

Тема 12.

Стандартні числові й логічні атрибути та їх використання в моделях.

Функції в GPSS World.

Їх використання в моделях

12.1. Стандартні числові й логічні атрибути. Їх використання в моделях

У процесі моделювання GPSS World автоматично реєструє і коректує інформацію, подану системними числовими атрибутами різних об'єктів, які входять до моделі. Значна частина інформації доступна лише інтерпретатору. Проте до деяких атрибутів об'єктів може звертатися і програміст (розробник моделі), маніпулюючи їх значеннями згідно з логікою моделі. Такі атрибути називаються стандартними числовими атрибутами (СЧА). СЧА можуть мати дійсні, цілі, логічні і рядкові значення. Тип значення у випадку його очевидності не вказується. Усі часові й усереднені показники вважаються дійсними.

Кожен об'єкт GPSS має свій набір СЧА. Окрім СЧА об'єктів існують ще системні числові атрибути, до яких користувач може звертатися в моделі, але не може змінювати їх значення. Доступ до СЧА дає можливість керувати процесом руху транзактів, наприклад, обмежувати розмір або час перебування у черзі. Повний перелік СЧА, класифікованих за об'єктами GPSS, наведено в додатку А.

Імена СЧА зарезервовані. За способом визначення імен СЧА можна розбити на три групи.

Ім'я СЧА в першій групі складається з двох частин. Перша частина вказує групове ім'я, яке ідентифікує тип об'єкта і тип інформації про об'єкт. Друга частина ідентифікує конкретного члена групи. Групове ім'я складається з однієї-двох літер, фіксованих для інформації про об'єкти певного типу (наприклад, Q — поточне значення довжини черги, SC — загальне число входів у БКП, FT — середній час використання пристрою одним транзактом тощо). Об'єкти GPSS можуть бути ідентифіковані за допомогою числових або символьних імен.

Ідентифікація СЧА залежить від виду адресації, яких у GPSS передбачено дві: пряма і непряма.

У разі прямої адресації СЧА визначають як:

1. Якщо об'єкт ідентифіковано за допомогою номера, то посилання на його СЧА записується так:

СЧА_j, де j – номер об'єкта (додатне ціле число).

Наприклад, QM8 — максимальна довжина черги номер 4, FR5 — коефіцієнт використання пристрою номер 5, R7 — кількість вільних каналів у БКП номер 7.

2. Якщо зазначають символічне ім'я об'єкта, то посилання на його СЧА записується так:

СЧА\$<ім'я>, де <ім'я> – ім'я об'єкта.

Наприклад, Q\$Cherga – поточне значення довжини черги з іменем Cherga, FC\$Pistry – загальне число входів у пристрій з іменем Pistry, CA\$Myspisok – середнє число транзактів у списку користувача з іменем Myspisok.

У разі непрямої адресації СЧА визначають так:

СЧА*j, де j — номер параметра активного транзакта (додатне ціле число), який містить необхідне значення;

СЧА*\$<ім'я>, де <ім'я> – ім'я параметра активного транзакта, який містить необхідне значення. Знак \$ використовується як роздільник і його можна не використовувати. По суті записи і СЧА*<ім'я> ідентичні.

У загальному випадку непряму адресацію позначають так:

СЧА*параметр.

Наприклад, Q*4 — поточне значення довжини черги, номер якої є значенням параметра 4 активного транзакта, SR*Pistry — коефіцієнт використання БКП, номер якого міститься в параметрі з іменем Pistry активного транзакта.

Непряма адресація реалізується за допомогою блока ASSIGN через запис номера об'єкта в параметрі транзакта.

Другу групу, як частковий випадок першої групи, становлять матричні СЧА. Матричний СЧА MX може містити до трьох ідентифікаторів (непрямих адрес). Наприклад:

MX*Result(*Rjadok,*Stovpec) є посиланням на матрицю, номер якої міститься в параметрі активного транзакта з іменем Result, а елемент матриці — номер рядка і номер стовпця — визначають значеннями параметрів з іменами Rjadok і Stovpec відповідно того самого активного транзакта.

Третю групу складають стандартні числові атрибути A1, AC1, C1, M1, PR, TG1, XN1, Z1, які називають атомарними. Ці СЧА, на відміну від СЧА першої і другої груп, не потребують зазначення номера або імені об'єкта.

СЧА *за ознакою доступності* до них користувача можна розділити на дві групи.

До першої групи належать атрибути, які в частині, що стосується їхнього формування, доступні лише GPSS World. Користувач може їх використати у виразах, але не може їх змінювати у процесі моделювання. Ця група містить найбільшу кількість СЧА.

Друга група охоплює СЧА обчислювальних об'єктів, які може змінювати розробник моделі і використовувати їх у виразах:

FNj (FN\$Resultat) — обчислене дійсне значення функції номер j (з іменем Resultat);

Vj (V\$Zminna) — обчислене значення дійсної або цілочисельної змінної номер j (з іменем Zminna);

BVj (BV\$Bulev) — обчислене дійсне значення булевої змінної номер j (з іменем Bulev).

Стандартні числові атрибути дозволяють відобразити залежність поводження транзактів від стану системи: затримки чи траєкторії від параметра транзакта, довжини черг до пристроїв від години доби; тарифів — від відстані, години доби і дня тижня тощо. СЧА можуть бути використані як входи в матрицю. Другий аспект застосування СЧА — забезпечити нестандартні збір і обробку статистики.

Стандартні числові атрибути можуть використовуватися як операнди практично в будь-якому типі блоків. Також значення будь-якого СЧА може входити до більшості операторів опису об'єктів. Особливістю СЧА є те, що вони забезпечують користувачеві доступ до характеристик стану системи у процесі моделювання.

12.2. Функції в GPSS World. Їх використання в моделях

Генерування випадкових чисел у GPSS

Загалом джерелом "випадковості" в моделях GPSS є одна або кілька функцій, звертаючись до яких можна отримати випадкові значення з вибірки рівномірно розподілених на проміжку [0; 1] чисел. Розігрування значення відповідно до деякого розподілу, зазвичай, здійснюють в два етапи:

1) розігрується випадкове число з вибірки чисел, рівномірно розподілених на проміжку [0; 1];

2) отримане число певним способом перетворюється на еквівалентне йому значення, яке вже належить до вибірки чисел потрібного нам розподілу.

У GPSS World передбачена необмежена кількість генераторів рівномірно розподілених псевдовипадкових чисел на проміжку [0; 1]. Звертаються до генератора без попереднього його оголошення за допомогою СЧА RNn, де n —

номер генератора. Початкове згенероване генератором число збігається з номером n генератора. Наприклад, запис RN823 означає, що генератор номер 823 запускається початковим числом 823.

Під час моделювання може виникнути необхідність дослідження: різних варіантів моделі із заданням одного і того ж самого вхідного потоку випадкових чисел;

одного або кількох варіантів моделі із заданням різних потоків випадкових чисел.

Перша необхідність легко реалізується, оскільки генератори дають змогу відтворювати одні й ті ж самі послідовності рівномірно розподілених випадкових чисел.

У другому випадку GPSS надає можливість змінювати початкові числа перших семи RN1,...,RN7 генераторів і, як наслідок, формувати різні послідовності.

Для цього призначена команда RMULT такого формату:

RMULT A,B,C,D,E,F,G

Операнд A — початкове число для RN1, B — для RN2, ..., G — для RN7.

Наприклад, запис

RMULT ,23,74,,,59

означає встановлення початкових чисел для генераторів 2, 3 і 6.

Початкові значення генераторів 1, 4, 5 і 7 залишаються без змін.

У GPSS World псевдовипадкові числа генеруються за 32-бітним мультиплікативним конгруентним алгоритмом, який дає змогу отримати 2147483646 унікальних псевдовипадкових чисел, тобто з періодом $2^{31}-2$, не враховуючи 0.

СЧА RN набуває цілих значень від 0 до 999 включно, а під час обчислення випадкових функцій використовується випадкове число з інтервалу від 0 до 0,999999 включно.

У GPSS World генератори випадкових чисел використовують не лише у блоках GENERATE і ADVANCE, а й під час опрацювання одночасних подій та у блоках TRANSFER, які працюють у режимі статистичної передачі. Користувач може вибрати будь-який генератор, знайшовши в меню Edit — Settings на закладці Random Numbers поле відповідного блока (за замовчуванням — RN1).

Генерування випадкових чисел у GPSS World як для рівномірного, так і для інших типових розподілів найзручніше здійснювати за допомогою вмонтованих бібліотечних генераторів випадкових чисел (див. підрозділ 12.3). Однак з цією метою можна також використовувати й функції, які в GPSS призначені для обчислення величин, заданих табличними залежностями.

Примітка. Оператори CLEAR і RESET не змінюють значень індексів і множників датчиків.

Табличні функції

Табличну функцію GPSS World визначає оператор FUNCTION, після якого йдуть пари можливих значень аргументу й функції. Оператор FUNCTION має такий формат:

<ім'я> FUNCTION A,B

Тут <ім'я> – ім'я функції (числове або символічне).

Операнд A — аргумент функції, який може бути іменем, додатним цілим числом, рядком, виразом у дужках, значенням будь-якої іншої функції, СЧА або СЧА*параметром. Якщо як аргумент функції використовується випадкове число RNj, то значеннями аргумента будуть числа, рівномірно розподілені в інтервалі $0 \leq \text{RNj} < 1$.

Операнд B складається з однієї літери, яка визначає тип функції, й цілого додатного числа, яке задає кількість координат. Операнд B задає

тип функції й кількість координат (пара точок аргумент-функція $X(i)$ й $Y(i)$).

У GPSS World можна використовувати такі п'ять типів функцій:

С — неперервна числова функція. Значення функції обчислюється методом лінійної інтерполяції й береться як ціле число;

Д — дискретна числова функція. Значення функції береться рівним значенню на правому кінці інтервалу як ціле число;

Е — дискретна атрибутивна функція. У ній можна використати будь-який СЧА, крім матриць;

Л — спискова числова функція, аргументом якої є відрізок натурального ряду, починаючи з 1;

М — спискова атрибутивна функція. Значенням функції може бути будь-який СЧА.

За кожним оператором опису FUNCTION ідуть оператори для завдання координат ($X(i)$ й $Y(i)$) функції. Не допускається використання коментарів між оператором опису FUNCTION й операторами, що задають значення функції.

При написанні пар чисел, які визначають координати X та Y точки функції, необхідно дотримуватися таких правил:

запис має починатися в позиції 1;

значення координат $X(i)$ й $Y(i)$ однієї точки функції відділяються комою;

набори координат відокремлюють символом "/" або переходом до наступного рядка і розташовують у довільній кількості рядків;

кількість пар даних, зазначених в операнді В оператора FUNCTION, має збігатися з кількістю пар, відокремлених символом "/" у списку даних функції;

значення X розташовують у порядку зростання;

кожна функція повинна мати, принаймні, дві описані точки;

списки даних функції не мають полів коментаря.

Значення, задані командою FUNCTION, зберігаються у формі чисел з плаваючою крапкою подвійної точності.

Функції всіх типів мають єдиний СЧА з назвою FN, значенням якого є обчислене значення функції. Обчислення функції відбувається під час потрапляння транзакта у блок, який містить посилання на СЧА FN з іменем функції.

Неперервні числові функції (C). Функції типу C використовують для отримання випадкових чисел з неперервного рівномірного розподілу. Коли значення аргументу неперервної числової функції попадає в інтервал між двома заданими значеннями $X(i)$ і $X(i+1)$, програма виконує лінійну інтерполяцію для визначення значення функції, що знаходиться в інтервалі між $Y(i)$ і $Y(i+1)$. Результат береться як ціле число (десяткові знаки відкидаються).

У списку даних функції змінні X та Y мають бути цілими або дійсними числами. Наприклад:

Myfn FUNCTION RN12,C4
.1,12.3/.3,15.2/.6,7.5/1,45

Значення неперервної функції Myfn обчислюється наступним чином. Після звертання до функції Myfn відбувається розігрування випадкового числа, яке надалі використовується як аргумент функції (нехай було розігране значення $X=.34$). Потім переглядається таблиця для визначення інтервалу значень накопиченої частоти, до якого потрапило розігране випадкове число (інтервал $[.3; .6]$). Після цього виконується лінійна інтерполяція на цьому інтервалі й обчислюється значення функції в розіграній точці:

$$Y = \frac{x - x(i+1)}{x(i) - x(i+1)} \times Y(i) + \frac{x - x(i)}{x(i+1) - x(i)} \times Y(i+1) =$$

$$= \frac{.34 - .6}{.3 - .6} \times 15.2 + \frac{.34 - .3}{.6 - .3} \times 7.5 = 14.173$$

Оскільки від отриманого результату береться ціла частина, то значення функції Myfn у точці $X=.34$ дорівнює 14.

Значення неперервної функції обчислюється за допомогою лінійної інтерполяції, тому для всіх точок на одному інтервалі накопиченої частоти ймовірність їхнього використання є однаковою. Унаслідок цього процедура розіграшу неперервної рівномірно розподіленої випадкової величини є простою. Припустимо, що деяка випадкова величина рівномірно розподілена на проміжку $[5; 10]$. Тоді ймовірність того, що значення змінної менше ніж 5, дорівнює 0, а ймовірність того, що вона менша ніж 10, дорівнює 1. Ці два значення ймовірності використовуються як значення накопиченої частоти для визначення неперервної функції:

Chas FUNCTION RN4,C2

0,5/1,10

Незважаючи на те, що значенням другої пари, використаної для визначення функції, є 10, функція ніколи не набуває значення 10, оскільки СЧА RN під час обчислення функції не може перевищувати 0,999999. Отож найбільшою цілою частиною отриманого значення є 9.

Дискретні числові функції (D). Дискретні числові функції задають одне й те саме значення функції $Y(i)$ для всіх значень аргументу $X(i-1) < X \leq X(i)$. Значення функції береться рівним значенню функції на правому кінці інтервалу. Нецілі значення функцій приводяться до цілих шляхом виділення цілої частини.

У списку даних функції типу D значення аргументу X мають бути виразом, а значення функції Y — ім'ям, цілим або дійсним числом. Наприклад:

Myfd FUNCTION RN3,D5

.14,2/.4,7/.68,8/.77,11/1,15

Значення дискретної функції Myfd обчислюється наступним чином. Після звертання до функції Myfd відбувається розігрування випадкового числа, яке надалі використовується як аргумент функції (нехай було розігране значення $X=.7$). Потім переглядається таблиця для визначення інтервалу значень накопиченої частоти, до якого потрапило розігране випадкове число (інтервал $[.68; .77]$). Значення функції Myfd у точці $X=.7$ дорівнює значенню функції на правому кінці цього інтервалу, тобто дорівнює 11.

Якщо результатом розігрування мають бути цілі числа, то перевага надається неперервній функції перед дискретною. Припустимо, що необхідно розігрувати випадкові числа на проміжку від 100 до 234. Функцію можна описати так

Gra FUNCTION RN32,C2

0,100/1,235

Зауважимо, що друга пара тут (1; 235), а не (1; 234). Це зроблено для забезпечення можливості отримання максимального значення 234.

Якщо ж для розігрування випадкових чисел на тому самому проміжку використати дискретну функцію, то потрібно буде рахувати 134 пари накопичених частот і задати 134 пари для визначення функції.

Спискові числові функції (L). У багатьох випадках значеннями аргументу $X(i)$ є неперервні послідовності цілих чисел 1,2,3...n.

Машинний час, необхідний для обчислення значень таких функцій, може бути значно зменшено, якщо ці функції описані як табличні. У цьому випадку значення аргумента X в операторах, що задають значення координат функції, програмою введення GPSS не розглядаються і приймаються рівними $X(1)=1$, $X(2)=2, \dots, X(i)=i, \dots, X(n)=n$.

Інтерпретатор використовує аргумент функції для прямого звертання до масиву заданих величин функції. Таким чином, не потрібен послідовний перегляд таблиці, пов'язаної з функцією.

Значення $Y(i)$ мають бути записані у відповідних полях операторів, що задають значення координат. Для зручності програміста в операторах можуть бути записані значення X , хоча вони ніколи не переглядаються. Якщо значення аргументу виходить за межі інтервалу $(1, n)$, то видається повідомлення про помилку на етапі виконання.

У функції типу L аргумент X може бути лише цілим числом, його розглядають як порядковий номер. Значення функції Y — ім'ям, цілим або дійсним числом. За порядковим номером знаходять значення функції. Значення X мають починатися з 1 і збільшуватися на 1 для кожної наступної пари даних. Наприклад:

```
Myfunl FUNCTION Q$Cherga,L5  
1,Stan1/2,Stan2/3,Stan3/4,Stan4/5,Stan5
```

У цьому прикладі якщо довжина черги з іменем Cherga дорівнюватиме 3, то значення функції Myfunl дорівнюватиме Stan3.

Дискретні атрибутивні функції (E). Дискретні атрибутивні функції (E) подібні дискретним числовим функціям (D). У дискретній атрибутивній функції типу E аргумент X має бути виразом, а Y — ім'ям, цілим або дійсним числом, СЧА або виразом у дужках. Наприклад:

```
Myfune FUNCTION P5,E4  
1,X$Use1/4,V$Use2/10,S$Comp/12,FN$Myfun
```

Функцію типу E обчислюють так само, як і функцію типу D. Відмінність полягає лише в тому, що після ідентифікування аргументу X відбувається обчислення відповідного СЧА або виразу в дужках. Наприклад, для значення 5-го параметра транзакта (P5), який дорівнює 4, відбувається обчислення арифметичної змінної з іменем Use2.

Спискові атрибутивні функції (M). Спискові атрибутивні функції (M) подібні списковим числовим функціям (L). Спискова атрибутивна

функція типу М відрізняється від спискової числової функції типу L тим, що значення функції можуть бути не лише ім'ям, цілим або дійсним числом, а й СЧА або виразом у дужках. Аргумент є також цілого типу, його розглядають як порядковий номер, тому він має починатися з 1 і збільшуватися на 1 для кожної наступної пари даних. Наприклад:

```
Myfunm      FUNCTION      X$Zbereg,M4  
1,Q$Cherga/2,N$Term/3,S$Mys/4,V$Zmin
```

Обчислюється функція типу М так само, як функція типу L, лише після ідентифікації аргумента — порядкового номера відбувається обчислення відповідного СЧА або виразу в дужках. Наприклад, при X=4 обчислюється арифметична змінна з іменем Zmin.

Звернення до функції можна записувати в операндах блоків, у виразах, як аргумент інших функцій.

Звернення до функції можна записувати в операнді В блоків ADVANCE або GENERATE. У цьому випадку вона називається "функцією-модифікатором". Значення цієї функції обчислюється з подвійною точністю й множиться на значення операнда А. Отриманий результат використовують як потрібну часову затримку в цьому блоці.

12.3. Оператори опису деяких імовірнісних розподілів

Розглянемо PLUS-процедури генерування випадкових чисел з типовими теоретичними розподілами. У зв'язку з тим, що форма задавання і навіть кількість параметрів (з урахуванням зсуву) розподілів у GPSS World часто відрізняються від стандартних, то розглянемо і їх характеристики. Виклик кожної функції оформлений як оператор присвоювання із зазначенням в його лівій частині типу значення, що повертається (Real — дійсний, Integer — цілий).

Усі процедури викликаються по їх вказівнику. Якщо виникає необхідність задати початковий ДВЧ, підставляється тільки номер останнього — без попереднього RN. У всіх випадках через Min і Max позначені відповідно найменше і найбільше значення генерованої випадкової величини, m — зсув, s — масштабний параметр ($m > 0, s > 0$), α і β — параметри форми, які в операторах виклику замінюються їх латинськими аналогами. Усі аргументи мають бути типу Вираз.

У GPSS World передбачено 24 імовірнісних розподіли.

Неперервні розподіли

1. Рівномірний розподіл:

$$Real = UNIFORM(RNj, a, b),$$

де $a = \min$, $b = \max$.

Характеристики:

щільність розподілу на інтервалі (a, b) : $f(x) = \frac{1}{b-a}$, $a \leq x \leq b$;

середнє значення: $\nu = \frac{a+b}{2}$;

дисперсія: $D = \frac{(b-a)^2}{12}$.

2. Експоненціальний розподіл:

$$Real = EXPONENTIAL(RNj, m, s).$$

Характеристики:

щільність розподілу: $f(x) = \frac{1}{s} \exp\left(-\frac{x-m}{s}\right)$, $x \geq m$;

середнє значення: $\nu = m + s$;

дисперсія: $D = s^2$.

3. Нормальний розподіл (розподіл Гауса):

$$Real = NORMAL(RNj, m, s).$$

Характеристики:

щільність розподілу: $f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2s^2}\right)$;

середнє значення: $\nu = m$;

дисперсія: $D = s^2$.

4. Трикутний розподіл:

$$Real = TRIANGULAR(RNj, a, b, c),$$

де $a = \min$, $b = \max$, $c = \text{mode}$.

Характеристики:

$$\text{щільність розподілу: } f(x) = \begin{cases} \frac{2(b-x)}{(b-a)(c-a)}, & a \leq x \leq c, \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-a)}, & c \leq x \leq b. \end{cases};$$

$$\text{середнє значення: } \nu = \frac{a+b+c}{3};$$

$$\text{дисперсія: } D = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc}{18}.$$

5. Бета-розподіл:

$$\text{Real} = \text{BETA}(\text{RNj}, \min, \max, \alpha, \beta).$$

Аргументи α, β - додатні дійсні параметри.

Характеристики:

щільність розподілу:

$$f(x) = \frac{(x - \min)^{\alpha-1} (1 - (x - \min))^{\beta-1}}{(\max - \min)^{\alpha+\beta-1} B(\alpha, \beta)}, \quad x \in (\min, \max),$$

$$\text{де } B(\alpha, \beta) = \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt \text{ - бета-функція;}$$

$$\text{середнє значення: } \nu = \min + (\max - \min) \frac{\alpha}{\alpha + \beta};$$

$$\text{дисперсія: } D = (\max - \min)^2 \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2 (\alpha + \beta + 1)}.$$

Примітки.

При $\alpha = \beta = 1$ розподіл вироджується в рівномірний (тобто $\text{BETA}(\text{RNj}, \min, \max, 1, 1) = \text{UNIFORM}(\text{RNj}, \min, \max)$).

При $\alpha = 1, \beta = 2$ розподіл перетворюється в лівий трикутний.

При $\alpha = 2, \beta = 1$ розподіл перетворюється в правий трикутний.

6. Розподіл крайніх значень типу А:

$$\text{Real} = \text{EXTVALA}(\text{RNj}, m, s).$$

$$\text{Щільність розподілу: } f(x) = \exp\left(-e^{\frac{x-m}{s}}\right).$$

7. Розподіл крайніх значень типу В:

$$\text{Real} = \text{EXTVALB}(\text{RNj}, m, s).$$

$$\text{Щільність розподілу: } f(x) = \exp\left(-e^{-\frac{x-m}{s}}\right).$$

8. Гама-розподіл:

$$\text{Real} = \text{GAMMA}(\text{RNj}, m, s, \alpha).$$

Характеристики:

$$\text{щільність розподілу: } f(x) = \frac{s^{-\alpha}(x-m)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-\frac{x-m}{s}}, \quad x \geq m,$$

$$\text{де } \Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \text{ – гама-функція;}$$

$$\text{середнє значення: } \nu = \alpha s;$$

$$\text{дисперсія: } D = \alpha s^2.$$

Примітки:

при $\alpha = 1$ розподіл зводиться до експоненціального (тобто $\text{GAMMA}(\text{RNj}, m, s, 1) = \text{EXPONENTIAL}(\text{RNj}, m, s)$);

при цілих додатніх α розподіл зводиться до ерланговського відповідного порядку.

9. Обернений розподіл Гауса:

$$\text{Real} = \text{INVGAUSS}(\text{RNj}, m, s, \alpha).$$

Щільність розподілу:

$$f(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi(x-m)^2}} \exp\left(-\frac{\alpha(x-m-s)^2}{2s^2(x-m)}\right), \quad x \geq m.$$

10. Розподіл Вейбулла:

$$\text{Real} = \text{WEIBULL}(\text{RNj}, m, s, \alpha).$$

Характеристики:

$$\text{щільність розподілу: } f(x) = \alpha s^{-\alpha} (x - m)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{x - m}{s}\right)^{\alpha}\right), \quad x \geq m;$$

$$\text{середнє значення: } \nu = \frac{s}{\alpha} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) + m;$$

$$\text{дисперсія: } D = \frac{s^2}{\alpha} \left(2\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right) - \frac{1}{\alpha} \Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha}\right) \right).$$

$$\text{Тут } \Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \text{ – гама-функція.}$$

Примітка. Розподіл Вейбулла при $\alpha = 2$ перетворюється в розподіл Релея, а при $\alpha = 1$ – в експоненціальний розподіл (тобто $\text{GAMMA}(\text{RNj}, m, s, 1) = \text{EXPONENTIAL}(\text{RNj}, m, s)$).

11. Обернений розподіл Вейбулла:

$$\text{Real} = \text{INVWEIBULL}(\text{RNj}, m, s, \alpha).$$

$$\text{Щільність розподілу: } f(x) = \exp\left(-e^{-\frac{\alpha \ln(x - m)}{s}}\right), \quad x \geq m.$$

12. Розподіл Лапласа:

$$\text{Real} = \text{LAPLACE}(\text{RNj}, m, s).$$

Характеристики:

$$\text{щільність розподілу: } f(x) = \frac{1}{2s} \exp\left(-\frac{|x - m|}{s}\right);$$

$$\text{середнє значення: } \nu = m;$$

$$\text{дисперсія: } D = 2s^2.$$

13. Логістичний розподіл:

$$\text{Real} = \text{LOGISTIC}(\text{RNj}, m, s).$$

Характеристики:

$$\text{щільність розподілу: } f(x) = \frac{e^{\frac{x-m}{s}}}{s \left(1 + e^{\frac{x-m}{s}} \right)^2};$$

середнє значення: $\nu = m$;

$$\text{дисперсія: } D = \frac{(\pi\beta)^2}{3}.$$

14. Логарифмічний розподіл Лапласа:

$$\text{Real} = \text{LOGLAPLACE}(\text{RNj}, m, s, \alpha).$$

Характеристики:

$$\text{щільність розподілу: } f(x) = 0.5 \exp\left(-\alpha \left| \ln\left(\frac{x-m}{s}\right) \right| \right) = 0.5 \ln \left| \frac{s}{x-m} \right|^\alpha;$$

середнє значення: $\nu = m$;

$$\text{дисперсія: } D = \frac{(\pi\beta)^2}{3}.$$

15. Логарифмічно логістичний розподіл:

$$\text{Real} = \text{LOGLOGIS}(\text{RNj}, m, s, \alpha).$$

$$\text{Щільність розподілу: } f(x) = -\frac{1}{\exp\left(\alpha \ln\left(\frac{x-m}{s}\right) + 1\right)}.$$

16. Логарифмічно нормальний розподіл:

$$\text{Real} = \text{LOGNORMAL}(\text{RNj}, m, s, a).$$

Характеристики:

щільність розподілу:

$$f(x) = \frac{1}{(x-m)a\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(x-m)-s)^2}{2a}\right), x \geq m;$$

середнє значення: $\nu = \exp\left(s + \frac{a^2}{2} + m\right);$

дисперсія: $D = e^{2s+a^2} (e^{a^2} - 1).$

17. Розподіл Парето:

$$\text{Real} = \text{PARETO}(\text{RNj}, m, s).$$

Характеристики:

щільність розподілу: $f(x) = \frac{sm^s}{x^{s+1}}, x \geq m;$

середнє значення: $\nu = \frac{sm}{s-1}$ існує при $s > 1;$

дисперсія: $D = \frac{sm^2}{(s-1)^2(s-2)}$ скінченна при $s > 2.$

18. Розподіл Пірсона типу V:

$$\text{Real} = \text{PEARSON5}(\text{RNj}, m, s, \alpha).$$

Характеристики:

щільність розподілу: $f(x) = \left(\frac{s}{x-m}\right)^{\alpha+1} \frac{e^{-\frac{s}{x-m}}}{s\Gamma(\alpha)}, x \geq m,$

де $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$ – гама-функція;

середнє значення: $\nu = \frac{s}{\alpha-1} + m$ існує при $\alpha > 1;$

дисперсія: $D = \frac{s^2}{(\alpha - 1)^2(\alpha - 2)}$ скінченна, якщо $\alpha > 2$.

19. Розподіл Пірсона типу VI:

$$\text{Real} = \text{PEARSON6}(\text{RNj}, m, s, \alpha, \beta).$$

Характеристики:

$$\text{щільність розподілу: } f(x) = \frac{\left(\frac{x - m}{s}\right)^{\alpha-1}}{sB(\alpha, \beta) \left(1 + \frac{x - m}{s}\right)^{\alpha+\beta}}, \quad x \geq m,$$

де $B(\alpha, \beta) = \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt$ – бета-функція;

середнє значення: $\nu = \frac{s\alpha}{\beta-1} + m$ існує при $\beta > 1$;

дисперсія: $D = \frac{s^2 \alpha(\alpha + \beta - 1)}{(\beta - 1)^2(\beta - 2)}$ скінченна, якщо $\beta > 2$.

Дискретні розподіли

20. Дискретний рівномірний розподіл:

$$\text{Integer} = \text{DUNIFORM}(\text{RNj}, \text{min}, \text{max}).$$

Характеристики:

імовірність: $p(x) = \frac{1}{\text{max} - \text{min} + 1}$, $x \in \text{min}, \text{min} + 1, \dots, \text{max}$;

середнє значення: $\nu = \frac{\text{min} + \text{max}}{2}$;

дисперсія: $D = \frac{(\text{max} - \text{min} + 1)^2 - 1}{12}$.

21. Геометричний розподіл:

$$\text{Integer} = \text{GEOMETRIC}(\text{RNj}, p),$$

де p – імовірність успіху при одній спробі.

Характеристики:

імовірність: $p(x) = p(1-p)^x$, $x = 0, 1, \dots$;

середнє значення: $\nu = \frac{1-p}{p}$;

дисперсія: $D = \frac{1-p}{p^2}$.

22. Розподіл Пуассона:

$$\text{Integer} = \text{POISSON}(\text{RNj}, \nu),$$

де ν - середнє значення.

Характеристики:

імовірність: $p(x) = \frac{\nu^x}{x!} e^{-\nu}$, $x = 0, 1, \dots$;

дисперсія: $D = \nu^2$.

23. Біноміальний розподіл:

$$\text{Integer} = \text{BINOMIAL}(\text{RNj}, t, p),$$

де t - лічильник бернулєвих спроб;

p - імовірність успіху в кожній.

Характеристики:

імовірність: $p(x) = \frac{t!}{x!(t-x)!} p^x (1-p)^{1-x}$, $x \in \{0, 1, \dots, t\}$;

середнє значення: $\nu = tp$;

дисперсія: $D = tp(1-p)$.

24. Від'ємний біноміальний розподіл:

$$\text{Integer} = \text{NEGBINOM}(\text{RNj}, c, p),$$

де c - потрібна кількість успішних бернулєвих спроб, p - імовірність успіху у спробі.

Характеристики:

імовірність: $p(x) = \frac{(c+x-1)!}{x!(c-1)!} p^c (1-p)^x$, $x = 0, 1, \dots$;

середнє значення: $\frac{c(1-p)}{p}$;

дисперсія: $\frac{c(1-p)}{p^2}$.

Примітка. При $c = 1$ розподіл вироджується в геометричний.

Висновки

1. Стандартні числові атрибути забезпечують доступ до характеристик стану системи у процесі моделювання, забезпечують нестандартний збір і обробку статистики. Доступ до СЧА дає можливість керувати процесом руху транзактів.
2. Для отримання випадкових чисел у GPSS World передбачені генератори випадкових чисел.
3. Розробник, використовуючи оператор FUNCTION може задати п'ять типів табличних функцій: неперервну, дискретну і спискову числові, дискретну і спискову атрибутивні.
4. У GPSS World передбачено 24 імовірнісних розподіли: 19 неперервних і 5 дискретних.

Контрольні запитання та завдання

1. Дайте визначення стандартних числових і логічних атрибутів (СЧА). Назвіть їх види. Яку роль вони відіграють у моделях?
2. Для чого в GPSS World використовуються функції? Яким чином записуються функції та де використовуються їх значення?
3. Які імовірнісні розподіли реалізовані в GPSS World? Назвіть оператори їх опису.