді та в проєктах; інформаційній грамотності, ефективній моделі використання ІКТ; глобальному громадянству, персональній та соціальній відповідальності.

Концепція STEM-освіти є новою для України, однак вона вже формується на державному рівні.

Мета і завдання STEM-освіти

Головна мета STEM-освіти полягає у формуванні і розвитку розумово-пізнавальних і творчих якостей молоді, рівень яких визначає конкурентну спроможність на ринку праці; удосконаленні науково-дослідної та інженерної освіти в навчальних закладах

Основним завданням STEM-освіти є формування найбільш затребуваних на ринку праці XXI ст. **компетенцій і навичок:**

– **готовність до розв'язання складних (комплексних) практичних проблем**, які виступають у вигляді суперечливої ситуації («знаю що, не знаю як»), тобто відомо, що потрібно отримати, але невідомо, як це зробити; проблема відрізняється від задачі тим, що не вона має однозначного розв'язання (має степінь невизначеності), успішне вирішення проблеми починається з правильної її постановки, продовжується аналізом, оцінкою, формування концепції для пошуку відповіді (рішення проблеми) з перевіркою і експериментальним підтвердженням;

– **критичне мислення** – уміння розуміти логічні зв'язки між ідеями, визначати, будувати й оцінювати аргументи, виявляти невідповідності і помилки в міркуванні (в тому числі й особистому),

вирішувати проблему системно, визначати актуальність і важливість ідей, аргументувати власні судження і цінності, долучати необхідні джерела даних, робити висновки та ін.;

– **креативність** – готовність і здатність до творчості, яка виявляється як і в продуктах діяльності, так і у мисленні, спілкуванні, почуттях: цікавість до складних завдань, які можуть бути джерелом нового досвіду, самостійність поглядів та оцінок, невіддільність стереотипам, відкритість до сприйняття нових ідей, дивергентність, рухливість, пластичність, оригінальність мислення;

– **організаційні здібності** – складна і важлива здатність, уміння організовувати взаємодію і керувати людьми, створювати позитивну мотивацію у колективі для досягнення максимальної продуктивності, що детермінує успіх у вирішенні поставлених задач;

– **уміння працювати в команді** – здатність до синхронізації й інтеграції діяльності членів групи для забезпечення найбільш ефективного використання наявних інтелектуальних і матеріальних ресурсів для досягнення поставлених цілей;

– **емоційний інтелект** – здатність ідентифікувати та управляти своїми власними емоціями та емоціями інших людей; в його основу покладено навички усвідомлення емоцій, готовність до їх використання у процесі розв’язання проблем і уміння керувати емоціями, що включає в себе регулювання своїх власних емоцій і підбадьорення або заспокоєння інших людей;

– **оцінювання проблеми і прийняття рішення** – здатність до визначення проблеми, множини можливих шляхів її вирішення, оцінювання витрат, «плюсів» і «мінусів», пов’язаних з кожним варіантом, добір, реалізація обраного варіанту, оцінка впливу вирішення і зміни за необхідності дій;

– **здатність до ефективної взаємодії**, яка виявляється у емпатії до споживача продукту діяльності команди, уміння спілкуватися з різними людьми, створювати позитивний настрій, виявляти терпіння;

– **уміння домовлятися** – здатність до урегулювання існуючих розбіжностей, тобто досягнення компромісу або угоди без суперечок і конфліктів, на підставі принципів справедливості, взаємної вигоди і досягнення якнайкращого результату;

– **когнітивна гнучкість** – розумова здатність до швидкого переходу від однієї думки до іншої, одночасне розглядання конкретного об’єкта або складної проблеми в декількох аспектах, адаптація мислення, уваги у відповідь на зміну цілей діяльності чи завдань або появу нових зовнішніх чинників і ситуацій, розуміння й усвідомлення всіх можливих варіантів і альтернатив одночасно в тій чи іншій ситуації.

- **різнобічний розвиток індивідуальності дитини** на основі виявлення її задатків і здібностей у природничо-математичній сфері, формування ціннісних орієнтацій, задоволення інтересів і потреб;
- **становлення у підростаючого покоління цілісного наукового світогляду**, загальнонаукової, загальнокультурної, технологічної, комунікативної і соціальної компетентностей на основі засвоєння системи знань про природу, людину, суспільство, виробництво, оволодіння засобами пізнавальної і практичної діяльності;
- **формування соціально-компетентної особистості**, здатної здійснювати самостійний вибір і приймати відповідальні рішення у різноманітних життєвих ситуаціях; виховання потреби і здатності до навчання упродовж усього життя, вироблення умінь практичного і творчого застосування здобутих знань;
- **виховання в особистості любові до праці**, забезпечення умов для її життєвого і професійного самовизначення, формування готовності до свідомого вибору і оволодіння майбутньою професією.

Основні аспекти STEM-освіти

1. STEM-навчання — це зосередження на реальних завданнях і проблемах. На уроках STEM учні вирішують реальні соціальні, економічні і екологічні проблеми і здійснюють пошук рішень.
2. Уроки STEM орієнтуються на процес інженерного проєктування. STEM- освіта забезпечує гнучкий процес для проєктування. У цьому процесі учні визначають проблему, ведуть попередні дослідження, висувують кілька ідей для їх рішень, розробляють і створюють прототип, а потім його тестують, оцінюють і реалізують. У STEM-уроках передбачено, що команди учнів проводять свої дослідження на основі власних ідей, різних підходів, роблять помилки, обговорюють їх і вчаться на них, і пробують проводити подальші дослідження. Їх увага зосереджена на знаходженні рішень.
3. STEM-навчання занурює учнів у практичний запит і відкрите дослідження. На уроках STEM шлях до навчання відкритий. Робота учнів є практичною і колективною, рішення теж є спільним. Школярі спілкуються, обмінюються ідеями і при потребі модернізують створені прототипи. Вони контролюють свої власні ідеї і проводять свої власні дослідження.
4. STEM-навчання залучає учнів до продуктивної спільної роботи. Щоб учні працювали разом як продуктивна команда, потрібна допомога з боку вчителів. Це стає можливим, якщо всі вчителі в школі працюють разом, здійснюють спільну роботу і оправдовують очікування учнів.
5. STEM-навчання інтегрує математику і природничі науки. Необхідним є створення планів спільної роботи вчителів різних предметів.

Використання на уроках знань з різних предметів навчить учнів розуміти, що при об'єднанні математики і інших наук можна вирішувати важливі життєві проблеми. Це призведе до зростання інтересу до математики та природничих наук. До таких уроків варто залучати вчителя мистецтва, так як мистецтво відіграє важливу роль в розробці практико-орієнтованого проєкту, посилюючи його привабливість, дизайн та затребуваність.

6. STEM-освіта базується на використанні засобів та обладнання, що пов'язані з технічним моделюванням, енергетикою і електротехнікою, інформатикою, обчислювальною технікою і мультимедійними технологіями, науковими дослідженнями в області енергозберігаючих технологій, автоматикою, телемеханікою, робототехнікою і інтелектуальними системами, радіотехнікою і радіоелектронікою, авіацією, космонавтикою і аерокосмічною технікою тощо.

Поряд з традиційними джерелами здобуття знань широко використовується глобальні і локальні інформаційні мережі з різноманітними базами даних та профільованими експертними системами для вивчення та аналізу явищ, наукових експериментів, моделювання тощо, а також, на базі яких створюються спеціальні середовища навчання з використанням ІКТ.

Модель STEM-освіти

З метою інтеграції математики і природничих наук запропонована модель STEM-освіти. У цій моделі для успішного переходу від традиційної до інтегрованої моделі навчання зроблено акцент на важливості комплексного викладання знань, на взаємодії вчителя і учнів. Ця модель передбачає системний підхід до вивчення природничо-математичних дисциплін і сприяє розвитку інновацій, реалізації творчого потенціалу особистості та її допрофесійної підготовки.



Рис. 1. Модель STEM-освіти з акцентом на математику та природничі науки

Дана модель пов'язує STEM-освіту з інтегрованим викладанням різних предметів. У той час як овальні форми STEM-складових орієнтовані на збереження унікальних характеристик у кожній STEM-дисципліні, такі як глибокі знання, навички та вміння, стрілки з фігур представляють керовану взаємодію «вчитель – учень».

Центральне місце в цій моделі займає добре освічений і досвідчений вчитель з сильними навиками до взаємодії із іншими вчителями-предметниками та учнівським загалом. Такий вчитель повинен розуміти важливість інтегрованих програм педагогічної освіти і володіти знаннями на стику експертного та педагогічного змісту з основної предметної області та робочими знаннями в іншій області, яка розвивається переважно за рахунок основної області

Працюючи за основними напрямками STEM-освіти це дозволить сформулювати в учнів найважливіші характеристики, які визначають компетентного фахівця:

- уміння побачити проблему;
- уміння побачити в проблемі якомога більше можливих сторін і зв'язків;
- уміння сформулювати дослідницьке запитання і шляхи його вирішення;
- гнучкість як уміння зрозуміти нову точку зору і стійкість у відстоюванні своєї позиції;
- оригінальність, відхід від шаблону;
- здатність до перегруповування ідей та зв'язків;
- здатність до абстрагування або аналізу;
- здатність до конкретизації або синтезу;
- відчуття гармонії в організації ідеї.

Це дозволить наблизити зміст різноманітних сфер науково-технічної діяльності людського суспільства до навчального процесу.

МЕТОДИЧНІ ПРИЙОМИ РЕАЛІЗАЦІЇ STEM-НАВЧАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Уроки за STEM-технологією дозволяють не тільки вивчати теоретичний матеріал, але і закріплювати знання за допомогою можливостей практичного застосування різноманітних завдань, які можуть бути настільки цікаві, що їх трудність не викликати неприємня у учнів.

Аналіз психолого-педагогічної і методичної літератури свідчить, що концептуальні підходи та практичні напрями реалізації STEM-освіти цікавлять багатьох науковців, зокрема фахівців з методики навчання

математики. Про необхідність застосування STEM-підходів у навчанні зазначають О. Барна [2], Ю. Ботузова [3], О. Гриб'юк [4]; І. Василяшко, Д. Васильєва [2], С. Волянська, О. Данилова, В. Єлізарова, Н. Морзе, О. Ткаченко, В. Юнчик та ін. Зокрема Л. В. Рождественська [2] пропонує STEM-проект, в якому учні можуть моделювати кімнату з підручних засобів чи будувати 3D-макет за допомогою геометричних фігур в просторі (площин, призм, пірамід, сфер, конусів, циліндрів тощо) з використанням системи динамічної математики GeoGebra. Доцільним є приклад, який пропонує Д. В. Васильєва учителям математики: можна запропонувати учням вдома переглянути відеофільм про ланцюги живлення, екологічну піраміду, а в класі проаналізувати набуті самостійно знання і розв'язати класичну екологічну задачу засобами математики. STEM-підхід у навчанні розглядають О. Семеніхіна і М. Друшляк [6], Т. П. Кобильник та ін., пропонуючи для підготовки учителів математики та інформатики, а також подальшого використання у навчанні школярів, застосовувати вільне програмне забезпечення Gran1, GeoGebra, R.

STEM технології мають великі можливості в навчанні, орієнтованому на розвиток практичних навичок, формування готовності випускників шкіл продовжити реалізовувати творчі ідеї в навчальних закладах і в подальшій професійній діяльності.

Наприклад, на заняттях учні самостійно створюють прототипи продукту, використовуючи сучасні матеріали і обладнання, ґрунтуючись на простих і *доступних інженерних рішеннях*. Для створення кінцевого продукту учні можуть використовувати деталі вже існуючого обладнання, або створити модель із пластику і картону, але в будь-якому випадку отримають досвід комбінування різних матеріалів, навчаться враховувати властивості речовин і зрозуміють, як найкращим чином з'єднати структурні компоненти моделі, щоб зробити її максимально функціональною і ефективною.

Розвиток критичного мислення - ще одна можливість STEM навчання. Критичне мислення передбачає самостійний неупереджений погляд на наявну ситуацію, вміння ставити під сумнів відомі факти, самостійний аналіз наявних даних з метою створення власних рішень. Це один з двигунів науки в цілому, і в сучасній науці існує безліч перспектив по-новому поглянути на існуючу реальність і підійти до відкриттів в галузі природничих наук. Критично мисляча підліток зможе найбільш ефективно взаємодіяти з інформаційним простором, зможе оцінити і знайти суперечності в будь-якій інформації. Особливо цінна ця здатність у дітей з їх відсутністю обмежень в мисленні, коли фантастичні на перший погляд ідеї можуть стати ключем до вирішення проблем в охороні здоров'я, створення стійкої екосистеми в майбутньому або інших інновацій.

Потрібно згадати ще одну перспективу STEM програм - це **застосування проблемного навчання**. Цей підхід добре зарекомендував себе в викладанні природничих наук, і в реалізації підходів STEM вирішення проблемних ситуацій, пошук вірних відповідей, подолання перешкод на шляху до запланованого рішення можуть бути реалізовані найкращим чином. Тут важливим моментом є формування в учнів особливого стилю розумової діяльності, дослідницької активності і самостійності. Наприклад, у створеній моделі екологічно дружнього будинку може не працювати система контролю природного освітлення, для усунення цієї проблеми потрібно знайти причину проблеми, розробити послідовність етапів її вирішення, використовувати знання математики, фізики, характеристик природних матеріалів для її вирішення.

Для реалізації STEM навчання доцільно використовувати **інтеграцію предметів природничого циклу**.

По-перше, існують можливості **проведення інтегрованих уроків** двох і більше дисциплін, наприклад урок з вивчення властивостей води з точки зору хімії, біології та фізики, запланований вчителями цих дисциплін і включає завдання, що вимагають від учнів володіння знаннями про склад, хімічних зв'язках в молекулах, фізичні властивості і ролі води в існуванні життя. Ще один приклад інтегрованого уроку біології та інформатики з вивчення будови скелета людини з використанням графічних редакторів, або інтеграція фізики та біології при вивченні властивостей світла і процесу фотосинтезу.

По-друге, реалізація STEM програм можлива через створення учнями **проектів** із застосуванням знань більш ніж одного предмета і консультацій кількох вчителів-предметників, наприклад створення моделі безпілотного літального апарату з фіксованою зоною для запису відео, де учням знадобляться знання математики, фізики та інформатики.

Звичайно, шляхи реалізації STEM навчання не вичерпуються цими можливостями, їх перспективи набагато ширше описаних, і на сьогоднішній день від кожного вчителя, його майстерності та особистої зацікавленості залежить те, наскільки суспільство вже зараз буде готово до широкого впровадження інноваційних технологій.

Не можна переоцінити і перспективу **використання інформаційних технологій** в реалізації STEM програм. На сьогоднішній день все більш затребуваними стають випускники навчальних закладів, які використовують інформаційні технології в медицині, будівництві, хімії, фізики, біотехнології та інших областях наук. На заняттях STEM невід'ємною частиною роботи

учнів є використання комп'ютерних програм для проектування розрахунків, а в більшості проєктів перед конструюванням матеріальної моделі створюється її електронний прототип. З використанням відповідного програмного забезпечення, доступного на сьогоднішній день кожному учню середньої ланки, можливо тестування технічних властивостей та ефективності кінцевого продукту на електронному прототипі.

Використання динамічних моделей GeoGebra на уроках

На даний момент існує величезна кількість математичних програмних засобів та онлайн-сервісів, які можна використовувати при вивченні математики. Тому перед вчителем з'являється проблема вибору відповідного програмного забезпечення, яке б задовольняло цілі навчання, було доступним, мало простий і в той же час функціональний інтерфейс.

На нашу думку, потужним та зручним навчальним інструментом при вивченні математики є GeoGebra. GeoGebra

– це програма динамічної математики для всіх рівнів освіти, яка об'єднує геометрію, алгебру, таблиці, графіки, статистику та обчислення в одному простому у використанні пакеті. Також GeoGebra є швидко зростаючим співтовариством мільйонів користувачів, розташованих майже у кожній країні. GeoGebra стала провідним постачальником програми динамічної математики, яка використовується для підтримки науки, технологій, інженерії та математики (STEM), освіти та інновацій у викладанні та навчанні в усьому світі.

Переваги GeoGebra вбачаємо в наступному: безкоштовність; наявність онлайн, офлайн та мобільної версій програми; простий у використанні інтерфейс при потужному функціоналі; дозволяє створювати авторські інтерактивні навчальні матеріали у вигляді веб-сторінок; доступна на багатьох мовах та має величезну світову спільноту користувачів, де можна обмінюватись матеріалами та досвідом; відкритий вихідний код програмного забезпечення. Вільність доступу до даної програми дозволяє уникати проблем з ліцензуванням, що дозволяє учням та вчителям вільно користуватися нею як у класі, так і вдома.

З приводу доцільності використання математичного програмного забезпечення для вивчення математики в школі, хочеться зазначити, що часто виникають суперечності навколо питань: «Чи можуть програмні засоби допомогти учням краще зрозуміти математику?», «Чи можуть механізми обчислень, що реалізуються програмою, знівелювати математичне розуміння предмету?», «Чи будуть послаблюватись можливості учнів до виконання усних обчислень?», «Чи покращиться процес навчання математики?» тощо. Однозначної відповіді на дані запитання не існує, адже все залежить від методики навчання. Бо використання комп'ютерів,

мобільних пристроїв, інтерактивних дошок в поєднанні із різноманітним програмним забезпеченням – це всього лиш засоби навчання в умілих руках педагогів.

Окрім того, існує думка, що комп'ютерний експеримент має бути обов'язковим складовим елементом в арсеналі дидактичних засобів сучасного вчителя математики. Тому цілком природним є проведення інтегрованих уроків математики з використанням ІКТ. Інтегровані уроки є особливою формою наскрізного STEM-навчання. Вони спрямовані на встановлення міжпредметних зв'язків і сприяють формуванню в учнів цілісного, системного світогляду. Використання вчителем провідного принципу STEM-освіти – інтеграції дозволяє здійснювати модернізацію методологічних засад, змісту, обсягу навчального матеріалу, застосовувати сучасні технології під час навчання з метою формування компетентностей якісно нового рівня, зокрема із застосуванням математичних знань і наукових понять.

Розглядаючи питання STEM-освіти в сучасній школі, доцільно звернути увагу, що **учитель має готувати учнів до комплексного вивчення світу, а не сприйняття його у вигляді ізольованих частин.** Досягати цього можна, насамперед, через використання у навчанні міжпредметних зв'язків, впровадження міжпредметних проєктів, розв'язування прикладних задач, проведення інтегрованих уроків. Здобувачів освіти слід дедалі ширше залучати до постановки проблеми, пошуку шляхів її розв'язування. А тому виникає проблема залучення тих, хто навчається, до самостійної дослідницької діяльності. За доцільного застосування набуває **значної ваги метод навчання як дослідження.** Учителю потрібно ґрунтовно продумувати способи інтеграції теми, виокремивши певні тематичні дні чи блоки навчальної програми, спонукати учнів до обрання тем, які мають практичний зміст. Відштовхнутися можна від прикладів, яких зараз є чимало у мережі Інтернет, а у подальшому їх удосконалити, наприклад, розширюючи напрямки дослідження. Для прикладу, при розробці проєкту за ключовим словом «Вода», «математики» можуть визначати втрати води, якщо не відремонтований кран, а також кошти, які необхідні на повторну її очистку. При вивченні тем «Многогранники», «Тіла обертання» пропонувати учням створювати з паперу чи інших матеріалів, наприклад, макети меблів у кімнаті, виготовляти макети будинків, певних локацій на природі. Адже **мейкерство** є одним із STEM-підходів у навчанні.

Різноманітні **гаджети**, зокрема відповідні додатки для мобільних телефонів, мають стати дієвими інструментами завдяки STEM-освіті для засвоєння математики і набуття навичок розв'язування математичних задач через математичні практикуми з завданнями дослідницького характеру;

демонстрацію експериментів з їх аналізом, що систематизує отримані знання; участь у навчальних проєктах. Важливо, щоб методологія STEM-навчання сприяла переходу від передавання системи знань від учителя до учня до самостійного конструювання учнем особистої системи знань у навчальному процесі на основі дослідницьких підходів у навчанні. Створюючи ситуацію успіху, вчитель має відігравати роль менеджера у процесі пошуку учнем нових знань. На стадії навчання у середній школі запровадження STEM-підходів має закріпити стійку цікавість учнів до вивчення природничо-математичних наук, у старшій профільній школі – сприяти вибору STEM-професії, STEM-профілю вищої освіти. STEM-орієнтований підхід до навчання сприятиме популяризації інженерно-технологічних професій серед молоді.

Здійснення переходу до компетентнісної моделі навчання та впровадження нових методичних підходів передбачає принципово нове цілепокладання у педагогічному процесі, зміщення акцентів у навчальній діяльності з вузькопредметних на загальнодидактичні. Впровадження наскрізного STEM-навчання потребує оновлення структури та змісту навчальних предметів, спецкурсів; компетентнісно-орієнтованих форм і методів навчання. Не менш важливим для учителя є підготовка до визначення та оцінювання результатів навчання через ключові та предметні компетентності. **STEM-навчання реалізується шляхом набуття відповідних STEM-компетентностей, які значною мірою пов'язані з ключовими (надпредметними) компетентностями.** Під «компетентністю» розуміємо сукупність особистісних якостей (ціннісно-сміслових орієнтацій, знань, умінь, навичок, здібностей), обумовлених досвідом його діяльності в певній соціально і особистіснозначущій сфері. Як STEM-компетентності можна розглядати здатність до інноваційної діяльності, що включає готовність до розв'язання комплексних задач, критичне мислення, креативність, уміння працювати в команді, організаційні здібності, емоційний інтелект, оцінювання і прийняття рішень, здатність до ефективної взаємодії, уміння домовлятися, когнітивна гнучкість.

Важливо, щоб учитель набув досвіду запровадження таких актуальних форм навчання як **«перевернутий» клас (Flipped Classroom)**, коли опанування теоретичним матеріалом виноситься на самостійне опрацювання, а під час аудиторних занять розглядаються питання їх практичного застосування. Доцільно здійснювати так зване «занурення» в тему, парні та групові форми роботи; лабораторні та проєктні роботи. Акцентуємо увагу на використанні **STEM-проєктів**, що сприятиме творчому розвитку учнів, готуватиме їх до вирішення проблемних ситуацій в повсякденному житті. Використання методу проєктів має забезпечувати сукупність дослідницьких, пошукових, проблемних, творчих підходів. **Залучення до дослідництва та**

винахідництва, проведення тематичних тижнів, наукових «пікніків», реалізація міждисциплінарних проєктів, участь у спеціалізованих гуртках, конкурсах, фестивалях також можуть бути прикладами актуальних форм STEM-навчання. Наприклад, можна розробляти і впроваджувати проєкти, які пов'язані з вимірюваннями на місцевості з використанням знань ознак рівності і подібності трикутників, теореми косинусів, синусів та інші.

Розглянемо окремі засоби для реалізації STEM-навчання, питання добору змісту і побудови системи задач. Приклади STEM-підходів у навчанні математики подано у навчальному посібнику для учителів математики, учнів педагогічних закладів вищої освіти [6]. Зокрема, при дослідженні функцій, розв'язуванні задач з параметрами, планіметричних задач на дослідження та доведення, задач на відшукування екстремальних значень функції та ін. Як один з важливих Engineering-інструментів пропонується використання системи динамічної математики **Gran**. У публікації [7] обґрунтовано доцільність використання у навчанні математики системи динамічної математики **GeoGebra**. Ці напрацювання певною мірою перетинаються з добірками завдань, представленими Ю. В. Ботузовою [3], що є підтвердженням актуальності застосування зазначених E-інструментів.

Використання зазначених засобів допоможе забезпечити чіткість графіки, візуалізацію досліджуваних математичних об'єктів, виразів, ілюстрацію методів побудови. Через розробку «інтерактивних» динамічних креслень, моделювання математичних об'єктів та спостереження за їх динамічними змінами, можна формувати у тих, хто навчається, вміння виділяти характерні ознаки, встановлювати закономірності, висувати гіпотези, узагальнювати.

Наприклад, під час виконання STEM-проєкту можуть виникати моменти, коли доцільно дібрати певне фото, завантажити його на полотно побудови, виділити графіки, дібрати формули для опису яких можна засобами GeoGebra. Описуючи графіки за допомогою відповідних інструментів, можна найкраще дібрати потрібні функції. Математичне моделювання з використанням систем динамічної математики сприятиме глибшому розумінню тем, що вивчаються. Перед поясненням нового матеріалу з теми «Побудова графіків функцій $y = kf(x)$ та $y = f(kx)$ » можна зробити заготовки графіків функцій $y = Wx$ та $y = Vfx$ в програмному засобі GeoGebra. Тоді, використовуючи інструмент «Бігунок», замість значення k будуть підставлені певні числа. Аналізуючи перетворення графіків при $0 < k < 1$ та $k > 1$, можна здійснити узагальнення для побудови графіків за перетвореннями $f(kx)$ та $kf(x)$.

Упродовж вивчення змістової лінії «Функції» радимо учителям залучати учнів до виконання проєкту «Жива картина». Спочатку варто

зобразити малюнок на аркуші, далі подати його в системі динамічної математики за допомогою побудови графіків. При цьому до координат окремих точок, формул, якими задано функції, доцільно вводити параметри, щоб у подальшому, змінюючи їх, отримувати динамічні графіки.

Вивчаючи тему «Геометричні перетворення на площині», радимо учителям математики реалізувати **STEAM-проект «Писанка»**. Спочатку необхідно намалювати «писанку» на папері кольоровими олівцями, а тоді створити її засобами GeoGebra, будуючи графіки функцій, рівнянь та різноманітних геометричних фігур. Під час побудови користуються симетрією відносно точки і прямої, поворотом навколо точки, паралельним перенесенням. За допомогою інструмента «Бігунок» та інших можна створити динамічні комп'ютерні моделі, що зацікавлює до предмету, підвищує розумову активність та розвиває творче мислення. Під час побудови такої «писанки» у молоді будуть задіяні новаторські здібності, винахідництво, розвиватиметься логічне мислення. В системах динамічної математики є можливість симетричної побудови геометричних фігур відносно координатних осей, побудови фігур, що мають симетрію обертання, паралельне перенесення об'єктів, застосування гомотетії, динамічна побудова графічних об'єктів та створення анімацій, що значно спростить розуміння цих тем і ще більше візуалізує STEM-проект.

Як створити хороший STEM-урок

Сьогодні велике завдання та виклик для вчителів і керівників освітніх закладів – організувати заняття та навчальний процес так, щоб надати можливість учням здобути необхідні навички та задовольнити їхні освітні потреби, а також очікування батьків.

Усе більше освітян спираються на STEM, адже особливості такого підходу можуть справді вирішити чимало завдань. Сучасні випускники – майбутні новатори та інноватори – мають отримувати ґрунтовні знання з природничих і технічних наук у поєднанні з навичками 21-го століття, таких як уміння спілкуватися, працювати в команді та вирішувати проблеми в контексті інноваційних можливостей та поточних потреб суспільства.

В Україні за останні роки STEM набув неабиякої популярності, щоправда цей підхід не завжди розуміють правильно. Важливо пам'ятати, що **справжні заняття STEM – це, насамперед, навчальний процес, а не шоу.**

На STEM-уроці кожна діяльність чітко зрозуміла учням, лабораторні прилади, об'єкти робототехніки безпосередньо залучені до структури заняття. Розробити такі заняття – справа не з легких, адже вчитель має мислити комплексно і сам бути готовим підвищувати свій рівень знань з деяких галузей, експериментувати та бути терплячим, очікуючи на бажаний результат.

Якщо ви готові до освітнього челенджу – скористайтеся порадами, які допоможуть створити хороший STEM-урок.

1. Залучайте учнів до вирішення реальних проблем та ситуацій

Наприклад, ви вигадали кейс, в якому один вид тварин заражає інший міфічний вид. Так, зараження тварин може бути реальною проблемою, але застосування в завданні вигаданого об'єкта робить ситуацію несправжньою, а, отже – це не STEM-урок. Звичайно, такі прийоми варто застосовувати для підвищення зацікавленості учнів, але намагайтеся не вибудовувати основу уроку на вигаданих кейсах. Учні вирішують реальні соціальні, економічні, екологічні питання через застосування наукових знань, технологій, інженерії та математики.

2. Формулюйте чіткі критерії до завдань, які виконують учні

Якщо ви запропонували учням розробити якусь модель чи прототип, то напишіть чіткі вимоги до продукту (матеріали, розміри, функціональні особливості тощо), чи повинен результат вирішувати проблеми навколишнього середовища або інші важливі питання, на які чинники безпеки опиратися під час розробки.

3. Сприяйте продуктивній командній роботі

Щоб зробити якісний продукт, учні мають працювати як єдиний механізм, розподіляючи обов'язки між собою, ставлячи короткотривалі та довготривалі цілі, аналізуючи проміжні результати та покращуючи внутрішні комунікації. Подекуди школярам ця складова уроків дається найважче.

4. Для покращення ефективності роботи застосовуйте елементи інженерного проектування (Engineering Design Process, EDP):

- *Визначення проблеми:* учні виявляють та уточнюють проблему до вирішення.

- *Дослідження:* члени команди збирають потрібну інформацію про проблему, використовуючи різні джерела інформації. Пропонуйте учням якісні джерела інформації з науки та математики та завдання, що передбачають кілька варіантів вирішення.

- *Розробка варіантів вирішення проблеми:* учні в дослідницькій групі пропонують, обговорюють та аналізують різні ідеї (наприклад, використовуючи “Мозковий штурм” або інші методи для генерації ідей).

- *Вибір рішення та планування роботи:* учні прописують етапи роботи, створюють дизайн, ескіз тощо.

- *Створення продукту, реалізація вирішення проблеми.*

- *Перевірка та тестування продукту.*

- *Аналіз результатів роботи та удосконалення розробок.*

Результат такої діяльності – власні науково-дослідницькі ідеї та інженерні розробки.

5. Занурюйте учнів у практичне та відкрите дослідження.

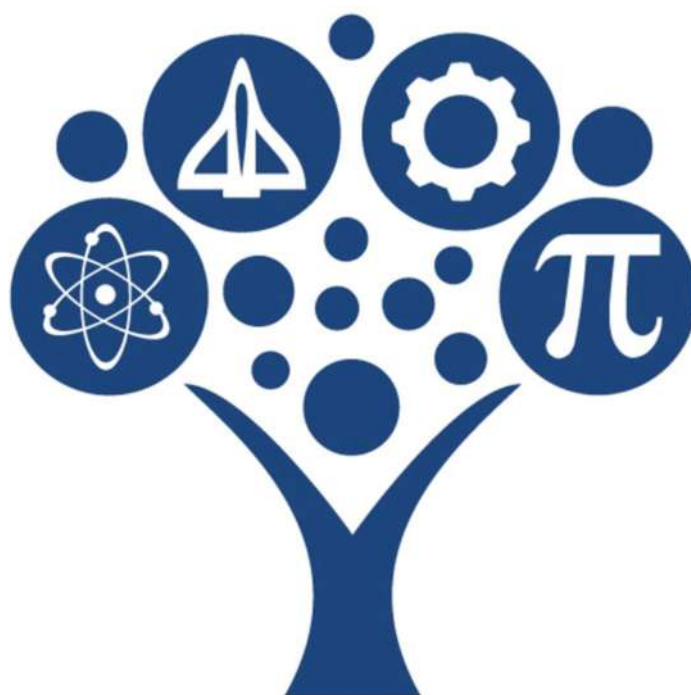
Відбувається практична перевірка теоретичних знань та припущень й учні відпрацьовують навички в лабораторіях та майстернях.

Зрозуміло, що STEM у молодшій, середній та старшій школі реалізується відповідно до рівня знань та вмінь учнів, але загалом забезпечує виконання таких завдань, як підтримка та розвиток допитливості в дітей, демонстрація зв'язку між наукою, технологіями, інженерією та нашим повсякденним життям.

Завдяки інтегрованим заняттям учні мають можливість відчутти дух наукового пізнання, навчитися конструювати комплексну картину навколишнього світу з окремих розрізнених фактів, бачити об'єктивність, перевіреність та системність наукових знань, переконатися, що наука – найважливіший чинник технічного прогресу й перетворення дійсності.

Чому це важливо? Щоб бути конкурентоспроможною, Україна повинна мати висококваліфікованих працівників, проте це не реалізується без реформованої освіти та освіченого суспільства.

**РОЗРОБКИ
УРОКІВ МАТЕМАТИКИ
З ЕЛЕМЕНТАМИ
STEM-НАВЧАННЯ**

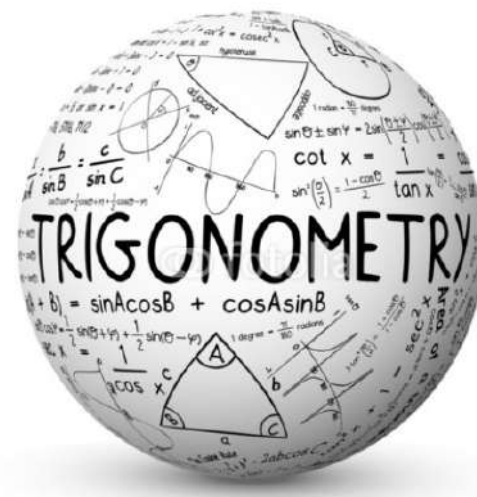


РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ НА ТЕМУ «ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТУ»

УРОК-ПРОЄКТ «ТРИГОНОМЕТРІЯ В НАВКОЛИШНЬОМУ СВІТІ»

Тетяна Гриневич,
викладач математики
ДПТНЗ «Сарненський
професійний аграрний ліцей»

Людство сьогодні перебуває в технологічній фазі науково-технічної революції, коли стрімко змінюються техніка й технології, і щоб встигнути за запаморочливими новинками, щоб не відчувати себе викинутими за борт сучасного життя, треба постійно вчитися. «Навчання» стає категорією, яка супроводжує людину протягом усього життя. Використання новітніх технологій у сучасному суспільстві стає необхідним практично в будь-якій сфері діяльності людини.



Тому нагальною потребою сучасної системи освіти при викладанні математики є впровадження інтерактивних технологій навчання, які сприяють ефективному розвитку в кожній особі математичних здібностей, розвитку логічного мислення, системи загальнолюдських цінностей та загальноприйнятих норм поведінки, як на заняттях математики так і в житті; розвитку здатності цінувати знання та вміння користуватися ними; формування вміння робити вільний та незалежний вибір, що ґрунтується на власних судженнях та аналізі дійсності.

Основна мета уроку – це розвиток стійкого пізнавального інтересу учнів до математики, вироблення критичного ставлення до себе, формування компетентнісного підходу при вивченні матеріалу, уміння бачити свої помилки та адекватно ставитися до них.

Стислий опис:

Мета цього проєкту для учнів – застосування знань тригонометричних функцій для ситуацій реального життя. Учні починають з складання списку якнайбільшої кількості коливних процесів, які відбуваються в різних галузях науки і техніки, які зустрічаються у природі та житті. Потім вони досліджують один з таких прикладів за допомогою Інтернету і обирають

проблему, пов'язану з коливними процесами, і яка може бути описана за допомогою тригонометричних функцій.

Учні створюють презентації, публікації та веб-сайти, та спілкуються один з одним за допомогою сучасних технологій. На завершення учні обирають ситуацію з реального життя, описують її математично та створюють PowerPoint презентацію, використовуючи тригонометричні функції для опису циклічних процесів.

Гіпотеза

Ми вважаємо, що більшість фізичних явищ природи, фізіологічних процесів, закономірностей в музиці та мистецтві можна описати за допомогою тригонометрії та тригонометричних функцій.

Тема уроку: Тригонометричні функції числового аргументу.

Мета уроку:

методична: удосконалити методику проведення уроку-проєкту.

дидактична: систематизувати початкові знання учнів з теми «Тригонометричні функції», формувати вміння застосовувати здобуті знання у нестандартних умовах, вчити їх аналізувати та систематизувати ті знання, які вони отримують на заняттях, показати зв'язок математики з життям, з професією;

виховна: сприяти вихованню всебічно розвиненої особистості.

Вид уроку: проєкт.

Випереджувальне завдання: кожна з груп готує доповіді-проєкти про тригонометричні функції.

Міжпредметні зв'язки:

забезпечуючі: алгебра, фізика, інформатика;

забезпечувані: технічна механіка, електротехніка, мікропроцесорна техніка.

Технічні засоби навчання: комп'ютер, мультимедійний проєктор.

Методичне забезпечення: випереджувальні завдання, презентації, відео «Музичний фонтан у Вінниці», картки-завдання.

Хід уроку

1. Організаційна частина.
 - 1.1. Привітання учнів
 - 1.2. Перевірка готовності до заняття.
 - 1.3. Розміщення учнів по групах.
2. Повідомлення теми уроку, формування мети та основних завдань заняття.

3. Мотивація навчання.

Вступне слово викладача (на фоні відео
«Музичний фонтан у Вінниці»)



Епіграф до уроку (на дошці)

Природа формує свої закони мовою математики.

Г.Галілей

Приємно розпочати урок з такого прекрасного музичного супроводу.

Проста гармонія буття

Повторення й повторення

То вверх крокуємо то вниз,

Удачі за невдачами,

По синусоїді кудись

Всі пливемо неначе ми.

Г.П. Бевз

Як ви думаєте, що пов'язує між собою звучання струни, рух маятника, явище резонансу, поширення електромагнітних хвиль, найрізноманітніші біоритми живих організмів?

Відповідь учня. Це окремі приклади коливальних рухів.

Викладач. А щоб описати їх, вивчити їх властивості, поставити на службу людям, треба побудувати математичну модель таких явищ.

Математичний опис періодичних процесів створювали вже вчені стародавнього світу. Теорія тригонометричних функцій, яку ми вивчаємо, теж є однією з найдавніших моделей періодичних явищ.

Сьогодні ми побуваємо в чарівному світі гармонії і краси, поринемо в загадковий світ різноманітних процесів і явищ, які відбуваються навколо нас, спробуємо показати, що ми всі живемо за властивостями тригонометричних функцій, навколо нас оточує багато речей, які підвладні цим законам.

І дамо відповідь на питання: **Чи коливання, які оточують нас, корисні людству чи ні?**

Ознайомлення з планом уроку.

1.Історія виникнення тригонометрії.

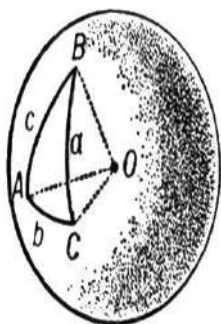
2.Вимірювання кутів.

3.Гармонічні коливання.

4. Тригонометричні функції в професії електромонтер-зв'язківець.
5. Тригонометричні функції на службі людини.
6. Гармоніки в природі.
7. Гармонія в побуті.
8. Тригонометричні функції числового аргументу.

Почнемо із зародження поняття тригонометрії, тобто з історії.

Слово надамо



I. Історія тригонометрії.

Виникнення тригонометрії пов'язане з потребами астрономії, землемірства та будівельної справи.

Слово **тригонометрія** вперше зустрічається в 1505 році в працях німецького математика *Пітіскуса*.

“Тригонометрія” (від грецьких слів “тригонон” – трикутник і “метріо” – вимірюю) означає **“вимірювання трикутників”**.

У цьому випадку вимірювання трикутників потрібно розуміти як знаходження невідомих сторін, кутів та інших елементів трикутника

Хоча назва науки виникла порівняно недавно, багато фактів, що мають відношення до тригонометрії, були відомі ще **дві тисячі** років назад.

Вперше способи розв'язування трикутників були знайдені давньогрецькими астрономами **Гіпархом** та **Клавдієм Птолемеем**.



Пізніше залежність між відношеннями сторін трикутника та його кутами почали називати **тригонометричними функціями**.

Виникнення тригонометрії пов'язане з розвитком астрономії, яка зародилась та розвивалась у Вавилоні, Єгипті, Китаї, Індії та інших древніх країнах.

Давньогрецькі вчені склали перші тригонометричні таблиці довжин хорд, що відповідають різним центральним кутам кола, які вони використовували для розв'язування трикутників. Перші таблиці було складено давньогрецьким математиком Гіппархом з Нікеї (II ст. до н.е.).

Астроном-математик був засновником математичної географії, склав зірковий каталог, досить точно визначив відстань від Землі до Місяця і ввів географічні координати (широту і довготу), використовуючи складені ним тригонометричні таблиці хорд.

Найбільшим досягненням грецької тригонометрії є відомий трактат **“Мегісте”** Клавдія Птолемея.

Гіпотенузу прямокутного трикутника, яка дорівнює діаметру кола, він записував на основі теореми Піфагора. В сучасному трактуванні: $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

Довгу історію має поняття **синуса**. Різні відношення відрізків трикутника і кола (тобто тригонометричні функції) зустрічаються вже в III столітті до н. е. в працях великих математиків Стародавньої Греції – **Евкліда, Архімеда, Аполонія Пергського**.

Сучасний **синус** кута α , розглядався як півхорда, на яку спирається центральний кут величиною α , або як хорда подвоєної дуги.

В подальшому математика найбільш активно розвивалась індійськими та арабськими вченими. В IV-V столітті з'явився спеціальний термін. Відрізок AM називали **архаджива**.

Арабськими математиками в IX столітті це слово було замінено на **джайб** (випуклість).

При перекладі арабських математичних текстів воно було змінено на латинське слово **синус (кривизна)**.

Слово **косинус** є молодшим.

Косинус – це скорочення латинського виразу *complementy sinus*, тобто «додатковий синус» (або «синус додаткової дуги»).

Назва «**тангенс**», від латинського *tanger* (дотикатися), з'явилося в 1583 р.

Tangens перекладається як «дотична» (лінія тангенсів – це дотична до одиничного кола)

Тангенси виникли з розв'язуванням задачі про визначення довжини тіні.

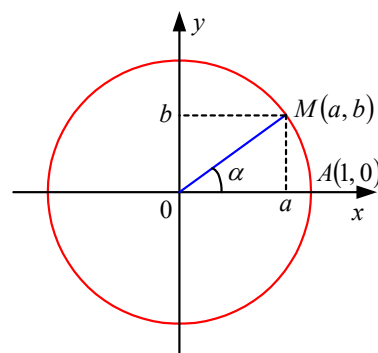
Тангенс (котангенс) введені в X столітті арабським математиком Абу-ль-Вафою, який склав і перші таблиці для знаходження **тангенсів і котангенсів**

Викладач: *Тригонометричні функції нерозривно пов'язані з кутами. Саме тому послухаємо інформацію про поняття кута, яке дослідила наступна група.*

2. Вимірювання кутів.

У геометрії термін «кут» вживають для позначення двох понять: геометричної фігури, утвореної двома променями із спільним початком ($0^\circ < \alpha \leq 180^\circ$);

2) величини, що характеризує міру відхилення одного променя від іншого, або кута повороту ($-\infty < \alpha < +\infty$).



Якщо розгорнутий кут розділити на 180 рівних частин і одну частину прийняти за одиницю вимірювання, то ця одиниця буде називатися градусом.

Градус (1°) – це $1/180$ частина розгорнутого кута.

Радіанне вимірювання кутів

У математиці, астрономії, фізиці використовують радіанну міру вимірювання кутів. Перше видання яке містило термін “радіан”, вийшло в 1873 р в Англії.

“Радіан” походить від латинського radian (спиця, промінь).

Градусне вимірювання і його частини (хвилини, секунди) виникло в Стародавньому Вавилоні задовго до нової ери. Жерці вважали, що свій денний шлях Сонце проходить за 180 “кроків”, і, отже, один “крок” дорівнює $1/180$ розгорнутого кута.

В геометрії як одиницю вимірювання кутів використовують прямий кут (d). Якщо $\alpha = 30^\circ$, в одиницях прямого кута позначають так $\alpha = \frac{1}{3} d$.

В астрономії за одиницю вимірювання кутів взято кутову годину. Це величина кута, який становить $1/6$ частину прямого.

В техніці за одиницю вимірювання кутів взято повний оберт.

В артилерії кути вимірюють в “поділках кутоміра”. Велика поділка – це $1/60$ частина повного оберту, мала поділка – $1/100$ частини великої поділки (28-32, що означає 28 великих і 32 малих поділок кутоміра).

Моряки вимірюють кути в румбах. Ця одиниця дорівнює $1/16$ частині величини розгорнутого кута.

В картографії в деяких країнах за одиницю вимірювання кутів взято град.(g) $1g$ дорівнює $1/200$ частині величини розгорнутого кута ($\alpha = 5^g$)

Кут 1 радіан – це такий центральний кут, довжина дуги якого дорівнює радіусу кола.

$$180^\circ = \pi \text{ радіан}; \quad 1 \text{ радіан} \approx 57^\circ; \quad 1^\circ \approx 0,01745 \text{ рад}$$

Особливості:

В радіанній системі не введено позначення одиниці вимірювання. Під знаком тригонометричної функції записують тільки числове значення величини кута. $\cos \pi/6$; $\sin 2$.

Одиниця вимірювання радіанної міри міститься у розгорнутому куті не ціле число разів, а ірраціональне: $\pi \approx 3,14$.

Для малих кутів, виміряних у радіанах виконуються наближені рівності $\sin \alpha \approx \alpha$, $\tan \alpha \approx \alpha$.

При радіанному вимірюванні кутів спрощується ряд формул .

Викладач: Коливання пронизують все наше життя. Найпростішим прикладом є коливання математичного маятника.

Це є гармонічне коливання, за допомогою якого можна досліджувати складніші коливання, що складаються з певної кількості простих гармонічних коливань.

Що дізналися наші учні про гармонічні коливання?

Це питання досліджував

3. Гармонічні коливання

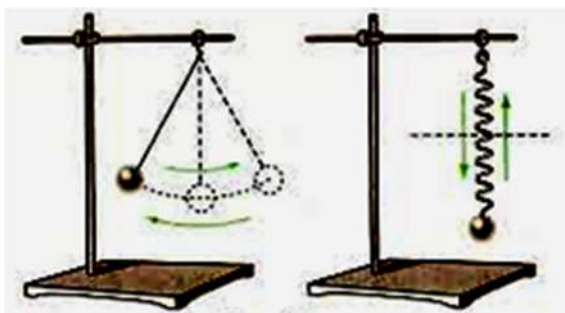
У природі і техніці, повсякденному житті часто доводиться спостерігати коливальні рухи. **Наприклад, рух маятника** годинника, коливання струни музичного інструмента, коливання води від кинутого в неї предмета, коливання напруги в електричній мережі, зміна струму і напруги в коливальному контурі та ін.

Найпростішими механічними коливаннями є так звані **гармонічні коливання**.

Гармонічними вважають коливання, за яких зміни фізичних величин з часом відбуваються за законами синуса або косинуса.

Гармонічні коливання дуже розповсюджені в природі й техніці. До них належать малі коливання підвішеного на пружині тягаря, малі коливання маятника, коливання в молекулах, якими зумовлене поглинання інфрачервоних променів, різноманітні коливання в електротехніці, наприклад, у коливальному контурі та інші.

Гармонічні коливання математичного маятника.



Якщо кульку маятника змістити в бік від положення рівноваги та відпустити, то вона почне **коливатися**, тобто здійснювати рухи, що повторюються, періодично проходячи через положення рівноваги.

Графічне зображення гармонічних коливань

Впевнитись у тому, що коливання відбуваються за законом косинуса чи синуса, можна й на досліді. У лійку з невеликим отвором насипають дрібний пісок.

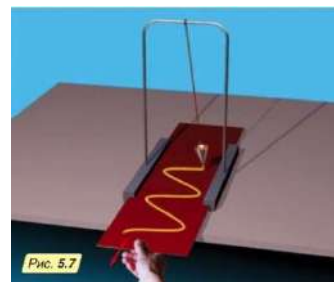
Пісок повинен висипатися з лійки тоненьким струменем. Підвісивши лійку над аркушем картону або цупкого паперу, її відводять убік і відпускають.

На папері залишатиметься слід — смужка піску (синусоїда).

Негативні наслідки коливань

Іноді вимушені гармонічні коливання можуть призвести до негативних наслідків, нанести шкоду природі, людині.

Одним із таких прикладів може бути коливання мостів під дією резонансу.



Можна це явище побачити на прикладі Такомського моста.

1 липня 1940 року в штаті Вашингтон був відкритий висячий міст через протоку Такома довжиною 1810 м. Через чотири місяці 7 листопада 1940 року при швидкості вітру близько 18 м/с сталася аварія, яка призвела до руйнування центрального прольоту моста. Руйнування мосту сприяло дослідженням в області аеродинаміки та аеропружності конструкцій і зміні підходів до проєктування всіх великопрольотних мостів у світі.

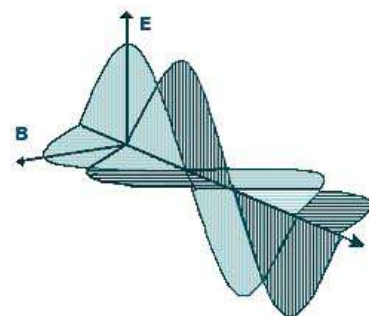
Перегляд відео «Руйнування моста при резонансі».

Викладач: *Поміж коливальних рухів значне місце займають електромагнітні коливання, з якими ви познайомились на уроках спец предметів, електротек саме ваша професія пов'язана з тригонометрією нас познайомить...*

4. Тригонометричні функції в професії електромонтер-зв'язківець

Тригонометричні функції тісно пов'язані з професією електромонтер-зв'язківець:

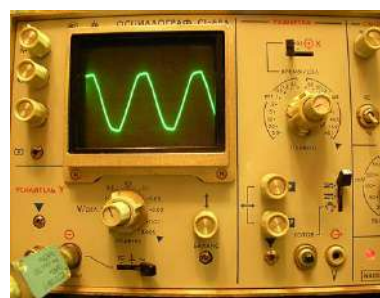
- періодичні коливання оточують нас всюди;
- електромагнітні хвилі випромінюють всі наші електроприлади;
- зв'язок телефону з телефоном або прослуховування радіо були б неможливі без них;
- звукові хвилі також представляють собою коливання.



У електромагнітній хвилі вектор напруженості електричного поля E і магнітної індукції B змінюються по синусоїдальному закону, взаємно перпендикулярні один одному і напрямку розповсюдження хвилі.

Змінний струм — електричний струм, сила якого періодично змінюється з часом за гармонічним законом.

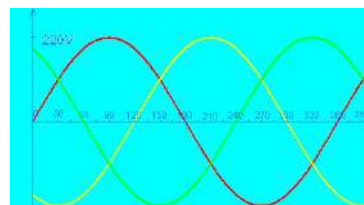
Для спостереження коливань електричного струму та запису їх у графічній формі використовують **осцилограф**.



Гармонічно відбуваються коливання **напруги у трифазному струмі**.

Колівання напруги в усіх трьох фазах однакові за амплітудою і частотою, але відбуваються з різницею фаз.

Ще один приклад синусоїдальних коливань — **звук** (гармонійне коливання повітря),



Звукові хвилі (акустичні хвилі) — це поперечні хвилі, які складаються із частинок, що коливаються вздовж напрямку поширення хвилі,

створюючи області високого і низького тиску (області розрідження і стиску). Вони можуть поширюватися в твердих тілах, рідинах і газах і мають широкий діапазон частот.

Радіохвилі випромінюються через антену в простір і розповсюджуються у вигляді енергії електромагнітного поля.



Застосування радіохвиль.

Радіотелеграфний зв'язок, передача метеорологічних даних і сигналів точного часу, зв'язок з підводним човном, радіомовлення, радіотелеграфний, радіотелефонний зв'язок, зв'язок з космічними супутниками, зв'язок радіоаматорства, телебачення, космічна галузь.

Винайдена **радіотаблетка** для визначення середовища шлунково-кишкового трату.

Викладач: *Одна з фундаментальних властивостей живої природи - це циклічність більшості процесів, що в ній відбуваються. Коливальний рух є одним з найпоширеніших у природі видів руху. Послухаємо де спостерігав коливальні рухи в природі...*

5. Гармоніки в природі.

Можна навести багато прикладів коливного руху навколо нас!

Розглянемо коливання в живій природі

Розглядаючи графіки тригонометричних функцій, можна згадати, що в повсякденному житті ми бачили схожі криві та поверхні. Наприклад хвилі на морі мають форму, що нагадує *синусоїду*.

Хвилювання, хвилі на воді — коливальні рухи поверхневих мас води у водоймах (морях, океанах, озерах, річках) з утворенням водяних валів (хвиль), викликані вітром, зміною атмосферного тиску, землетрусами, рухом суден, різкою зміною профілю дна тощо.

Опис руху риб у воді

Рух риб у воді відбувається за законом синуса або косинуса, якщо зафіксувати точку на хвості, а потім розглянути траєкторію руху.

При плаванні тіло риби приймає форму кривої, яка нагадує графік функції $y = \sin x$.

Більшість риб рухається за допомогою коливальних рухів у задній частині тіла

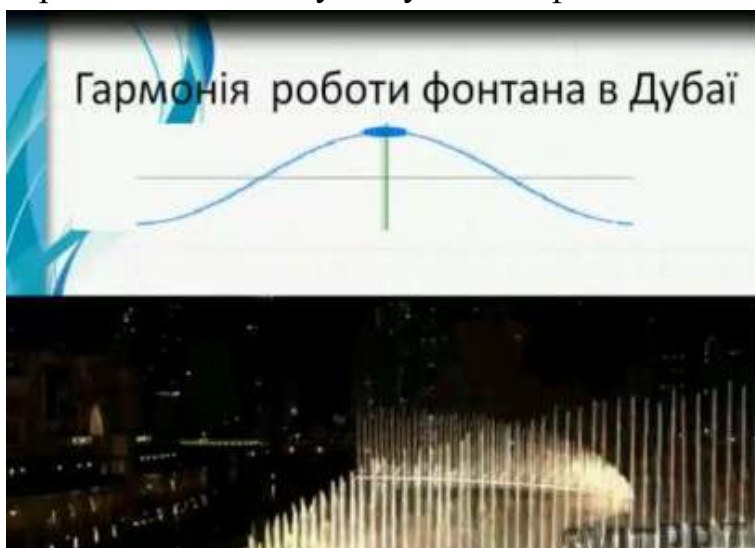
Летючі риби *Exocoetidae*

Перед зльотом 70 разів швидко ворухить хвостом, перш ніж зробити ривок на поверхню. Траєкторія руху – синусоїда.



Під час польоту траєкторія помаху крил птаха утворює синусоїду
Людина вносить гармонію в своє життя.

Прикладом може бути музичний фонтан.



Контрольовані людиною коливання корисні для науки і широко використовуються в побуті

Висновки

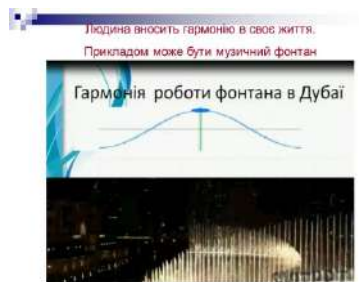
Ми з'ясували, що тригонометрія була визвана до життя необхідністю вимірювати кути, але з часом розвилася в науку про тригонометричні функції.

Ми довели, що тригонометрія тісно пов'язана з фізикою, зустрічається в природі, музиці, архітектурі та медицині.

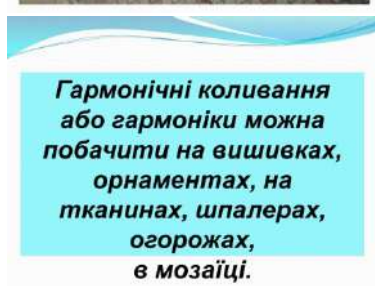
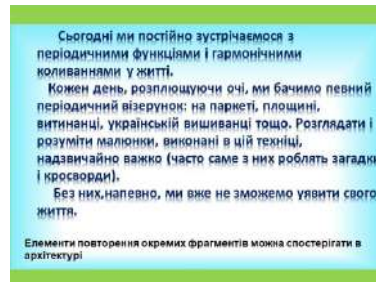
Ми впевнені, що тригонометрія знайшла відображення у нашому житті, і сфери, в яких вона відіграє важливу роль, будуть поширюватися.

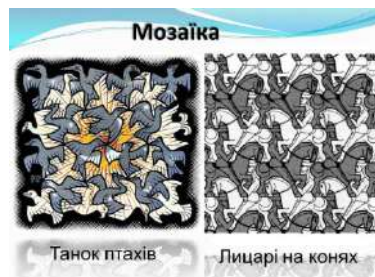
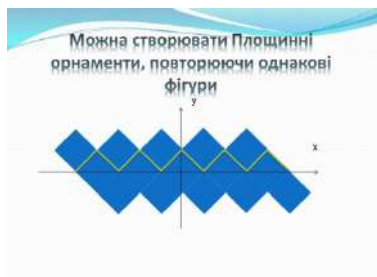
Зразки учнівських досліджень (презентації) Гармоніки в природі.





Гармонія навколо нас





Тригонометричні функції в професії

Тригонометричні функції в професії електромонтер-зв'язківця

Тригонометричні функції тісно пов'язані з професією електромонтер-зв'язківця.

Підготував: Великий Валентин

- Періодичні коливання оточують нас всюди.
- Електромагнітні хвилі випромінюють всі наші електроприлади.
- Зв'язок телефону з телефоном або прослуховування радіо були б неможливі без них.
- Звукові хвилі також представляють собою коливання.

ШКАЛА ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

У електромагнітній хвилі вектор напруженості електричного поля E і магнітної індукції B змінюються по синусоїдальному закону, взаємно перпендикулярні один одному і напрямку розповсюдження хвилі.

Електристосис (змінний електричний струм)

Змінний струм — електричний струм, сила якого періодично змінюється з часом.

Змінний струм відомий з давніх часів. Він з'явився в результаті роботи генераторів.

Оцилограф — прилад для спостереження коливань електричного струму та запису їх у графічній формі.

Гармонічно відбуваються коливання напруги у трифазному струмі.

Колівання напруги в усіх трьох фазах однакові за амплітудою і частотою, але відбуваються з різницею фаз.

Звукові хвилі

Ще один приклад синусоїдальних коливань — звук (гармонічне коливання повітря).

Звукові хвилі (акустичні хвилі) — це поперечні хвилі, які складаються з частинки, що коливається вздовж напрямку поширення хвилі, створюючи області високого і низького тиску (області розрідження і стиску). Вони можуть поширюватися в твердих тілах, рідинах і газах і мають широкий діапазон частот.

Радіохвилі випромінюються через антену в простір і розповсюджуються у вигляді енергії електромагнітного поля.

Радіохвилі	λ (м)	ν (МГц)	Застосування радіохвиль
Надвисокі	$10^0 - 10^1$	$3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^9$	Радіотелеграфія, радіотелефонія, радіотелевізійна розсилення, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія.
Високі	$10^2 - 10^3$	$3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^6$	Радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія.
Середні	$10^3 - 10^4$	$3 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^5$	Радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія.
Нижні	$10^4 - 10^5$	$3 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^4$	Радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія.
Ультракороткі	$10^{-1} - 10^0$	$3 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^9$	Радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія.

Застосування радіохвиль

Радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія, радіотелеграфія.

Тригонометричні функції в житті людини

Тригонометричні функції в житті людини



Підготував Юрій Сігел

«Щасливий той,
хто в звичнім наче
побачив те, чого
ніхто не бачив»

Дж. Г. Байрон

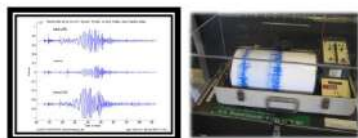


Людина застосовує властивості тригонометричних функцій у різних приладах:

- Термографи – креслять графіки температури;
- Кардіографи зображують графічно роботу серця;
- Сейсмографи – попереджають про землетруси або фіксують їх...

Сейсмографія

Сейсмограф (від грецько. $\sigma\epsilon\iota\sigma\mu\alpha$ – (злит.) сейсμοграф, нем. Seismograph) – прилад для автоматичного запису коливань земної поверхні, зумовлених сейсмічними хвилями (при землетрусах та сейсморегіоні).



Застосування в медицині



- Коливання також супроводжують і біологічні процеси, наприклад слух, зір, сприйняття ультрафіолету, передачу збудження по нервовій тканині, роботу серця та мозку. Записуючи роботу серця та мозку, лікарі отримують електрокардіограми та енцефалограми відповідно.

Застосування в медицині

Кардіографія



Кардіограф – апарат для графічного зображення руху серця, тобто для отримання кардіограми



Ехокардіографія



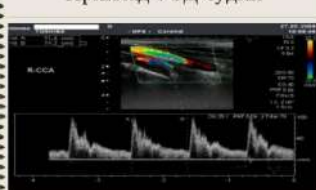
Проведення ультразвукового дослідження виявляє хвороби внутрішніх органів людини.

Ехокардіографія



56

Приклад УЗД судин



57

Приклади тривимірного УЗД плоду в режимі реального часу Режим Live 3D й 2D у сірій шкалі.

Фрагмент дослідження – плід



Тригонометрія

відіграв важливу роль в медицині. За її допомогою іранські вчені відкрили формулу серця – комплексну алгебраїчно-тригонометричну рівність, яка складається з 8 виразів, 32 коефіцієнтів і 33 основних параметрів, включаючи декілька додаткових для розрахунків у випадках аритмій.

Біологічні ритми людини пов'язані з тригонометрією



Графік біоритмів людини підлягає закону синусоїди.

З його допомогою можна спланувати ефективну діяльність людини.



Гармонія з собою – гармонія зі світом

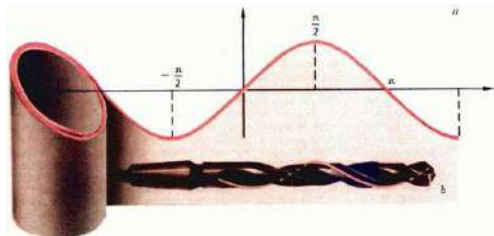
Практичне застосування тригонометричних функцій

Синусоїда – хвиленодібна плоска крива, яка є графіком тригонометричної функції $y = \sin x$ в прямокутній системі координат. Якщо рулон паперу розрізати навскоси і розвернути його, то край паперу виявиться розрізаним по синусоїді. Цікаво, що проєкція на площину гвинтової лінії свердла також буде синусоїдою.

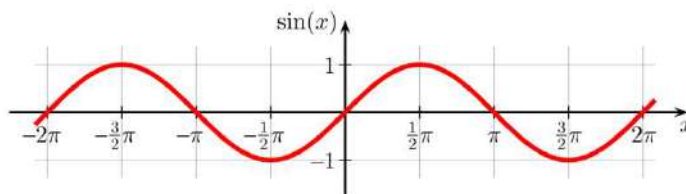


Дидактичні додатки, які можна використати на уроках даної теми

Завдання 1. Якщо рулончик паперу розрізати навскоси і розгорнути його, то край паперу виявиться розрізаним по синусоїді (рис. 1, а). Цікаво, що проекція на площину гвинтовий лінії також буде синусоїдою (рис. 1, б).



(рис. 1, а).



(рис. 1, б).

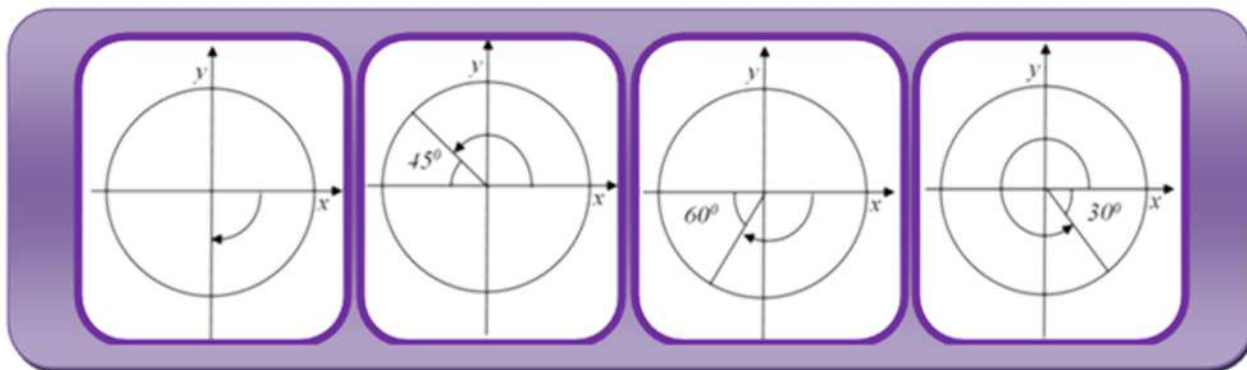
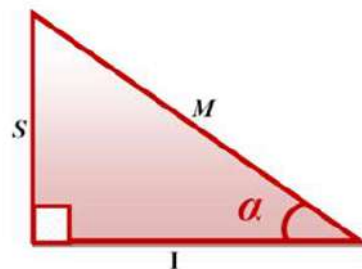
Завдання 2. **Фронтальне опитування** (за кожну вірну відповідь учень одержує два бали).

1. Які тригонометричні функції вам відомі?
2. Сформулювати означення тригонометричних функцій гострого кута у прямокутному трикутнику.

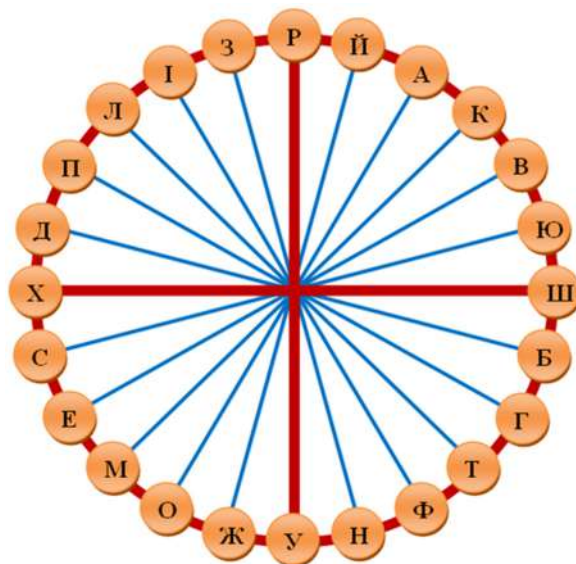
3. Записати відношення тригонометричних функцій для кута α у прямокутному трикутнику **MIS**

4. Сформулювати означення синуса і косинуса довільного кута

5. Сформулювати означення тангенса та котангенса кута.
6. Які існують системи вимірювання кутових величин?
7. Записати знаки тригонометричних функцій у координатних четвертях.
8. Записати градусні міри кутів, зображених на малюнках.



9. Користуючись малюнком кола з центром у початку координат, зобразити кути та впишіть відповідні букви у клітинки



60^0	90^0	-30^0	-90^0	225^0	-150^0	-75^0	-45^0

10. Продовжити формули:

● $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$

● $\operatorname{tg} \alpha =$

● $\operatorname{ctg} \alpha =$

● $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha =$

● $\cos(\alpha + \beta) =$

● $\sin(\alpha + \beta) =$

● $\cos(\alpha - \beta) =$

● $\sin(\alpha - \beta) =$

● $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) =$

● $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) =$

● $\sin 2\alpha =$

● $\cos 2\alpha =$

● $\operatorname{tg} 2\alpha =$

Відповіді до запитань фронтального опитування

1. Синус, косинус, тангенс, котангенс.

2. Синусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до гіпотенузи. Косинусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до гіпотенузи. Тангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до прилеглого. Котангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до протилежного.

3. $\sin \alpha = \frac{s}{m}$; $\cos \alpha = \frac{l}{m}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{l}$; $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{l}{s}$

4. Синусом кута називається відношення ординати точки кола до його радіуса. Косинусом називається відношення абсциси точки кола до його радіуса.

5. Тангенсом кута називають відношення ординати точки кола до абсциси. Котангенсом кута називають відношення абсциси точки кола до ординати.

6. Градуси, радіани.

7. Знаки тригонометричних функцій:

Чверть	Синус	Косинус	Тангенс, Котангенс
I	+	+	+
II	+	-	-
III	-	-	+
IV	-	+	-

8. $-90^\circ, 135^\circ, -120^\circ, 330^\circ$

9.

60°	90°	-30°	-90°	225°	-150°	-75°	-45°
а	р	г	у	м	е	н	т

10.

$$\bullet \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\bullet \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\bullet \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\bullet \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\bullet \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\bullet \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\bullet \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\bullet \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\bullet \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\bullet \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\bullet \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\bullet \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Завдання 3. Гра «Чи вірите ви, що...?» (слайд)

Відповідаючи першим вірно, учень на дошку приліплює частину вислову.

1				2				3				4				5				6				
П	р	о	г	р	а	є		н	є	т		о	й	,		х	т	о		в	т	о	м	
7				8				9				10				11				12				
и	в	с	я	,		а		т	о	й		х	т	о		з	у	п	и	и	и	в	с	я

1. Найбільше значення функції $y = \sin x$ дорівнює 1?
2. Найменше значення функції $y = \cos x$ дорівнює -1?
3. Найбільше значення функції $y = \operatorname{tg} x$ дорівнює $\sqrt{3}$?
4. Найбільшого значення функції $y = \operatorname{ctg} x$ не існує?
5. У I чверті всі тригонометричні функції додатні?
6. У IV чверті тільки функція $y = \cos x$ від'ємна?
7. Функція $y = \operatorname{tg} x$ зростаюча на $D(f)$?
8. Функція $y = \cos x$ зростаюча на $D(f)$?
9. Період тригонометричних функцій дорівнює 2π ?
10. З усіх тригонометричних функцій тільки функція $y = \cos x$ парна?
11. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right) = 1$?
12. $\cos \frac{\pi}{2} = 1$?

Завдання 4. Гра «Математичне доміно» (слайд)

+3бали - хто перший, +2бали – хто другий, 1бал – хто третій, 0балів – самі не зробили.

$\cos \alpha = \frac{1}{2}$ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$= \operatorname{ctg} \beta$	$\cos \frac{\pi}{6} =$	Якщо $A\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, тоді	$0 =$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$	Знак $\cos 715^\circ$	$= \cos \frac{\pi}{2}$	Зростає	$= 1$
$y = \sin x$ у I чверті...	від'ємний	$= 2 \sin \frac{\pi}{2}$	$\operatorname{tg}(-45^\circ) =$	додатний
$= T(\cos x)$	Не існує	$= -1$	$2\pi =$	$= \sqrt{3}$
Знак $\operatorname{tg} 305^\circ$	$2 =$	$= \frac{1}{2}$	$\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} =$	$\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}$
				$\cos 60^\circ =$

Тепер послухаємо про властивості функцій, які описують коливання, або що про це знають члени наших команд. Кожна з груп готує та доповідає інформацію про одну з тригонометричних функцій: на колі та на графіку.

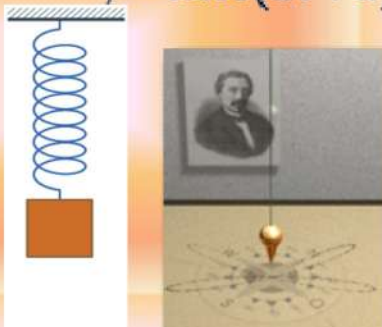
5.2 Повідомлення учня (застосування тригонометричних функцій у фізиці)

Гармонічні коливання (презентація до виступу). Періодичні зміни фізичної величини в залежності від часу, які відбуваються за законом синуса або косинуса називаються гармонічними коливаннями. Рівняння гармонічних коливань $y = A\sin(\omega t + \alpha)$, $y = A\cos(\omega t + \alpha)$.

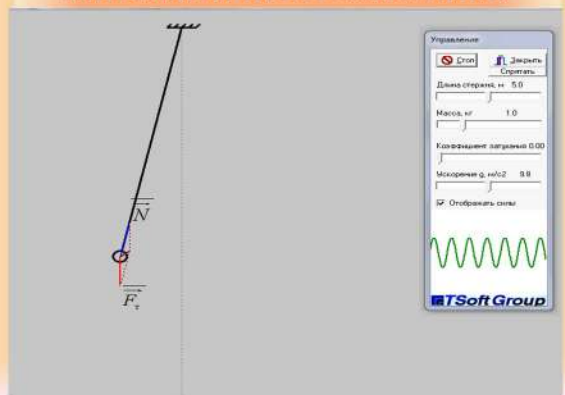
Періодичні зміни фізичної величини в залежності від часу, які відбуваються за законом синуса або косинуса називаються гармонічними коливаннями.

Рівняння гармонічних коливань :

$$y = A\sin(\omega t + \alpha)$$

$$y = A\cos(\omega t + \alpha)$$


Гармонічні коливання математичного маятника



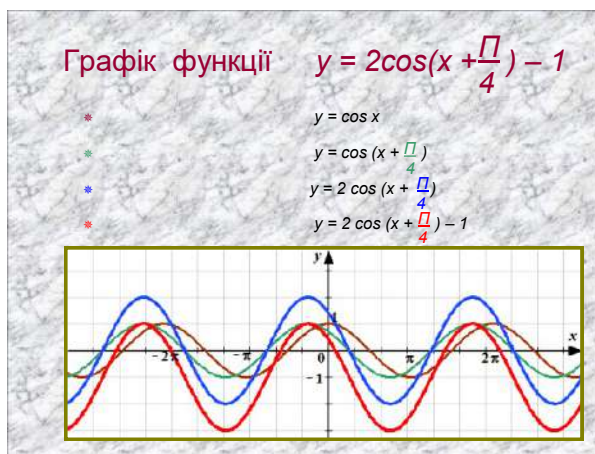
Основні характеристики гармонічних коливань:

1. A – амплітуда коливань; характеризує найбільше відхилення точки, що коливається від положення рівноваги;
2. $\omega t + \alpha$ – фаза коливань, яка визначає стан коливальної системи у будь-який момент часу [рад];
3. α – початкова фаза коливань;
4. ω – кутова швидкість [рад/с];
5. t – час [с];
6. $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – період коливань [с] – це час, за який точка здійснює одне повне коливання;
7. $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ – частота коливань. Вона показує скільки коливань здійснює точка за 1с.

5.3 Робота в групах

Скласти алгоритм побудови графіка функції

$$y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1$$



5.4 Установіть відповідність між функціями (1-4) та геометричними перетвореннями графіка функції $y = \sin x$ (А-Д)

1. $y = \sin x + 4$ (Відповідь Б)
2. $y = \sin 4x$ (Відповідь В)
3. $y = \sin(x - 4)$ (Відповідь Д)
4. $y = 4\sin x$ (Відповідь Г)

А Графік функції $y = \sin x$ перенесли паралельно на чотири одиниці ліворуч

Б Графік функції $y = \sin x$ перенесли паралельно на чотири одиниці вгору

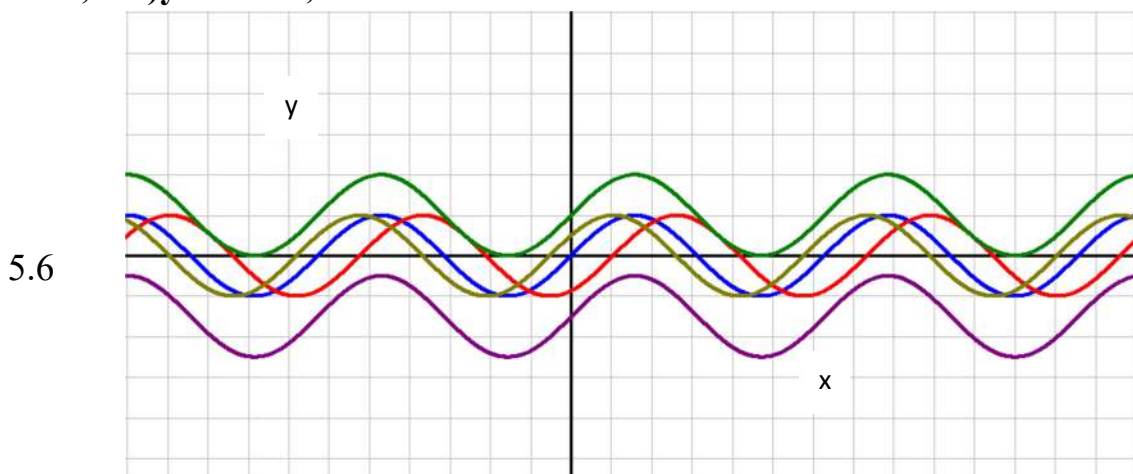
В Графік функції $y = \sin x$ стиснули до осі Оу у чотири рази

Г Графік функції $y = \sin x$ розтягнули від осі Ох у чотири рази

Д Графік функції $y = \sin x$ перенесли паралельно на чотири одиниці праворуч

5.5 Слово викладача.

Кожній команді, користуючись графіком функції $y = \sin x$, необхідно побудувати наступні графіки функції: 1) $y = \sin(x - \pi/6)$; 2) $y = \sin(x + \pi/3)$; 3) $y = \sin x + 1$; 4) $y = \sin x - 1,5$



Інтерактивний метод «Акваріум»

Викладач нагадує вислови, що є основою інтерактивного навчання:

Те, що я чую, я забуваю,

Те, що я бачу та чую, я трохи пам'ятаю.

Те, що я чую, бачу та обговорюю, я починаю розуміти.

Коли я чую, бачу, обговорюю та роблю, я набуваю знань і навичок.

Коли я передаю знання іншим, я стаю майстром

Використовуючи наступний метод, необхідно побудувати графік функції:

$$y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

(Четверо учнів займають окреме місце – так званий “Акваріум”, де будуть вголос обговорювати завдання та коментувати його виконання. Решта учнів знаходяться у “зовнішньому колі”; вони спостерігають за тими, хто знаходиться в “Акваріумі”).

Висловлювання учнів із групи “Акваріум” можуть бути такими:

учень А. Спочатку знайдемо область визначення функції.

учень Б. Область визначення: $\cos x \neq -1$.

учень В. Тоді $x \neq \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

учень Г. Використаємо для перетворення чисельника синуса подвійного кута.

учень А. Тоді в чисельнику будемо мати: $2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$.

учень Б. У знаменнику дробу вираз $1 + \cos x$ подамо як $2 \cos^2 \frac{x}{2}$.

учень В. Скорочуємо дріб на $2 \sin \frac{x}{2}$.

учень Г. Отримаємо: $y = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}$.

учень А. Остаточно будемо мати: $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

учень Б. Мусимо зауважити, що $\cos \frac{x}{2} \neq 0$.

учень В. Тобто $\frac{x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$ і $x \neq \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

учень Г. Ці значення ми вже виключили, коли знаходили область визначення функції.

учень А. Обговорення закінчене.

учні, які знаходяться у “зовнішньому колі”, аналізують правильність перетворень аналітичного виразу функції та висловлювань членів групи “Акваріум”, ставлять запитання та роблять уточнення. І тільки тоді розв’язування записують на дошці. Члени групи “Акваріум” по черзі працюють біля дошки. Інші учні роблять записи в зошитах.

Після закінчення роботи “зовнішнє коло” аналізує роботу “акваріума” в цілому і кожного члена групи окремо, висловлює побажання, відзначає найактивніших.

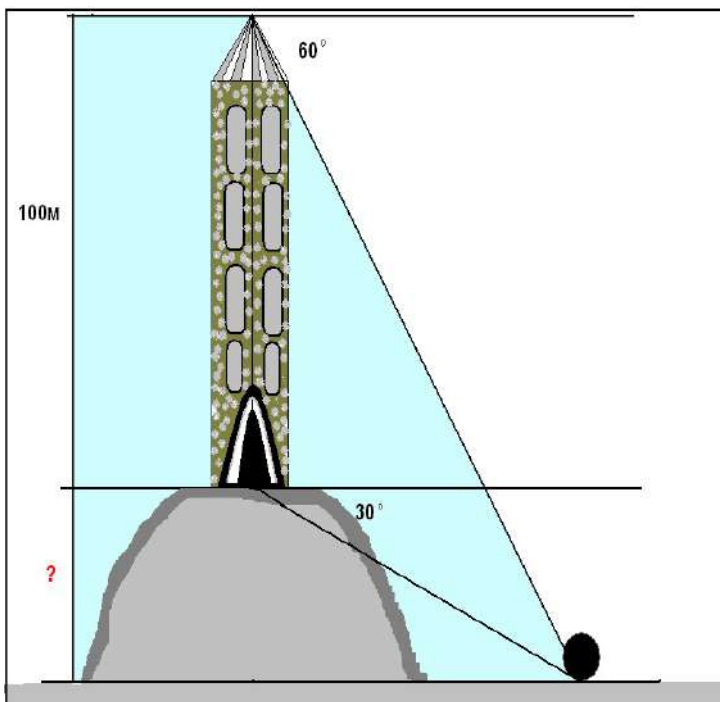
6 «Якщо залишається час...»

Тригонометрія вивчає зв'язки між довжинами і кутами в трикутниках та інших фігурах, якщо деякі з цих величин відомі, інші можна обчислити. Тригонометрія має велике практичне значення в навігації, астрономії і топографії.

«Мозковий штурм»

Задача

На горі побудована вежа, висота якої 100м. Біля підніжжя гори лежить камінь. Цей камінь видно з вершини вежі під кутом 60° до горизонту, а з входу в вежу – під кутом 30° до горизонту. Знайдіть висоту гори.



7 Підведення підсумків, оцінювання знань ученьів.

Викладач. Здати листки с.о керівнику групи для аналізу і звіту. Керівникам звіт з листами здати після аналізу до наступного заняття.

8 Домашнє завдання

1. Дано коло, центр якого збігається з початком координат, радіус дорівнює 10см, горизонтальний діаметр лежить на осі x . Точка рухається рівномірно по цьому колу проти годинникової стрілки, виконуючи два повних оберти за секунду. Початкове положення точки збігається з правим кінцем горизонтального діаметра.

а) Складіть формулу, яка виражає закон змінювання ординати цієї точки залежно від часу.

- б) Знайдіть ординату точки через $\frac{1}{16}; \frac{1}{12}; \frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}$ с після початку руху.
- в) В які моменти часу положення точки на колі вперше збігається з кінцями горизонтального і вертикального діаметрів?
2. Побудувати графік функції: $y = -\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Література довідкова:

- 1 В. Фирсов, Тайная жизнь чисел. – Москва: Центрполиграф, 2002. – 212с
2. Ващенко Л. Інноваційні процеси в системі загальної середньої освіти особливості управління // Освіта і управління. – 2003. – т. 6. - №3. – С. 97 – 104
3. Віняр Л. Інновації на уроках // Математика в школах України : науково-методичний журнал. – 2006. – №2. – С.23-27
4. Віняр Л. Математичне доміно. Інтерактивні ігри для 6-11 класів //Математика в школах України : науково-методичний журнал. – 2006. – №20. –С.15-18
5. Дичківська І. М. Інноваційні педагогічні технології : Навчальний посібник. –К.:Академвидав, 2004. – 352 с. (Альма-матер)
6. Інноваційний потенціал освіти Полтавщини. Збірник статей. – Полтава:ПОІППО, 2005. – 104 с.
7. Інтерактивні технології навчання: теорія, досвід: Методичний посібник. /Авт.-уклад. О. Пометун, Л. Пироженко. – 2004. – 243 с.
8. Інтерактивні технології навчання: теорія, досвід: Методичний посібник. /Авт.-уклад. О. Пометун, Л. Пироженко. – 2007. – 217 с.
9. Клепко С. Ф. Наукова робота і управління знаннями: навчальний посібник. –Полтава: ПОІППО, 2005. – 201 с.
10. М.Д. Касьяненко, Підвищення ефективності навчання математики. – К. :Рад. школа,1980. – 156с.
11. Методика викладання математики. Науково-методичний збірник. – К. : Рад.школа, 1974. – 144с.
12. Пометун О., Пироженко Л. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання : Науково-методичний посібник. – К. : А.С.К., 2004. – 178 с.
13. Прохорова О. Впровадження сучасних педагогічних технологій в практику роботи // Математика в школах України : науково-методичний журнал. – 2006. – №14. – 213 с.
14. Сиротинко Г. Сучасний урок : інтерактивні технології навчання. – Х. :Видав, гр. «Основа», 2003. – 117 с.

РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ НА ТЕМУ «АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ ТА НАЙПРОСТІШІ НАСЛІДКИ З НИХ»

*Тетяна Гриневич,
викладач математики
ДПТНЗ «Сарненський
професійний аграрний ліцей»*

Тема: Аксиоми стереометрії та найпростіші наслідки з них.

При вивченні теми «Аксиоми стереометрії та наслідки з них» учням доцільно поставити питання, які створять проблемну ситуацію.

Наприклад:

“За допомогою двох ниток столяр перевіряє рівність чотирьох ніжок стола. Як він це робить?”



“Чому велосипед на трьох колесах тримається, а на двох падає?”

Після вивчення аксіом стереометрії та наслідків з них можна дати відповідь на питання про триколісний велосипед. Разом з тим попросити учнів навести приклади використання аксіоми «Через три точки, які не лежать на одній прямій можна провести площину і до того ж тільки одну».

Чому мотоцикл із коляскою стоїть на дорозі стійко, скутеру без коляски потрібна додаткова опора?

Розв'язання.



Тому що мотоцикл з коляскою має три точки опори (колеса), через які можна провести лише одну площину, а скутер - лише дві точки, через які можна провести безліч площин.

Як пояснити чому велосипед на двох колесах не тримається?

Розглядаємо ситуацію, зробивши математичну модель. Колеса велосипеда мають дві точки дотику до площини на яку він поставлений. За аксіомою планіметрії «Через дві точки можна провести пряму і до того ж тільки одну» проведемо через ці точки пряму.

Скільки площин можна провести через одну пряму?

Відповідь: Безліч.

Відповідно, площина велосипеда, якщо його



відпустить, опише при падінні всі площини, які можна провести через одну пряму.

Тесля виявляє недоліки в обробці дерев'яного бруска або дошки, дивлячись уздовж обробленої поверхні. На чому ґрунтується така перевірка?

Потрібно скористатися аксіомою «Якщо дві точки прямої належать площині, то і вся пряма належить цій площині».

Задача про столяра

Столяр перевіряє, чи лежать кінці ніжок стільця або стола в одній площині, прикріпивши до кінців ніжок навхрест дві нитки. На чому ґрунтується така перевірка?

Розв'язання.



Дві прив'язані навхрест нитки розглядаємо як дві прямі, що перетинаються. А через такі прямі можна провести лише одну площину.

Задача про двері



Чому замкнені двері нерухомі, а незамкнені легко відчиняються?

Розв'язання.

Двері тримаються на завісах. Зазвичай їх дві. Розглядаємо їх як дві точки, через які можна провести одну пряму. А через одну пряму можна провести безліч площин. Двері при відкриванні описують положення цих площин. Якщо ж ми зафіксуємо двері замком, то маємо три точки, які не лежать на одній прямій, але завжди лежать в одній площині. Іншого положення дверей в цьому випадку бути не може.

Для перевірки засвоєння теми пропонуємо учням пройти тестування в програмі «ТЕСТ 2012» (тестовий файл - Аксіоми стереометрії та наслідки з них.tsm).

Тести

1. Якщо дві різні прямі мають спільну точку, то вони:

- *1) визначають площину й тільки одну
 - 2) перетинаються або збігаються
 - 3) утворюють вертикальні кути
 - 4) утворюють суміжні кути
 - 5) лежать в різних площинах
-

2. Через пряму й точку, яка не лежить на ній, можна провести:

- 1) пряму, яка перетинає дану
 - 2) дві площини, що перетинаються
 - 3) єдину паралельну пряму
 - *4) тільки одну площину
 - 5) єдину паралельну площину
-

3. Через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести на площині:-

- 1) єдину площину, що перетинає цю пряму
 - 2) пряму, що перетинає дану, і лише одну
 - *3) не більш як одну пряму, паралельну даній
 - 4) дві прямі, що перетинають дану
 - 5) безліч прямих, які не перетинають даної
-

4. Яка б не була пряма, існують точки, які:

- 1) належать лише цій прямій
 - *2) належать і не належать їй
 - 3) лежать в одній півплощині відносно неї
 - 4) лежать у різних півплощинах відносно неї
 - 5) належать іншій прямій
-

5. Геометрія - це наука, яка вивчає:

- 1) геометричні фігури у просторі
 - 2) геометричні фігури на площині
 - *3) властивості геометричних фігур
 - 4) властивості геометричних фігур у просторі
 - 5) властивості геометричних фігур на площині
-

6. Через будь-які дві точки можна провести:

- 1) дві паралельні прямі
- 2) дві різні площини
- 3) площину й тільки одну
- 4) прямі, які перетинаються
- *5) тільки одну пряму

7. Стереометрія - це розділ геометрії, у якому вивчаються:

- 1) геометричні фігури
 - 2) властивості геометричних фігур
 - 3) геометричні фігури на площині
 - *4) властивості геометричних фігур у просторі
 - 5) властивості геометричних фігур на площині
-

8. Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони:

- 1) утворюють кут з вершиною у цій точці
 - 2) суміщаються паралельним перенесенням
 - 3) є дотичними одна до одної
 - *4) перетинаються по прямій, що проходить через цю точку
 - 5) мають безліч спільних точок, що утворюють пряму
-

9. Через пряму й точку, що не лежить на цій прямій, можна провести:

- 1) єдину паралельну пряму
 - 2) єдину паралельну площину
 - 3) дві площини, що перетинаються
 - 4) єдину площину
 - *5) пряму, яка перетинає дану пряму
-

10. Площина й пряма, яка не належить їй:

- *1) або перетинаються в одній точці, або не перетинаються
 - 2) перетинаються в одній точці
 - 3) не перетинаються
 - 4) не мають спільних точок
 - 5) дотикаються
-

11. Якщо дві точки прямої належать площині, то:

- 1) пряма й площина перетинаються
 - *2) і вся пряма належить цій площині
 - 3) пряма й площина паралельні
 - 4) пряма й площина перетинаються
 - 5) площині належать деякі точки прямої
-

12. Через три точки, які не належать одній прямій, можна провести:

- 1) безліч прямих
- 2) безліч площин
- 3) дві паралельні прямі
- *4) єдину площину
- 5) єдиний трикутник

РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ НА ТЕМУ «ЦИЛІНДР»

*Тетяна Гриневич,
викладач математики
ДПТНЗ «Сарненський
професійний аграрний ліцей»*

Тема уроку: Циліндр.

*Яка користь у тому, що ти багато знав,
якщо ти не вмів застосовувати свої
знання до твоїх потреб.*

Ф. Петрарка

Поняття циліндра знайоме учням, тому можна використати технологію **«Перевернутий клас»** для поглиблення знань з теми.

Запропонувати учням підготувати питання і створити презентації :

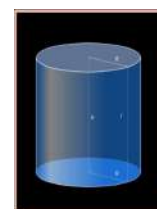
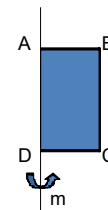
- Означення циліндра та його елементів.
- Історична довідка про циліндр.
- Циліндр в нашому житті (пропоную презентацію).

Пропонуємо навести приклади, (які не були наведені) де ще можна зустрітися з циліндром.

Проблемне питання: Чому циліндр називають тілом обертання?

Заслухати відповіді учнів, якщо не буде правильної, то продемонструвати на моделі або на малюнку.

Циліндр – тіло утворене при обертанні прямокутника навколо його сторони як осі.



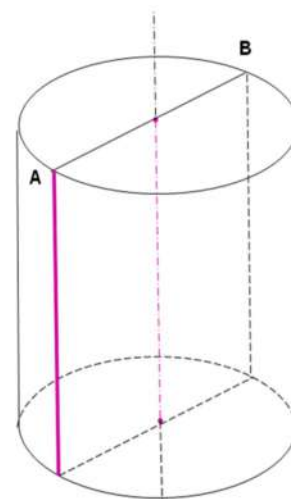
Контроль знань (тестування в програмі ТЕСТ2012)

1. АК –

- а) твірна циліндра;
- б) радіус циліндра;
- в) діаметр основи циліндра;
- г) хорда;
- д) вісь циліндра.

2. АО –

- а) твірна циліндра;
- б) радіус циліндра;



- в) діаметр основи циліндра;
- г) вісь циліндра;
- д) інша відповідь

3. OO_1 –

- а) твірна циліндра;
- б) радіус циліндра;
- в) діаметр основи циліндра;
- г) вісь циліндра;
- д) інша відповідь

4. $ABCK$ –

- а) твірна циліндра;
- б) радіус циліндра;
- в) діаметр основи циліндра;
- г) осьовий переріз циліндра;
- д) інша відповідь

5. Твірна циліндра дорівнює 6 см, радіус – 4 см. Знайти площу осьового перерізу циліндра.

- а) 24см^2 ; б) 12см^2 ; в) 48см^2 ; г) 20см^2 ; д) інша відповідь.

6. Дано циліндр, осьовим перерізом якого є квадрат зі стороною 10 см. Знайти площу основи циліндра.

- а) 100см^2 ; б) 25см^2 ; в) $25\pi\text{см}^2$; г) $50\pi\text{см}^2$; д) інша відповідь.

Циліндр в комп'ютерній техніці.

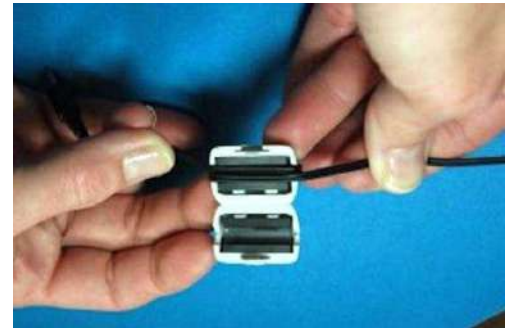
Всі бачили і знають, що на кабелі живлення ноутбука і кабелі живлення екрану комп'ютера є циліндр. Та й сам кабель теж циліндричної форми. Але мало хто цікавиться навіщо потрібен циліндр на кабелі і, тим більше з чого він складається. Давайте розберемося.

Кожен комп'ютер - дуже гучний пристрій і під час роботи проєктує електромагнітні шуми. Кабель живлення, частково діючи як антена, активно випромінює перешкоди, згенеровані всередині комп'ютера, в зовнішнє середовище. Щоб ця обставина не сильно псувала вам життя і задоволення від роботи, кабель забезпечили насадкою-циліндром.



А що стане, якщо циліндра не буде і, до того ж, шнур не буде мати спеціального обплетення? В цьому випадку ви отримаєте:

- часті перешкоди в зображенні на екрані «без видимої причини»;
- настирливий фоновий звук, який буде видавати кабель.

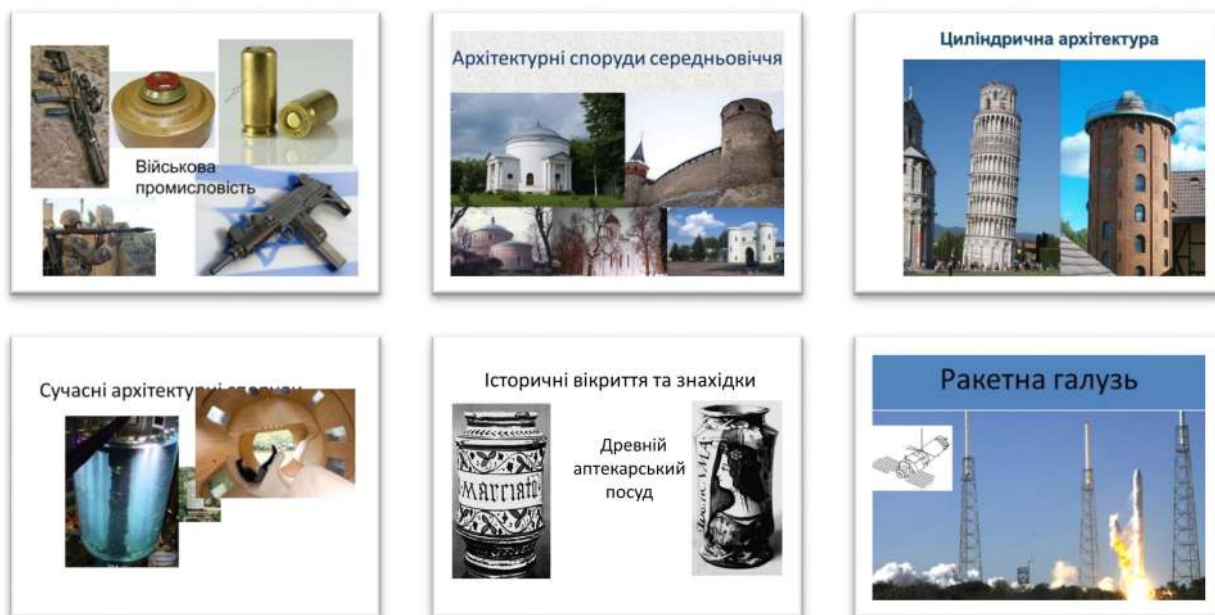


Такі дрібниці, звичайно ж, ніяк не сприятимуть довгій і продуктивній роботі з комп'ютером.

Раніше для усунення перешкод доводилося екранувати весь кабель мідною опліткою. Тепер же достатньо використовувати набагато більш дешеве феритове кільце — маленька, майже непомітна деталь серйозно спростила життя виробникам техніки.

Додаток до уроку, презентація





РОЗРОБКА ІНТЕГРОВАНОГО УРОКУ З МАТЕМАТИКИ ТА ФІЗИКИ НА ТЕМУ «РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ»

Петро Прендецький,
викладач математики
вищого професійного училища №25
смт Демидівка

Тема: Розв’язування прикладних задач.

Мета: Систематизувати знання учнів про види задач; вчити винахідливості, підприємливості в поєднанні з точними науками; розвивати поняття, які вивчаються, і набути умінь та навички логічного мислення; виховувати любов до природи.

Обладнання: кабінет оформлений плакатами, схемами.

Тип уроку: Комбінований.

*”Недостатньо тільки отримати знання; їх треба застосувати.
Недостатньо тільки бажати; треба діяти.”*

Йоганн Вольфганг фон Гете.

Підготовка до уроку: клас ділиться на дві команди:

I команда— математики;

II команда— фізики.

Хід уроку

Вступ.

Учитель математики:

Роль математики у вихованні винахідливості, фінансової грамотності, підприємливості полягає в тому, що методом доцільно підібраних задач, функціональних залежностей можна навчитися розуміти окремі поняття, переваги ведення приватного господарства, прищепити навички раціонального використання природних ресурсів, розкрити роль математики у пізнанні найбільш загальних і фундаментальних законів природи, створити базу для формування наукового світогляду.

Учитель фізики:

У галузі енергетики дедалі більше зростає попит на атомників, інженерів, які освоюють альтернативні види енергії та відновлювані джерела енергії (водень, вода, сонячна енергія, енергія вітру, біологічне паливо). Найвідомішим інноватором останніх років, безсумнівно, є інженер і винахідник Ілон Маск, засновник PayPal, Tesla Motors і SpaceX. Саме він запускає приватні космічні кораблі, будує електрокари Tesla, займається виробництвом сонячних панелей для генерації електроенергії та хоче втілити ідею створення постійної та самодостатньої людської присутності на Марсі — місто Mars City. Віднедавна Ілон Маск будує в пустелі супершвидкісний потяг Hyperloop, а 16 листопада 2017 року представив світу електричну вантажівку Tesla Semi із запасом ходу 500 миль (понад 800 км) і розгоном від нуля до 60 миль (96 км) усього за п'ять секунд.

Учитель математики:

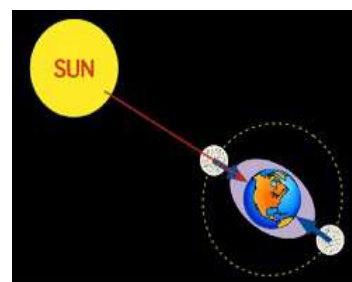
І тому сьогодні у нас незвичайний урок. Ми прослухавши все вище сказане створимо бізнес-проект вигідного вкладення стартового фінансового капіталу для отримання стратегічної вигоди в перспективі, і щоб він задовільняв таким умовам:

- 1) сучасний;
- 2) науково-обґрунтований;
- 3) фінансово-рентабельний.



Учитель фізики:

Охорона навколишнього середовища - найактуальніша проблема сьогодення. Природні ресурси, які дають нам енергію вичерпуються. Але є вид енергії, який ми використовуємо не в повній мірі, а саме — сонячна енергія.



Учитель математики:

Ми з'ясуємо, що вигідніше – відкрити депозитний вклад у банку, чи вкласти у бізнес-проект?



Учитель фізики:

Встановлення мережевої станції – найпростіший і практичний спосіб використання сонячної електроенергії.

Для роботи такої станції не потрібні дорогі акумулятори, ні складні прилади керування. Ви просто встановлюєте фотомодулі, підключаєте їх до мережевого інвертора, а інвертор – до електромережі через пристрій обліку електричної енергії. Автоматика інвертора синхронізує його з електромережею і забезпечує відключення станції у випадку аварійного режиму роботи електромережі.



Команда фізиків приготувала цікаві факти.

Цікаві факти:

1. Мережева станція призначена для зменшення споживання електроенергії з мережі або для вироблення електроенергії в мережу з подальшим продажем за “Зеленим тарифом”. Мережева станція не комплектується АКБ і не може використовуватися в якості єдиного джерела енергії.

Згідно [Постанови НКРЕКП від 30.03.2017 № 428](#), тариф на електричну енергію для приватних домогосподарств, які виробляють електричну енергію із енергії сонячного випромінювання об'єктами електроенергетики, які вмонтовані (встановлені) на дахах і/або фасадах приватних домогосподарств (будинків, споруд), величина встановленої потужності яких не перевищує 50 кВт, і які введені в експлуатацію складає:

Період	Тариф без ПДВ
с 01 січня 2017 по 31 грудня 2019 года	521,09 коп/кВт•год
с 01 січня 2020 по 31 грудня 2024 года	468,36 коп/кВт•год
с 01 січня 2025 по 31 грудня 2029 года	417,18 коп/кВт•год

2. Підключення “Зеленого тарифу” для приватних осіб:

- Купити обладнання;
- Встановити обладнання;
- Зібрати необхідні документи для обленерго (схему станції, копію техпаспорту);
- Створити розрахунковий рахунок в банку;
- Встановити пристрій обліку електроенергії;
- Підписати з обленерго акт прийому-передачі електроенергії.

3. Використання **монокристалічних фотоелементів.**

Характеристики:

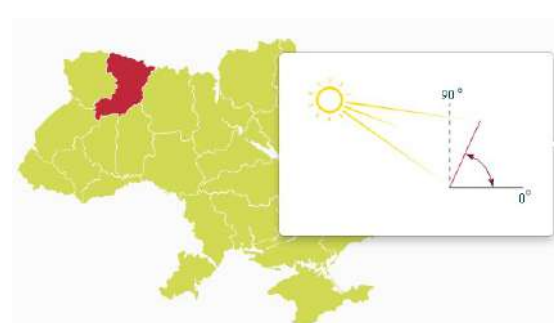
- ККД від 15 до 18 відсотків;
- Форма прямокутна;
- Товщина 0,2 – 0,3мм;
- Колір від темно-синього до чорного
- з антивідбиваючим покриттям або без покриття;
- Зовнішній вигляд – однорідний



Команда математиків:

Якщо в 2015–2016 роки за сонячну електростанцію потужністю 10 кВт потрібно було заплатити 16000–18000\$, то зараз вартість такої станції “під ключ” – 9000–10000\$.

При цьому ціна, по якій домогосподарства можуть продавати електроенергію, **більше, ніж в 3 рази перевищує** ціну, по якій вони її купують для своїх потреб — **5,54 грн/кВт•год (продаж) проти 1,68 грн/кВт•год (купівля).**



Пропонуємо розв’язати такі задачі:

Команда фізиків:

Задача 1. Встановлено, що найбільше електроенергії в річному еквіваленті

(10227 кВт*год) станція виробляє, якщо кут нахилу фотомодулів до горизонту становить 30^0 . Розрахувати яку кількість електроенергії виробить станція для продажу по “Зеленому тарифу”, якщо щомісячне використання електроенергії споживачем 150 кВт*год.

Розв’язання:

За рік споживається електроенергії $150 \cdot 12 = 1800$ кВт*год.

$10227 - 1800 = 8427$ кВт*год електроенергії можна продати по “Зеленому тарифу”

Відповідь: 8427 кВт*год.

Команда математиків:

Задача 2. Обчислити вартість виробленої електроенергії та електроенергії проданої по “Зеленому тарифу” за рік, та окупність станції на 10 кВт придбану за 10000\$?

Розв’язання:

вартість виробленої електроенергії за рік становить $10227 \cdot 5,54 = 56657,58$ грн., а вартість електроенергії проданої по “Зеленому тарифу” за рік буде

$8427 \cdot 5,54 = 46685,58$ грн.

Вартість станції по курсу 25,15 грн. за 1\$ становить $25,15 \cdot 10000 = 251500$ грн.

Окупність станції $251500 / 56657,58 = 4,44$ (років)

Період (роки)	Очікувані грошові потоки, грн
0	-251500,00
1	-194842,42
2	-138184,84
3	-81527,26
4	-24869,68
5	31787,9
6	88445,48



Задача 3. Обчислити дохід при вкладі в банк 10000\$ під 3,75% за складними відсотками.

Період (роки)	Очікувані грошові потоки, \$	Дохід, \$	Дохід, грн.
0	10000.00	0	0
1	10375.00	375	9431,25
2	10764.06	764,06	19216,11
3	11167.71	1167,71	29367,90
4	11586.50	1586,50	39900,48
5	12021.00	2021,00	50828,15
6	12471.79	2471,79	62165,52

Команда фізиків:

Кут нахилу фотомодулів ----- 30^0

Орієнтація фотомодулів ----- Південь

Власне споживання ----- $150\text{кВт}\cdot\text{год}$

Вартість по “Зеленому тарифу”--- $0,18\text{€}$



Команда математиків

Задача: Встановити у якому місяці найбільше виробляється, а в якому найменше – сонячної електроенергії за даною діаграмою

Відповідь: найбільше у липні, найменше – у грудні.

Команда фізиків

Цікаві факти про світло

Сонячний промінь долає відстань від Сонця до Землі зі швидкістю

$$c = 300000000 \text{ м/с}$$

Колективна робота з класом

Завдання пропонують для всіх учнів. Хто правильно розв’язав перший, той отримує найвищий бал.

Задача: За який приблизно час світло проходить відстань від Сонця до Землі – 150 млн км?

Підбиття підсумків:

Генерація сонячної електроенергії призводить:

- ✚ Вирішення екологічних проблем середовища;
- ✚ Продаж електроенергії в мережу по “Зеленому тарифу”;
- ✚ Вигідна інвестиція коштів з окупністю протягом 5 років;
- ✚ Освітлення, відеонагляд віддалених об’єктів.

Рефлексія.

1. Обговорення та обмін враженнями між учасниками проекту.
2. Гра «Незакінчені речення»:



Сьогодні я дізнався про...

3. Рефлексійне анкетування. Доберіть слова, які відображають ваші враження від роботи над проєктом.

Проект пройшов:

Змістовно,

Цікаво,

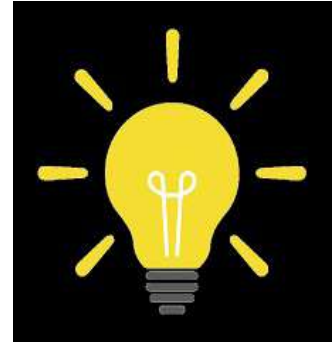
Корисно,

Ефективно

Недаремно

Результативно

Нецікаво



Я працював (-ла):

Творчо

Активно

Відповідально

Старанно

Енергійно

Незадовільно

Завзято

Домашнє завдання.

Задача №1 У сонячний день довжина тіні метрової лінійки дорівнює 24см, а довжина тіні від дерева – 3,6м. Визначте якомога безпечніше висоту дерева.

Задача №2 Знаючи розміри фотомодуля 1010х680х30. Обчислити їх кількість розміщення на поверхнях будівель площею 70м².

РОЗРОБКА STEM-УРОКУ З АЛГЕБРИ "ОБЧИСЛЕННЯ ПЛОЩ ПЛОСКИХ ФІГУР. ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛА ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ"

*Наталія Каштан,
викладач математики
ДПТНЗ «Рівненський центр
професійно-технічної освіти
сервісу та дизайну»*

Анотація

Автор презентує матеріали з досвіду роботи щодо впровадження елементів STEM-освіти як на уроках алгебри в старших класах. Розкриває можливості STEM-освіти у формуванні ключових компетентностей, необхідних для подальшого успішного навчання, пізнання навколишнього світу та вміння розв'язувати практичні, пізнавальні.

Розроблений урок поєднує в собі предмети алгебри, інформатику, технології з професії «Кравець» та «Кравець, закрійник».

На мою думку, під час навчання у професійно-технічних навчальних закладах не можна обійтися навчальними задачами, розв'язування яких не виходить за межі навчальної діяльності учня, її академічної активності. Одним із найбільш ефективних методів подолання цього недоліку навчання є використання типових професійних задач, що відповідають специфіці практики фахівця. У межах навчання учнів вони повинні виступати як навчально-професійні задачі. Професійно спрямовані завдання розглядаються як засіб формування професійного мислення учнів та підвищення мотивації самостійного навчання. Тому при вивченні теми «Обчислення площ плоских фігур. Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач» я пропоную використовувати задачі на знаходження площ лекал деталей одягу.

З ускладненням навчального матеріалу у старших класах, можливостей використання комп'ютерного моделювання стає дедалі більше. Середовище GeoGebra має всі необхідні інструменти для методичного супроводу шкільного курсу математики, зокрема і таких складних для засвоєння учнями тем як дослідження властивостей функцій; поняття похідної, її геометричний та фізичний зміст, поняття визначеного інтегралу та його геометричний зміст.

Моделювання математичних об'єктів та спостереження за процесом їх динамічних змін за допомогою інтерактивних креслень програми GeoGebra дозволяють формувати в учнів вміння виділяти характерні ознаки, встановлювати закономірності, робити узагальнення та висувати гіпотези.

Такий методичний підхід при викладанні математики дозволяє: оптимізувати навчальний процес, використовуючи час більш раціонально на різних етапах уроку; здійснювати диференційований підхід у навчанні; проводити індивідуальну роботу, використовуючи мобільні пристрої; знизити емоційне напруження на уроці, вносячи в нього елементи гри та ситуації успіху; сприяти розвитку пізнавальної активності учнів; реалізовувати міжпредметну інтеграцію.

Розробка STEM-уроку з алгебри «Обчислення площ плоских фігур. Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач», 11 клас

Тема: Обчислення площ плоских фігур. Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач

Мета:

Освітня:

Поглибити знання знаходження невизначеного і визначеного інтеграла, застосовувати їх обчислення до знаходження площ фігур.

Розвиваюча:

Розвивати математично грамотну мову, свідоме сприйняття навчального матеріалу, навички знаходження площ плоских фігур з використанням методів знаходження інтегралів. Використовувати економіко-математичний підхід до знаходження площ лекал деталей одягу.

Виховна:

Виховувати роботу в команді, пізнавальну активність, культуру спілкування, почуття відповідальності.

Обладнання:

комп'ютерний клас, мультимедійний проектор, екран або мультимедійна дошка, програма GeoGebra; презентація «Перетворення графіків функцій. Математичне моделювання», яка використовується при проведенні уроку; для менш підготовлених учнів - картки з алгоритмом практичної роботи;

на комп'ютерах учнів - шаблон в електронних таблицях для виконання практичної роботи (побудови графіків функцій) (*Додаток 1*).

Хід уроку

I. Організаційний момент.

Учитель вітається, перевіряє готовність учнів до уроку.

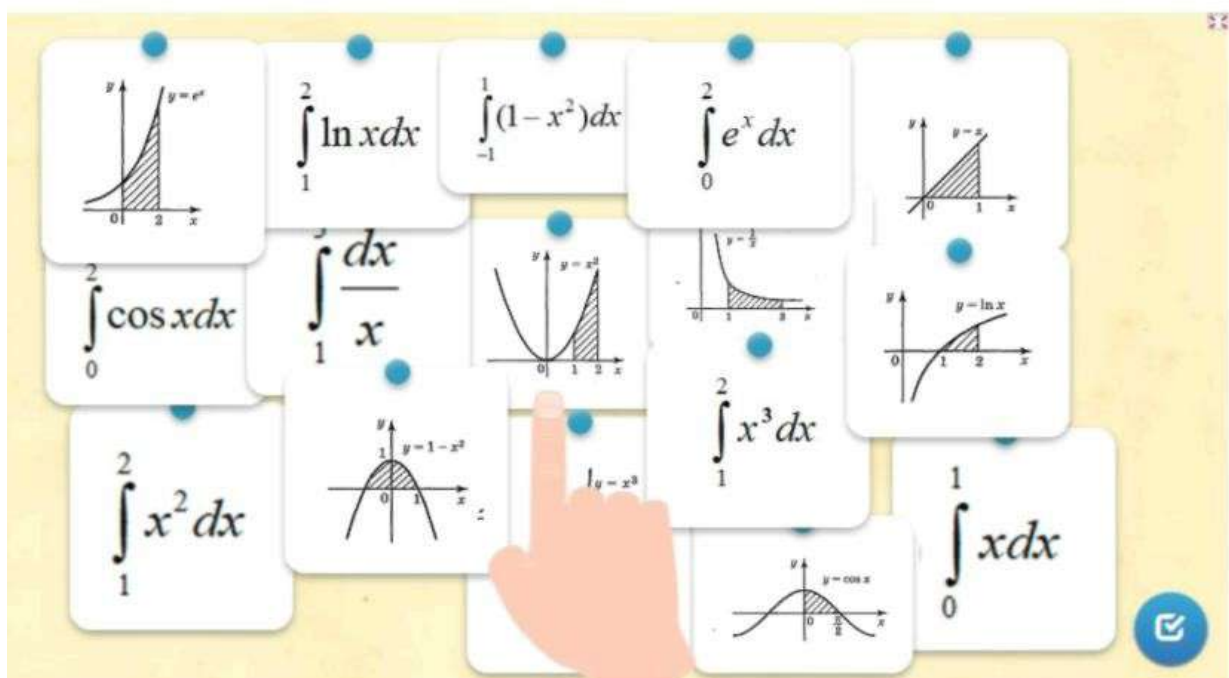
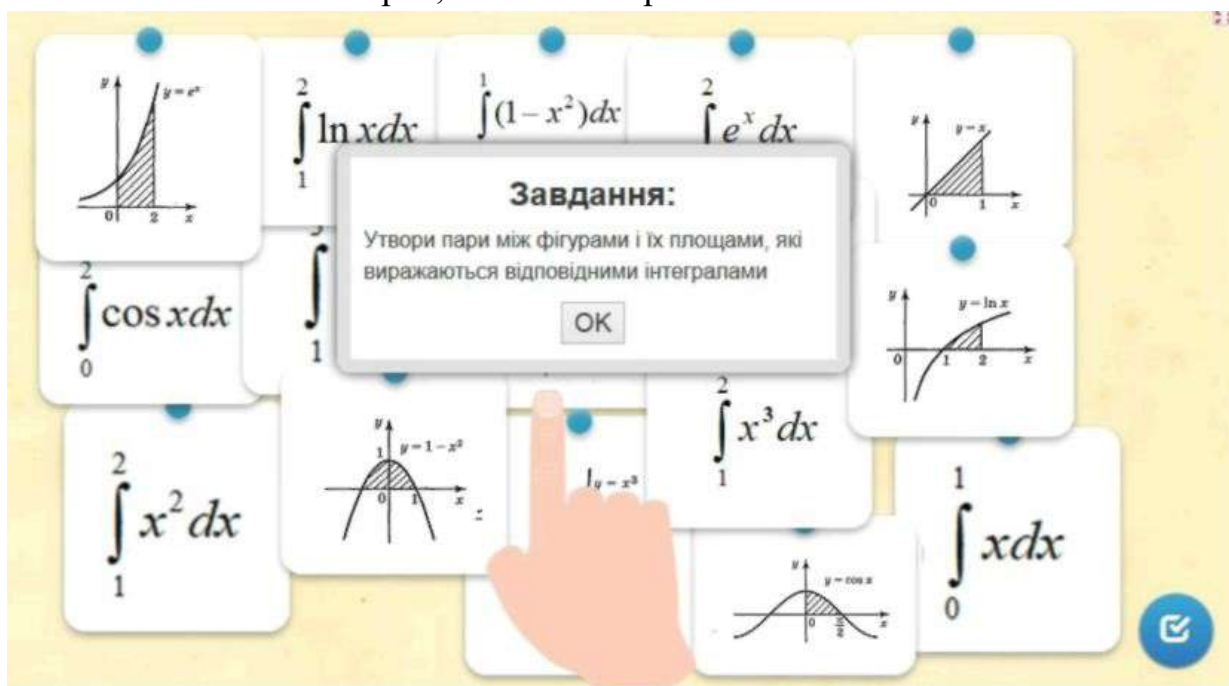
II. Актуалізація опорних знань і вмінь

Перед тим як приступити до вивчення нового матеріалу повторимо пройдений матеріал. Для цього скористаємося навчальним хмарним сервісом Learningapps (посилання на вправу <https://learningapps.org/4484101>)

Виконаємо завдання:

Утвори пари між фігурами і їх площами, які виражаються відповідними інтегралами

Визначений інтеграл, його геометричний зміст.



Вчитель демонструє вправу за допомогою проектора. Учні виконують вправу усно.

III. Пояснення нового матеріалу

Тепер перейдемо до вивчення нового матеріалу. (Слайд 1-2)
Спробуємо отримані знання застосувати на практиці і навчитися знаходити площу лекал. Для знаходження площ лекал деталей одягу вони розбиваються на елементарні математичні фігури: трикутники, прямокутники, квадрати, трапеції, кола, круги і їх частини (сектори, сегменти), розгортки конуса. Якщо фігури більш складні, застосовується ідентифікація з відомими графіками функцій, а потім визначається їх площа.

Інструменти, необхідні для проведення замірів, найпростіші. Це лінійка, трикутник, транспорир, циркуль.

Розрахунок площ лекал і 59іж лекальних випадів

Площа лекал є основним показником витрати матеріалу на одиницю виробу. Вона входить в структуру всіх норм витрат матеріалів У зв'язку з цим достовірність і точність визначення площі лекал має важливе значення.

Площа лекал визначається шляхом вимірювання повного комплекту лекал деталей або подетально. Існують кілька способів, серед яких основні геометричний і механізований.

При геометричному способі визначення площ лекал кожне лекало розбивають на ряд найпростіших геометричних фігур, площу яких підраховують окремо і потім підсумовують.

Ділянки, обмежені криволінійними контурами, апроксимують.

Механізований спосіб визначення площ лекал заснований на розрахунку площі лекала, коли в комп'ютер введені дані про контури лекал.

Площа 59іж лекальних випадів обчислюється як різниця між площею розкладки і корисною площею деталей.(слайд 3)

При знаходженні площі лекал деталей одягу навчальні заклади легкої промисловості традиційно застосовують «палетки» і геометричний способи розрахунку.

Рис. 1. Визначення площі лекала за допомогою палетки

Для цього необхідно:

- 1) заготовити палетку, яка представляє собою лист міліметрового паперу з нанесеними квадратами розміром 1см^2 . У правому верхньому кутку кожного квадрата вказати розмір площі наростаючою від нульового значення;
- 2) розташувати лекала на палітрі так, щоб по можливості зрівняти один

або два зрізи з обмежувальними лініями і визначити площу прямокутника, в який укладена лекала;

3) підрахувати площу відходів (з точністю до $0,01 \text{ см}^2$);

4) визначити площу деталі як різницю між площею прямокутника і площею відходів.

Для цього необхідно: (слайд 4)

1) розбити лекала деталі на прості геометричні фігури і визначити площу цих фігур, користуючись відомими математичними формулами (з точністю до $0,01 \text{ см}^2$). Ділянки, обмежені криволінійними контурами, апроксимують прямими лініями, і їх площа визначається з деякою похибкою;

2) знайти суму площ геометричних фігур: $S_{\text{л}} = S_1 + S_2 + \dots + S_n$

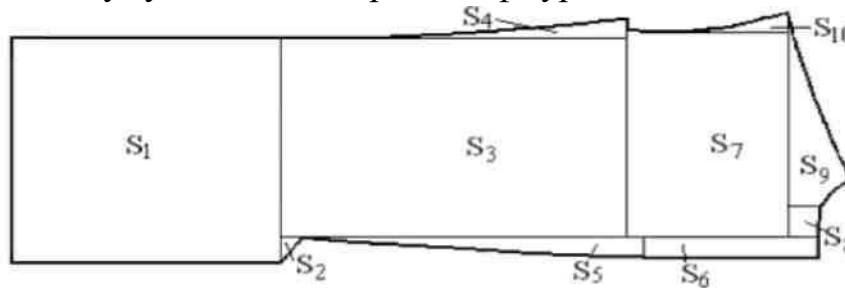


Рис. 2. Визначення площі лекала геометричним способом

Алгоритм дій при використанні програми GeoGebra: (слайд 5)

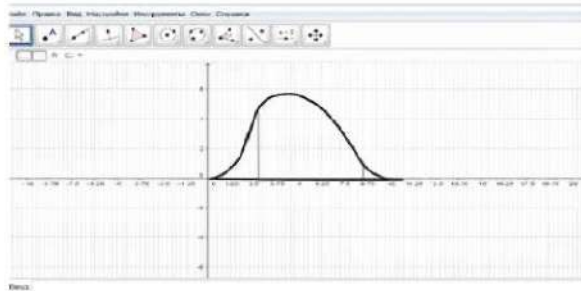
- Виконати розкладку комплектуючих лекал.
- Провести найоптимальнішим способом ділення кожного лекала на елементарні фігури.
- Знайти площі простих лекал деталей одягу.
- Ідентифікувати криволінійні лекала деталей одягу з стандартним набором математичних фігур.
- Для лекал деталей одягу, що описуються криволінійними трапеціями, визначити границі інтегрування.
- Знайти площі криволінійних трапецій.
- Визначити загальну площу комплекту лекал S_p .
- Розрахувати площу розкладки тканини S .
- Розрахувати площу 60їз лекальних випадів S_m .

10. Порівняти площу 60їз лекальних випадів з нормою 60їз лекальних випадів S_n ($S_m \leq S_n$).

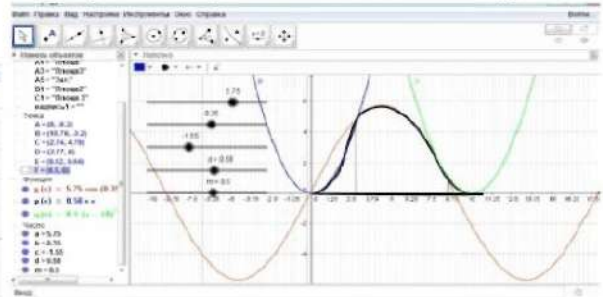
11. Зробити висновки.

Вчитель демонструє приклад використання програми «GeoGebra».

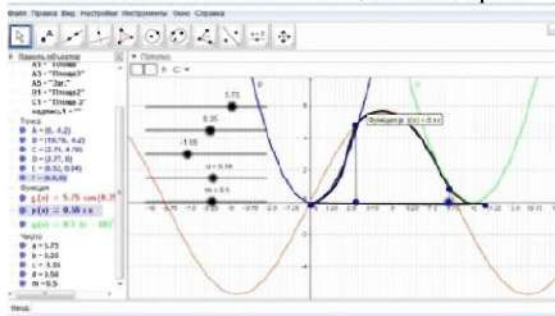
Запуск програми GeoGebra
Перенесення лекала або його частини в
площу GeoGebra



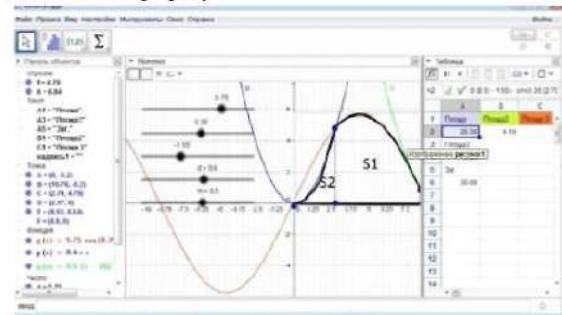
Опис межових деталей крою за допомогою
графіків конкретних математичних функцій



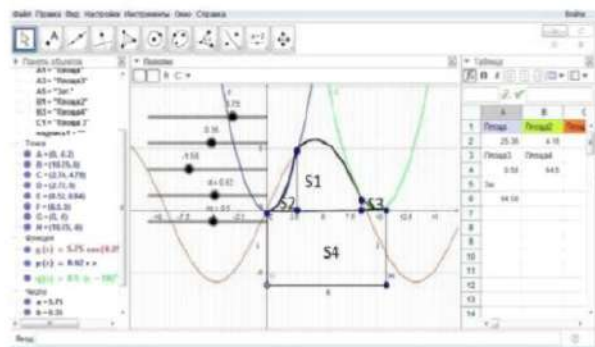
Визначення числових меж деталей крою



Визначення площі деталі крою за допомогою
формули Ньютона-Лейбніца



При необхідності додати отримані результати для визначення площі лекала деталі одягу

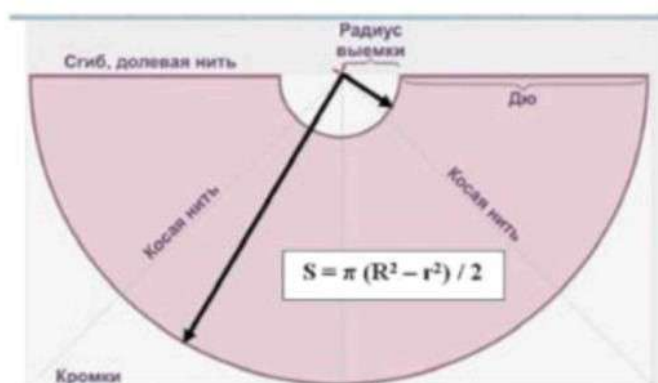


Наведено приклади розрахунків спрощеної форми обчислення площ лекал одягу, використовуючи відомі формули з математики та вищої математики. (слайд6-8)

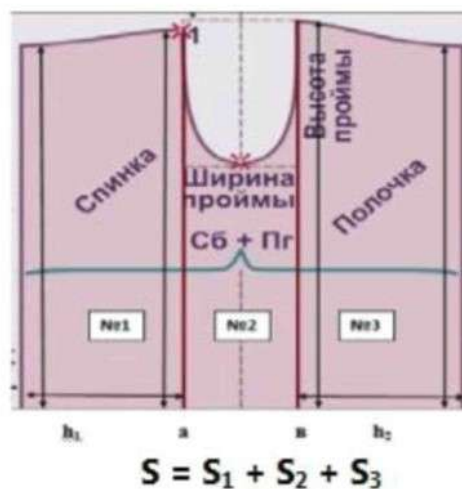
Номер фігури	Вид фігури	Вихідні дані	Розрахунок	Площа, см ²
№1	прямокутник	a, в — сторони прямокутника	$a \cdot v$	S1
№2	трапеція	a, в — основа трапеції; h — висота трапеції	$(a + v) \cdot h / 2$	S2
№3	трикутник	a, в, c — сторони трикутника $p = (a + v + c) / 2$ — півпериметр	$\sqrt{p(p-a)(p-v)(p-c)}$	S3

№4	прямокутний трикутник	a, b – катети	$a \cdot b / 2$	S4
№5	косинусоїда	$y = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ m – нижня границя інтегрування; n – верхня границя інтегрування	$\int_m^n A \cos(\omega t + \varphi)$	S5
№6	парабола	$y = ax^2 + bx + c$ m – нижня границя інтегрування; n – верхня границя інтегрування	$\int_m^n (ax^2 + bx + c)$	S6
№7	напівкільце	R – радіус великого кола; r – радіус малого кола	$\pi(R^2 - r^2)$	S7
...				...
№n				Sn
Разом	Площа розкладки тканини		$S_1 + S_2 + \dots + S_n$	Sp
	Площа полотна	L – довжина полотна b – ширина полотна	$L \cdot b$	S
	Площа міжлекальних випадів		$S - S_k$	Sm

Номери фігур: №7



№2 №6 №2



V. Застосування системи знань для виконання практичних завдань.

Вчитель розбиває клас на команди, кожній команді дається лекало (Приклади лекал в додатку 2), учні обчислюють площу лекала традиційним методом і за допомогою програми GeoGebra. Економічна ефективність комп'ютеризації підлягає кількісному і якісному аналізу. Аналіз процесу знаходження площ лекал деталей одягу фіксується в таблицях 1-2. (Слайд 9-10).

Аналіз часу виконання робіт

Таблиця 1

Назва виду діяльності, операцій	Час на виконання операцій, хв.		Відхилення		
	Традиційний метод	Програма GeoGebra	Абсолютне, хв.	Відносне, %	Темпи приросту, %
1	2	3	4	5	6

Аналіз точності розрахунку площ

Таблиця 2

Операції	Традиційний метод	Програма GeoGebra	Відхилення		
			Абсолютне, см ²	Відносне, %	Темпи приросту, %
1	2	3	4	5	6
Площі розкладки окремих деталей, см ²					
1.					
2.					
.....					
Разом площа усіх					
Площа полотна, см ²					
Площа міжлекальних					
Процент іжілекальних випадів, % (норматив до 10%)					
Кількість допущених помилок					

Учні захищають проекти

VI. Обговорення результатів.

(слайд 11) Ефективність комп'ютеризації процесу розрахунку площ лекал деталей одягу полягає у наступному:

- Економія трудових зусиль. Звільнений час може бути використаний для інших видів робіт.
- Підвищення точності розрахунку площ за рахунок більш якісної ідентифікації контурів лекал з графіками функцій.
- Запобігання механічних арифметичних помилок під час підрахунку кількості базових одиниць (клітин), додавання площ, користування калькуляторами.

VII. Підсумки уроку.

Домашнє завдання.

Висновок

Таким чином, розв'язування задач із професійним спрямуванням сприяє формуванню мотивації до вивчення математики, розвитку професійно значущих якостей, формуванню вміння бачити можливості застосування знань та вмінь з математики при вивченні спеціальних дисциплін, виробничого навчання і в майбутній професійній діяльності.

Підняття престижності вивчення таких навчальних дисциплін, як «Математика» і «Вища математика» – «цариць наук», демонстрація їх прикладного характеру і необмежених можливостей.

Таким чином, можна зробити **висновок**, що використання комп'ютерних моделей у навчальному процесі є важливим фактором підвищення результативності практичних навчальних занять.

Список використаної літератури

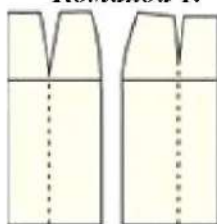
1. Друшляк М. Г. Комп'ютерні інструменти програм динамічної математики і методичні проблеми їх використання / М. Г. Друшляк, О. В. Семенихіна // Інформаційні технології і засоби навчання, 2014, Том 42, №4.
2. Кушнір В.А. Розв'язування математичних задач інтегративного змісту засобами комп'ютерного моделювання. / Кушнір В. А., Ріжняк Р. Я. // Математика в школі. – 2009. – №10 (97).
3. Ракута В. М. Бібліотека комп'ютерних моделей, як необхідна складова сучасного навчального середовища. / Ракута В. М. // Наукові записки. — Вип. 98. — Серія : Педагогічні науки. — Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2011. — С. 246–249.
4. Ракута В. М. Програми для роботи з функціями та графіками. / Ракута В. М. // Комп'ютер у школі та сім'ї. — 2010. — № 7 (87). — С. 29–33.
5. Ракута В.М. Система динамічної математики GEOGEBRA як інноваційний засіб вивчення математики / В.М.Ракута // Інформаційні технології і засоби навчання. 2012. №4 (30)
6. Круглик В. С. Концепція сучасного педагогічного програмного засобу / В. С. Круглик. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.nbuv.gov.ua/ejournals/ITZN/em3/content/07kvsspm.htm>.
7. Обрізан К.М. Програмні засоби навчального призначення // Інформатизація середньої освіти: програмні засоби, технології, досвід, перспективи / За ред. В.М.Мадзігона, Ю.О.Дорошенка. – К.: Педагогічна думка, 2003. – С.156-165.
8. Махній Т.М., Волошин Г.А. Чернівецький коледж дизайну та економіки. Економіко-математичний підхід о знаходження площ лекал

деталей одягу. <http://designcollege.cv.ua/wp-content/uploads/2016/03/Stattya-Mahnij-T.M.-ta-Voloshyn-G.A..pdf>

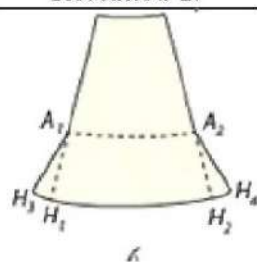
Додаток 1.

[illegible]

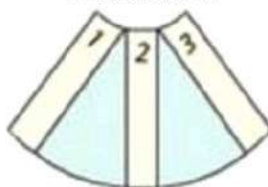
Команда 1.



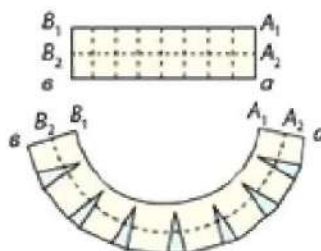
Команда 2.



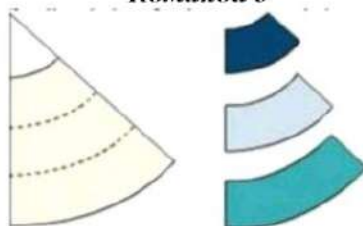
Команда 3.



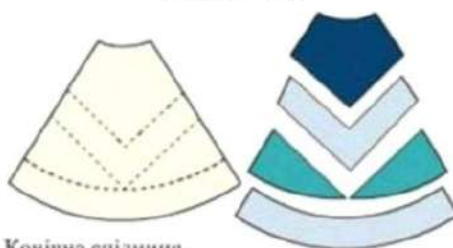
Команда 4.



Команда 5



Команда 6



Ковічна спідниця,
виконана в клантиковій техніці

Обчислення площ плоских фігур.

Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач

ДПНЗ "Рівненський центр ПТО сервісу та дизайну"

Викладач: НАТКАЛІНА БРОДСЬКА

Визначення площі лекала за допомогою палетки



Для цього необхідно:

- 1) заготовити палетку, яка представляє собою лист міліметрового паперу з нанесеними квадратами розміром 1см2. У правому верхньому кутку кожного квадрата вказати розмір площі нарахованою від кутового значення;
- 2) розташувати лекала на папці так, щоб по можливості зрівняли один або два зрізи з обмежувальними лініями і визначити площу прямокутника, в який укладає лекала;
- 3) підраховувати площу відходів (з точністю до 0,01 см2);
- 4) визначити площу деталі як різницю між площею прямокутника і площею відходів.

Алгоритм дій при використанні програми GeoGebra:

- Виконати розкладку комплектуючих лекал.
- Провести найоптимальнішим способом ділення кожного лекала на елементарні фігури.
- Знайти площі простих лекал деталей одягу.
- Ідентифікувати криволінійні лекала деталей одягу з стандартним набором математичних фігур.
- Для лекал деталей одягу, що обмежуються криволінійними трапеціями, визначити границі інтегрування.
- Знайти площі криволінійних трапецій.
- Визначити загальну площу комплекту лекал одягу.

Мета:

- Освітня:
 - Поглибити знання знаходження невизначеного і визначеного інтеграла, застосовувати їх обчислення до знаходження площ фігур.
- Розвиваюча:
 - Розвивати математично грамотну мову, свідоме сприйняття навчального матеріалу, навички знаходження площ плоских фігур з використанням методів знаходження інтегралів. Використовувати економіко-математичний підхід до знаходження площ лекал деталей одягу.
- Виховна:

Визначення площі лекала геометричним способом

- 1) розбити лекала деталі на прості геометричні фігури і визначити площу цих фігур, користуючись відомими математичними формулами (з точністю до 0,01 см²). Ділянки, обмежені криволінійними контурами



БІБЛІОТЕКА (КАТАЛОГ) ПРОГРАМ ЗВЕДЕНА ТАБЛИЦЯ ПЛОЩ ЛЕКАЛ ДЕТАЛЕЙ ОДЯГУ				
Номер фігури	Вид фігури	Вихідні дані	Розрахунок	Площа, см ²
№1	прямокутник	a, b – сторони прямокутника	$a \cdot b$	S_1
№2	трапеція	a, b – основи трапеції; h – висота трапеції	$(a + b) \cdot h / 2$	S_2
№3	трикутник	a, b, c – сторони трикутника $p = (a + b + c) / 2$ – півпериметр	$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	S_3
№4	прямокутний трикутник	a, b – катети	$a \cdot b / 2$	S_4
№5	косинусоїда	$y = -A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ m – нижня границя інтегрування; n – верхня границя інтегрування	$\int_m^n \cos(\omega t + \varphi) dt$	S_5

БІБЛІОТЕКА (КАТАЛОГ) ПРОГРАМ ЗВЕДЕНА ТАБЛИЦЯ ПЛОЩ ЛЕКАЛ ДЕТАЛЕЙ ОДЯГУ				
№6	парабола	$y = ax^2 + bx + c$ m – нижня границя інтегрування; n – верхня границя інтегрування	$\int_m^n (ax^2 + bx + c) dx$	S_6
№7	еліпс	R – радіус великого осі; r – радіус малого осі	$\pi(R^2 - r^2)$	S_7
№8	...	...	...	...
№9	...	...	...	...
Розмір	Площа розкладки	...	$S_1, S_2, \dots, S_n$	S_n
Площа	розкладки	L – довжина полотна b – ширина полотна	L · b	S
Площа	матеріальних відходів	S · S _н	S · S _н	S _н

Номери фігур: №7, №2, №6, №2

$S = S_1 + S_2 + S_3$

Таблиця 1 Аналіз часу виконання робіт					
Назва виду діяльності, операцій	Час на виконання операцій, хв.	Відхилення			
	Традиційний метод	Програма GeoGebra	Абсолютне, хв.	Відносне, %	Темпи приросту, %
1	2	3	4	5	6

Таблиця 2 Аналіз точності розрахунку площ					
Операції	Традиційний метод	Програма GeoGebra	Абсолютне, см ²	Відносне, %	Темпи приросту, %
1	2	3	4	5	6
Площі розкладки окремих деталей, см ²					
1.					
2.					
Разом площа усіх деталей, см ²					
Площа полотна, см ²					
Площа матеріальних відходів, см ²					
Процент матеріальних відходів, % (порівняно до 10%)					
Кількість матеріальних					

Обговорення результатів.

- Ефективність комп'ютеризації процесу розрахунку площ лекал деталей одягу полягає у наступному:
- Економія трудових зусиль. Звільнений час може бути використаний для інших видів робіт.
- Підвищення точності розрахунку площ за рахунок більш якісної ідентифікації контурів лекал з графіками функцій.
- Запобігання механічних арифметичних помилок під час підрахунку кількості базових одиниць (клітин), додавання площ користування

РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ STEM-ОСВІТИ "ПЛОЩА ПОВЕРХОНЬ ТА ОБ'ЄМ МНОГОГРАННИКІВ"

*Ольга Корчинська,
викладач ДНЗ «Здолбунівське вище
професійне училище
залізничного транспорту»*

Девіз уроку: *«Знати – це означає насамперед
уміти користуватися знаннями.»*

В. О. Сухомлинський

Тема за програмою: Площа поверхонь та об'єм многогранників.

Тема уроку: Многогранники в моїй професії.

Мета:

- *навчальна:* узагальнити та систематизувати знання учнів з теми, показати практичне застосування формул, звернути увагу учнів на зв'язок предмета з обраною професією.
- *розвиваюча:* розвивати пам'ять, логічне, абстрактне мислення, комунікативні навички, пізнавальний інтерес до вивчення геометрії.
- *виховна:* виховувати усвідомлення необхідності вивчення даної теми та її зв'язку з майбутньою професією, вміння працювати в групах.

Обладнання: телефони, лінійка, мультимедійна презентація, комп'ютер, проектор, моделі призм, фотокартки з меблями та елементами декору.

Тип уроку: урок узагальнення та систематизації знань, умінь і навичок, урок з використанням сучасних інноваційних технологій.

Методи проведення уроку:

-  бесіда;
-  робота в групах;
-  пошуковий;
-  мультимедійна презентація.

Хід уроку

I. Організаційний етап.

- ✓ перевірка наявності учнів;
- ✓ перевірка готовності учнів до уроку;
- ✓ поділ учнів на дві рівні групи.

II. Мотивація навчальної діяльності учнів.

- ✓ **Вступне слово викладача**

Доброго дня, шановні учні! Сьогодні у нас з вами незвичайний урок. Всі ви майбутні випускники училища, які прагнуть стати висококваліфікованими та конкурентноспроможними спеціалістами. У цьому

вам допоможе математика, адже математичні розрахунки широко застосовуються під час виробничого навчання та практики. Знання з даного предмета потрібні вам для засвоєння предметів спеціальних та загальнотехнічних дисциплін. На уроках геометрії, вам, як майбутнім слюсарям, столярам, опоряджувальникам, особливу увагу слід звернути на вивчення теми «Многогранники». Адже форму призми, піраміди мають багато деталей, меблі, елементи декору, що насамперед використовується у роботі будівельних професій. Тому в життя та в трудовій діяльності ви будете мати справу з многогранниками.

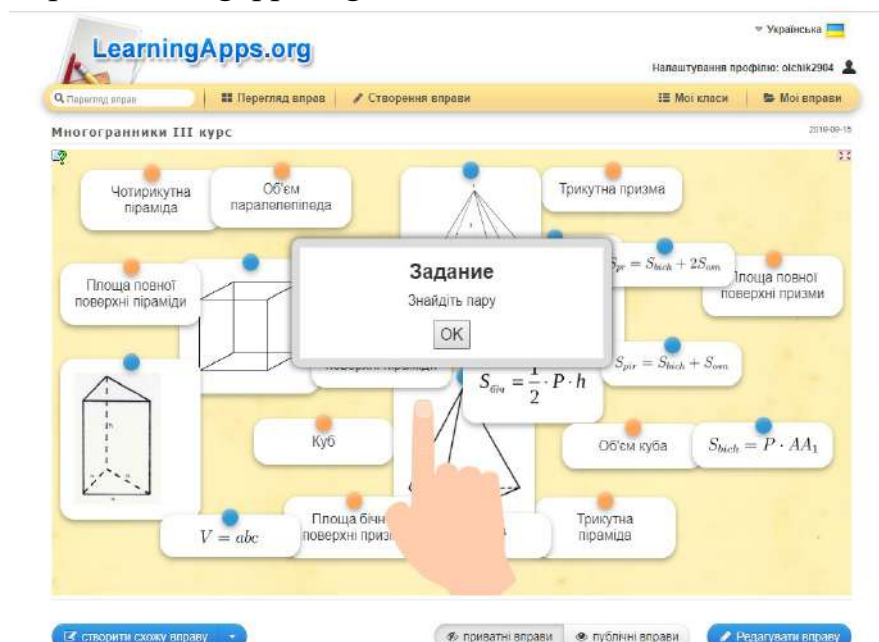
✓ Повідомлення теми, мети та девізу уроку.

Сьогодні у нас з вами урок, на якому ми повинні узагальнити свої знання з теми «Многогранники» та з'ясувати як саме ви зможете застосувати дані знання на практиці та в повсякденному житті.

III. Актуалізація опорних знань учнів.

Для того, щоб ваша робота була якісною, вам необхідно знати основні відомості про многогранники, математичні формули, вміти виконувати певні обчислення.

Перевіримо ваші знання, виконавши вправу в програмі Learning.apps
<https://learningapps.org/7779769>



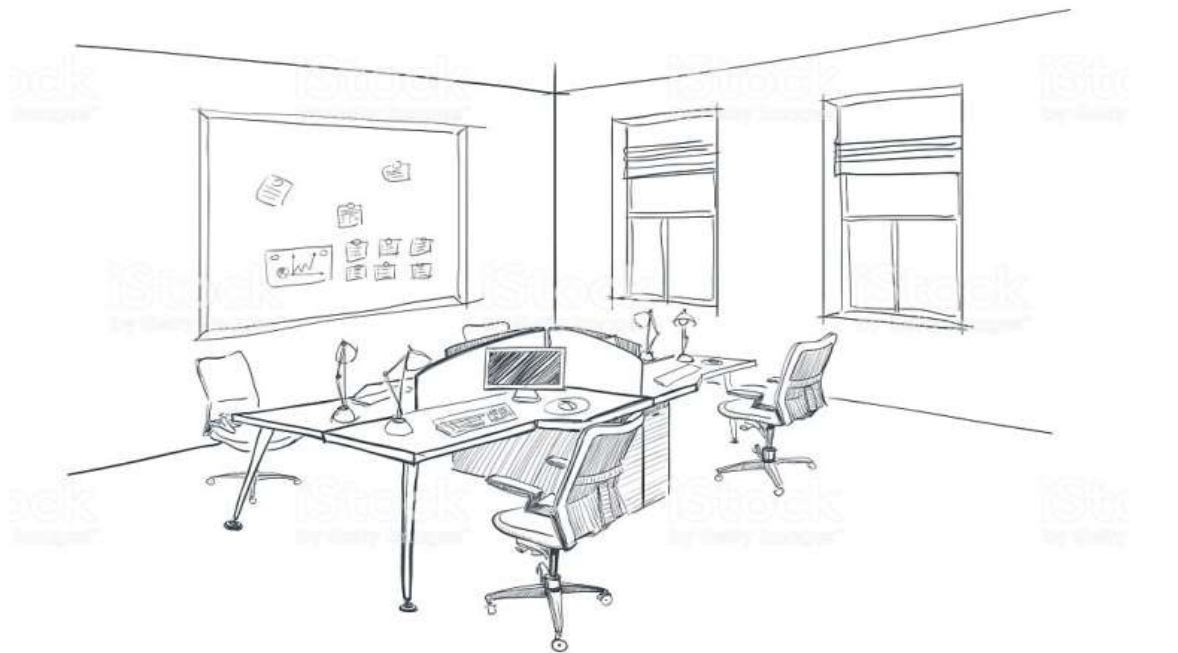
Викладач. На початку нашого уроку ви були поділені на дві рівні групи, дві різних бригади, які повинні виконати ремонтні роботи в навчальних кабінетах.

Начальники бригад. Наша робота починається з того, щоб розробити ескізи майбутнього вигляду навчальних кабінетів (Демонстрація ескізів), а також виміряти необхідні розміри приміщень. Далі, потрібно обрахувати скільки потрібно матеріалу для обклеювання стін шпалерами, фарбування підлоги.

Бригада №1.



Бригада №2.



Нами були виміряні розміри кімнат виділених під ремонтні роботи.
Кабінет №1 має розміри: довжина 5 м, ширина 3 м та висота 2.5 м.
Кабінет № 2 має розміри: довжина 4.5 м, ширина 3 м та висота 2.5 м.
Також в кабінетах є по два вікна розмірами 1,5 м*1 м, а також і двері розміром 1,1 м * 2 м.

Викладач. Перевіримо тепер як ви вмієте виконувати обрахунки. Для цього розв'яжемо задачі, які дозволять вам визначити кількість необхідного матеріалу для виконання робіт.

Задача №1. Прямокутна кімната довжиною x м, шириною y м і висотою z м повинна бути обклеєна шпалерами. В кімнаті є 2 вікна шириною m м і висотою n м та двері шириною p м і висотою h м. Скільки потрібно мати рулонів шпалер, якщо довжина кожного рулону 10м і ширина 53 см? (виміри кожна бригада підставляє свої).

Задача № 2. Для оклеювання шпалерами стін кімнати використано S м² шпалер. Вікна та двері займають L м. Бордюр, яким обклеєні шпалери вздовж всіх стін, має довжину N м. Скільки буде коштувати фарбування підлоги цієї кімнати, якщо за фарбування олійною фарбою кожного квадратного метра беруть 3 гривні і якщо висота кімнати менша від її ширини на D м? (Замість букв вставте значення відповідно до вашого приміщення)

Викладач. Ескізи підготовлені, заміри виконані. Тепер прошу директори бригад представте результати розрахунки по витратам на ремонт.

Робочий персонал бригад та їх директори представляють роботи.

(Перевірка результатів відбувається за рахунок виставлення правильних відповідей на екран).

IV. Підведення підсумків.

- ✓ **Аналіз діяльності учнів у процесі всього уроку.**
- ✓ **Виставлення оцінок у журнал.**
- ✓ **Заключне слово викладача.**

Сьогодні ми повторили з вами означення, види многогранників, формули для обчислення площ поверхонь та об'ємів, застосували ці знання при розв'язуванні задач професійного характеру.

Надіюсь, ви всі зрозуміли, яку роль в майбутній професії грає геометрія.

І, як підсумок до уроку, хочу нагадати вам слова В. Сухомлинського «Знати – це означає насамперед уміти користуватися знаннями.».

Отже, Ви побачили, що застосування математики у різних професіях необмежена. Математика повсюди.

- ✓ **Інтерактивна вправа «Уявний мікрофон»**

Підведемо підсумки уроку. Продовжте речення:

- Сьогодні я дізнався, що...
- На уроці мені сподобалося...
- Для мене було складно...

V. Повідомлення домашнього завдання.

Підготувати презентацію на тему: Геометрія в моїй професії.

РОЗРОБКА УРОКУ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ STEM-ОСВІТИ "ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЯ"

*Світлана Дриганець,
викладач вищого професійного
училища №22 м. Сарни*

Тема уроку. Логарифмічна функція.

Мета уроку.

Навчальна. - Повторити та узагальнити знання учнів із теми; удосконалити та систематизувати вміння і навички застосовувати набуті знання до розв'язування практичних завдань

Розвиваюча. - Розвивати в учнів вміння практичної реалізації системи знань в систему вмінь та предметних компетенцій. Розвивати пам'ять, логічне, творче мислення, пізнавальну та інформаційну компетентність.

Виховна. - Виховувати культуру мовного спілкування, навички самостійно приймати рішення; виховувати охайність, уміння контролювати увагу, відповідальність, кмітливість; розвивати творчий та естетичний потенціал учнів.

Тип уроку. Узагальнення та систематизація знань і умінь.

Вид уроку. Урок - гра

Функції:

Теоретична – Знати: поняття логарифма числа та логарифмічної функції, основні властивості логарифмів; способи розв'язування логарифмічних рівнянь і нерівностей.

Практична – Вміти: розпізнавати логарифмічну одиницю, логарифмічний нуль та основну логарифмічну тотожність; розв'язувати логарифмічні рівняння та нерівності для загального та часткових випадків. Розв'язувати логарифмічні рівняння за допомогою графіка.

Забезпечення уроку.

1. Література. М.І. Шкіль. З. І. Слєпкань Алгебра і початки аналізу. 10 клас, О.М. Роганін. Плани – конспекти уроків.
2. Наочні засоби. Презентація викладача. Презентації учнів.
3. Роздатковий матеріал. «Логарифм та його властивості» (Додаток 1)
4. Технічні засоби навчання. Мультимедійний проектор, дошка, крейда, комп'ютер.

Хід уроку

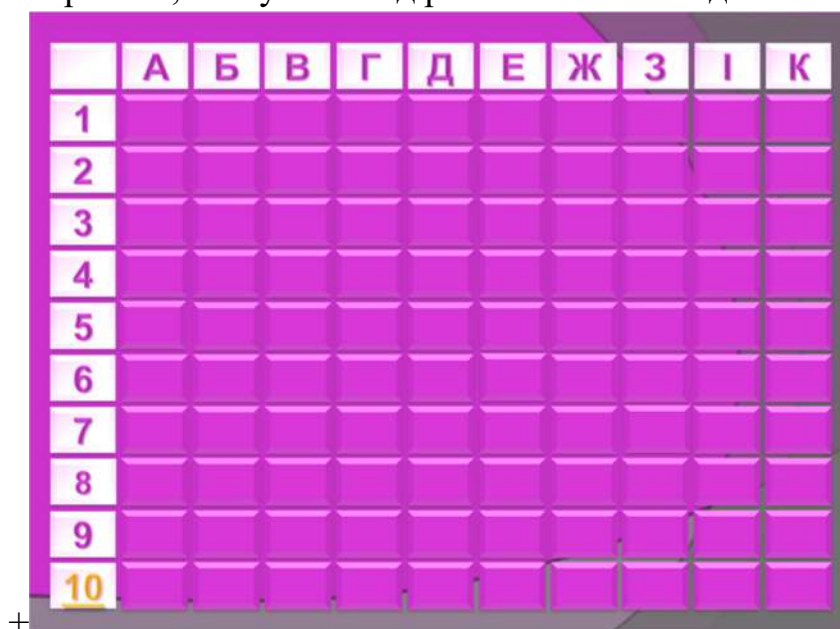
I. Організаційний момент.

Привітання, відмітка відсутніх, перевірка готовності групи до уроку.
Слово вчителя.

II. Повідомлення теми, мети уроку, мотивація навчальної діяльності.

III. Проведення гри.

Урок проводиться за допомогою мультимедійної презентації у вигляді гри, в основі якої лежить ідея популярної гри «Морський бій». Група поділяється на дві команди. Склад команд добирається у такий спосіб, щоб кількість слабких, середніх і сильних учнів у кожній із команд була однаковою. Обирається капітан, який називає комірку на ігровому полі. Під кожною коміркою є завдання, яке потрібно виконати (Додатки 2 - 6). Якщо вдалося підбити корабель, наступний хід робить та ж команда.



1. Завдання для виконання (Додаток 2).
2. Д/З. Логарифми в музиці (Додаток 3).
3. Д/З. Історія виникнення логарифмів (Додаток 4).
4. Д/З. Логарифмічна спіраль в природі (Додаток 5).
5. Д/З. Будь яке число – трьома двійками (Додаток 6)
6. Буклет Світ цікавого «Логарифмічна функція» (Додаток 7)

IV. Підсумок уроку. Виставлення оцінок.

Підведення підсумків уроку доцільніше провести за допомогою інтерактивного методу «Мікрофон», що надасть можливість кожному учневі сказати щось швидко, по черзі, відповідаючи на запитання або висловлюючи свою думку чи позицію.

- 1)Що нового ви дізналися на сьогоднішньому уроці?
- 2)Для чого були створені логарифми?
- 3)Чи справилися ви із своїми завданнями?
- 4)Що найбільше сподобалося та запам'яталося на уроці?

V. Домашнє завдання.

По даному завданні обчислити вирази та розв'язати логарифмічні рівняння. Дізнатися зашифрований вислів (Додаток 8).

Додаток 1

Логарифм та його властивості

Логарифм – показник степеня

$$b = \log_a c, (a > 0, a \neq 1, c > 0) \Leftrightarrow a^b = c$$

$\log_a c$ – читаємо « логарифм числа c за основою a »

Прийняті позначення

Знак логарифма	log
Десятковий логарифм	$\lg c = \log_{10} c$
Натуральний логарифм	$\ln c = \log_e c, \quad (e \approx 2,71828)$

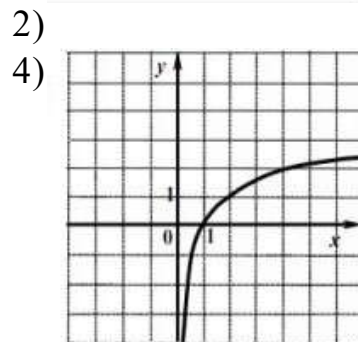
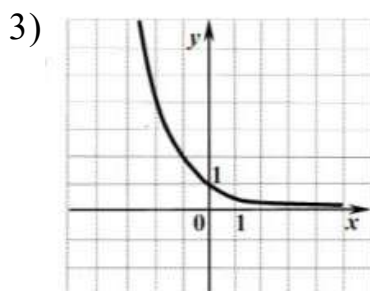
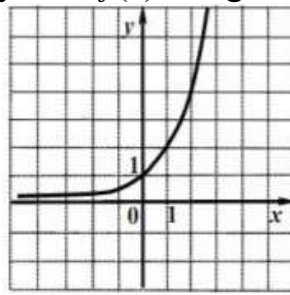
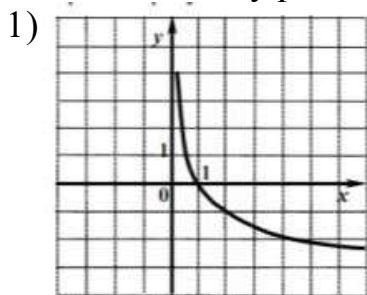
Властивості логарифмів

Властивість	Допустимі значення чисел
$\log_a a = 1$	$a > 0, a \neq 1$
$\log_a 1 = 0$	$a > 0, a \neq 1$
$\log_a a^c = c$	$a > 0, a \neq 1, c \in R$
$a^{\log_a c} = c$	$a > 0, a \neq 1, c > 0$
$\log_a bc = \log_a b + \log_a c $	$a > 0, a \neq 1; \quad b > 0 \text{ і } c > 0 \quad \text{або} \quad b < 0 \text{ і } c < 0$
$\log_a bc = \log_a b + \log_a c$	$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$
$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c $	$a > 0, a \neq 1; \quad b > 0 \text{ і } c > 0 \quad \text{або} \quad b < 0 \text{ і } c < 0$
$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$	$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$
$\log_a b^{2n} = 2n \log_a b $	$a > 0, a \neq 1, b \neq 0, n \in Z$
$\log_a b^r = r \log_a b$	$a > 0, a \neq 1, b > 0, r \in R$
$\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b$	$a > 0, a \neq 1, b > 0, p \neq 0$
$\log_{a^p} b^r = \frac{r}{p} \log_a b$	$a > 0, a \neq 1, b > 0, r \in R, p \neq 0$
$\log_{a^p} b^p = \log_a b$	$a > 0, a \neq 1, b > 0, p \neq 0$
$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	$a > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1, b > 0$
$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	$a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$

Завдання:

1. Які рівняння називаються логарифмічними?
Навести приклад.
2. Сформулювати властивості функції: $y = \log_4 x$
3. Сформулювати властивості функції: $y = \log_{0,5} x$
4. Порівняти додатні числа b і c , знаючи, що: $\log_5 b > \log_5 c$
5. При яких значеннях x має зміст вираз?
 - а) $\lg(x^2 + 3x - 4)$;
 - б) $\log_{2x} 5$;
 - в) $\log_x (2 - x)$.
6. Знайти x , якщо $\log_2 x = 2 \log_2 10 + 3 \log_2 6 - 3$
7. Розв'яжіть графічно рівняння
 - а) $\log_2 x + 2 = 7 - x^2$;
 - б) $|\log_2 x| = 4x - x^2 - 3$.
8. Порівняти додатні числа b і c , знаючи, що: $\log_{0,2} b > \log_{0,2} c$
9. Який висновок можна зробити, щодо додатних чисел m і n , якщо $\log_4 m < \log_4 n$?
10. Знайти значення виразу $\log_3(9b)$, якщо $\log_3 b = 5$.
11. Порівняти з одиницею додатне число a , знаючи, що: $\log_a 5 > 0$
12. Знайти область визначення функції:
 - а) $\log_2(3x - 18)$;
 - б) $\lg(30 - 6x)$.
13. Що називається логарифмом числа b за основою a ?
14. Обчислити:
 - а) $\log_7 7 =$
 - б) $\log_3 1 =$
 - в) $5^{\log_5 3} =$
15. Визначити, що більше?
 - а) $\log_2 8,5$ $\log_2 8,2$;
 - б) $\log_3 1$ $\log_7 1$;
 - в) $\log_{0,5} 6$ $\log_{0,5} 4$;
 - г) $\log_4 3$ 1 .
16. Знайдіть значення виразу:
 - а) $\log_8 \log_4 \log_2 16 =$
 - б) $\lg(7 - \log_2 \log_3 \sqrt[8]{3}) =$
17. Обчислити:

- а) $\log_8 7 \log_7 8 =$
- б) $\frac{\log_2 25 + \log_2 5}{\log_2 20 - \log_2 4} =$
- в) $\log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7 =$
18. Яка з рівностей є правильною?
 а) $\log_2 16=8$; б) $\log_2 16=4$
 в) $\log_4 16=4$ г) $\log_2 16=3$.
19. Яке з чисел є значенням виразу $\log_6 2 + \log_6 18$?
 а) $\log_6 20$; б) 1; в) 2; г) 3.
20. Знайди відповідь:
 1) $5^{2+\log_5 2} =$ 1
 2) $\frac{\log_2 25}{\log_2 5} =$ $\frac{1}{2}$
 3) $\log_3 \sqrt{3} =$ 50
 4) $\log_2 18 - \log_2 9 =$ 2
21. Яка логарифмічна рівність випливає з рівності $4^3=64$?
 а) $\log_4 3=64$; б) $\log_3 64=4$;
 в) $\log_4 64=3$; г) $\log_3 4=64$.
22. Вкажіть число, яке є коренем рівняння $\log_3(2x - 5) = 1$?
 а) 2; б) 2,5; в) 7; г) 4.
23. Вкажіть множину розв'язків нерівності $\log_2 x < \log_2 3$:
 а) $(0; 3)$; б) $(3; +\infty)$;
 в) $(-\infty; 3)$; г) $(-\infty; 0)$.
24. На якому рис. зображено графік функції $f(x) = \log_2 x$



25 Знайти відповідь:

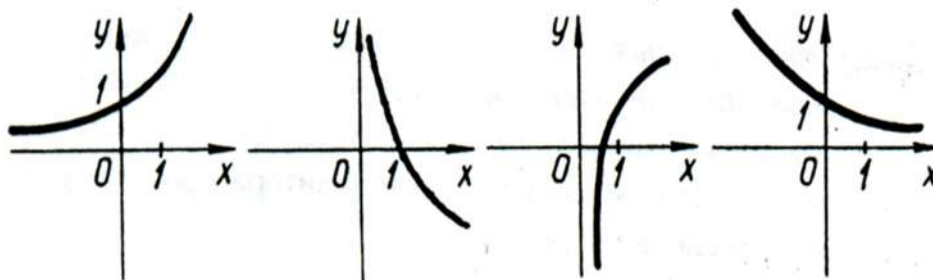
а) $\log_2 4 + \log_2 8 =$ 36

б) $\frac{\log_7 25}{\log_7 5} =$ 6

в) $3^{2+\log_3 4} =$ 5

г) $\log_3 15 - \log_3 5 + 3^{\log_3 5} =$ 2

26 Який графік є графіком функції $y = \log_{0,4} x$



№ 1

№ 2

№ 3

№ 4

27 Спростити вираз:

а) $3\log_2 32 + 4\log_3 \frac{1}{9} =$

б) $3^{\log_3 6+2} =$

в) $2^{\log_2 7} + 2\log_5 15 - \log_5 9 =$

г) $8^{\log_2 5} =$

28 Обчислити:

а) $4\log_2 16 - 5\log_3 27 =$

б) $\log_8 \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{8} =$

в) $\frac{\log_3 16}{\log_3 4} =$

г) $\lg \operatorname{tg} \alpha + \lg \operatorname{ctg} \alpha =$

29 Знайдіть значення виразу:

а) $\log_8 \log_4 \log_2 16 =$

б) $\lg(7 - \log_2 \log_3 \sqrt[8]{3}) =$

30 Розв'язати рівняння:

- $$1) \log_8 \frac{1}{64} = x; \quad 2) \lg x + \lg(x+3) = \lg 4;$$
- $$3) \log_2(4-x) = \log_2(6-2x);$$
- $$4) \log_4 x = \frac{1}{2}; \quad 5) \log_3(x^2 - 2x + 1) = 2;$$
- $$6) \log_5^2 x + 3\log_5 x - 4 = 0$$
- 31 Розв'язати нерівність:
- $$а) 2 - \log_2(x^2 + 3x) > 0;$$
- $$б) \log_{\frac{1}{2}}(2x - 5) > -2.$$
- 32 Знайти відповідь:
- $$а) \log_3 75 - 2\log_3 5 = 6$$
- $$б) \log_4 2 + \log_4 8 = 2$$
- $$в) \log_3 15 - \log_3 5 + 3^{\log_3 5} = 9$$
- $$г) 4^{\log_2 6 - 1} = 1$$

Додаток 3

Логарифми в музиці

Розкопуючи одне з поселень кам'яного віку на території України, археологи знайшли кілька кісток мамонта, призначення яких було їм не зрозуміле. Лише уважний аналіз показав, що на цих кістках залишилися сліди ударів - це були залишки шумового оркестру, під звуки якого стародавні люди виконували магичні танці.

Пізніше помітили, що більш приємні звуки можна отримати, зробивши барабан або просвердливши шматок дерева, щоб вийшла сопілка. А звучання тятиви лука? Воно навело на думку про створення струнних інструментів.



Піфагор був не тільки великим математиком, а й хорошим музикантом. Він встановив, що приємні сполучення звуків відповідають певним співвідношенням між довжинами струн, що коливаються, або відстаням між дірочками сопілки. Саме він створив першу математичну теорію музики

Музиканти рідко захоплюються математикою; більшість їх, відчуваючи до цієї науки повагу, вважають триматися від неї подалі. І хоча музиканти не дуже люблять перевіряти „алгеброю - гармонію”, вони весь час мають справу з математикою, бо сучасна гама ґрунтується на логарифмах.



З цього приводу можна навести уривок із статті нині покійного фізика професора Олександра Олександровича Ейхенвальда. «Мій товариш по гімназії любив грати на роялі, але не любив математики. Він навіть говорив з відтінком зневаги, що музика і математика одне з одним нічого не мають спільного».



«Уявіть же собі, як неприємно був вражений мій товариш, коли я довів йому, що граючи по клавішах сучасного рояля, він грає, власне кажучи, на логарифмах...»

Припустимо, що нота *до* найнижчої октави - назвемо її нульовою октавою - визначається n коливаннями за 1 секунду. Тоді нота *до* першої октави буде робити в два рази більше коливань, тобто $2n$ коливань а m -ї октави $n \cdot 2^m$ коливань за секунду і т. д. Позначимо всі ноти хроматичної гами рояля номерами p , приймаючи основний тон *до* кожної октави за нульовий. Тоді, наприклад, тон *сол* буде 7-й, *ла* - 9-й і т. д., 12-й тон буде знову *до*,

тільки октавою вище. Тому кожен наступний тон має у $\sqrt[12]{2}$ разів більше число коливань, ніж попередній.



Число коливань будь якого тону можна виразити формулою. Позначимо N_{pm} – кількість коливань тону з номером p із m -ї октави.

$$N_{pm} = n \cdot 2^m \left(\sqrt[12]{2} \right)^p$$

Логарифмуючи цю формулу, одержуємо:

$$\lg N_{pm} = \lg n + m \lg 2 + p \frac{\lg^2}{12},$$

$$\lg N_{pm} = \lg n + \left(m + \frac{p}{12} \right) \lg 2.$$

А приймаючи число коливань найнижчого тону *до* за одиницю ($n=1$) і переводячи усі логарифми до основи, яка дорівнює 2 (або просто приймаючи $\lg 2 = 1$), маємо:

$$\log_2 N_{mp} = m + \frac{p}{12}$$

Звідси видно, що номери клавіш рояля являють собою логарифми кількості коливань відповідних звуків. Номер октави – характеристика (тобто ціла частина) логарифма, а номер звука в даній октаві - його мантиса (тобто дробова частина).



Історія виникнення логарифмів

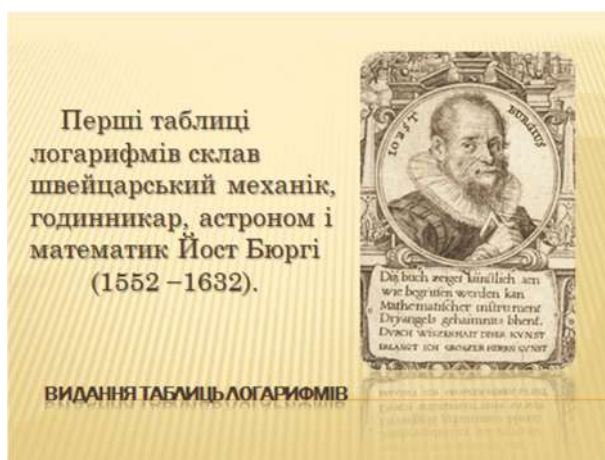
Історично поняття логарифма розвинулось на основі порівняння арифметичної і геометричної прогресій. Ця ідея зустрічається ще в творі **Архімеда «Псамміт»** («Про число піщинок»). Вона могла бути зародком майбутньої ідеї логарифма, але пізніше була втрачена. Лише в епоху Відродження поняття логарифма знову виникає і розвивається в сучасне поняття логарифма.

Але перший крок до спрощення обчислень зробив німецький математик **Михель Штіфель**.



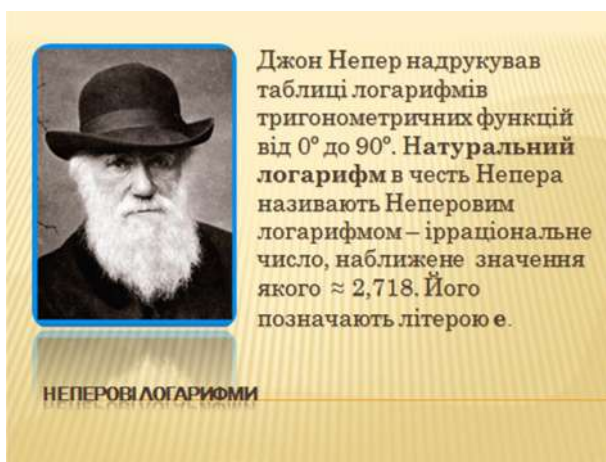
Перші таблиці логарифмів склав швейцарський механік, годинникар, астроном і математик **Йост Бюргі**.

За свою неквапливість Йост Бюргі поплатився пріоритетом. В 1614 році в Англії шотландський математик-аматор **Джон Непер**, барон, який займався різними науками, особливо астрономією і математикою, опублікував латинською мовою твір під назвою «Опис дивовижної таблиці логарифмів». У ньому був короткий опис логарифмів і їх властивостей. Термін «Логарифм», запропонований Джоном Непером, утвердився в науці.



Джон Непер надрукував таблиці логарифмів тригонометричних функцій від 0° до 90° з кроком в 1 хвилину. **Натуральний логарифм** в честь Непера називають **Неперовим логарифмом** – ірраціональне число, наближене значення якого $\approx 2,718$. Його позначають літерою e .

Ідея десятичних логарифмів виникла в англійського професора Генрі Брігса, який після зустрічі з Джоном Непером вже в 1617 році опублікував такі таблиці для чисел першої тисячі. Після цього менше ніж за 7 років він обчислив 30000 логарифмів з 14 десятичними знаками.



Для позначення десятичних і натуральних логарифмів прийняті спеціальні позначення: замість $\log_{10} b$ пишуть $\lg b$, замість $\log_e b$ пишуть $\ln b$ (e – основа натурального логарифма, $e \approx 2,7$). Таким чином: $\log_{10} b = \lg b$; $\log_e b = \ln b$

Йост Бюргі довго не наважувався свої логарифмічні таблиці опублікувати і лише в 1620 році за наполяганням Кеплера він видав книгу «Таблиці арифметичної і геометричної прогресії з поясненнями, як користуватися ними при обрахунках».

У 1628 році голландський математик Андріан Влакк доповнив логарифмічні таблиці, які пізніше називали таблицями звичайних логарифмів. На основі цих таблиць у 1703 році в Росії були надруковані таблиці логарифмів синусів, косинусів, тангенсів та секансів. Ці таблиці допомагали астрономам і інженерам, скорочуючи час на обчислення.



В 1632 році тобто всього через 9 років після видання перших таблиць, була створена перша логарифмічна лінійка, яка стала робочим інструментом для багатьох поколінь.

Вона допомагала астрономам і інженерам при обчисленнях, дозволяла швидко отримувати відповідь з достатньою точністю в три значущі цифри.



Тепер її витіснили мікрокалькулятори, але без логарифмічної лінійки не були б побудовані ні перші комп'ютери, ні калькулятори.

«З точки зору обчислювальної практики, винахід логарифмів за важливістю можна сміливо поставити поруч з іншим, більш давнім великим винаходом індусів - нашою десятковою системою нумерації».



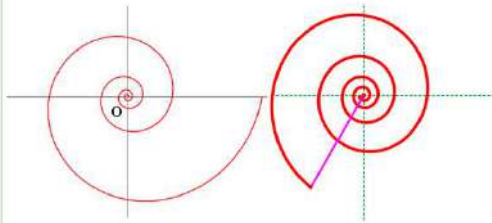
Додаток 5

Логарифмічна спіраль в природі

Логарифмічна спіраль — особливий вид спіралі, що часто зустрічається в природі.

Логарифмічна спіраль була вперше описана французьким математиком Декартом і пізніше інтенсивно досліджена швейцарським математиком Бернуллі, який називав її *Spira mirabilis* — «дивовижна спіраль». Власне термін «логарифмічна спіраль» (фр. *spirale logarithmique*) першим вжив французький математик і механік П'єр Варіньон.

Логарифмічна спіраль (ізогональна спіраль) - це крива, яка перетинає всі кути, що виходять з однієї точки O , під одним і тим же кутом.



Рене Декарт



Якоб Бернуллі



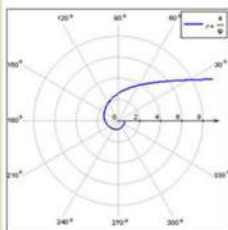
П'єр Варіньон

Гіперболічна спіраль — плоска крива. Рівняння гіперболічної в полярній системі координат є зворотнім для рівняння спіралі Архімеда.

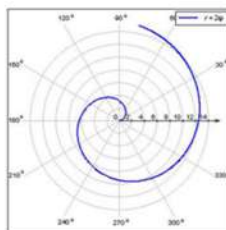
Спіраль Архімеда — крива, яку описує точка під час її рівномірного руху зі швидкістю v уздовж прямої, що рівномірно обертається в площині навколо однієї зі своїх точок O із кутовою швидкістю ω . Спіраль названо ім'ям Архімеда, який вивчив її властивості.

Таку криву описує рухома точка, відстань від полюса якої росте в геометричній прогресії, а кут, що описується її радіусом-вектором, - в арифметичній.

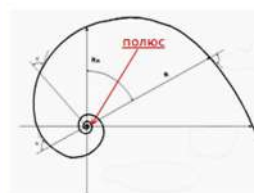
Гіперболічна спіраль



Спіраль Архімеда



Рівняння логарифмічної спіралі



$$\rho = a^\varphi, \quad a > 0$$

ρ - відстань від полюсу до довільної точки на спіралі

φ - кут повороту відносно полюсу

a - стала

$$\text{чи } \varphi = \log_a \rho$$

Спіраль називається **логарифмічною**, так як логарифмічна відстань ($\log_a \rho$) зростає пропорційно куту повороту φ

Характерні особливості логарифмічної спіралі:

- ✓ Має нескінченну кількість витків як при розкручуванні так і при скручуванні;
- ✓ Не проходить через свій полюс;
- ✓ Її називають рівнокутною спіраллю;
- ✓ В будь-якій точці спіралі кут між дотичною до неї та її радіус-вектором зберігає постійне значення;
- ✓ При різних перетвореннях (гомотетії, повороті) вона залишається незмінною.
- ✓ Має широке застосування в технічних приладах.

Властивості цієї кривої так вразили Якоба Бернуллі, що він назвав її *spiramirabilis* (чудова спіраль) і заповів зобразити її на його могилі з написом *Eate mmutata resurgo* (змінена, відроджуюся знову).



Логарифмічна спіраль виникає у зв'язку з найрізноманітнішими природними формами. Насіння соняшника розташовані по дугам, що мають вигляд графіка логарифмічної функції.

Роги тварин ростуть лише з одного кінця. Цей ріст відбувається по логарифмічній спіралі. Наприклад, роги деяких ссавців, як архари, роги баранів, кіз, антилоп і інших рогатих тварин закручені за логарифмічною спіраллю.



Відомо, що живі істоти зазвичай ростуть, зберігаючи загальне накреслення своєї форми. При цьому вони ростуть у всіх напрямках. Мушлі морських тварин можуть рости лише в одному напрямку. Щоб занадто не розтягуватись в довжину, їм доводиться скручуватися, до того ж кожний наступний завиток схожий на попередній. Через це мушлі багатьох молюсків, равликів закручені по логарифмічній спіралі.

Один з павуків Епейра, сплітаючи павутиння, закручує нитки навколо центра по логарифмічним спіралям.

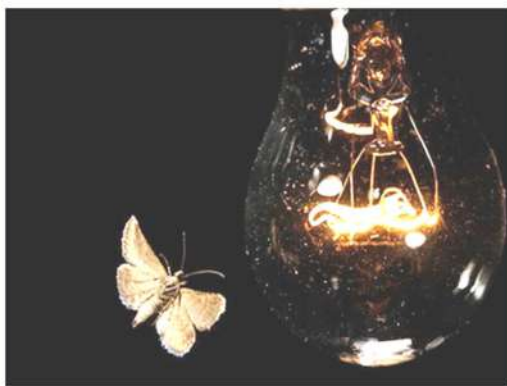


Хижі птахи кружляють над здобиччю по логарифмічній спіралі.



Нічні метелики, які пролітають величезні відстані, орієнтуючись по паралельним промінням місяця, інстинктивно зберігають прямий кут між напрямом руху і променем світла. Якщо вони орієнтуються на точкове джерело світла, інстинкт їх підводить, і метелики потрапляють в полум'я по логарифмічній спіралі, що скручується.

По логарифмічній спіралі закручені хмари.



По логарифмічній спіралі закручені хмари.

Спіралеподібну форму мають також циклони - області з висхідними потоками повітря. Серед них тропічні циклони - грізні явища природи.



По логарифмічній спіралі формується тіло циклону



Ураган Ізабель

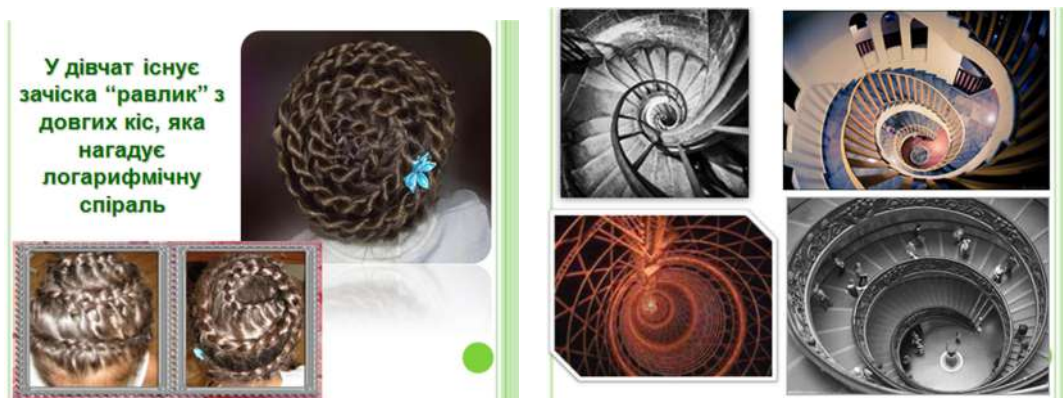


Ураган Катрін



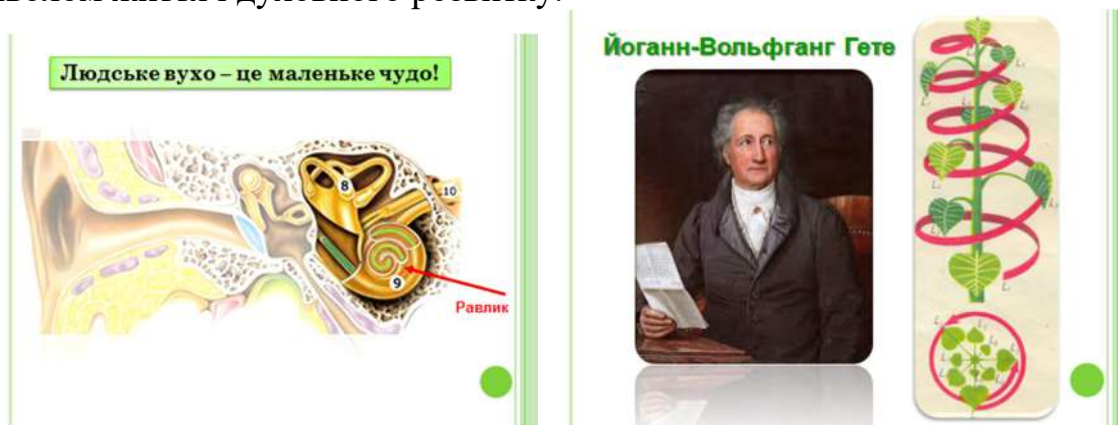
У дівчат існує зачіска "равлик" з довгих кіс, яка нагадує логарифмічну спіраль.

У будівництві для архітектурного вигляду споруд та сходинок маршів використовують логарифмічну спіраль.



Равлик є органом, що сприймає звук, в якому самою природою було закладено логарифмічну спіраль.

Можна сказати, що спіраль є математичним символом співвідношення форми і зростання. Великий німецький поет Йоганн-Вольфганг Гете вважав її символом життя і духовного розвитку.



Логарифмічна спіраль єдина з спіралей не міняє своєї форми при збільшенні розмірів. Видимо, ця властивість і послужила причиною того, що в живій природі логарифмічна спіраль зустрічається частіше за інших.



Будь яке число – трьома двійками

Задача

Будь-яке дане число, ціле і додатне, зобразити за допомогою трьох двійок і математичних символів.

Розв'язання

Покажемо, як розв'язується задача, спочатку на окремому прикладі.

Нехай дане число 3. Тоді задача розв'язується так: $3 = -\lg_2 \lg_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$.

Легко переконатися у правильності цієї рівності. Дійсно,

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} = \left[\left(2^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2^3}} = 2^{2^{-3}}, \quad \lg_2 2^{2^{-3}} = 2^{-3}, \quad -\lg_2 2^{-3} = 3.$$

Коли б дане число було 5, то ми розв'язали б задачу тим же способом:

$$5 = -\lg_2 \lg_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}}$$

Як бачимо, ми використовуємо тут те, що при квадратному радикалі показник кореня не пишеться.

Загальний розв'язок задачі такий. Якщо дане число N , то

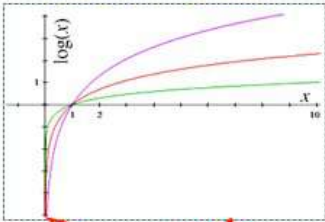
$$N = -\lg_2 \lg_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{\sqrt{2}}}}}_{N \text{ раз}},$$

причому число радикалів дорівнює числу одиниць у заданому числі.

Світ цікавого «Логарифмічна функція»

**Навіщо
вивчати
логарифми???**

**Для чого
були придумані
логарифми?**



**Де логарифми
використовуються?**

*Все це і багато іншого
ви зможете знайти,
прочитавши нашу брошуру
«Світ цікавого!»*

Світ логарифмів



В тваринництві



В електротехніці



В астрономії



В техніці



В економіці



В музиці

Фізика - інтенсивність звуку (децибели).
Астрономія – шкала яскравості зірок.
Хімія – активність водневих іонів.
Сейсмологія – шкала Ріхтера.
Теорія музики – нотна шкала по відношенню до частот нотних звуків.
Історія – логарифмічна шкала часу

Контактна інформація

Дриганець Світлана
 Володимирівна
 E-Mail: svetadr@ukr.net
 Телефон: 38-0994-568-052

**Вище професійне
училище № 22**

«Світ цікавого»

**«ЛОГАРИФМІЧНА
ФУНКЦІЯ»**



Тел.: (03665)-2-21-05

Логарифми в мистецтві

Логарифмічні лінії в природі помічають не лише математики, а й художники, наприклад, це питання надзвичайно хвилювало Сальватора Далі: «... мою нав'язливою ідеєю, справжньою маніакальною пристрасною стала картина Вермера «Мереживниця», репродукція якої висіла в батьківському кабінеті. Ставши старшим, я попросив у Луврі дозволу написати копію з цієї картини.

Потім я попросив кіномеханіка показати на екрані репродукцію намальованої мною копії... Я пояснив, що, поки не написав цю копію, по суті, майже нічого не розумів в «Мереживниці», і мені знадобилося роздумувати над цим питанням ціле літо, щоб усвідомити нарешті, що я інстинктивно провів на полотні строгі логарифмічні криві...»



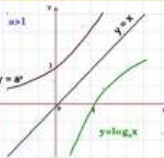
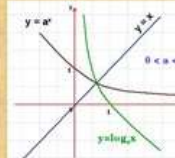

Логарифм

- з грецької
- “логос”- відношення
- “аритмос”- число

“Штучне число”

Графік логарифмічної функції

Функції $y=a^x$ та $y=\log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) – взаємно обернені функції, тому їх графіки симетричні відносно прямої $y=x$.

Нерідко - в архітектурі.




Шуховська башта в Москві.

Логарифми в електроосвітленні

Обчислення яскравості електричних ламп розраховується за допомогою логарифмів $\lg x = 12(\lg 25 - \lg 22)$, $x = 4,6$.

Наповнена газом лампа випромінює світла у 4,6 раза більше, ніж порожниста.

Виходить, якщо порожниста лампа дає світло у 50 свічок, то наповнена газом при тих же умовах дасть 230 свічок.

ТЕХНІКА І ЛОГАРИФМИ

У гідротехніці по логарифмічній спіралі вигинають трубу, що підводить потік води до турбіни. Завдяки такій формі труби втрачає енергію при зміні напрямку течії в трубі виявляються мінімальними тиск і напір води використовується з максимальною продуктивністю.

Ножі для довгої нарізки капусти виготовляються у вигляді логарифмічної спіралі. На картинці шинковка довгий рез із вирізкою кочерижок.




Дізнатися зашифрований вислів

№	Домашнє завдання
1	Обчислити $24 \log_2 \log_2 \log_2 16$
2	Обчислити $2^{\log_2 1 - \log_2 25}$
3	Обчислити $3^{(\log_3 5)^2}$
4	Обчислити $\left(\frac{1}{5}\right)^{1 + \log_{\frac{1}{5}} 3}$
5	Обчислити $\frac{\lg 100000 - \lg 10000}{\lg 100}$
6	Розв'язати рівняння $\log_3(3x - 5) = \log_3(2x - 3)$
7	Обчислити $5^{\log_5 8 + 1}$
8	Обчислити $\frac{1}{2} \log_2 \log_2 16$
9	Розв'язати рівняння $3 \lg 2 + \lg(x + 8) = \lg 48 - \lg 2 - 5$
10	Обчислити $\lg 3000 - \lg 3$
11	Обчислити $10^{3 - \lg 5}$
12	Обчислити $\left(\frac{1}{7}\right)^{-\log_7 2}$
13	Обчислити $\frac{1}{2} \log_2 \log_2 8$
14	Обчислити $\log_{0,5} 4 - 2$
15	Розв'язати рівняння $\log_2 \sqrt[3]{8} = x$
16	Розв'язати рівняння $\log_2(x + 6) = 2$
17	Розв'язати рівняння $\lg(9x + 10) = 2$

	Ж 5	-	Х 1/2	Д 3
П 25	3	2	В 1	Ю 10
О 2	-	Б 3/7	И 200	У 24
А 40	І 3/5		С 1/25	Т 1/4

ВИСНОВКИ

Отже, STEM-освіта-це напрям освіти, що сприяє розвитку науково-технічних компетенцій учнів і розв'язання проблеми браку інженерних кадрів; один із головних трендів у світовій освіті; інтеграція чотирьох дисциплін (природничі науки, технологія, інжиніринг, математика) в єдину схему навчання, проектне та інтегроване навчання; освіта, яка закладає інтерес до дослідницької діяльності та готує дітей до життя у технологічно розвиненому житті; урок, побудований на реалізації конкретного проекту, застосуванні науково-технічних знань у реальному житті; набуття знань через гру та конструювання пристроїв і механізмів; не запам'ятовування фактів, а розуміння і формування практичних навичок і умінь; підготовка майбутніх фахівців у галузі високих технологій і комунікацій; основа економічного та інноваційного розвитку країни.

За STEM-навчання в центрі уваги знаходиться практичне завдання чи проблема. Учні вчаться знаходити шляхи вирішення не в теорії, а прямо зараз шляхом спроб та помилок. Структура уроку повинна включати основні предметні знання, узагальнені (наскрізні) поняття, наукові та інженерні навички.

Використання STEM-освіти на практиці це прекрасна можливість навчити учнів мислити та знаходити необхідну інформацію, вирішувати складні завдання, приймати рішення, організовувати співпрацю з іншими учнями та вчителем. Учень вчиться створювати ідеї та втілювати їх в життя, презентувати результати власних досліджень.

Запровадження STEM- навчання має відбуватися поступово.

З метою залучення учнів до практичної діяльності бажано розширити діапазон форм і методів навчання, способів навчальної взаємодії. Практика роботи показала плідність інтеграції, виявила перспективи подальшого розвитку та удосконалення такого підходу до навчання. Для формування предметних компетентностей учнів учитель має спиратися на систему інтегрованих завдань, спрямованих на застосування знань для розв'язування задач у змодельованих життєвих ситуаціях.

Впровадження в освітній процес STEM дозволить сформувати в учнів найважливіші характеристики, які визначають компетентного фахівця та дає принципово нову модель природничо-математичної освіти з новими можливостями і результатами, як для вчителів, так і для учнів.

На сьогоднішній день існує нагальна потреба в підготовці та перепідготовці вчителів, які б могли працювати в даному напрямі і перевести процес впровадження STEM-освіти з поодинокого на масовий рівень. Потрібно забезпечити навчальні заклади необхідними матеріальними ресурсами (конструкторами, комп'ютерами тощо). Переглянути підходи до оцінювання і стимулювання всіх учасників STEM-навчання.

Список використаних джерел

1. Методичні рекомендації щодо розвитку STEM-освіти в закладах загальної середньої та позашкільної освіти України у 2018/2019 навчальному році (№ 22.1/10-2573 від 19.07.2018 р.). URL: https://osvita.ua/legislation/Ser_osv/61444/ (дата звернення 29.11.2018 р.)
2. Український проєкт «Якість освіти». WEB-STEM-школа-2018. URL: <http://yakistosviti.com.ua/uk/web-stem-shkola-programa-2018> (дата звернення 29.11.2019).
3. Ботузова Ю.В. Динамічні моделі GeoGebra на уроках математики як основа STEM-підходу. *Фізико-математична освіта*. 2018. Випуск 3(17). С. 31–35.
4. Гриб'юк О. О. Комп'ютерне моделювання та робототехніка в навчально-виховному процесі сучасного навчального закладу. *Матеріали 7 міжнародної науково-практичної конференції FOSS Lviv-2017: Збірник наукових праць*, м. Львів, 27-30 квітня 2017 р. Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2017. С. 38–43.
5. Семеніхіна О., Друшляк М. Розв'язування задач шкільного курсу статистики у середовищах Granl і GeoGebra: порівняльний аналіз. *Фізико-математична освіта. Науковий журнал*. Суми: СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2015. № 1(4). С. 21–30.
6. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навчальний посібник /В. В. Корольський, Т.Г. Крамаренко, С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк; науковий редактор М. І. Жалдак. Кривий Ріг : Книжкове видавництво Кирєєвського, 2009. 316 с.
7. Крамаренко Т. Г., Банада О. С. Використання системи динамічної математики GeoGebra в розробці STEM-проєктів. Актуальні аспекти розвитку STEM-освіти у навчанні природничо-математичних дисциплін: збірник матеріалів І Міжнародної науково-практичної конференції, м. Кропивницький, 16-17 травня 2018 р. / за заг. ред. О. С. Кузьменко, В. В. Фоменка. Кропивницький, 2018. С. 80–83.
8. Кириленко С. Поліфункціональний урок у системі STEM-освіти: теоретико-методологічні та методичні сегменти. / С.Кириленко, О.Кіян//Рідна школа.-2016-№4-с.50-54.
9. Коваленко О. STEM-освіта: досвід упровадження в країнах ЄС та США./О.Коваленко, О.Сапрунова.//Рідна школа.-2016-№4-с.46-49.

10. Корнієнко О.Р. Про актуальність запровадження STEM-навчання в Україні.[Електронний ресурс]/О.Р.Корнієнко-Режим доступу: [//http://elenakornienko.blogspot.com/2016/02/stem.html](http://elenakornienko.blogspot.com/2016/02/stem.html).-Назва з екрана.

11. Проект Концепції STEM-освіти в Україні [Електронний ресурс].mk-kor.at.ua/STEM/ STEM_2017.pdf.

12. Роміцина Л. В. Математична освіта - освіта для життя./Л. В. Роміцина//Житомирщина педагогічна. Електронний науково-методичний журнал.-16.08.2017, № 3(7).

13. Шулікін Д. STEM-освіта [Електронний ресурс]/Д. Шулікін. -Режим доступу:<http://iteach.com.ua/news/mass-media/?pid=2621>/.-Назва з екрана.

14. STEM-освіта. [Електронний ресурс]. - Режим доступу:<http://www.imzo.gov.ua/stem-osvita/>.-Назва з екрана.

15. STEM-освіта-шлях до майбутнього.//Математика в школах України.-2017-№27 (543)-с.32-35.

