

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ФОТОПРОВІДНОСТІ НАПІВПРОВІДНИКА

1 Постановка задачі

Зробити розрахунок і побудувати графік змін фотопровідності напівпровідника при освітленні періодичними імпульсами світла.

2 Вихідні дані :

напівпровідниковий матеріал;
температура напівпровідника;
легуюча домішка;
концентрація легуючої домішки;
рекомбінаційна домішка;
концентрація рекомбінаційної домішки;
амплітуда світлового потоку;
частка поглинаючого світлового потоку (або коефіцієнт поглинання і товщина зразка);
квантовий вихід;
тривалість імпульсу;
тривалість фронтов імпульсу;
тривалість інтервалу між імпульсами.

3 Основні співвідношення

3.1 Згідно визначенню фотопровідності, її значення дорівнює

$$\Delta\sigma_{\phi} = q(\Delta n\mu_n + \Delta p\mu_p), \quad (1)$$

де: q - елементарний заряд;

$\Delta n, \Delta p$ - надлишкові концентрації вільних носіїв заряду;

μ_n, μ_p - рухливості електронів та дірок відповідно.

Надлишкові концентрації вільних носіїв заряду визначаються швидкістю їх генерації під дією світла (G_n, G_p) і швидкістю їх рекомбінації (R_n, R_p). При наявності в напівпровіднику рекомбінаційної домішки, рекомбінація нерівноважних носіїв заряду відбувається головним чином на локальних центрах, утворених атомами цієї домішки. Якщо рекомбінація має лінійний характер:

$$\begin{aligned} R_n &= -\frac{\Delta n}{\tau_n}, \\ R_p &= -\frac{\Delta p}{\tau_p}, \end{aligned} \quad (2)$$

де: τ_n, τ_p - час життя нерівноважних електронів та дірок відповідно.

Для визначення надлишкової концентрації носіїв заряду в кожен даний момент часу в кожному конкретному випадку необхідно розв'язувати рівняння безперервності

$$\frac{dn}{dt} = G_n + R_n \quad \text{або} \quad \frac{dp}{dt} = G_p + R_p. \quad (3)$$

Швидкість генерації в цьому випадку

$$G_n = \alpha \beta_n N \quad \text{або} \quad G_p = \alpha \beta_p N, \quad (4)$$

де: α - коефіцієнт поглинання світла напівпровідником;

β_n, β_p - квантовий вихід фотоіонізації.

Якщо швидкість рекомбінації визначається рівностями (2), то рівняння безперервності для електронів

$$\frac{dn}{dt} + \frac{\Delta n}{\tau} - \alpha \beta_n N(T) = 0, \quad (5)$$

де: $N(t)$ – число фотонів, що падають на одиницю площі поверхні за одиницю часу.

Загальне рішення рівняння (5)

$$\Delta n(t) = \exp\left(-\int \frac{dt}{\tau}\right) \left[\int \alpha \beta_n N(t) \exp\left(\int \frac{dt}{\tau}\right) dt + c \right]. \quad (6)$$

Рішення (6) для конкретного випадку освітлення можна одержати, якщо задати параметри імпульсу збуджуючого світла. Згідно завдання світловий потік має кусково-лінійний характер (рис. 1).

Аналітичну залежність, показану на рис. 1, можна представити таким чином:

$$N(t) = N_0(t - Tl)/t_1 \quad \text{при} \quad Tl \leq t \leq Tl + t_1 \quad (7.a)$$

$$N(t) = N_0 \quad \text{при} \quad Tl + t_1 \leq t \leq Tl + t_1 + t_n \quad (7.б)$$

$$N(t) = N_0(T_n + Tl - t)/t_2 \quad \text{при} \quad Tl + t_1 + t_n \leq t \leq Tl + T_n \quad (7.в)$$

$$N(t) = 0 \quad \text{при} \quad Tl + T_n \leq t \leq T(l+1). \quad (7.г)$$

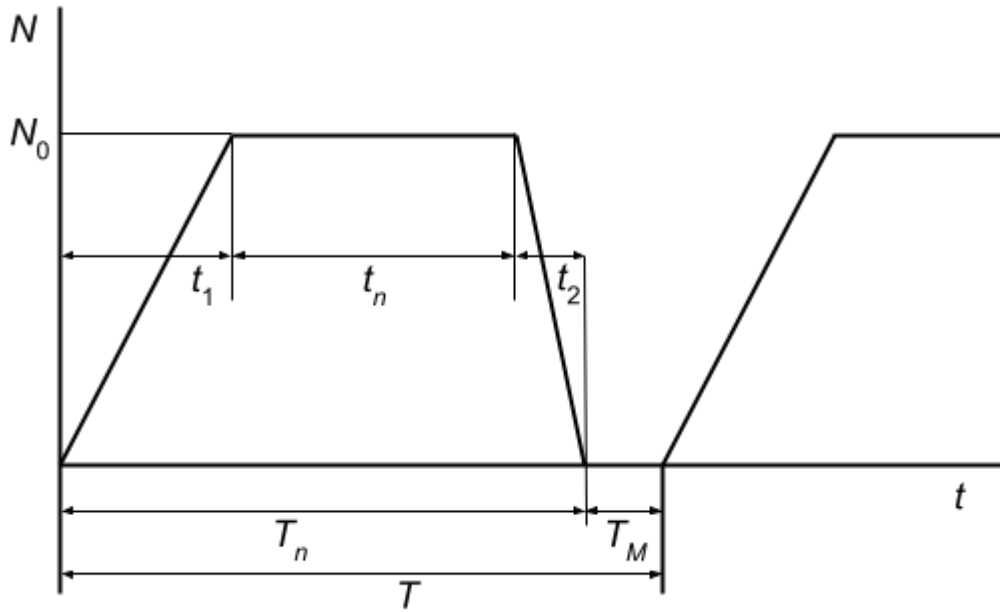


Рисунок 1

Тут l набуває значень 0, 1, 2, ... відповідно для 1, 2, 3, ... імпульсів. Інші позначки показані на рисунку 4.1.

Тоді для різних часових інтервалів з формули (6) з урахуванням виразу (7) можна одержати:

для фронту наростання імпульсу

$$\Delta n_1 = c_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{\alpha \beta_n \tau N_0}{t_1} (t + \tau - Tl) \quad , \quad (8)$$

для постійного значення $N = N_0$ (який відповідає амплітуді імпульсу)

$$\Delta n_2 = c_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \alpha \beta_n \tau N_0 \quad , \quad (9)$$

для фронту спадання імпульсу

$$\Delta n_3 = c_3 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - \frac{\alpha \beta_n \tau N_0}{t_2} (t - \tau - T_n - Tl) \quad , \quad (10)$$

та темнового інтервалу:

$$\Delta n_4 = c_4 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad . \quad (11)$$

Сталі інтегрування визначаються з умов неперервності функції $\Delta n(t)$:

$$\Delta n_{4(l-1)}(Tl) = \Delta n_{1(l)}(Tl) \quad (12)$$

$$\Delta n_{1(l)}(Tl + t_1) = \Delta n_{2(l)}(Tl + t_1) \quad (13)$$

$$\Delta n_{2(l)}(Tl + t_1 + t_n) = \Delta n_{3(l)}(Tl + t_1 + t_n) \quad (14)$$

$$\Delta n_{3(l)}(Tl + T_n) = \Delta n_{4(l)}(Tl + T_n) \quad (15)$$

Виходячи з (12) – (15), знаходимо сталі інтегрування :

$$c_1(l) = c_4(l-1) + \frac{\alpha \beta_n \tau^2 N_0}{t_1} \exp\left(\frac{Tl}{\tau}\right) \quad (16)$$

$$c_2(l) = c_1(l) + \frac{\alpha \beta_n \tau^2 N_0}{t_1} \exp\left(\frac{Tl + t_1}{\tau}\right) \quad (17)$$

$$c_3(l) = c_2(l) - \frac{\alpha \beta_n \tau^2 N_0}{t_2} \exp\left(\frac{Tl + t_1 + t_n}{\tau}\right) \quad (4.18)$$

$$c_4(l) = c_3(l) + \frac{\alpha \beta_n \tau^2 N_0}{t_2} \exp\left(\frac{Tl + T_n}{\tau}\right) \quad (19)$$

При $l = 0$ (перший імпульс) початкова умова

$$\Delta n(0) = 0, \quad (20)$$

з якої випливає

$$c_4(0-1) = 0. \quad (21)$$

3.2 Час життя нерівноважних носіїв заряду визначається співвідношеннями

$$\tau_n = \frac{\Delta n [c_n(n + n_1) + c_p(p + p_1)]}{c_n c_p (np - n_1 p_1)} \quad (22)$$

і

$$\tau_p = \frac{\Delta p [c_n(n + n_1) + c_p(p + p_1)]}{c_n c_p (np - n_1 p_1)}, \quad (23)$$

де:

$$c_n = N_t S_n v_n = \frac{1}{\tau_{n0}} \quad (24)$$

$$c_p = N_t S_p v_p = \frac{1}{\tau_{p0}} \quad (25)$$

$$n_1 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_t}{kT}\right) \quad (26)$$

$$p_1 = N_v \exp\left(-\frac{E_t - E_v}{kT}\right) \quad (27)$$

$$N_c = \frac{2(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3} \quad (28)$$

$$N_v = \frac{2(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}}{h^3} . \quad (29)$$

У випадку рівності концентрацій надлишкових носіїв заряду (при біполярній генерації)

$$\Delta n = \Delta p \quad (30)$$

і

$$\tau_n = \tau_p = \tau . \quad (31)$$

Тоді час життя електронно-діркової пари

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_0 + n_1 + \Delta n}{n_0 + p_0 + \Delta n} + \tau_{n0} \frac{p_0 + p_1 + \Delta p}{n_0 + p_0 + \Delta p} , \quad (32)$$

де: n_0 , p_0 - рівноважні концентрації відповідно електронів та дірок.

Вони визначаються в залежності від температурного інтервалу наступними співвідношеннями (див. рисунок 2):
при низьких температурах ($T \leq T_s$) в електронному напівпровіднику

$$n_0 = \sqrt{\frac{N_d N_c}{g}} \exp\left(-\frac{\Delta E_d}{2k_0 T}\right) \quad (33)$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} \quad (34)$$

при низьких температурах ($T \leq T_s$) в дірковому напівпровіднику

$$p_0 = \sqrt{\frac{N_a N_v}{g}} \exp\left(-\frac{\Delta E_a}{2k_0 T}\right) \quad (35)$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{p_0} \quad (36)$$

в інтервалі температур від T_s до T_i в електронному напівпровіднику

$$n_0 = N_d \quad (37)$$

$$p_0 = \frac{N_c N_v}{N_d} \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{k_0 T}\right) = \frac{n_i^2}{N_d} \quad (38)$$

в інтервалі температур від T_s до T_i в дірковому напівпровіднику

$$p_0 = N_a \quad (39)$$

$$n_0 = \frac{N_c N_v}{N_a} \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{k_0 T}\right) = \frac{n_i^2}{N_a} \quad (40)$$

при температурах $T \geq T_i$ в електронному та дірковому напівпровідниках

$$n_0 = p_0 = n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{2k_0 T}\right) \quad (41)$$

В формулах (33) – (41):

N_t – концентрація рекомбінаційної домішки;

N_d – концентрація донорної домішки;

N_a – концентрація акцепторної домішки;

S_n, S_p – відповідно площі перерізу захвату електронів та дірок рекомбінаційним центром;

v_n, v_p – теплова швидкість вільних носіїв заряду (електронів або дірок);

$\Delta E_d, \Delta E_a$ – енергії іонізації відповідно донорної та акцепторної домішок.

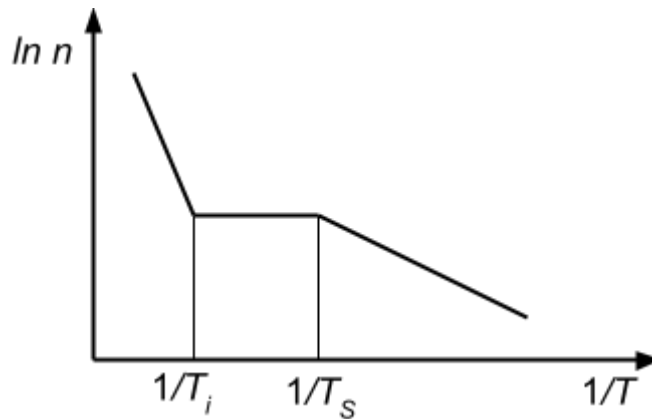


Рисунок 2

Оскільки одній і тій же рекомбінаційній домішці може відповідати декілька рівнів у забороненій зоні, необхідно обґрунтувати вибір рівня з відповідними площами перерізу захвату електронів і дірок.

З цією метою необхідно розрахувати значення функції розподілу електронів f_n і дірок f_p на рекомбінаційнім рівні для кожного з рівнів, визначити ефективні площі перерізу захвату носіїв заряду при заданій температурі і знайти добутки $N_t f_p S_n$ і $N_t f_n S_p$. Шуканим буде той рівень, для якого цей добуток буде максимальним (швидкість рекомбінації звичайно лімітується захватом неосновних носіїв заряду).

Значення функції розподілу електронів на рекомбінаційнім рівні визначається співвідношенням

$$f_p = \left[1 + g^{-1} \exp\left(\frac{E_i - E_f}{k_0 T}\right) \right]^{-1}, \quad (42)$$

а значення функції розподілу дірок – співвідношенням

$$f_p = 1 - f_n \quad (43)$$

Рівень Фермі E_f в (42) у залежності від типу напівпровідника і його температури може бути визначений по одній із наступних формул:

при низьких температурах ($T \leq T_s$) в електронному напівпровіднику

$$E_f = \frac{E_c + E_d}{2} - \frac{1}{2} k_0 T \ln \frac{g N_c}{N_d}, \quad (44)$$

при низьких температурах ($T \leq T_s$) у дірковому напівпровіднику

$$E_f = \frac{E_c + E_a}{2} + \frac{1}{2} k_0 T \ln \frac{g N_v}{N_a}; \quad (45)$$

в інтервалі температур від T_s до T_i в електронному напівпровіднику

$$E_f = E_c - k_0 T \ln \frac{N_c}{N}, \quad (46)$$

в інтервалі температур від T_s до T_i у дірковому напівпровіднику

$$E_f = E_v + k_0 T \ln \frac{N_v}{N_a}; \quad (47)$$

при високих температурах ($T \geq T_i$):

$$E_f = \frac{E_c + E_v}{2} - \frac{3}{4} k_0 T \ln \frac{m_n^*}{m_p^*}. \quad (48)$$

Теплову швидкість електронів і дірок визначають як

$$v_n = \sqrt{\frac{8k_0 T}{\pi m_n^*}}, \quad (49)$$

$$v_p = \sqrt{\frac{8k_0 T}{\pi m_p^*}}. \quad (50)$$

При визначенні часу життя нерівноважних носіїв заряду варто хоча б приблизно оцінювати співвідношення між рівноважними та надлишковими

концентраціями вільних носіїв заряду. У випадку низького рівня збудження (коли $\Delta n_{cm} \ll n_0, p_0$) в залежності від відносного положення рівня Фермі та рекомбінаційного рівня слід використовувати один із подальших виразів для часу життя.

1. Рекомбінаційний рівень вищий за середину забороненої зони ($E_i > E_c$):

$$\tau = \tau_{p0}, \quad (51)$$

якщо рівень Фермі розташований вище за рівень рекомбінації домішки;

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_1}{n_0}, \quad (52)$$

якщо рівень Фермі розташований нижче за рівень рекомбінації домішки, але вище за середину забороненої зони;

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_1}{p_0}, \quad (53)$$

якщо рівень Фермі розташований між $E_v + \Delta E_i$ та E_i ($\Delta E_i = E_c - E_i$);

$$\tau = \tau_{n0}, \quad (54)$$

якщо рівень Фермі розташований між E_v та $E_v + \Delta E_i$.

2. Рекомбінаційний рівень вищий за середину забороненої зони ($E_i < E_c$):

$$\tau = \tau_{n0}, \quad (55)$$

якщо рівень Фермі розташований нижче за рівень рекомбінації домішки;

$$\tau = \tau_{n0} \frac{p_1}{p_0}, \quad (56)$$

якщо рівень Фермі розташований вище за рівень рекомбінації, але нижчий за середину забороненої зони;

$$\tau = \tau_{n0} \frac{p_1}{n_0}, \quad (57)$$

якщо рівень Фермі розташований між E_i та $E_c - \Delta E_t$ ($\Delta E_t = E_t - E_v$);

$$\tau = \tau_{p0}, \quad (58)$$

якщо рівень Фермі розташований між $E_c - \Delta E_t$ та E_c .

Визначивши таким чином τ слід знайти стаціонарне значення надлишкової концентрації носіїв заряду:

$$\Delta n_{cm} = \alpha \beta_n \tau_n N_0, \quad (59)$$

$$\Delta n_{cm} = \alpha \beta_p \tau_p N_0. \quad (60)$$

У випадку високого рівня збудження (коли $\Delta n_{cm} \gg n_0, p_0$) час життя нерівноважних носіїв заряду слід визначити із співвідношення

$$\tau = \tau_{n0} + \tau_{p0}.$$

3.3 При розрахунку значень $\Delta n(t)$ проміжки часу слід вибирати так, щоб характер залежності $\Delta \sigma_\phi(t)$ виявлявся досить чітко. Якщо на протязі одного періоду збудження $\Delta n(Tl + t_1 + t_n)$ не досягає $0.95 \Delta n_{cm}$, розрахунок робити для декількох періодів до тих пір, поки значення $\Delta n(Tl + t_1 + t_n)$ для двох наступних періодів буде відрізнятися не більш ніж на 1%. По отриманим значенням надлишкової концентрації, користуючись виразом (4.1), розрахувати значення фотопровідності.

По отриманим значенням побудувати графік залежності $\frac{\Delta n(t)}{\Delta n_{cm}}$ або $\frac{\Delta \sigma_\phi(t)}{\Delta \sigma_{\phi cm}}$ від часу.

Приклади розв'язку розрахункових завдань

Завдання 1.

У власному напівпровіднику концентрація носіїв заряду n , виміряна при 350 К становить $3,55 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, а при 400 К - $2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Знайти ширину забороненої зони матеріалу при 0 К (або при T_0), вважаючи, що вона змінюється з температурою за лінійним законом. Температурною залежністю рухливості знехтувати.

Розв'язок:

Згадаємо формулу:

$$\Delta E_g(T) = \Delta E_g(T_0) + \gamma(T - T_0).$$

Нехай $T_0 = 0$ К, в цьому випадку

$$n_1 = \frac{2(2\pi k_0)^{3/2}}{h^3} T_1^{3/2} (m_n^* m_p^*)^{3/4} \exp\left[-\frac{\Delta E_g(0)}{2k_0 T_1}\right] \exp\left[\frac{\gamma T_1}{2k_0 T_1}\right],$$

$$n_2 = \frac{2(2\pi k_0)^{3/2}}{h^3} T_2^{3/2} (m_n^* m_p^*)^{3/4} \exp\left[-\frac{\Delta E_g(0)}{2k_0 T_2}\right] \exp\left[\frac{\gamma T_2}{2k_0 T_2}\right].$$

Знайдемо відношення:

$$\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} \exp\left[\frac{\Delta E_g(0)}{2k_0} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\right].$$

Звідки

$$\Delta E_g(0) = 2k_0 T_1 T_2 (T_1 - T_2)^{-1} \ln\left(n_1 T_2^{3/2} / n_2 T_1^{3/2}\right).$$

Підставивши числові значення із умов завдання, отримаємо

$$\Delta E_g(0) = 2 \cdot 8,6 \cdot 10^{-5} \cdot 400 \cdot 350 \cdot (350 - 400)^{-1} \ln \frac{3,55 \cdot 10^{14} \cdot 400^{3/2}}{2 \cdot 10^{15} \cdot 350^{3/2}} \approx 0,736 \text{ eV}.$$

Завдання 2.

Визначити концентрацію електронів і питомий опір власних Ge і Si при $T = 300$ К. Значення ширини забороненої зони, ефективної маси та рухливості взяти із додатка 1.

Розв'язок:

$$n_i = 2 \frac{(2\pi k_0 T)^{3/2}}{h^3} \cdot (m_{dn} \cdot m_{dp})^{3/4} \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{2k_0 T}\right)$$

$$n_{iGe} = 2 \cdot \frac{(2 \cdot 3,141 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{3/2}}{(6,626)^3 \cdot 10^{-102}} \cdot (0,362 \cdot m_0 \cdot 0,55 \cdot m_0)^{3/4} \times \\ \times \exp\left(-\frac{0,66 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}\right) = 2,139 \cdot 10^{18} \text{ (м}^{-3}\text{)} = 2,139 \cdot 10^{13} \text{ (см}^{-3}\text{)}$$

$$n_{iSi} = 2 \cdot \frac{(2 \cdot 3,141 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{3/2}}{(6,626)^3 \cdot 10^{-102}} \cdot (0,56 \cdot m_0 \cdot 1,06 \cdot m_0)^{3/4} \times \\ \times \exp\left(-\frac{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}\right) = 9,776 \cdot 10^{15} \text{ (м}^{-3}\text{)} = 9,776 \cdot 10^9 \text{ (см}^{-3}\text{)}$$

$$\rho = [qn_i(\mu_p + \mu_n)]^{-1}$$

$$\rho_{Ge} = [q \cdot n_{iGe} \cdot (1800 + 1450)]^{-1} = 52,113 \text{ (Ом} \cdot \text{см)}$$

$$\rho_{Si} = [q \cdot n_{iSi} \cdot (1400 + 500)]^{-1} = 3,274 \cdot 10^5 \text{ (Ом} \cdot \text{см)}$$

Завдання 3.

При температурі 600 К властивості власного напівпровідника є перехідними від невинродженого до повністю винродженого. Знайти положення рівня Фермі і концентрацію електронів, якщо $\Delta E_g(0) = 0,26$ еВ, $\gamma = -2,7 \cdot 10^{-4}$ еВ/К, а ефективна маса електронів m_n в 10 разів менше m_p і дорівнює $0,02 m_0$. Визначити похибку, що вноситься, якщо не враховувати винродження електронного газу. Розв'язати це завдання для $\Delta E_g(0) = 1,165$ еВ, результати порівняти. (Напівпровідник має прості параболічні зони, зі сферичними ізоенергетичними поверхнями).

Розв'язок:

Положення рівня Фермі будемо шукати виходячи з умови електронейтральності, де у виразі для концентрації електронів у випадку часткового винродження необхідно скористатися наближенням Еренберга для інтеграла Фермі, а для концентрації дірок – наближенням Больцмана для інтеграла Фермі (дірковий газ невинроджений):

$$n = p$$

$$N_c F_{1/2}(E_f^*) = N_v F_{1/2}(E_{fp}^*)$$

$$N_c \frac{1}{0,25 + \exp(-E_f^*)} = N_v \cdot \exp(E_{fp}^*)$$

Тут

$$E_f^* = \frac{E_f - E_c}{k_0 T} \quad \text{- зведений рівень Фермі для електронів,}$$

$$E_{fp}^* = \frac{E_v - E_f}{k_0 T} \quad \text{- зведений рівень Фермі для дірок.}$$

$$N_c = 0,25 N_v e^{-\frac{\Delta E_g}{k_0 T}} e^{-E_f^*} + N_v e^{-\frac{\Delta E_g}{k_0 T}} e^{-2E_f^*}$$

$$\exp(E_{fp}^*) = \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{k_0 T}\right) \cdot \exp(-E_f^*)$$

В останньому виразі враховано, що

Введемо позначення $\exp(E_f^*) = x$ та отримаємо квадратне рівняння відносно x :

$$x^2 - 0,25 \frac{N_v}{N_c} e^{-\frac{\Delta E_g}{k_0 T}} x - \frac{N_v}{N_c} e^{-\frac{\Delta E_g}{k_0 T}} = 0$$

або

$$x^2 - 0,25Kx - K = 0,$$

де

$$K = (m_p/m_n)^{3/2} \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{k_0 T}\right)$$

$$x = 0,125K + \sqrt{0,0156K^2 + K}$$

$$\left(x = \frac{0,25K + \sqrt{0,25K^2 + 4K}}{2} \right)$$

У випадку відсутності виродження:

$$N_c \exp(E_f^*) = N_v \exp(E_{fp}^*) = n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{2k_0 T}\right)$$

Звідки

$$\exp(E_f^*)_{нев} = x_{нев} = \sqrt{\frac{N_v}{N_c}} \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{2k_0 T}\right) = (m_p/m_n)^{3/4} e^{-\frac{\Delta E_g}{2k_0 T}} = \sqrt{K}$$

Отже

$$E_f - E_c = k_0 T \ln(0,125K + \sqrt{0,0156K^2 + K})$$

$$(E_f - E_c)_{нев} = k_0 T \ln \sqrt{K}$$

У власному напівпровіднику:

$$n = p = N_v \exp(-\Delta E_g / k_0 T) \exp(-E_f^*) = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_F}{k_0 T}\right) = N_v \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{k_0 T}\right) \cdot \frac{1}{x}$$

$$n \sim \frac{1}{x};$$

$$\frac{n_{\text{вир}}}{n_{\text{нев}}} = \frac{x_{\text{нев}}}{x_{\text{вир}}};$$

При $T = 600 \text{ K}$ і $\Delta E_g(0) = 0,26 \text{ eV}$ $K = 4,752$, $\sqrt{K} = 2,18 = x_{\text{нев}}$, $x_{\text{вир}} = 2,853$.

$$n \approx 3,3 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}; \quad \frac{E_f - E_c}{(E_f - E_c)_{\text{нев}}} \approx 1,37; \quad \frac{n}{n_{\text{нев}}} = \frac{2,18}{2,85} = 0,765$$

При $\Delta E_g(0) = 1,165 \text{ eV}$ $K \approx 1,3 \cdot 10^{-7}$, $\sqrt{K} \approx 3,6 \cdot 10^{-4} = x_{\text{нев}}$, $x_{\text{вир}} \approx 3,6 \cdot 10^{-4}$.

Тобто

$$n_{\text{вир}} \approx n_{\text{нев}}; \quad \frac{n}{n_{\text{нев}}} \approx 1$$

Як видно з розрахунків, у власному напівпровіднику з ростом температури виродження настає раніше при невеликому значенні ΔE_g і великій різниці ефективних мас електронів та дірок.

Завдання 4.

Чому дорівнює добуток ефективних мас для густини станів у власному напівпровіднику із шириною забороненої зони $(1,52 - 5 \cdot 10^{-4} T)$ еВ, якщо концентрація носіїв заряду при 500 К дорівнює $3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$.

Розв'язок:

$$n = 2 \frac{(2\pi k_0 T)^{3/2}}{h^3} (m_n^* m_p^*)^{3/4} \exp\left(-\frac{\Delta E_g(0) - \gamma T}{2k_0 T}\right)$$

$$m_n m_p = \left(\frac{n}{2}\right)^{4/3} \cdot \frac{h^4}{(2\pi k_0 T)^2} \cdot \exp\frac{2\Delta E_g(0)}{3k_0 T} \exp\left(-\frac{2\gamma}{3k_0}\right)$$

$$\begin{aligned} m_n m_p &= \left(\frac{3 \cdot 10^{18}}{2}\right)^{4/3} \cdot \frac{(6,626 \cdot 10^{-34})^4}{(2 \cdot 3,141 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 500)^2} \cdot \exp\frac{2 \cdot 1,52 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 500} \exp\left(-\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}}\right) = \\ &= 6,015 \cdot 10^{-62} \text{ (кг}^2\text{)} \end{aligned}$$

Завдання 5.

Визначити питомий опір кремнію легованого бором ($N_a = 10^{23} \text{ м}^{-3}$), при кімнатній температурі і $T = 50 \text{ К}$, оцінивши попередньо границі температурного інтервалу, в якому концентрація дірок p не залежить від температури. Необхідні довідкові дані взяти з додатків 1 і 2.

Розв'язок:

Рівняння, яким задовольняють температури T_s та T_i (між ними концентрація дірок p не залежить від температури)

$$T_s = \frac{\Delta E_a}{k_0 \ln(N_v / g N_a)}$$

$$T_i = \frac{\Delta E_g(T)}{k_0 \ln(N_c N_v / N_a^2)}$$

Розв'язок цих рівнянь дає значення: $T_s = 146 \text{ К}$, $T_i = 844 \text{ К}$

При $T = 50 \text{ К}$ в області слабкої іонізації ($T < T_s$)

$$\rho = (q \mu_p p)^{-1}; \quad p = \sqrt{\frac{N_v N_a}{g}} \exp\left(-\frac{\Delta E_a}{2k_0 T}\right)$$

$$p = \sqrt{\frac{7,142 \cdot 10^{23} \cdot 10^{23}}{4}} \exp\left(-\frac{0,045 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 50}\right) = 7,211 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$$

$$\rho = (1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,01 \cdot 7,211 \cdot 10^{20})^{-1} = 5,782 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}$$

При $T = 300 \text{ К}$ в області виснаження домішки ($T_i < T < T_s$)

$$\rho = (q \mu_p N_a)^{-1}$$

$$\rho = \left(1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,05 \cdot 10^{23}\right)^{-1} = 1,248 \cdot 10^{-3} \quad (\text{Ом} \cdot \text{м})$$

Завдання 6.

Визначити критичну концентрацію донорної домішки в Si з умови $E_f = E_c$ в точці максимуму температурної залежності рівня Фермі E_f . Енергія іонізації домішки $\Delta E_d = 0,01$ еВ.

Розв'язок:

Температурна залежність рівня Фермі має максимум при низьких температурах де

$$E_f = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{k_0 T}{2} \ln \frac{N_d}{g N_c}$$

Беремо похідну від цієї залежності та прирівнюємо її до нуля

$$\frac{dE_f}{dT} = \frac{k_0}{2} \ln \frac{N_d}{g N_c} - \frac{k_0 T_{\max}}{2} \cdot \frac{1}{N_c} \cdot \frac{dN_c}{dT} = 0$$

звідки

$$\ln \frac{N_d}{g N_c} = \frac{T_{\max}}{N_c} \cdot \frac{dN_c}{dT}$$

$$\frac{dN_c}{dT} = \frac{3}{2} \cdot \frac{N_c}{T_{\max}}$$

$$\left(N_c = \frac{2(2\pi m k_0 T_{\max})^{3/2}}{h^3} \right)$$

$$\ln \frac{N_d}{g N_c} = \frac{3}{2}$$

З умови $E_f = E_c$ в точці максимуму отримаємо $E_c = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{3}{4} k_0 T_{\max}$

або $\Delta E_d = \frac{3}{2} k_0 T_{\max}$ і $T_{\max} = \frac{2}{3} \frac{\Delta E_d}{k_0} \approx 77$ К.

Підставивши в рівність $\ln \frac{N_d}{g N_c} = \frac{3}{2}$ значення $T_{\max} \approx 77$ К

отримаємо

$$N_d^{\kappa p} = 3,215 \cdot 10^{25} \text{ (м}^{-3}\text{)}$$

Завдання 7.

Яким повинне бути відношення ефективних мас для густини станів дірок і електронів у власному напівпровіднику, щоб повне виродження в ньому наступило при $T = 300 \text{ K}$? ($\Delta E_g = 0,2; 0,5; 1,1 \text{ eV}$)

Розв'язок:

Оскільки напівпровідник є власним то:

$$n = p$$

Припустимо, що виродження настає для n . В цьому випадку:

$$n = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_c \frac{2}{3} \left(\frac{E_f - E_c}{k_0 T} \right)^{3/2}$$

$$p = N_v \exp \left(- \frac{E_f - E_v}{k_0 T} \right)$$

$$N_c = \frac{2(2\pi k_0 T m_n^*)^{3/2}}{h^3};$$

$$N_v = \frac{2(2\pi k_0 T m_p^*)^{3/2}}{h^3}$$

$$\frac{E_f - E_c}{k_0 T} \geq 5$$

Критерієм повного виродження для n є умова

Нехай $E_f - E_c = 5k_0 T$

Виконавши всі необхідні перетворення одержимо:

$$\frac{m_p^*}{m_n^*} = \left[\frac{4}{3\sqrt{\pi}} 5^{3/2} \exp \left(\frac{\Delta E_g + 5k_0 T}{k_0 T} \right) \right]^{2/3}$$

Провівши відповідні розрахунки одержуємо результат:

$$\text{при } \Delta E_g = 0,2 \text{ eV} \quad \frac{m_p^*}{m_n^*} = 1,95 \cdot 10^4$$

$$\text{при } \Delta E_g = 0,5 \text{ eV} \quad \frac{m_p^*}{m_n^*} = 4,36 \cdot 10^7$$

$$\text{при } \Delta E_g = 1,1 \text{ eV} \quad \frac{m_p^*}{m_n^*} = 2,19 \cdot 10^{14}$$

Це підтверджує висновок із завдання 3.

Завдання 8.

Знайти дрейфову довжину нерівноважних дірок в Ge *n* – типу при температурі 300 К у електричному полі напруженістю $\varepsilon = 5 \cdot \text{В} \cdot \text{см}^{-1}$, якщо дифузійна довжина $L_p = 0,07 \text{ см}$.

Розв'язок:

$$L_\varepsilon = \varepsilon \mu_p \tau_p$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} ;$$

$$L_p^2 = D_p \tau_p ;$$

$$\tau_p = \frac{L_p^2}{D_p} .$$

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{k_0 T}{q}$$

Згадавши співвідношення Ейнштейна отримаємо

$$\mu_p = \frac{D_p q}{k_0 T}$$

Виконавши всі необхідні підстановки, отримаємо

$$L_\varepsilon = \varepsilon \frac{D_p q}{k_0 T} \cdot \frac{L_p^2}{D_p} = \frac{\varepsilon q L_p^2}{k_0 T}$$

$$L_\varepsilon = \frac{5 \cdot 10^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (7 \cdot 10^{-4})^2}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 9,477 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

ДОДАТКИ

Додаток 1

Деякі параметри напівпровідникових матеріалів

Параметр	Напівпровідник		
	Кремній	Германій	Арсенід галію
Ширина забороненої зони, еВ			
При 0 К $\Delta E_g(0)$	1,65	0,746	1,52
При 300 К $\Delta E_g(300\text{ К})$	1,12	0,67	1,43
Температурний коефіцієнт γ , еВ/К	$-2,7 \cdot 10^{-4}$	$-3,7 \cdot 10^{-4}$	$-5 \cdot 10^{-4}$
Фактор виродження домішкового рівня			
Донорна домішка g	2	2	2
Акцепторна домішка g	4	4	2
Ефективні маси для густини станів			
m_n/m_0	1,06	0,55	0,068
m_p/m_0	0,56	0,37	0,5
Рухливість носіїв заряду при 300 К,			
μ_n , м ² /Вс	0,145	0,38	0,88
μ_p , м ² /Вс	0,05	0,18	0,04
Маса атома М, кг	$4,66 \cdot 10^{-26}$	$12,05 \cdot 10^{-26}$	$12,01 \cdot 10^{-26}$
Стала ґратки, м	$5,43 \cdot 10^{-10}$	$5,66 \cdot 10^{-10}$	$5,65 \cdot 10^{-10}$
Температура Дебая, К	645	406	344
Діелектрична стала ϵ	11,7	16,3	12
Швидкість звуку $\omega_{зв}$, м/с	$9,15 \cdot 10^3$	$5,4 \cdot 10^3$	
Коефіцієнти поглинання світла α			
($h\nu = 1,5$ еВ, $T = 300$ К)	10^5	$5 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^5$
($h\nu = 2$ еВ, $T = 300$ К)	$4 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^6$
Коефіцієнти фотоіонізації			
$\beta_n(1,5\text{ еВ})$	0,8	1	0,05
$\beta_n(1\text{ еВ})$	0,8	1	1
$\beta_p(1,5\text{ еВ})$	0,8	1	0,1
$\beta_p(1\text{ еВ})$	0,8	1	1

Додаток 2**Енергія іонізації легуючих домішок у напівпровідниках**

Домішка	Si	Ge	Домішка	GaAs
Sb	-0,039	-0,0096	Si	-0,002
P	-0,045	-0,012	Te	-0,003
As	-0,049	-0,0127	Cu	0,023
B	0,045	0,0104	Zn	0,008
Al	0,057	0,0102	Cd	0,021
Ga	0,065	0,0108	Hg	0,012
In	0,16	0,0112		

Прийнято вважати, що енергія іонізації донорної домішки від'ємна ($E_d - E_c$) а акцепторної додатна ($E_a - E_v$).

Параметри рекомбінаційних домішок у Ge та Si

Домішка	Положенн я рівня E_t-E_v , еВ	Зарядовий стан домішки	Площа перерізу захвату S_n , м ⁻²	Темпера турна залежність	Зарядовий стан	Площа перерізу захвату S_p , м ⁻²	Темпера турна залежність
Кремній							
Au	0,36	Au ⁺	$3 \cdot 10^{-21}$ (300 K)	$T^{2.5}$	Au ⁰	$2 \cdot 10^{-21}$	T^4
	0,57	Au ⁰	$5 \cdot 10^{-22}$ (80-300 K)		Au ⁻	10^{-21} (300 K)	
Zn	0,3	Zn ⁰	10^{-21} (80-200 K)		Zn ⁻	10^{-19} (80-200 K)	
	0,57	Zn ⁻	10^{-22} (80-200 K)		Zn ²⁻	10^{-19}	
Германій							
Au	0,06	Au ⁺	10^{-22} (80-300 K) $2 \cdot 10^{-22}$ (300 K) $2 \cdot 10^{-25}$ (10-300 K)		Au ⁰	10^{-20} 20 K	T^3
	0,15	Au ⁰			Au ⁻	10^{-19} 80 K	T^3
	0,47	Au ⁻			Au ²⁻	10^{-20} (300 K)	$T^{3.5}$
	0,63	Au ²⁻			Au ³⁻		
Cu	0,04	Cu ⁰	10^{-22} (85 K)		Cu ⁻	10^{-19} (24 K)	T^3
	0,32	Cu ⁻	$5 \cdot 10^{-23}$ (300 K) $5 \cdot 10^{-24}$ (200 K)		Cu ²⁻	$4 \cdot 10^{-24}$ (300 K)	T^2
	0,41	Cu ²⁻	$4 \cdot 10^{-24}$ (250 K) $6 \cdot 10^{-27}$ (60 K)		Cu ³⁻	10^{-22} (300 K) 10^{-22} (300 K)	