

Молекулярна фізика та термодинаміка як фізична теорія

План

1. Структура молекулярної фізики та термодинаміки.
2. Основа молекулярної фізики та термодинаміки.
3. Ядро молекулярної фізики та термодинаміки та його подання у шкільному курсі фізики.
4. Наслідки молекулярної фізики та термодинаміки.
5. Межі застосування молекулярної фізики та термодинаміки.

1. Структура молекулярної фізики та термодинаміки

СТРУКТУРА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ ТА ТЕРМОДИНАМІКИ			
Основа	Ядро	Наслідки (виведення)	Інтерпретація
<i>Емпіричний базис:</i> основні положення МКТ. Ряд експериментальних фактів: дифузія, легка стисливість газу, здатність займати увесь наданий йому об'єм. <i>Система понять:</i> Атом, молекула, моль, речовина; величини, що описують поведінку ідеального газу: Мікроскопічні величини: діаметр і маса молекули, середня відстань між молекулами, довжина вільного пробігу молекули, відносна молекулярна маса, середня і середня квадратична швидкість молекул, середня	<i>Закони:</i> 1,2,3-й закони Ньютона. <i>Закони збереження:</i> ЗЗЕ, ЗЗІ. <i>Принципи:</i> нульове, перше, друге і третє начала термодинаміки. <i>Фунд. фіз. постійні:</i> стала Больцмана, число Авогадро, універсальна газова стала	<i>Пояснення</i> агрегатних станів речовини. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії рівняння Клазіуса), рівняння стану газу, емпіричні газові закони, застосування теорії до пояснення властивостей газів <i>Застосування законів в техніці</i> (теплові двигуни) <i>Передбачення:</i> властивості матеріалів	Межі застосування теорії; $v \ll c$, інерціальні системи відліку.

кінетична енергія молекул. Макроскопічні величини: кількість речовини, маса речовини, молярна маса, температура, об'єм, тиск. та ін, <i>Моделі:</i> ідеальний газ Газові закони			
--	--	--	--

2. Основа молекулярної фізики та термодинаміки

Основні положення МКТ

І положення:

Всі тіла складаються з частинок – атомів, молекул і іонів, в склад яких входять ще менші частинки, які умовно називають елементарними.

Молекулою(від латинського „молес” – маса, „кула” – зменшувальний суфікс) називають найменшу частинку речовини, здатну до самостійного існування, яка зберігає хімічні властивості цієї речовини.

Атомною одиницею маси називається $\frac{1}{12}$ маси ізоотопу вуглецю C_6^{12} .

Маса молекули(атома), виражена в атомних одиницях маси, називається відносно молекулярною(атомною) масою A . Вона показує у скільки разів маса молекули речовини більша $\frac{1}{12}$ маси ізоотопу вуглецю C_6^{12} .

Атомна одиниця маси

$$A = \frac{m}{\frac{1}{12} m_{C_6^{12}}} \quad m = 1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Отже, масу молекули можна знайти за відомою відносною молекулярною масою.

$$m = m_{\text{відн}} \cdot 1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

для кількісної характеристики однорідних тіл по кількості атомів і молекул, що містяться в них, вводиться поняття *кількості речовини*.

Кількістю речовини називається фізична величина, що визначається кількістю специфічних структурних елементів, атомів, молекул або іонів, - з яких складається речовина. Так як маси окремих структурних елементів, наприклад, молекул, відрізняються, то однакові кількості різних речовин мають різну масу. Підкреслимо, що маса не є мірою кількості речовини.

В СІ за одиницю вимірювання кількості речовини прийнято 1 моль – кількості речовини, що містить стільки ж молекул(атомів), скільки атомів міститься в 0,012 кг вуглецю C_6^{12} .

Кількість атомів чи молекул, що містяться в 1 молі речовини, називається числом Авогадро(N_A).

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

Масу однієї молекули чи атома можна отримати із співвідношення

$$m_A = \frac{A}{N_A} \quad (1)$$

$$m_M = \frac{M}{N_A}$$

II положення:

Між частинками будь-якого тіла (атомами, молекулами і іонами) одночасно діють сили взаємного притягання і сили взаємного відштовхування.

Закон дії усереднених сил виявляється порівняно простим і має вигляд:

1) для сил притягання

$$F_{np} = -\frac{a}{r^7} \quad (2)$$

2) для сил відштовхування

$$F_{від} = \frac{b}{r^{13}} \quad (3)$$

де a і b – коефіцієнти пропорційності, що залежать від будови молекул, які взаємодіють.

III положення:

Атоми, молекули і іони перебувають в неперервному хаотичному русі.

Ідеальний газ

а) молекули – пружні кульки, розмірами яких можна знехтувати (матеріальні точки), що рухаються хаотично, при цьому між ними відбуваються пружні зіткнення;

б) сили притягання між молекулами газу нехтовно малі бо молекули знаходяться на значних відстанях одна від одної.

Сили відштовхування між молекулами виявляються тільки в моменти взаємозіткнень останніх;

в) кількість взаємозіткнень між молекулами набагато менше в порівнянні з кількістю ударів об стінки посудини, в якій газ знаходиться.

г) об'єм молекул газу в порівнянні з об'ємом посудини, в якій газ знаходиться, можна знехтувати.

Газ, що задовольняє цим умовам, називається *ідеальним*.

Явища переносу

Хаотичний рух молекул газу веде до безперервного перемішування газу. З цим пов'язаний ряд важливих явищ, що відбуваються в газах.

Якщо в різних частинах об'єму газу густина була спочатку неоднаковою, то з часом вона вирівнюється. Також, якщо два різних гази дотикаються, то вони рівномірно перемішуються між собою. Це явище називається *дифузією*.

Дифузія – розповсюдження речовини в деякому середовищі в напрямі зменшення її концентрації, зумовлене тепловим рухом атомів, молекул, іонів і інших більш великих частинок.

В об'ємі газу, частини якого мають різну температуру, відбувається поступове вирівнювання температури внаслідок переносу молекулами своєї енергії. Це явище називається **теплопровідністю**.

Теплопровідність – один з видів теплообміну, при якому перенесення енергії в формі теплоти в нерівномірно нагрітому середовищі має атомно-молекулярний характер (не пов'язаний з макроскопічним рухом речовини).

В'язкість (внутрішнє тертя) рідин і газів - властивість рідин і газів чинити опір переміщенню однієї їх частини відносно іншої.

Всі вище названі явища зумовлені однією причиною – переносом молекулами газу в процесі хаотичного руху своїх характеристик:

маси – дифузія

енергія - теплопровідність

імпульсу руху – внутрішнє тертя (в'язкість)

Тому механізм всіх цих явищ однаковий і всі вони об'єднані спільною назвою **явищ переносу**.

Термодинамічна система – сукупність тіл, які можуть обмінюватись між собою і з іншими тілами (зовнішнім середовищем) енергією і речовиною.

Поняття температури

Початкове визначення температури: температура є *єдина функція стану термодинамічних систем (тіл), що визначає напрям самовільного теплообміну між цими системами, тобто, системи, що знаходяться в тепловій рівновазі, мають однакову температуру у будь-якій температурній шкалі*

Нульове начало термодинаміки. ізолювана термодинамічна система з плином часу спонтанно переходить у стан термодинамічної рівноваги і залишається в ньому як завгодно довго, якщо зовнішні умови зберігаються незмінними.

Температура в емпіричних шкалах вимірюється приладами (термометрами), принцип дії яких заснований на залежності від температури якої-небудь властивості речовини: лінійного розширення, тиску, електричного опору, термо- е.р.с, випромінювання і тому подібне.

З точки зору молекулярно-кінетичної теорії температура визначається як фізична величина, пропорційна середній кінетичній енергії поступального руху молекул ідеального газу

Внутрішня енергія

Під внутрішньою енергією термодинамічної системи ми будемо розуміти енергію теплового руху (поступального, обертального, коливного) молекул і потенціальну енергію їх взаємодії. У випадку ідеального газу нехтуємо

силами міжмолекулярної взаємодії і внутрішня енергія дорівнює сумі енергій хаотичного (теплого) руху всіх молекул .

Внутрішня енергія має такі властивості :

- 1) В стані теплової рівноваги частинки макроскопічного тіла рухаються так , що їх сумарна енергія U з високою точністю дорівнює енергії тіла .
- 2) Внутрішня енергія тіла є функцією його макроскопічного стану , тобто залежить від макроскопічних параметрів тіла (p, V, T) .
- 3) Внутрішня енергія має властивості адитивності , тобто внутрішня енергія системи тіл дорівнює сумі внутрішніх енергій кожного тіла .

Внутрішня енергія термодинамічної системи не може явно залежати від її макроскопічних рухів і від зовнішніх сил , що діють на систему.

Кількість теплоти

Кількість теплоти – це кількість внутрішньої енергії , переданої в процесі теплообміну від одного макроскопічного тіла до іншого без виконання роботи .

Кількість теплоти є функцією процесу зміни стану тіла чи системи.

Між теплою і роботою існує глибока якісна різниця. Теплота і робота є нерівноцінними формами передачі енергії . Виконання роботи над системою може безпосередньо привести до збільшення будь-якого виду енергії системи (кінетичної , потенціальної , внутрішньої) .

Надання системі чи тілу теплоти , тобто збільшення енергії хаотичного (теплого) руху її частинок безпосередньо веде до збільшення внутрішньої енергії системи .

Питома і молярна теплоємність

Питома теплоємність називається відношення кількості теплоти , одержаної системою , до її маси і зміни її температури

$$C = \frac{Q}{m(T_2 - T_1)}$$

Одиницею питомої теплоємності є $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$.

Крім питомої теплоємності речовини введемо поняття молярної теплоємності C_m .

Молярною теплоємністю називається кількість теплоти , необхідної для нагрівання моля речовини на 1 градус

$$[C_m] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$$

Питома теплоємність пов'язана з молярною співвідношенням :

$$C_m = M c , \text{ де } M - \text{молярна маса речовини} .$$

Ентропія

Ентропія – це фізична величина, що характеризує направленість процесів в природі.

Статистичне тлумачення ентропії

Больцман встановив, що ентропія пропорційна логарифму термодинамічної ймовірності, а Планк показав, що коефіцієнтом пропорційності є постійна Больцмана:

$$S = k \ln W$$

Основні властивості ентропії:

1. Ентропія є функцією стану системи
2. Ентропія адитивна $S = S^{(1)} + S^{(2)}$
3. При необоротних процесах ентропія зростає, тобто $\Delta S > 0$
4. Для оборотних процесів ентропія системи не змінюється, тобто $\Delta S = 0$

Термодинамічне тлумачення ентропії

Так як інтеграл $\int \frac{dQ}{T} = 0$ підінтегральний вираз $\frac{dQ}{T}$ є повним диференціалом

деякої функції S , що залежить тільки від стану системи і не залежить від шляху, яким система прийшла в цей стан. Таким чином

$$\frac{dQ}{T} = dS.$$

Функція S і є ентропією.

Зміна ентропії при переході із стану A в стан B

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

3. Ядро молекулярної фізики та термодинаміки та його подання у шкільному курсі фізики.

Перше начало термодинаміки

Перше начало термодинаміки математично не виводиться, є узагальненням дослідних фактів і записується в такому вигляді :

$$\delta Q = du + \delta A \quad (1)$$

де δQ - елементарна кількість теплоти.

du - зміна внутрішньої енергії системи.

δA - елементарна робота.

Друге начало термодинаміки

Найбільш загальне формулювання: При будь-яких процесах, що протікають в замкнутій і адіабатно ізольованій макроскопічній системі її ентропія не зменшується, тобто $\Delta S \geq 0$

Твердження про неможливість побудови вічного двигуна II роду є ще одним формулюванням II начала термодинаміки.

В.Томсон дав таке формулювання II начала термодинаміки:

Неможливий круговий процес, єдиним результатом якого було б виконання роботи за рахунок охолодження теплового резервуару.

Під тепловим резервуаром розуміють тіло чи систему тіл, що знаходиться в стані теплової рівноваги і має запас внутрішньої енергії.

Клаузіус :

Неможливий процес, єдиним результатом якого була б передача енергії у формі тепла від менш нагрітого тіла до більш нагрітого.

Постулат Клаузіуса не стверджує, що передача тепла від тіла менш нагрітого до тіла більш нагрітого взагалі неможлива. Якщо допустити інші процеси, то така передача тепла стає можливою. Такі процеси називаються *компенсуючими*. →

Третє начало термодинаміки –

теорема Нернста-Планка – постулює поведінку термодинамічних систем при абсолютному нулі (нулі Кельвін): ентропія усіх тіл у стані рівноваги прямує до нуля по мірі наближення температури до нуля Кельвін:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$$

Принцип відповідності припускає, що теорія, справедливості якої була встановлена для тієї чи іншої предметної області, з появою нових теорій не відкидається як невірна, а зберігає своє значення для попередньої області як граничний випадок і частковий випадок нової теорії. Наприклад, зв'язок між рухом електрона в атомі і випромінюванням атома, між класичною і релятивістською механікою і т.д.

Цей принцип було введено Н.Бором. До речі, він працює і в математиці (геометрія Лобачевського і Евкліда), в біології (хромосомна теорія і теорія Менделя).

Принцип доповнюваності - розумівся Бором (який ввів і цей принцип) як доповнюваність хвильових і корпускулярних уявлень, причому «доповнюваність» означає, що кожен із доповнюваних аспектів не має сенсу без іншого (термодинамічний і статистичний методи, теорія Максвелла, Лоренца-Друде і термодинаміка).

Принцип симетрії - це поняття, пов'язане із поняттями однорідності і неоднорідності, ізотропності і анізотропності, рівномірності і нерівномірності, порядку і безпорядку. Всі фізичні закони пронизані принципом симетрії. З симетрією безпосередньо пов'язані закони збереження.

Принцип причинності - складається з динамічної причинності згідно з якою існують однозначні зв'язки між причиною і наслідком; і імовірнісної причинності, суть якої полягає у неможливості однозначного визначення стану системи по заданому початковому стану і закону його зміни. Статистичні теорії і закони глибше відображають причинно-наслідкові зв'язки і тому є фундаментальними у порівнянні з динамічними

4. Наслідки молекулярної фізики та термодинаміки.

Ізотермічний процес .

$$T = \text{const}$$

Внутрішня енергія ідеального газу при цьому змінюватися не буде, бо $dT=0$, а отже і $du=0$

Вся підведена кількість теплоти витрачається на роботу проти сил зовнішнього тиску.

Підрахуємо роботу при ізотермічному процесі

$$\delta A = p dV \Rightarrow A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Для 1 моля газу, скориставшись рівнянням Менделєєва-Клапейрона, отримаємо $\left\| pV = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{V} \right\|$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} RT \frac{dV}{V} = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$A = RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (3)$$

Ізобарний процес.

$p = \text{const}$

Кількість теплоти, що підводиться до газу, витрачається і на збільшення внутрішньої енергії і на роботу розширення, яку здійснює газ проти сил зовнішнього тиску.

Отже, і начало для ізобарного процесу має вигляд

$$\delta Q = du + \delta A \quad (5)$$

Підрахуємо роботу, що виконується при ізобарному процесі.

$$\delta A = p dV$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1)$$

$$A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V \quad (6)$$

Ізохорний процес .

$V = \text{const}$

Кількість теплоти δQ йде тільки на збільшення внутрішньої енергії газу.

Тоді

$$\delta Q = du \quad (4)$$

бо $\delta A = p dV$ але $dV=0$, тоді $\delta A=0$

Адіабатний процес.

Адіабатним називається процес, що відбувається при відсутності теплообміну між системою і навколишнім середовищем.

Адіабатно ізольованою називається система , яка не вступає в теплообмін з навколишнім середовищем . Відповідно з цим означенням кількість теплоти, яку отримує така система, дорівнює нулю.

Поняття адіабатично ізольованої системи є ідеалізацією деяких реальних систем .

Перш за все теплообмін відбувається як правило досить повільно, значно повільніше, ніж передачі енергії за допомогою інших процесів. Тому будь-який швидкий процес типу : спалахи , вибухи , удару , стиску і інші може з високою точністю розглядатися як адіабатний .

З іншого боку, систему можна наблизити до адіабатної, затруднивши теплообмін з навколишнім середовищем, тобто створивши надійну теплоізоляцію (посудина Д'юара).

$$\text{Отже } \delta Q = 0$$

Тому І начало термодинаміки для адіабатного процесу :

$$0 = du + \delta A$$

$$dA = -du \quad (7)$$

Наслідки з основного рівняння кінетичної теорії ідеального газу.

а) Закон Бойля – Маріотта

Скористаємося рівнянням Клаузіуса у вигляді:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

Врахувавши, що $n = \frac{N}{V}$, тому отримаємо $p = \frac{N}{V} \bar{E}_k \Rightarrow pV = \frac{2}{3} N \bar{E}_k$

Закон Бойля – Маріотта описує ізотермічний процес, тобто процес, що протікає при постійній температурі $t = const$, тоді $\bar{E}_k = const$.

По друге, закон Бойля – Маріотта має місце для газу, кількість молекул якого незмінна, тобто $\frac{2}{3} N = const$

$$\text{Тоді } \begin{cases} PV = const \\ m = const \\ t = const \end{cases} \quad \text{- закон Бойля – Маріотта.}$$

Добуток тиску газу на об'єм при даній масі газу і при постійній температурі є величина постійна.

Виникає питання:

в чому полягає фізичний зміст закону Бойля – Маріотта?

Для відповіді на поставлене питання перевіримо розмірність цього закону в СІ.

$$[PV] = [Pa \cdot m^3] = \left[\frac{H}{m^2} \cdot m^3 \right] = [H \cdot m] = [Дж]$$

Отже, з точки зору фізики закон Бойля – Маріотта показує, що при ізотермічному процесі внутрішня енергія газу не змінюється.

б) Середня кінетична енергія поступального руху молекули ідеального газу.

Скористаємося основним рівнянням Клаузіуса в формі:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V_m} \bar{E}_k, \text{ де } V_m - \text{молярний об'єм}$$

$$pV_m = \frac{2}{3} N \bar{E}_k$$

Для молярного об'єму кількість молекул дорівнює числу Авогадро
 $N = N_A$

$$pV_m = \frac{2}{3} N_A \bar{E}_k \quad (1)$$

Запишемо рівняння Клапейрона – Менделєєва для 1 моля газу:

$$pV_m = RT \quad (2)$$

Співставивши (1) і (2), отримаємо:

$$\frac{2}{3} N_A \bar{E}_k = RT \Rightarrow \bar{E}_k = \frac{3}{2} \left(\frac{R}{N_A} \right) T$$

$$\frac{R}{N_A} = k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} - \text{постійна Больцмана}$$

$$\text{Отже, } \bar{E}_k = \frac{3}{2} kT \quad (3)$$

З (3) слідує фізичний зміст постійної Больцмана:

вона показує, яку роботу здійснює 1 молекула газу, що рухається з деякою середньою швидкістю, при підвищенні температури газу на 1 °К.

в) Число Лошмідта

Підрахуємо кількість молекул газу в одиницю об'єму. Для цього скористаємося основним рівнянням МКТ, що має вигляд:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

Підставляючи сюди значення $\bar{E}_k$ з формули (3), отримаємо:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} kT$$

$$p = nkT \quad (4)$$

$$\text{Тоді } n_0 = \frac{p}{kT} \quad (5)$$

При однакових температурі і тиску всі газу містять в одиниці об'єму однакову кількість молекул. Кількість молекул, що міститься в 1 м³ газу за нормальних умов називається *числом Лошмідта*. За формулою (5) воно дорівнює

$$n_0 = \frac{1,03 \cdot 10^5 \text{ Па}}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 237^0 \text{ К}} = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

г) Середня квадратична швидкість руху молекул ідеального газу:

Виводячи основне рівняння МКТ ми позначимо середню квадратичну швидкість через $\bar{v}^2$. Тоді середня кінетична енергія

$$\bar{E}_k = \frac{m\bar{v}^2}{2}. \text{ З іншого боку } \bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$$

$$\text{Тоді } \frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2}kT \Rightarrow \bar{v}^2 = \frac{3kT}{m}$$

$$v_{c.кв.} = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$k = \frac{R}{N_A} \quad v_{c.кв.} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}}$$

$$m = \frac{M}{N_A} \Rightarrow M = mN_A$$

$$v_{c.кв.} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (6)$$

тобто для даного газу середня квадратична швидкість молекул пропорційна кореню квадратному з абсолютної температури і залежить тільки від неї.

5. Межі застосування молекулярної фізики та термодинаміки . (Завдання на самостійну роботу студентів).

Можливі варіанти вивчення молекулярної фізики та термодинаміки у шкільному курсі фізики.

Структуру розділу «Молекулярна фізика» визначають дві обставини: обраний метод вивчення газових законів (індуктивний чи дедуктивний) та метод введення поняття температури.

При індуктивному вивченні газових законів спочатку на доступному рівні розглядають основні положення молекулярно-кінетичної теорії, потім деякі питання термодинаміки, газові закони вводять емпірично і пояснюють з точки зору молекулярних уявлень і на основі термодинамічного підходу. Методична ідея в цьому випадку полягає у спільному вивченні теплових явищ та молекулярної фізики, в дослідному вивченні властивостей речовин і їх пояснення на основі теорії.

У цьому випадку розділ має наступну структуру: основні положення молекулярно-кінетичної теорії - основи термодинаміки (теплова рівновага, параметри стану, температура, газові закони, абсолютна температура, перший закон термодинаміки) - молекулярно-кінетична теорія ідеального газу (основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів, температура - міра середньої кінетичної енергії молекул) - властивості газів, рідин і твердих тіл та їх взаємні перетворення.

Емпіричний підхід до вивчення газових законів цілком доступний для учнів, при його використанні уявлення і поняття формують на чуттєво-конкретній основі, він не вимагає високого рівня абстрактного мислення, відповідає історії відкриття газових законів і дозволяє знайомити учнів із шляхами розвитку фізики. Недоліком цього підходу є те, що він не дозволяє повністю використовувати молекулярно-кінетичну теорію для опису властивостей ідеального газу.

При дедуктивному підході спочатку вивчають молекулярно-кінетичну теорію ідеального газу: виводять основне рівняння МКТ газів, постулюють чи виводять зв'язок температури з середньою кінетичною енергією поступального руху молекули газу, і встановлюють рівняння стану ідеального газу $p = nkT$ або $PV = \frac{m}{M} RT$. Газові закони розглядають як наслідки рівняння стану ідеального газу та підтверджують експериментально. Далі можна вивчати закони термодинаміки і розглядати застосування першого закону термодинаміки до ізопроеесів.

Структура розділу в цьому випадку може бути наступною: основи молекулярно-кінетичної теорії (основні положення молекулярно-кінетичної теорії, основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів) - температура (теплова рівновага, температура, абсолютна температура, температура - міра середньої кінетичної енергії молекул) - рівняння стану ідеального газу, газові закони, перший закон термодинаміки - властивості газів, рідин і твердих тіл.

Такий підхід має цілий ряд переваг в порівнянні з індуктивним, одна з яких полягає у відповідності його основній ідеї сучасного шкільного курсу - посиленню ролі наукових теорій. Крім того, він дозволяє наочно продемонструвати той факт, що фундаментальних законів фізики не так багато, більшість же можуть бути отримані як окремі випадки з більш загальних законів. Застосування тут дедуктивного методу відіграє велику роль у формуванні наукового світогляду і розвитку мислення школярів. Він також дозволяє отримати виграш у часі. З точки зору відповідності дидактичним принципам слід визнати, що дедуктивне вивчення газових законів у цілому доступно старшокласникам, так як рівень абстрактного мислення у них досить високий.

При дедуктивному підході до вивчення газових законів можлива й інша структура розділу, при якій школярів спочатку знайомлять з основними поняттями і законами молекулярно-кінетичної теорії та термодинаміки, а потім застосовують в єдності апарат цих теорій для вивчення властивостей макроскопічних систем. У цьому випадку розділ має наступну структуру: основні положення молекулярно-кінетичної теорії - основи термодинаміки - будова і властивості газів, рідин і твердих тіл - агрегатні перетворення.

Що стосується введення поняття температури, то при індуктивному вивченні газових законів послідовність його розкриття така: температура як параметр стану макроскопічної системи - абсолютна температура (із закону Шарля або Гей-Люссака) - температура - міра середньої кінетичної енергії молекул (з основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів і емпірично отриманого рівняння стану ідеального газу).

При дедуктивному вивченні газових законів поняття температури вводять наступним чином: температура як параметр стану макроскопічної системи абсолютна температура - міра середньої кінетичної енергії молекул (з основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів та експериментально встановленої сталості величини $\Theta = PV/N$ для всіх газів в стані теплової рівноваги показують, що абсолютна температура пропорційна середній кінетичній енергії молекул)

При дедуктивному вивченні газових законів можна ввести поняття температури за наступною схемою: температура як параметр стану макроскопічної системи - температура - міра середньої кінетичної енергії молекул (за визначенням після розгляду основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів) - абсолютна температура.

Додаток

На початку минулого століття англійський учений Д. Дальтон показав, що більшість закономірностей явищ природи можна пояснити, використовуючи уявлення про атоми і молекули, і науково обґрунтував молекулярну будову речовини. На початок нашого століття була врешті побудована і підтверджена багатьма дослідженнями МКТ будови речовини. МКТ – вчення, що пояснює будову і властивості тіл рухом і взаємодією атомів, молекул і іонів, з яких складаються тіла.

В основі МКТ лежать 3 найважливіших положення, які повністю підтверджені експериментально і теоретично.

І положення:

Всі тіла складаються з частинок – атомів, молекул і іонів, в склад яких входять ще менші частинки, які умовно називають елементарними.

Молекулою (від латинського „молес” – маса, „кула” – зменшувальний суфікс) називають найменшу частинку речовини, здатну до самостійного існування, яка зберігає хімічні властивості цієї речовини.

Молекули складаються з атомів (від грецького „атомос” – неподільний). Якщо при деякому явищі природи молекули залишаються незмінними, то речовина зберігає свої хімічні властивості.

Якщо ж молекули змінюють свою будову чи розпадаються на окремі атоми, що утворюються нові види речовини з іншими хімічними і фізичними властивостями.

Речовини, які не можна розкласти на більш прості складові частини, називаються *хімічними елементами*. Кожному хімічному елементу відповідають атоми, які мають певне місце (номер) в таблиці Менделєєва. Кількість сортів (видів) атомів порівняно невелика і дорівнює числу хімічних елементів та їх ізотопів (на сьогодні відомо 108 елементів і

≈ 1,5

тисячі ізотопів).

Різні комбінації цих атомів і створюють всю множину видів молекул. Молекули, що утворюють дану речовину, однакові, але відрізняються швидкостями.

Різні речовини складаються з різних молекул. Молекули характеризуються певними константами. До них відносяться розміри молекули; число Авогадро і маса молекул. Розміри молекул мають порядок 1 ангстрема.

$$1\text{А} = 10^{-8}\text{ см} = 10^{-10}\text{ м}$$

Розмір молекул становить деяку умовну величину. Дійсно, молекула має певну форму, але оточена складним електромагнітним полем, яке простягається нескінченно, проте швидко зменшується з відстанню і на деякій відстані ним можна знехтувати. Ця відстань і називається радіусом молекули, а молекулі приписують форму кулі. Розміри атомів і молекул

мають в середньому порядок $10^{-7} - 10^{-8}$ см. Розроблено значну кількість методів, за допомогою яких можна досить точно визначити розміри і масу молекули. Але ці способи, як правило, досить складні і громіздкі.

Маси молекул дуже малі(у звичних для нас масштабах). Наприклад, маса молекули кисню

$$m_{O_2} = 53,5 \cdot 10^{-24} \text{ Г}$$

$$m_{H_2} = 3,34 \cdot 10^{-24} \text{ Г}$$

$$m_H = 1,672 \cdot 10^{-24} \text{ Г}$$

Тому була введена нова додаткова одиниця вимірювання – *атомна одиниця маси*.

Атомною одиницею маси називається $\frac{1}{2}$ маси ізотопу вуглецю C_6^{12} .

Маса молекули(атома), виражена в атомних одиницях маси, називається відносно молекулярною(атомною) масою A . Вона показує у скільки разів маса молекули речовини більша $\frac{1}{2}$ маси ізотопу вуглецю C_6^{12} .

Атомна одиниця маси

$$A = \frac{m}{1/2 m_{C_6^{12}}} \quad m = 1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Отже, масу молекули можна знайти за відомою відносною молекулярною масою.

$$m = m_{\text{відн}} \cdot 1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Атоми різних хімічних елементів мають різну атомну масу, тому, наприклад, в 1 кг свинцю Pb і в 1 кг алюмінію Al міститься різна кількість атомів.

Тому для кількісної характеристики однорідних тіл по кількості атомів і молекул, що містяться в них, вводиться поняття *кількості речовини*.

Кількістю речовини називається фізична величина, що визначається кількістю специфічних структурних елементів, атомів, молекул або іонів, - з яких складається речовина. Так як маси окремих структурних елементів, наприклад, молекул, відрізняються, то однакові кількості різних речовин мають різну масу. Підкреслимо, що маса не є мірою кількості речовини.

В СІ за одиницю вимірювання кількості речовини прийнято 1 моль – кількості речовини, що містить стільки ж молекул(атомів), скільки атомів міститься в 0,012 кг вуглецю C_6^{12} .

Кількість атомів чи молекул, що містяться в 1 молі речовини, називається числом Авогадро(N_A).

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

Визначення числа Авогадро відноситься до числа особливо важливих подій в зв'язку з тим, що це число безпосередньо пов'язано з існуванням атомної будови речовини. Число Авогадро пов'язує мікроскопічний масштаб з макроскопічним, бо моль будь якої речовини як правило містить тіло звичних для нас розмірів, тобто макротіло. Наприклад, при нормальному атмосферному тиску і $t = 0^\circ \text{C}$, моль будь якого газу займає об'єм $V = 22,4$ л.

Масу однієї молекули чи атома можна отримати із співвідношення

$$m_A = \frac{A}{N_A} \quad (1)$$

$$m_M = \frac{M}{N_A} \quad (2)$$

II положення:

Між частинками любого тіла(атомами, молекулами і іонами) одночасно діють сили взаємного притягання і сили взаємного відштовхування.

Закони сил, що діють між атомами, молекулами і іонами, зовсім не схожі на кулонівські, хоча ці сили врешті мають електромагнітне походження. Точний вигляд закону взаємодії частинок такого роду дуже складний. Зокрема, сила їх взаємодії виявляється залежно не тільки від відстані між частинками, що взаємодіють, але і від їх взаємної орієнтації. Однак, в більшості випадків достатньо знати силу взаємодії, середню по всім їх можливим орієнтаціям.

Закон дії усереднених сил виявляється порівняно простим і має вигляд:

1) для сил притягання

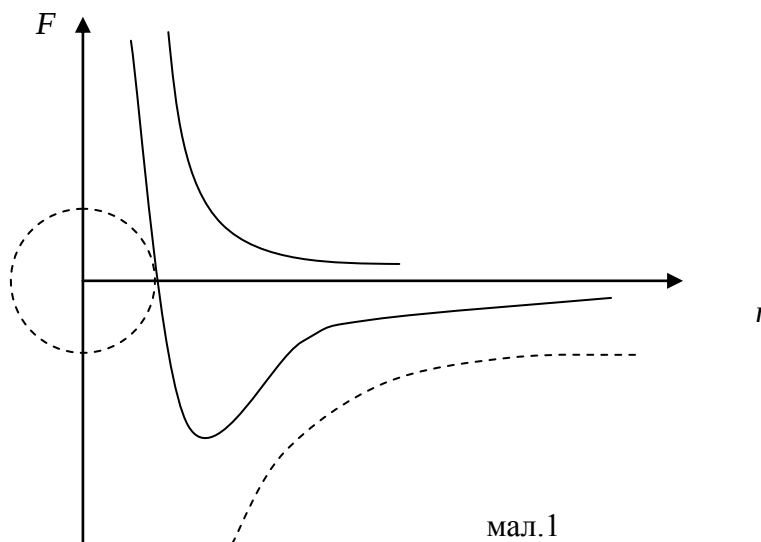
$$F_{np} = -\frac{a}{r^7} \quad (2)$$

2) для сил відштовхування

$$F_{vi\partial} = \frac{b}{r^{13}} \quad (3)$$

де a і b – коефіцієнти пропорційності, що залежать від будови молекул, які взаємодіють.

Одночасне існування сил притягання і відштовхування означає, що на молекулу діє рівнодійна сила міжмолекулярної взаємодії.



мал.1

Одну молекулу вважаємо нерухомою і розміщеною в початку системи координат F, r , а друга молекула змінює свою відстань відносно першої вздовж осі r .

Величина сил міжмолекулярної взаємодії не залежить від загального числа молекул. Наприклад, густина або пружні властивості рідини і твердих тіл не залежать від розмірів дослідного зразка: крапля води і вода в Дніпрі за однакової температури і однакового зовнішнього тиску мають рівну густину і стискуваність. Ця властивість міжмолекулярних сил називається *насичуваністю*. Цим міжмолекулярні сили принципово відрізняються від гравітаційних чи кулонівських сил, для яких рівнодійна визначається дією всіх тіл, що входять в систему.

Сили міжмолекулярної взаємодії мають електромагнітну природу, зумовлену тим, що молекули складаються із електрично заряджених частинок, які властива взаємодія.

Правда, в цілому молекула електрично нейтральна, однак заряди в молекулі розміщуються в процесі її наближення до іншої молекули несиметрично.

Завдяки цьому молекули виявляються *полярними*, подібними електричним диполям: між різнойменно зарядженими полюсами виникають сили притягання, що переважають сили відштовхування однойменних „полюсів”.

Якщо ж молекули дуже близько підійдуть одна до одної, то вирішальну роль в їх взаємодії починають відігравати сили відштовхування між електронними оболонками атомів, що складають цю молекулу.

III положення:

Атоми, молекули і іони перебувають в неперервному хаотичному русі.

Хаотичний рух частинок, що утворюють макроскопічне тіло, називається тепловим. Тепловий рух визначає внутрішній стан кожного макроскопічного тіла. За винятком особливих випадків, які мають місце в квантовій фізиці, тепловий рух є нерелятивістським, тобто швидкість молекул набагато менше швидкості світла.

Відмітимо, що про тепловий рух можна говорити тільки в тих випадках, коли розглядувана фізична система є макроскопічною.

Не має сенсу вести мову про тепловий рух, коли система, наприклад, складається з однієї чи кількох молекул(атомів чи іонів).

Знаходячись у стані неперервного хаотичного руху молекули „зтикаються” одна з одною і змінюють свою швидкість як за напрямком, так і за величиною.

Правда, зіткнення при цьому у звичайному розумінні цього слова не відбувається, бо безпосередньому зтиканню молекул заважають сили відштовхування, що різко зростають при їх наближенні. Але дія цих сил приводить до того ж результату, що при звичайному зіткненні, тобто відскакуванню молекул, що наблизились, одна від одної.

§2. Ідеальний газ. Основне рівняння МКТ газів(рівняння Клаузіуса).

Перед тим як розпочати розгляд рівняння Клаузіуса, зробимо кілька попередніх припущень відносно самого газу:

а) молекули – пружні кульки, розмірами яких можна знехтувати(матеріальні точки), що рухаються хаотично, при цьому між ними відбуваються пружні зіткнення;

б) сили притягання між молекулами газу нехтовно малі бо молекули знаходяться на значних відстанях одна від одної.

Сили відштовхування між молекулами виявляються тільки в моменти взаємозіткнень останніх;

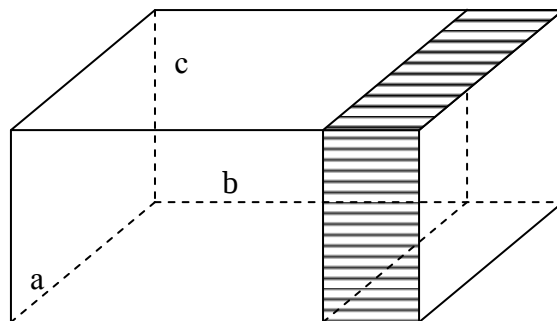
в) кількість взаємозіткнень між молекулами набагато менше в порівнянні з кількістю ударів об стінки посудини, в якій газ знаходиться.

г) об'єм молекул газу в порівнянні з об'ємом посудини, в якій газ знаходиться, можна знехтувати.

Газ, що задовольняє цим умовам, називається *ідеальним*.

Реальні гази не задовольняють описаній моделі. Але реальний газ, що розміщений в досить великому об'ємі і перебуває не під дуже високим тиском(до 100 фізичних атмосфер – 1атм = 760 мм.рт.ст.) веде себе як ідеальний.

Щоб проаналізувати тиск, що створюють молекули газу, кількісно, припустимо, що газ знаходиться в посудині, одна стінка якої є поршнем, здатний переміщуватися.



мал.1

Знайдемо силу, з якою діють на поршень молекули, що знаходяться всередині посудини. В поршень вдаряються молекули, що рухаються всередині об'єму з різними швидкостями.

Припустимо, що зовні посудини вакуум. Що відбудеться? Щоб утримати поршень, доведеться прикласти силу F. Тоді на поршень буде діяти тиск.

$$p = \frac{F}{S}$$

З якою силою треба діяти на поршень, щоб зрівноважити удари молекул? При кожному ударі поршню надається деякий імпульс. Отже, сила,

яку ми визначили як добуток тиску на площу, дорівнює імпульсу, переданому поршню за 1 с всіма молекулами всередині посудини.

Підрахунок імпульсу, що передається поршню за 1 с, виконаємо в дві статті:

а) спочатку визначимо кількість співударень молекул з одиницею поверхні поршня за 1 с.

б) потім визначимо імпульс, переданий однією молекулою при зіткненні з поршнем.

Сила, що діє на одиницю площі(тобто тиск) і буде добутком цих двох величин.

Вважаємо всі напрямки руху молекул рівноцінними, тому в трьох напрямках, паралельно ребрам a, b, c, рухається 1/3 від загальної кількості молекул в посудині.

Розглянемо молекули, що рухаються вздовж ребра b в напрямі поршня.

За 1 с одна молекула зазнає $\frac{v \cdot 1c}{b}$ зіткнень з поршнем.

З $\frac{1}{3}N$ молекул в напрямі поршня рухається половина молекул, тобто $\frac{1}{6}N$.

Тоді за 1 с вони зазнають $\frac{1}{6}N \cdot \frac{v}{b}$ зіткнень.

Отже, за 1 с з одиницею площі поверхні поширення зіткнеться

$$\frac{1}{6}N \cdot \frac{v}{b} = \frac{1}{6}nv \text{ молекул.}$$

Врахуємо, що молекули мають різні швидкості. Тоді в поршень за 1 с будуть ударяти різні групи молекул з швидкостями v_i .

$$\text{Врахуємо, що } \bar{v}_i = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n} \quad n\bar{v}_i = \sum_{i=1}^n v_i$$

Тоді кількість зіткнень молекул з поршнем за 1 с буде дорівнювати $\frac{1}{6}n\bar{v}_i$.

б) визначимо імпульс, переданий однією молекулою поршню. Внаслідок абсолютно пружного зіткнення з поршнем молекула змінює свою швидкість за напрямком. Тоді зміна імпульсу молекули дорівнює $-2mv_i$

А поршень змінює свій імпульс на величину $2mv_i$

Проводячи усереднення, отримаємо

$$p = \frac{1}{3}nm\bar{v}^2 \quad (1)$$

$$p = \frac{2}{3}n \frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{2}{3}n\bar{E} \quad (2)$$

Формули (1) і (2) і є основним рівнянням МКТ ідеального газу(рівняння Клаузіуса). Це рівняння пов'язує між собою макроскопічні характеристики газу з мікроскопічними характеристиками молекул.

§3. Наслідки з основного рівняння кінетичної теорії ідеального газу.

а) Закон Бойля – Маріотта

Скористаємося рівнянням Клаузіуса у вигляді:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

Врахувавши, що $n = \frac{N}{V}$, тому отримаємо $p = \frac{N}{V} \bar{E}_k \Rightarrow pV = \frac{2}{3} N \bar{E}_k$

Закон Бойля – Маріотта описує ізотермічний процес, тобто процес, що протікає при постійній температурі $t = const$, тоді $\bar{E}_k = const$.

По друге, закон Бойля – Маріотта має місце для газу, кількість молекул якого незмінна, тобто $\frac{2}{3} N = const$

$$\text{Тоді } \begin{cases} PV = const \\ m = const \\ t = const \end{cases} \text{ - закон Бойля – Маріотта.}$$

Добуток тиску газу на об'єм при даній масі газу і при постійній температурі є величина постійна.

Виникає питання:

в чому полягає фізичний зміст закону Бойля – Маріотта?

Для відповіді на поставлене питання перевіримо розмірність цього закону в СІ.

$$[PV] = [Pa \cdot m^3] = \left[\frac{H}{m^2} \cdot m^3 \right] = [H \cdot m] = [Дж]$$

Отже, з точки зору фізики закон Бойля – Маріотта показує, що при ізотермічному процесі внутрішня енергія газу не змінюється.

б) Середня кінетична енергія поступального руху молекули ідеального газу.

Скористаємося основним рівнянням Клаузіуса в формі:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V_m} \bar{E}_k, \text{ де } V_m - \text{молярний об'єм}$$

$$pV_m = \frac{2}{3} N \bar{E}_k$$

Для молярного об'єму кількість молекул дорівнює числу Авогадро

$$N = N_A$$

$$pV_m = \frac{2}{3} N_A \bar{E}_k \quad (1)$$

Запишемо рівняння Клапейрона – Менделєєва для 1 моля газу:

$$pV_m = RT \quad (2)$$

Співставивши (1) і (2), отримаємо:

$$\frac{2}{3} N_A \bar{E}_k = RT \Rightarrow \bar{E}_k = \frac{3}{2} \left(\frac{R}{N_A} \right) T$$

$$\frac{R}{N_A} = k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} - \text{постійна Больцмана}$$

$$\text{Отже, } \bar{E}_k = \frac{3}{2} kT \quad (3)$$

З (3) слідує фізичний зміст постійної Больцмана: вона показує, яку роботу здійснює 1 молекула газу, що рухається з деякою середньою швидкістю, при підвищенні температури газу на 1 °К.

в) Число Лошмідта

Підрахуємо кількість молекул газу в одиницю об'єму. Для цього скористаємося основним рівнянням МКТ, що має вигляд:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

Підставляючи сюди значення $\bar{E}_k$ з формули (3), отримаємо:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} kT$$

$$p = nkT \quad (4)$$

$$\text{Тоді } n_0 = \frac{p}{kT} \quad (5)$$

При однакових температурі і тиску всі газу містять в одиниці об'єму однакову кількість молекул. Кількість молекул, що міститься в 1 м³ газу за нормальних умов називається *числом Лошмідта*. За формулою (5) воно дорівнює

$$n_0 = \frac{1,03 \cdot 10^5 \text{ Па}}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 273 \text{ К}} = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

г) Середня квадратична швидкість руху молекул ідеального газу:

Виводячи основне рівняння МКТ ми позначимо середню квадратичну швидкість через $\bar{v}^2$. Тоді середня кінетична енергія

$$\bar{E}_k = \frac{m \bar{v}^2}{2}. \text{ З іншого боку } \bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$$

$$\text{Тоді } \frac{m \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT \Rightarrow \bar{v}^2 = \frac{3kT}{m}$$

$$v_{\text{с.кв.}} = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$k = \frac{R}{N_A} \quad v_{\text{с.кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}}$$

$$m = \frac{M}{N_A} \Rightarrow M = mN_A$$

$$v_{\text{с.кв.}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (6)$$

тобто для даного газу середня квадратична швидкість молекул пропорційна кореню квадратному з абсолютної температури і залежить тільки від неї.

§4. Розподіл числа молекул за швидкостями(розподіл Максвелла).

Серед квадратична швидкість – менше статистична характеристика руху молекул, отримана шляхом усереднення різних значень швидкостей значної кількості молекул.

В дійсності ж молекули рухаються з різними швидкостями v навіть при деякій заданій температурі t .

Розіб'ємо весь діапазон цих швидкостей на малі інтервали dv . Тоді на кожний інтервал швидкості буде припадати деяке число молекул dN , що мають швидкість, обмежену цим інтервалом. Відношення $\frac{dN}{dv}$ показує, скільки молекул припадає на кожний одиничний інтервал швидкості. Іншими словами, який розподіл числа молекул за швидкостями.

$\frac{dN}{dv}$ залежить від швидкості і називається функцією розподілу числа молекул за швидкостями.

Цю функцію розподілу вперше визначив англ. фізик Джеймс Клерк Максвелл теоретичним шляхом, застосувавши теорію ймовірностей.

Максвелівська функція розподілу представлена формулою, яка називається законом Максвелла і має такий вид:

$$\frac{dN}{dv} = N \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2RT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} v^2 \quad (1)$$

де N - загальна кількість молекул газу

M - молярна маса

R - універсальна газова постійна

При $v \rightarrow 0$ і при $v \rightarrow \infty$ функція розподілу прагне до нуля.

Знайдемо найбільш ймовірну швидкість, при якій функція розподілу має максимум.

Для цього першу похідну функції розподілу по v^2 прирівнюємо до нуля.

$$\frac{\partial}{\partial v} \left(N \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2RT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} v^2 \right) = 0$$

$$\left(-\frac{Mv^2}{2RT} \cdot e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} \cdot v^2 + e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} \right) = 0$$

$$\left(\frac{-Mv^2 + 2RT}{2RT} \right) \cdot e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} = 0$$

$$e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} = 0 \text{ при } v \rightarrow \infty \text{ не має фізичного змісту}$$

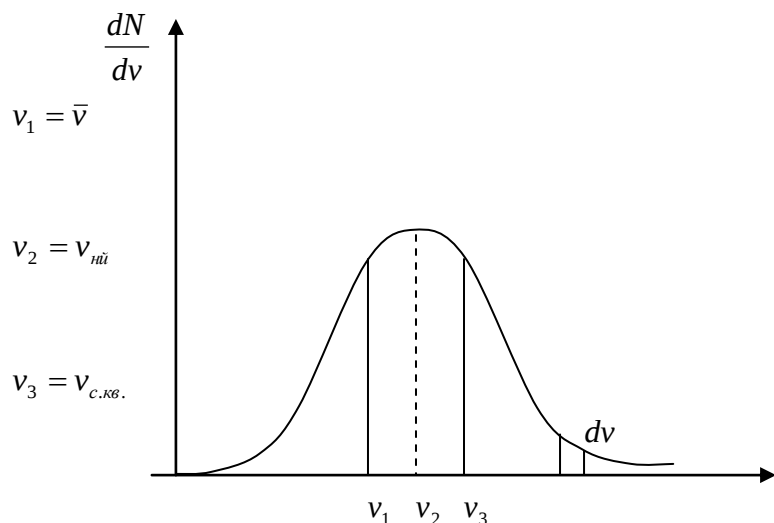
$$-Mv^2 + 2RT = 0$$

$$v_{\text{мі}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad (2)$$

Найбільш ймовірною називається швидкість, поблизу якої на одиничний інтервал припадає найбільша кількість молекул.

Вона розраховується за формулою (2).

Графічно закон Максвелла представлено кривою, що починається в початку координат, досягає максимуму при $v_{нй}$ і потім асимптотично наближається до осі абсцис(мал.1).



мал.1

Графік точно показує, що молекул з малими і великими швидкостями мало і що більшість молекул має швидкості, близькі до найбільш ймовірної швидкості.

Із закону Максвелла можна отримати вираз для середньої арифметичної швидкості $\bar{v}$.

Вона дорівнює

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

$$v_{с.кв.} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad v_{нй} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

Ці вирази показують, що дані швидкості розрізняються між собою тільки коефіцієнтами:

$$v_{с.кв.} > \bar{v} > v_{нй}$$

Виділимо на осі абсцис елементарний інтервал швидкостей dv і проведемо ординати його меж. Тоді площа дуже вузького прямокутника дорівнюватиме

$$\frac{dN}{dv} dv = dN,$$

тобто числу молекул, що мають швидкість в інтервалі dv . Отже, площа, обмежена кривою розподілу і віссю абсцис дорівнює загальній кількості молекул газу N .

При зміні температури газу змінюються швидкості руху всіх молекул, а отже і найбільш ймовірна швидкість. Тому максимум кривої буде

зміщуватись вправо, при підвищенні температури, або вліво при зниженні температури, однак площа, обмежена кривою, залишається незмінною, бо загальна кількість молекул газу не залежить від температури.

Розподіл Максвелла за швидкостями був підтверджений експериментально німецьким фізиком Штерном у 1920 р.

§5. Барометрична формула. Розподіл Больцмана.

При виведенні основного рівняння кінетичної теорії газів ми припускали, що на молекули не діють ніякі зовнішні сили. Тому можна було вважати, що молекули рівномірно розподілені по об'єму посудини, в якому знаходиться газ. Фактично молекули будь-якого газу знаходяться в полі тяжіння Землі.

Якби не було теплового руху молекул атмосферного повітря, то всі вони впали б на Землю.

Якби не було тяжіння, то атмосферне повітря розсіялося б по всьому Всесвіту. Тяжіння і тепловий рух приводять газ в стан, при якому його концентрація і тиск зменшуються з висотою.

Знайдемо закон зміни тиску газу з висотою. Гідростатичний тиск визначається за формулою

$$p = \rho gh \quad (1)$$

де p – тиск рідини чи газу на глибині (висоті) від її поверхні

ρ – густина рідини чи невеликої товщини газу можна вважати постійною ($\rho = \text{const}$)

g – прискорення сили тяжіння

Гази легко стискаються, а тиск газу залежить від густини, отже, формулою Паскаля можна користуватися тільки для розрахунку тиску дуже тонких горизонтальних шарів газу, густину яких можна вважати постійною.

Якщо на висоті h від умовного горизонтального рівня газу тиск газу дорівнює p , то зі збільшенням висоти на dh тиск газу знизиться на dp , причому

$$dp = -\rho g dh \quad (2)$$

Знак „мінус” означає, що тиск з висотою знижується.

Перетворимо формулу (2), скориставшись p -м Менделєєва-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{R\mu}{RT}$$

Тоді

$$dp = -\frac{\mu g p}{RT} dh$$

Так як шар газу тонкий, то $T = \text{const}$, тобто процес ізотермічний (іншими словами, в подальшому вважаємо, що атмосфера ізотермічна).

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh$$

$$\ln p = -\frac{gm}{RT}h + \ln C$$

$$p = Ce^{-\frac{g\mu}{RT}h}$$

$h=0$ $C=p_0$.атмосферний тиск біля поверхні Землі

$$p = p_0 e^{-\frac{g\mu}{RT}h} \quad (3) \text{ барометрична формула}$$

Вона дозволяє визначити висоту h за допомогою барометра.

Барометр спеціально про градуйований для безпосереднього відліку висоти над рівнем моря називають альтиметром чи висотоміром.

Користуючись формулою (3) можна отримати співвідношення між концентраціями газу на різній висоті .

Тиск газу пов'язано з концентрацією його молекул формулою :

$$p = nkT$$

Якщо процес ізотермічний ($T=\text{const}$), то

$$p_0 = n_0 kT \quad (\text{де } n_0 - \text{концентрація молекул на висоті } h=0)$$

Тому рівняння (3) можна записати в формі

$$n = n_0 e^{-\frac{g\mu}{RT}h} \quad (4)$$

Скористаємося співвідношенням $\frac{R}{\mu} = \frac{k}{m}$, де m – маса молекул газу.

$$n = n_0 e^{-\frac{gm}{RT}h} \quad (5)$$

Формулу (5) можна перетворити, якщо врахувати, що $mgh = E_p$ - потенціальна енергія молекули в полі тяжіння Землі, тоді

$$n = n_0 e^{-\frac{E_p}{RT}} \quad (6)$$

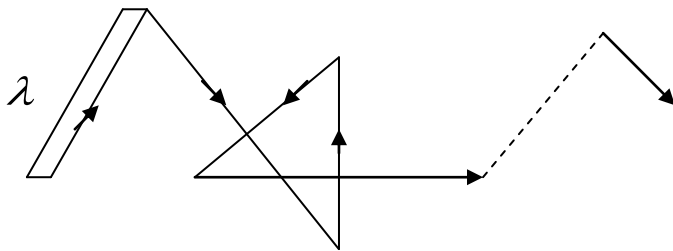
$$\bar{n} = \frac{n}{n_0} = e^{-\frac{E_p}{RT}} \quad (7)$$

де $\bar{n}$ - відносна концентрація молекул

Формула (7) виражає розподіл Больцмана.

§6. Середня довжина вільного пробігу молекул.

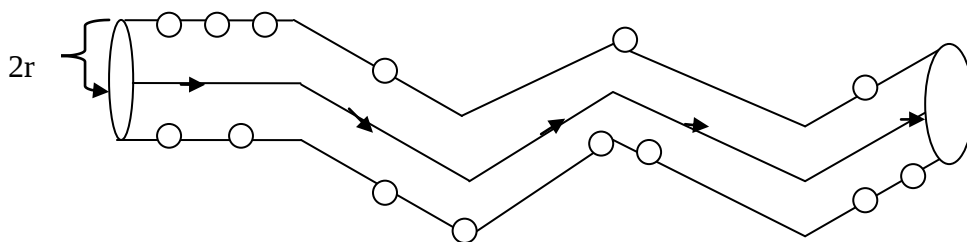
Внаслідок хаотичності теплового руху траєкторія молекул є ламаною лінією, схожою на траєкторію броунівської частинки. Злами траєкторії відповідають зіткненням молекул одна з одною. Для прикладу зобразимо фрагмент шляху, пройдений деякою молекулою за 1с.



Назвемо довжиною вільного пробігу молекули λ шлях, що вона проходить між 2-ма послідовними зіткненнями. Довжина вільного пробігу весь час змінюється, тому слід вести мову про середню довжину вільного пробігу $\bar{\lambda}$ як про середній шлях, який проходить молекула між 2-ма послідовними зіткненнями. Очевидно, що для визначення $\bar{\lambda}$ достатньо розділити весь шлях, пройдений молекулою за 1с. і чисельно дорівнює її середній швидкості v , на середнє число зіткнень $\bar{z}$, який зазнає молекула за 1с.

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} \quad (1)$$

Для визначення $\bar{z}$ врахуємо розміри молекул, розглядаючи їх як кульки радіусом r . Візьмемо подумки під спостереження одну з молекул (крайньо зліва на мал.2) і зобразимо шлях, пройдений нею за 1с.



мал.2

Останні молекули поки що вважаємо нерухомим. Очевидно, що рухома молекула зіткнеться тільки з тими молекулами, центри яких лежать всередині ланогого циліндра радіусом $2r$ (віссю циліндра є траєкторія молекули).

Отже, середнє число зіткнень $\bar{z}$ за 1с. дорівнює числу молекул N в об'ємі V ланогого циліндра, тобто $\bar{z} = N$, або $\bar{z} = Nv$, де n – кількість молекул в одиниці об'єму, або концентрація молекул.

Об'єм ланогого циліндра можна з нехтовно малою похибкою прирівняти до об'єму випрямленого циліндра з висотою $\bar{v}$ і площею основи $\pi(2r)^2$, тому

$$\bar{z} = 4\pi r^2 n \bar{v} \quad (2)$$

В цьому висновку ми вважали, що всі молекули, крім взятої під спостереження, нерухомі. В дійсності ж вони рухаються, тому, як показує більш строгий розрахунок, число зіткнень виявляється в $\sqrt{2}$ раз більше одержаного нами:

$$\bar{z} = 4\sqrt{2}\pi r^2 n \bar{v} \quad (3)$$

Підставивши значення $\bar{z}$ з (3) в (1) отримаємо:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi^2 n} \quad (4)$$

З формули (4) видно, що $\bar{\lambda}$ не залежить від температури. Дослід же показує, $\bar{\lambda}$ дещо зростає підвищенням температури. Пояснюється це тим, що з підвищенням температури збільшується швидкість молекул, завдяки чому молекули, що зіштовхуються, ближче підходять одна до одної, переборюючи сили міжмолекулярного відштовхування. Таким чином, з підвищенням температури зменшується радіус кулькоподібної моделі молекули, а разом з ним зменшується об'єм ламаного циліндра і число зіткнень $\bar{z}$. При цьому згідно формули (1) $\bar{\lambda}$ зростає.

Залежність середньої довжини вільного пробігу $\bar{\lambda}$ від температури T виражається формулою Сезерленда:

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_0 \frac{T}{T + C}$$

де $\bar{\lambda}_0$ - значення середньої довжини вільного пробігу, що обчислюється за формулою (4)

C – постійна величина, що визначається дослідним шляхом.

Так як p пропорційне тиску p : $p \approx p$, а тиск в свою чергу пропорційний густині газу ρ (внаслідок закону Менделєєва-Клапейрона), то згідно формули (4) середня довжина вільного пробігу обернено пропорційна тиску газу і його густині. Тому:

$$\frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (5)$$

§7. Явища переносу в газах. Рівняння переносу.

Хаотичний рух молекул газу веде до безперервного перемішування газу. З цим пов'язаний ряд важливих явищ, що відбуваються в газах.

Якщо в різних частинах об'єму газу густина була спочатку неоднаковою, то з часом вона вирівнюється. Також, якщо два різних гази дотикаються, то вони рівномірно перемішуються між собою. Це явище називається **дифузією**.

Дифузія – розповсюдження речовини в деякому середовищі в напрямі зменшення її концентрації, зумовлене тепловим рухом атомів, молекул, іонів і інших більш великих частинок.

В об'ємі газу, частини якого мають різну температуру, відбувається поступове вирівнювання температури внаслідок переносу молекулами своєї енергії. Це явище називається **теплопровідністю**.

Теплопровідність – один з видів теплообміну, при якому перенесення енергії в формі теплоти в нерівномірно нагрітому середовищі має атомно-молекулярний характер (не пов'язаний з макроскопічним рухом речовини).

В'язкість (внутрішнє тертя) рідин і газів - властивість рідин і газів чинити опір переміщенню однієї їх частини відносно іншої.

Всі вище названі явища зумовлені однією причиною – переносом молекулами газу в процесі хаотичного руху своїх характеристик:

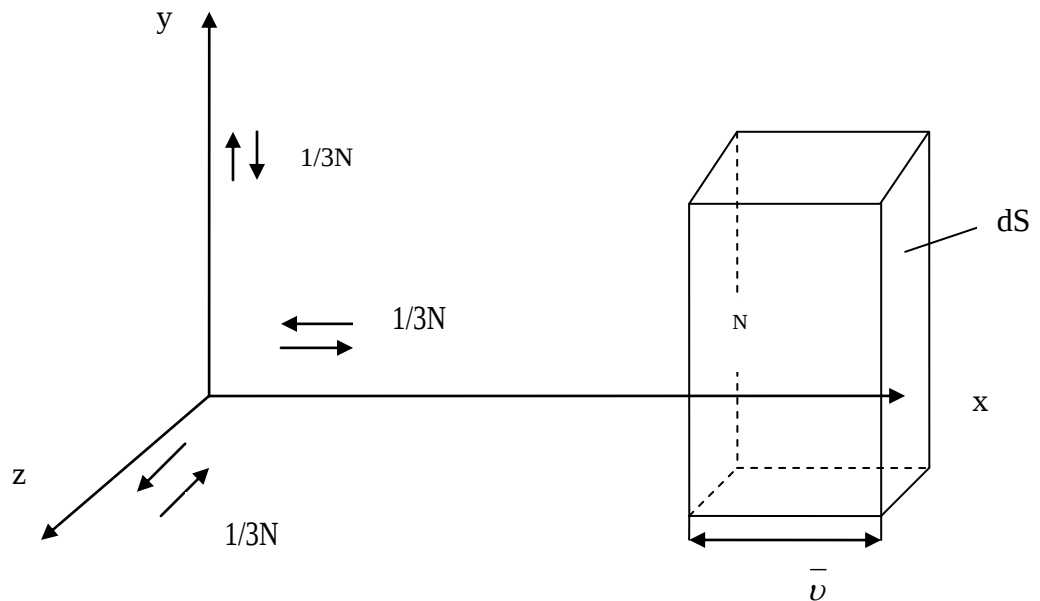
маси – дифузія
 енергія - теплопровідність
 імпульсу руху – внутрішнє тертя (в'язкість)

Тому механізм всіх цих явищ однаковий і всі вони об'єднані спільною назвою **явищ переносу**.

Виходячи з уявлень МКТ виведемо загальне для явищ переносу **рівняння переносу**.

Зцією метою визначимо перш за все кількість молекул, що проходять за проміжок часу dt крізь деяку уявну площадку dS , розміщену в газі (мал.1).

Зорієнтуємо вісь Ox перпендикулярно площадці dS .



Мал.1

Внаслідок хаотичного руху молекул припустимо, що вздовж кожної з осей рухається $1/3$ частина всіх молекул :тому $1/6$ частина – зліва направо і $1/6$ частина – справа наліво. Тоді за одиницю часу крізь площадку dS пройде зліва направо $1/6$ частина всіх молекул, що знаходяться в об'ємі прямокутного паралелепіпеду з основою dS і висотою, що дорівнює середній швидкості $\bar{v}$ руху молекул, тобто

$$\frac{1}{6} n dS \bar{v}$$

де n - кількість молекул в одиниці об'єму газу (концентрація молекул).

Отже, кількість молекул N , що проходять крізь площадку dS за час dt в одному напрямі, визначається формулою

$$N = \frac{1}{6} n dS dt \bar{v}$$

Ці молекули переносять крізь площадку dS і значення своїх фізичних характеристик (масу, енергію, імпульс).

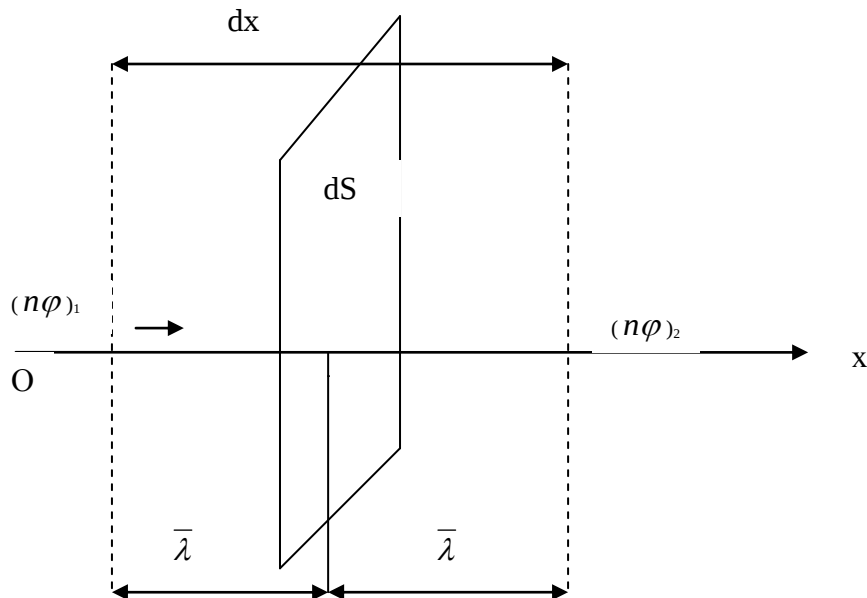
Розглядаючи загальний механізм переносу, поки що не будемо конкретизувати, яку саме фізичну характеристику переносять молекули і

позначимо її φ . Тоді кількість фізичної характеристики, перенесеної молекулами в одному напрямі крізь площадку dS за час dt , визначиться формулою

$$N\varphi = \frac{1}{6}(n\varphi)\bar{v}dSdt \quad (1)$$

Очевидно, що така ж кількість буде перенесена в зворотному напрямі.

Припустимо тепер, що газ неоднорідний за своїми властивостями, тобто концентрація n його різна в різних місцях об'єму газу і самі молекули мають неоднакові значення фізичної величини φ . Тоді кількість величини $n\varphi$, що міститься в одиниці об'єму газу також буде різною в різних місцях об'єму газу. Нехай кількість $n\varphi$ зменшується в додатному напрямі осі Ox , дорівнюючи $(n\varphi)_1$ зліва від площадки dS . В цьому випадку має місце переважне перенесення фізичної величини $N\varphi$ крізь площадку dS зліва направо (мал.2)



мал.2

Згідно формулі (1) воно дорівнює :

$$d(N\varphi) = (N\varphi)_1 - (N\varphi)_2 = \frac{1}{6}[(N\varphi)_1 - (N\varphi)_2]\bar{v}dSdt \quad (2)$$

Залишається вияснити, виходячи з фізичних уявлень, на якій відстані від площадки dS слід взяти значення $n\varphi$. Обмін значеннями φ і зміна концентрації n відбувається тільки при взаємних зіткненнях молекул, тобто на відстані $\bar{\lambda}$, що дорівнює середній довжині вільного пробігу молекули. Тому, можна припустити, що значення величини $n\varphi$ зберігається незмінним на відстані $\bar{\lambda}$ вліво і вправо від dS . На цих відстанях і будемо брати значення $n\varphi$. Помноживши і поділивши на $2\bar{\lambda}$ праву частину формули (2), отримаємо:

$$d(N\varphi) = \frac{1}{6} \frac{(n\varphi)_1 - (n\varphi)_2}{2\bar{\lambda}} 2\bar{\lambda}\bar{v}dSdt \quad (3)$$

Як видно з мал. відношення $\frac{(n\varphi)_1 - (n\varphi)_2}{2\bar{\lambda}}$ є градієнтом величини $(n\varphi)$, який ми позначимо символом $\frac{d(n\varphi)}{dx}$. Градієнтом фізичної величини називається її зміна, що припадає на одиницю відстані в напрямі найбільшого збільшення. Отже, градієнт є вектор, направлений в бік найбільшого зростання фізичної величини. Тоді формула (3) прийме вид:

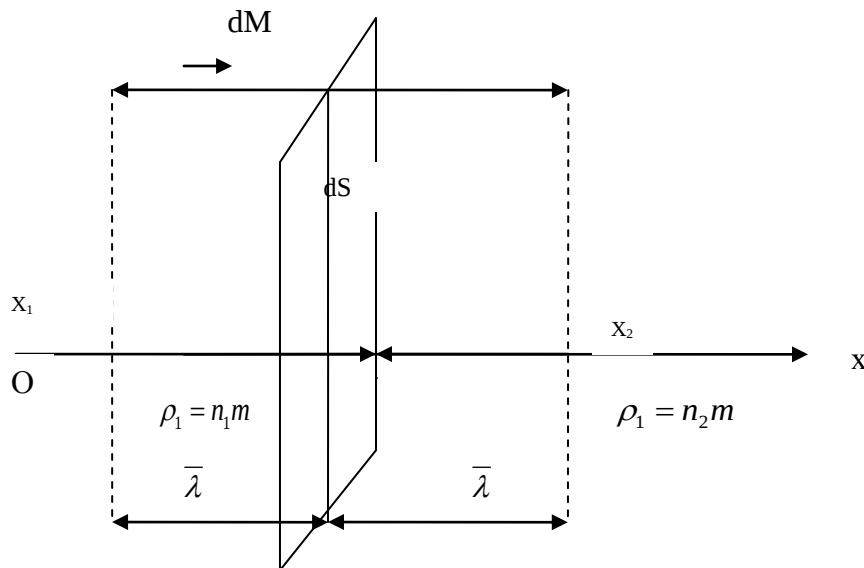
$$d(N\varphi) = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} v \frac{d(n\varphi)}{dx} dS dt \quad (4)$$

Знак „мінус” зумовлений тим, що перенесення фізичної величини відбувається в напрямі протилежному градієнту (градієнт φ направлений справа наліво, а перенесення φ - зліва направо).

Формула (4) називається рівнянням переносу. На основі цього рівняння розглянемо конкретні явища переносу: дифузію, теплопровідність, внутрішнє тертя.

§8. Дифузія.

Нехай в деякому об'ємі газу має місце неоднорідність густини. Густина ρ зменшується в напрямі осі Ox (мал.3)



$$\rho = \frac{m}{V} = nm_0, \text{ де } n = \frac{N}{V}$$

Це може бути, наприклад, у випадку, коли в лівій частині об'єму знаходиться джерело газу O (рідина, що випаровується).

Позначимо через ρ_1 і ρ_2 значення густини на відстані $\bar{\lambda}$ зліва і справа від dS .

Тоді $\rho_1 > \rho_2$, бо $\rho = nm$ (за значенням), де m – маса молекули, однакова для всіх молекул газу, але $n_1 > n_2$, тобто концентрація молекул зменшується в напрямі осі Ox разом з густиною. Застосуємо рівняння переносу (4).

Відмітимо, що в даному випадку фізичною характеристикою, що переноситься, є маса молекул, тобто

$$\varphi = m \text{ тому } n\varphi = nm = \rho \quad (5),$$

$$\text{де } d(N\varphi) = d(Nm) = dM \quad (5)$$

де dM – маса газу, що переноситься шляхом дифузії за час dt крізь площадку dS , перпендикулярну напрямку зменшення густини. Підставивши вираз (5) в рівняння переносу (4), одержимо:

$$dM = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \frac{d\rho}{dx} ds dt \quad (6)$$

$$\text{Позначивши } D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \quad (7)$$

$$\text{Отримаємо } dM = -D \frac{d\rho}{dx} ds dt \quad (8)$$

Звідки слідує, що маса газу dM , що переноситься завдяки дифузії крізь площадку dS , перпендикулярну до напрямку осі Ox в якому зменшується густина, пропорційна розміру цієї площадки, проміжку часу dT переносу і градієнту густини $\frac{d\rho}{dx}$.

Формула (8) називається рівнянням дифузії чи законом Фіка, бо німецький фізик Фік отримав таке ж рівняння з дослідів з рідинами.

Коефіцієнт пропорційності D називається коефіцієнтом дифузії.

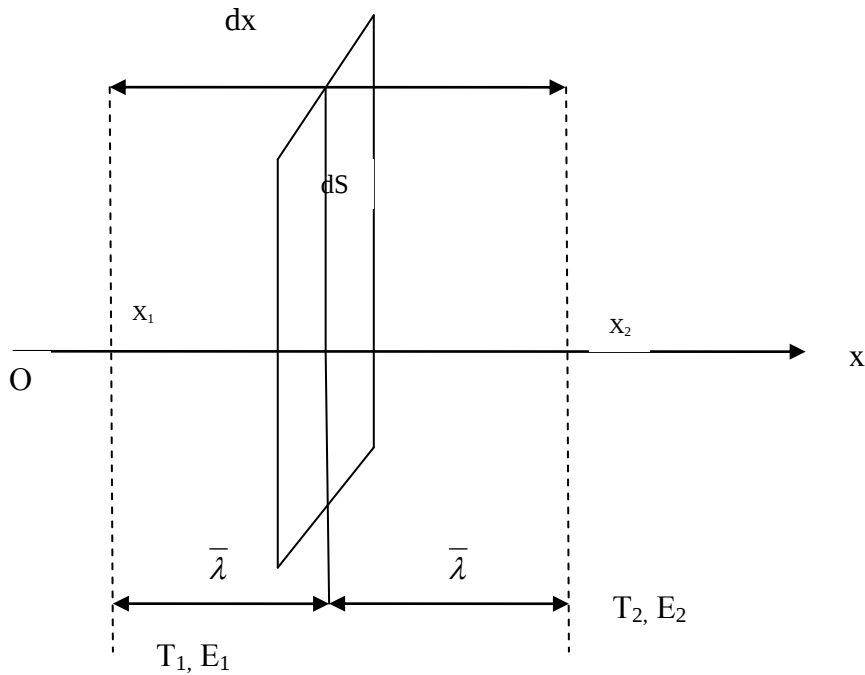
Встановимо фізичний зміст коефіцієнта дифузії D , вважаючи в формулі (8) $dS = 1 \text{ м}^2$

$dt = 1 \text{ с}$, $\frac{d\rho}{dx} = -1 \text{ кг/м}^4$, то $D = dM$, тобто коефіцієнт дифузії чисельно дорівнює масі газу, що переноситься крізь площадку в 1 м^2 за 1 с . при градієнті густини в -1 кг/м^4

З формули (7) і (8) слідує, що коефіцієнт дифузії вимірюється в $\left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right]$.

§9. Теплопровідність.

Нехай в деякому об'ємі газу T температура зменшується у напрямі осі Ox (мал.4)



Це може мати місце, наприклад, у випадку, коли в лівій частині в т.О об'єму знаходиться нагрівач. Позначимо через T_1 і T_2 - значення температури на відстані $\bar{\lambda}$ від площадки dS , тоді $T_1 > T_2$. Кінетична енергія молекули газу визначається за формулою

$$\bar{E} = \frac{i}{2} kT$$

де i – число ступенів вільності молекули. З цієї формули слідує, що $E_1 > E_2$, тобто енергія молекул, що знаходиться зліва від dS більша, за енергію молекул, що знаходиться справа від dS . Тому в напрямі зменшення температури буде відбуватися переважне перенесення енергії, а отже, і кількість теплоти dQ , бо внутрішня енергія газу складається з кінетичної енергії його молекул.

Застосовуючи рівняння переносу (4), відмітимо, що в даному випадку фізичною характеристикою, що переноситься, є енергія молекули, тобто $\varphi = \bar{E}$.

Тоді, так як концентрацію n молекул можна вважати однаковою у всьому об'ємі газу, можемо записати:

$$d(n\varphi) = d(nE) = d\left(n\frac{i}{2}kT\right) = n\frac{i}{2}kdT \quad (9)$$

де $dT = T_1 - T_2$

$$d(n\varphi) = n\frac{i}{2}kdT \quad (9)$$

$$d(N\varphi) = d(NE) = dQ \quad (10)$$

де dQ – кількість теплоти (внутрішня енергія), що переноситься за час dt крізь площадку dS , перпендикулярну напрямку зменшення температури.

Підставляючи вираз (9) і (10) в рівняння переносу (4) отримаємо

$$dQ = -\frac{1}{3}\bar{\lambda}vn\frac{i}{2}k\frac{dT}{dx}dSdt$$

Помноживши і поділивши праву частину цієї рівності на масу молекули m і врахувавши, що $k = \frac{R}{N_A}$ можемо записати

$$dQ = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \frac{nm}{N_A m} \frac{i}{2} R \frac{dT}{dx} dS dt$$

$$nm = \rho, \quad N_A m = \mu, \quad \frac{i}{2} R = C_v,$$

де ρ - густина газу

μ - молярна маса

C_v - молярна теплоємність газу при $V = \text{const}$

Тоді останню рівність можна записати в такому вигляді :

$$dQ = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \frac{\rho}{\mu} C_v \frac{dT}{dx} dS dt$$

$$\frac{C_v}{\mu} = c - \text{питома теплоємність газу при } V = \text{const}$$

Тоді отримаємо :

$$dQ = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho C_v \frac{dT}{dx} dS dt \quad (11)$$

Позначимо

$$\chi = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho C_v \quad (12)$$

де χ - коефіцієнт теплопровідності

$$dQ = -\chi \frac{dT}{dx} dS dt \quad (13)$$

З формули (13) слідує, що кількість теплоти dQ , що переноситься крізь площадку dS , перпендикулярну до напрямку осі Ox , в якому зменшується температура, пропорційна розмірам цієї площадки, проміжку часу dt переносу і градієнту температури $\frac{dT}{dx}$.

Формула (13) називається рівнянням теплопровідності чи законом Фур'є (бо вперше це рівняння вивів французький математик Фур'є).

Вияснимо фізичний зміст коефіцієнта теплопровідності χ , скориставшись формулою (13), в якій

$$ds = 1m^2, \quad dt = 1c, \quad \frac{dT}{dx} = -1 \frac{K}{m}$$

Тоді отримаємо : $\chi = dQ$, тобто коефіцієнт теплопровідності чисельно дорівнює кількості теплоти, що переноситься крізь площадку в $1m^2$ за $1c$. при градієнті температури в $-1 \frac{K}{m}$.

З формул (12) і (13) слідує, що коефіцієнт теплопровідності вимірюється в $\left[\frac{Дж}{Кмс} \right]$

§10. Внутрішнє тертя(в'язкість).

$$F = -\frac{1}{3} \overline{\lambda \nu \rho} \frac{dv}{dx} dS$$

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho \quad (18)$$

$$\text{Тоді } F = -\eta \frac{dv}{dx} dS \quad (19)$$

З формули (19) слідує, що : сила внутрішнього тертя, що виникає в площині дотику двох шарів газу, які ковзають один відносно одного, пропорційна площі їх дотику dS і градієнту швидкості $\frac{dv}{dx}$.

Формула (19) називається рівнянням внутрішнього тертя, чи законом Ньютона, бо Ньютон отримав таке ж рівняння з дослідів з рідинами.

Коефіцієнт пропорційності η називається коефіцієнтом внутрішнього тертя або в'язкості.

Вияснимо його фізичний зміст, скориставшись формулою (9), в якій будемо вважати

$$dS = 1 \text{ м}^2, \text{ а } \frac{dv}{dx} = -1 \text{ с}^{-1}, \text{ тоді отримаємо}$$

$\eta = F$, тобто коефіцієнт в'язкості чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, що діє на 1 м^2 площадки дотикання шарів газу, що рухаються паралельно при градієнті швидкості 1 с^{-1} .

З формули (18) і (19) слідує, що коефіцієнт внутрішнього тертя вимірюється в $\frac{\text{кг}}{\text{мс}}$. На завершення підкреслимо, що зіставляючи формули

$$D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v}, \quad \chi = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho C_v \quad \text{і} \quad \eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho \quad \text{отримаємо співвідношення між}$$

коефіцієнтом переносу

$$\frac{\eta}{D} = \rho; \quad \frac{\chi}{\eta} = C_v, \quad \text{які також знаходяться у відповідності з дослідними}$$

даними. Це є додатковим підтвердженням вірності розглянутої нами МКТ будови речовини.