

Лекція 10. Методичні аспекти складних питань курсів фізики та астрономії (на прикладі розділу «Молекулярна фізика»)

Представлення учнівських досліджень у вигляді циклу взаємопов'язаних фізичних задач. Нами запропоновано методичний підхід до формування в учнів здатності розв'язувати складні задачі з фізики та астрономії.

Цей підхід слід вважати таким, що має новизну, попри те, що він ґрунтується на вже відомому задачному методі (згідно з яким навчання відбувається у процесі розв'язування фізичних задач). Відмінна ознака підходу – те, що самі фізичні задачі є окремими взаємопов'язаними кроками розв'язання більш складної технічної проблеми (завдання), що пов'язана з теоретичним та/або експериментальним дослідженням певного пристрою. Наукова новизна кінцевого результату (освітнього продукту) може бути як об'єктивною (тобто виходити за сучасний рівень техніки), так і суб'єктивною (такою, що має місце лише для учня). Досвід показує, що використання цього підходу сприяє формуванню в учнів внутрішніх (пізнавальних) мотивів до навчальної діяльності (у них з'являється інтерес в отриманні результатів дослідження), що також сприяє усвідомленому використанню теоретичних знань у нових ситуаціях.

Основні принципи реалізації цього підходу розглянемо на прикладі конкретного дослідження, проведеного представниками нашої експериментальної групи: студенткою 5 курсу фізичного факультету ЗНУ Юлією Шаповал (виступила керівником у групі розробників) та учнями 10 класу – Андрієм Тричевим (Василівська гімназія «Сузір'я», м. Василівка, Запорізька область) і Микитою Турком (Запорізька гімназія № 28). Виконане ними дослідження було пов'язане з визначенням ефективності застосування теплових екранів для зменшення витрат на обігрів будівель ЗНУ (насамперед, його навчальних корпусів та гуртожитків). Робота над цим інноваційним проєктом проводилася, головним чином, у позаурочний час (на заняттях винахідницького гуртка, керівником якого є автор монографії). Наведемо далі формулювання технічного завдання.

Завдання «Тепловий екран». Один зі способів зменшення витрат на обігрів житлових будинків полягає в застосуванні теплоізоляційних матеріалів. Наприклад, встановлення фольгованого теплового екрана на стіні за радіатором опалення дозволяє знизити втрати теплової енергії. Наочно продемонструвати зниження температури зовнішньої поверхні ділянки стіни, що розташована за радіатором опалення, можна шляхом обстеження стіни тепловізором (рис. 3.15). Необхідно:

- а) оцінити зменшення теплових втрат унаслідок встановлення теплового екрана (наприклад, з ізолону) між радіатором опалення та стіною;
- б) визначити економію від упровадження цього заходу енергозбереження впродовж опалювального сезону та його термін окупності.

Розв'язування наведеного завдання за своїм змістом можна представити як розв'язування еквівалентного циклу більш простих і відносно незалежних

одна від одної (але логічно взаємопов'язаних) фізичних задач. Розглянемо ці задачі.

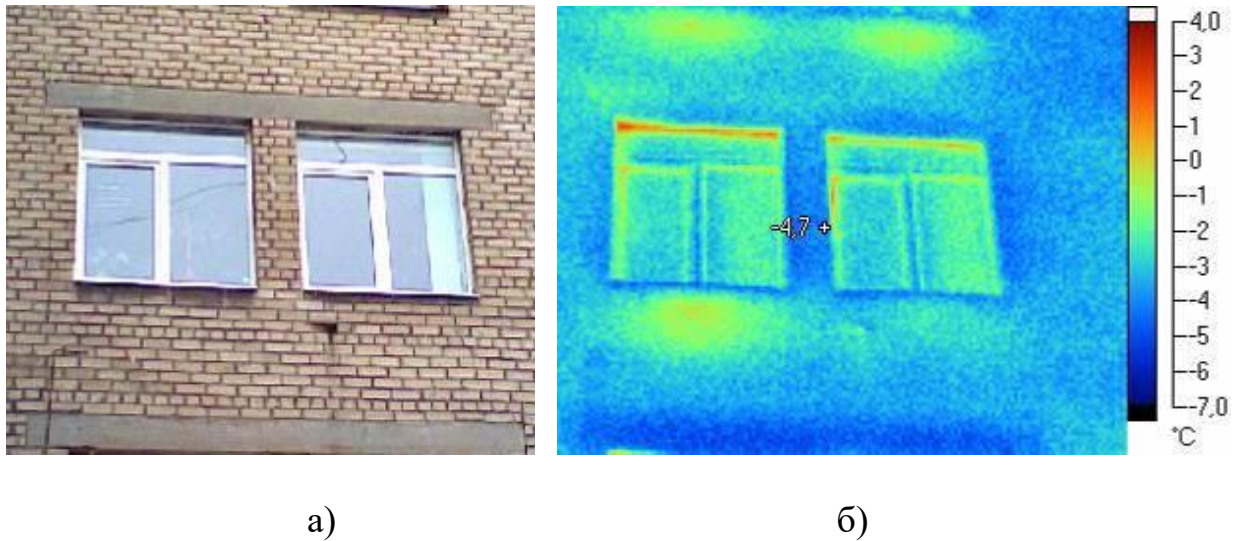


Рис. 3.15. Ділянка стіни, сфотографована фотокамерою (а) та тепловізором (б): під правим вікном встановлено тепловий екран (з ізолону), під лівим – тепловий екран відсутній

Задача 1. Знайдіть стаціонарний розподіл температури в цегляній стіні, поверхні якої підтримуються при сталих температурах T_1 і T_2 (для визначеності $T_1 > T_2$). Стіну вважайте нескінченною однорідною плоскопаралельною пластинною товщиною d .

Розв'язання. Явище теплопровідності описується законом Фур'є. У загальному вигляді формула закону Фур'є має доволі складний вигляд. Проте в деяких частинних випадках, наприклад, при знаходженні втрат тепла через стіни будівлі, справедлива спрощена форма закону Фур'є. Кількість теплоти, що передається за час τ через ділянку однорідного шару речовини товщиною dx і площею S дорівнює (κ – теплопровідність речовини):

$$Q = \kappa \frac{dT}{dx} S \tau. \quad (3.26)$$

У нашій задачі вісь x – пряма, що перпендикулярна до стіни (пластини). Початок координат виберемо на площині пластини, де підтримується температура T_1 . Згідно з умовою задачі пластина є однорідною ($\kappa = \text{const}$), і її поверхні підтримуються при сталих температурах T_1 і T_2 ($T_1 > T_2$). Тому через кожний шар речовини пластини (перпендикулярний осі x) передається одна й та ж кількість теплоти. При цьому градієнт температури є сталим:

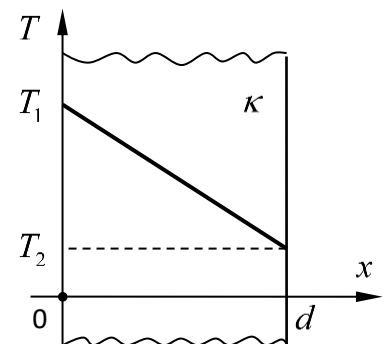


Рис. 3.16. Розподіл температури у стіні

$$\frac{dT}{dx} = \text{const.}$$

Позначивши сталу в останньому виразі буквою A та інтегруючи його, отримуємо (B – друга стала інтегрування)

$$T = Ax + B.$$

Отже, температура вздовж осі x змінюється за лінійним законом (рис. 3.16). Сталі A і B знайдемо з крайових умов:

$$T(0) = T_1; T(d) = T_2.$$

Отримуємо систему рівнянь:

$$T_1 = B,$$

$$T_2 = A \cdot d + B.$$

Визначивши з неї сталі A і B , дістанемо розподіл температури у вигляді:

$$T = \frac{T_2 - T_1}{d} \cdot x + T_1.$$

Якщо за радіатором опалення встановлено тепловий екран (наприклад, шар фольгованого теплоізолятора – ізолону), то розподіл температури у стіні зміниться. Зі знаходженням цього розподілу пов'язана наступна задача.

Задача 2. Стіна складається з двох частин: цегляної кладки товщиною d_1 і теплопровідністю κ_1 та шару теплоізоляційного матеріалу товщиною d_2 і теплопровідністю κ_2 (рис. 3.17). Зовнішні поверхні стіни підтримуються при сталих температурах T_1 і T_2 (причому $T_1 > T_2$). Знайдіть температуру T_3 на межі розділу теплоізолятора та цегляної кладки. Виразіть також спад температури ΔT_2 у цегляній кладці через різницю температур $\Delta T_1 = T_1 - T_2$ на зовнішніх поверхнях стіни.

Розв'язання. Розглянемо однорідну плоскопаралельну пластину товщиною d і теплопровідністю κ , поверхні якої підтримуються при сталих температурах T_0 і T (вважатимемо $T_0 > T$). Згідно з результатами задачі 1 температура усередині такої пластини змінюється лінійно. Тому у формулі (3.26) закону Фур'є градієнт температури dT/dx можна замінити відношенням $(T_0 - T)/d$. Тоді кількість теплоти, що передається за час τ через ділянку площею S цієї пластини, дорівнює

$$\kappa \frac{T_0 - T}{d} S \tau.$$

Отже, відповідно до умови нашої задачі кількість теплоти Q , що проходить через шар теплоізоляційного матеріалу (тепловий екран) за час τ , дорівнюватиме:

$$Q = \kappa_2 \frac{T_1 - T_3}{d_2} S \tau,$$

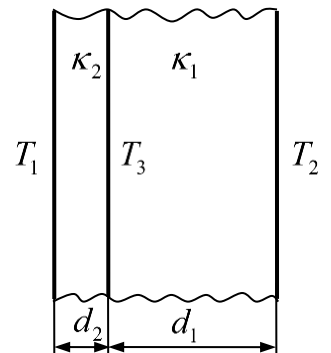


Рис. 3.17. Двошарова стіна

де S – площа теплового екрана.

Оскільки процес є стаціонарним, така ж кількість теплоти проходить і через цегляну кладку:

$$Q = \kappa_1 \frac{T_3 - T_2}{d_1} S \tau.$$

Прирівнюючи праві частини останніх виразів, отримуємо рівняння

$$\kappa_2 \frac{T_1 - T_3}{d_2} S \tau = \kappa_1 \frac{T_3 - T_2}{d_1} S \tau,$$

з якого знаходимо T_3 :

$$T_3 = \frac{T_1 \kappa_2 d_1 + T_2 \kappa_1 d_2}{\kappa_1 d_2 + \kappa_2 d_1}.$$

Для спаду температури $\Delta T_2 \equiv T_3 - T_2$ в цегляній кладці дістаємо:

$$\Delta T_2 \equiv T_3 - T_2 = \frac{(T_1 - T_2) \kappa_2 d_1}{\kappa_1 d_2 + \kappa_2 d_1} = \Delta T_1 \cdot \frac{1}{1 + \frac{\kappa_1 d_2}{\kappa_2 d_1}}.$$

Задача 3. *Оцініть відносну ефективність використання наведених речовин для зменшення теплових втрат через теплопровідність. Для цього прийнявши товщину стіни із силікатної цегли за одиницю (1 м) знайдіть ефективну (еквівалентну) товщину іншого матеріалу. Речовини: залізобетон, цегла силікатна, деревина (сосна), сніг, скловата, пінопласт, повітря.*

Розв'язання. Розглянемо плоскопаралельну пластину з певного матеріалу теплопровідністю κ . Нехай товщина пластини d , а її поверхні підтримуються при сталих температурах T_1 і T_2 (вважатимемо $T_1 > T_2$). Тоді кількість теплоти Q , що передається за час τ через ділянку площею S пластини, дорівнюватиме:

$$Q = \kappa \frac{T_1 - T_2}{d} S \tau. \quad (3.27)$$

Прийнявши товщину стіни із силікатної цегли теплопровідністю κ_1 за одиницю ($d_1 = 1$ м), знаходимо ефективну (еквівалентну) товщину d іншого матеріалу теплопровідністю κ з умови, що при однакових S і τ та різниці температур $T_1 - T_2$ він передає таку саму кількість теплоти, що й цегляна стіна. Прирівнюючи праві частини виразів для кількості теплоти, що передається відповідно через цегляну стіну та через стіну з іншого матеріалу:

$$Q = \kappa_1 \frac{T_1 - T_2}{d_1} S \tau, \quad Q = \kappa \frac{T_1 - T_2}{d} S \tau,$$

отримуємо формулу:

$$d = d_1 \cdot \frac{\kappa}{\kappa_1}.$$

Враховуючи, що для силікатної цегли $\kappa_1 = 0,7$ Вт/(м·К), знаходимо ефективні товщини матеріалів, які відповідають товщині цегляної стіни $d_1 = 1$ м (результати в табл. 3.1).

Таблиця 3.1.

Порівняння деяких речовин за їх теплопровідністю

Речовина	Теплопровідність κ , Вт/(м·К)	Ефективна товщина шару речовини, м
Цегла силікатна	0,81	1
Залізобетон	1,7	2,1
Деревина (сосна)	0,15 (перпендикулярно волоконам)	0,19
	0,36 (уздовж волокон)	0,44
Сніг	0,1 (не ущільнений)	0,12
	0,4 (ущільнений)	0,5
Скловата	0,05	0,06
Пінопласт	0,04	0,05
Повітря	0,025	0,03

З а д а ч а 4. Оцініть тепловий потік через ділянку стіни за радіатором опалення (до встановлення теплового екрана). Середня температура поверхні стіни за радіатором T_1 , а середня температура стіни зовні приміщення T_2 (визначається температурою повітря надворі). Товщина стіни d , її теплопровідність κ .

Р о з в ' я з а н н я . Перепишемо формулу (3.27) у вигляді

$$\frac{Q}{S\tau} = \kappa \frac{T_1 - T_2}{d}.$$

Уведемо позначення

$$\frac{Q}{S\tau} \equiv q,$$

де q – тепловий потік, який чисельно дорівнює кількості теплоти, що передається через одиницю площі поверхні (перпендикулярно до цієї поверхні) за одиницю часу. Маємо

$$q = \kappa \frac{T_1 - T_2}{d}. \quad (3.28)$$

Величину d/κ часто називають *термічним опором* і позначають через R :

$$R \equiv d/\kappa. \quad (3.29)$$

У цьому випадку формула (3.28) набирає вигляду:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R}. \quad (3.30)$$

Остання формула нагадує закон Ома для однорідної ділянки електричного кола:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{\text{ел}}},$$

де $R_{\text{ел}}$ – електричний опір ділянки кола.

Формула (3.30) часто дозволяє спростити розрахунки в задачах на теплопровідність.

З а д а ч а 5. Оцініть тепловий потік через ділянку стіни за радіатором опалення після закріплення на ній теплового екрана (шару теплоізоляційного матеріалу). Екран можна вважати плоскопаралельною пластинною товщиною d_2 і теплопровідністю κ_2 . Товщина цегляної кладки d_1 , її теплопровідність κ_1 . Температура поверхні теплового екрана, що обернена до радіатора, дорівнює T_1 , а температура стіни зовні приміщення дорівнює T_2 . Врахувати, що при закріпленні теплового екрана між поверхнею стіни й екраном залишається повітряний прошарок товщиною d_3 і теплопровідністю $\kappa_3 = 0,025 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$.

Р о з в ’ я з а н н я . Тепловий потік після встановлення теплового екрана дорівнює

$$q_{\text{з екраном}} = \frac{T_1 - T_2}{R}, \quad (3.31)$$

де R – еквівалентний термічний опір стіни з тепловим екраном (з урахуванням повітряного прошарку).

Знайдемо R (рис. 3.18). Теплові потоки через окремі шари 1, 2 та 3 однакові:

$$q = q_1 = q_2 = q_3. \quad (3.32)$$

А різниця температур (тепловий напір) між зовнішніми поверхнями такої неоднорідної стіни дорівнює:

$$\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3. \quad (3.33)$$

де ΔT_1 , ΔT_2 , ΔT_3 – спади температур на окремих ділянках 1, 2 та 3 відповідно.

Спади температур на певному шарі речовини можна виразити через тепловий потік і термічний опір цього шару. Тому вираз (3.33) набирає вигляду

$$qR = q_1R_1 + q_2R_2 + q_3R_3.$$

Звідки, з урахуванням (3.32), дістаємо вираз для еквівалентного термічного опору неоднорідної стіни:

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

Або з урахуванням формули (3.29)

$$R = \frac{d_1}{\kappa_1} + \frac{d_2}{\kappa_2} + \frac{d_3}{\kappa_3}. \quad (3.34)$$

Підставляючи формулу (3.34) в (3.31), отримаємо вираз для теплового потоку через стіну з тепловим екраном:

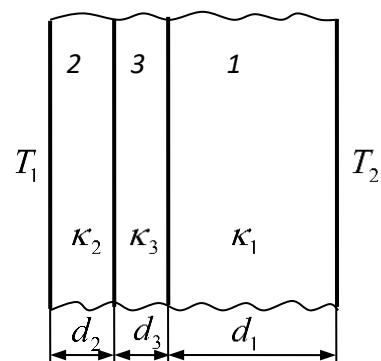


Рис. 3.18. Структура теплової ізоляції стіни: 1 – шар цегляної кладки; 2 – тепловий екран; 3 – повітряний прошарок

$$q_{\text{з екраном}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{d_1}{\kappa_1} + \frac{d_2}{\kappa_2} + \frac{d_3}{\kappa_3}}.$$

Задача 6. В умовах попередніх двох задач знайдіть зменшення теплових втрат унаслідок використання теплового екрана загальною площею S упродовж часу τ .

Розв'язання. Використавши результати попередніх двох задач, знайдемо зменшення теплового потоку через стіну після встановлення теплового екрана:

$$\Delta q = q_{\text{без екрана}} - q_{\text{з екраном}} = \left(\frac{T_1 - T_2}{R_1} - \frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2 + R_3} \right) = (T_1 - T_2) \left(\frac{\kappa_1}{d_1} - \frac{1}{\frac{d_1}{\kappa_1} + \frac{d_2}{\kappa_2} + \frac{d_3}{\kappa_3}} \right).$$

Остання формула дозволяє обчислити зменшення втрат теплової енергії з 1 м^2 теплового екрана впродовж 1 с . Зменшення втрат тепла із сумарної площі S теплового екрана впродовж часу τ складає:

$$Q = \Delta q \cdot S \tau = (T_1 - T_2) \left(\frac{\kappa_1}{d_1} - \frac{1}{\frac{d_1}{\kappa_1} + \frac{d_2}{\kappa_2} + \frac{d_3}{\kappa_3}} \right) S \tau. \quad (3.35)$$

Зазначимо, що залежно від призначення теплоізоляційні матеріали можуть мати фольговане покриття з високою відбивною здатністю до інфрачервоних променів. Останнє й обумовлює відповідну назву для таких теплоізоляторів – теплові екрани. Прикладом такого матеріалу є ізолон. Він складається із шару пінополіетилену, на який нанесено (з одного або з обох боків) алюмінієву фольгу товщиною $\sim 10 \text{ мкм}$.

Задача 7. Запропонуйте, як експериментальним шляхом визначити зменшення теплових втрат завдяки використанню фольгованого теплового екрана з урахуванням його відбивної здатності.

Розв'язання. Знайти зменшення теплових втрат при використанні фольгованого теплового екрана не складно. Для цього достатньо, наприклад, виміряти температуру T_3 поверхні стіни за екраном (це можна зробити за допомогою пірометра) і безпосередньо обчислити тепловий потік через стіну:

$$q_{\text{з екраном}} = \kappa \frac{T_3 - T_2}{d},$$

де κ , d – теплопровідність і товщина стіни відповідно; T_2 – температура поверхні стіни зовні приміщення.

Тепловий потік через стіну без екрана дорівнює:

$$q_{\text{без екрана}} = \kappa \frac{T_1 - T_2}{d},$$

де T_1 – температура поверхні стіни за радіатором (без екрана).

Зменшення теплового потоку внаслідок використання теплового екрана:

$$\Delta q = q_{\text{без екрана}} - q_{\text{з екраном}} = \frac{\kappa}{d}(T_1 - T_3).$$

Отже, зменшення теплових втрат при використанні теплового екрана через ділянку стіни площею S упродовж часу τ складає:

$$Q = \Delta q \cdot S \tau = \frac{\kappa}{d}(T_1 - T_3) S \tau. \quad (3.36)$$

З а д а ч а 8. Оцініть економію теплової енергії (у гривнях) упродовж часу τ та термін його окупності. Приміщення має N однакових радіаторів опалення. Площа ділянки стіни за радіатором (площа теплового екрана) S_0 . Тариф на спожиту теплову енергію для населення B . Ціна 1 м^2 екрана C_0 .

Р о з в' я з а н н я. Вартість зекономленої впродовж часу τ теплової енергії:

$$W = Q \cdot B, \quad (3.37)$$

де Q – зменшення теплових втрат упродовж часу τ (формули (3.35) та (3.36)).

Вартість встановлення теплового екрана площею $S = S_0 N$ (без урахування витрат на монтаж):

$$C = C_0 \cdot S_0 N. \quad (3.38)$$

Використовуючи формулу (3.36), знайдемо економію від використання екрана впродовж однієї доби ($\tau_0 = 24 \text{ год} = 86400 \text{ с}$):

$$W_0 = Q_0 \cdot B = \frac{\kappa}{d}(T_1 - T_3) S \tau_0 \cdot B. \quad (3.39)$$

Термін окупності екрана $\tau_{\text{ок}}$ (у добах) чисельно дорівнює відношенню витрат на встановлення (придбання та монтаж) теплового екрана до добової економії, отриманої від його використання:

$$\tau_{\text{ок}} = C / W_0. \quad (3.40)$$

Оцінимо економію теплової енергії від використання теплового екрана з фольгованого теплоізолятора (ізолон) товщиною 5 мм на прикладі конкретного приватного будинку.

Вихідні дані для розрахунку:

– товщина цегляної стіни $d_1 = 0,4 \text{ м}$, її теплопровідність $\kappa_1 = 0,7 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$;

– температура поверхні стіни (екрана) за радіатором $T_1 = 40^\circ \text{C}$; температура поверхні стіни ззовні приміщення $T_2 = -5^\circ \text{C}$ (середня температура впродовж опалювального сезону); температура поверхні стіни за тепловим екраном $T_3 = 20^\circ \text{C}$ (вимірювання температури поверхонь стіни учні проводили за допомогою пірометра Fluke 62 mini (рис. 3.19));

– площа ділянки стіни за радіатором $S_0 = 1 \text{ м}^2$; кількість радіаторів $N = 10$;

– тривалість доби $\tau_0 = 24 \text{ год} = 86400 \text{ с}$; тривалість опалювального сезону $\tau_1 = 6 \text{ місяців} = 15768000 \text{ с}$;

– ціна 1 м^2 теплового екрана $C_0 = 50 \text{ грн/м}^2$; тариф на спожиту теплову енергію (дані станом на липень 2017 р.): для населення $B = 1414,45 \text{ грн/Гкал}$; для бюджетних установ $B = 1328,34 \text{ грн/Гкал}$ (тут враховано, що $1 \text{ кал} \approx 4,2 \text{ Дж}$).

Результати розрахунків:

1. Зменшення втрат теплової енергії у приватному будинку внаслідок використання теплових екранів (формула (3.36)):

- упродовж доби $Q_0 = 3,02 \cdot 10^7 \text{ Дж}$;
- упродовж опалювального сезону $Q_1 = 5,52 \cdot 10^9 \text{ Дж}$.

2. Вартість зекономленої теплової енергії, що розрахована за тарифом для населення (формула (3.37)):

- упродовж доби $W_0 = 10,2 \text{ грн}$;
- упродовж опалювального сезону $W_1 = 1859 \text{ грн}$.

3. Вартість встановлення теплових екранів у будинку (враховуємо лише витрати на придбання) (формула (3.38)) $C = 500 \text{ грн}$.

4. Термін окупності розглянутого заходу енергозбереження (формула (3.40)) $\tau_{\text{ок}} \approx 50 \text{ діб}$.

Зазначимо, що вартість зекономленої теплової енергії в цьому прикладі, що розрахована за тарифом для бюджетних установ, складе: упродовж доби $W_0 = 9,6 \text{ грн}$; упродовж опалювального сезону $W_1 = 1741,3 \text{ грн}$. А термін окупності цього засобу енергозбереження складе $\tau_{\text{ок}} \approx 52 \text{ доби}$.

Важливо, щоб учитель привчав учнів робити висновки за результатами проведених ними теоретичних та експериментальних досліджень. Результати наведеного дослідження ефективності застосування теплоізоляційних матеріалів дозволяють зробити висновок про доцільність використання теплових екранів за радіаторами опалення.

На завершення розгляду запропонованого підходу, зазначимо, що, згідно з нашими спостереженнями, у деяких інноваційних розробках виявляють бажання взяти участь навіть учні з невисоким рівнем навчальних досягнень з фізики. Тому вчитель має важливе завдання – залучити до роботи й таких учнів. Їм, наприклад, можна запропонувати ознайомитися з завершеними теоретичними (експериментальними) дослідженнями певних інноваційних продуктів, що вже були представлені на творчих фізико-технічних конкурсах. Представлення розв’язання складної проблеми у вигляді циклу відносно незалежних задач дозволить таким учням самостійно проводити поетапне



Рис. 3.19. Вимірювання температури пірометром Fluke 62 mini

ознайомлення з роботою, крок за кроком засвоюючи невеликі за обсягом змістовні блоки.