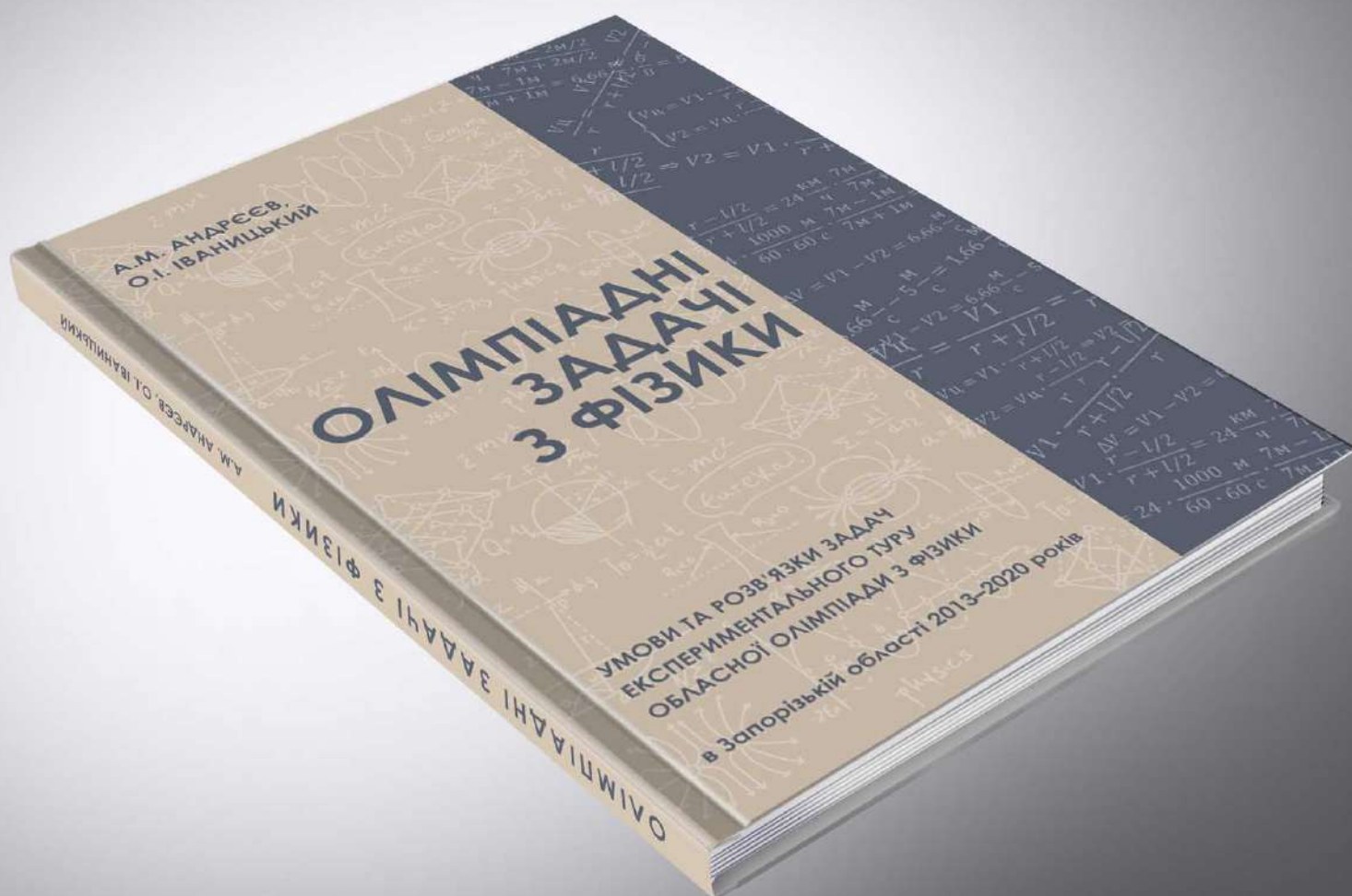




А. М. АНДРЕЄВ, О. І. ІВАНИЦЬКИЙ

ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ З ФІЗИКИ

**Умови та розв'язки задач експериментального туру
обласної олімпіади з фізики
в Запорізькій області 2013–2020 років**



**Видавничий дім
«Гельветика»
2020**

УДК 37.091.322:53(075.8)(477.64)

А 655

Рецензенти:

А. І. Павленко – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри соціальної роботи Комунального вищого навчального закладу «Хортицька національна навчально-реабілітаційна академія» Запорізької обласної ради;

Л. В. Васильченко – кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри дидактики та методик навчання природничо-математичних дисциплін Комунального закладу «Запорізький обласний інститут післядипломної педагогічної освіти» Запорізької обласної ради.

Рекомендовано науково-методичною радою КЗ «Запорізький обласний інститут післядипломної педагогічної освіти» Запорізької обласної ради
(*протокол № 1 від 30.01.2020 р.*)

Андрєєв А. М., Іваницький О. І.

А 655 Олімпіадні задачі з фізики. Умови та розв'язки задач експериментального туру обласної олімпіади з фізики в Запорізькій області 2013–2020 років : навчальний посібник / А. М. Андрєєв, О. І. Іваницький. – Херсон: Видавничий дім «Гельветика», 2020. – 92 с.

ISBN 978-966-992-012-6

У посібнику висвітлено деякі аспекти проведення експериментального туру олімпіади з фізики. Наведено методичні поради щодо представлення результатів вимірювань фізичних величин, розглянуто підходи щодо оцінювання похибок вимірювань. Представлено авторську систему експериментальних задач (умови та розв'язки), що пропонувалися на експериментальному турі обласної олімпіади з фізики в Запорізькій області у 2013–2020 роках. Посібник насамперед покликаний допомогти учням у підготовці до фізичних олімпіад, а вчителям – ефективно організувати цю підготовку.

Для вчителів фізики, студентів, які навчаються за предметними спеціальностями 014.08 «Середня освіта (Фізика)» та 014.15 «Середня освіта (Природничі науки)»; керівників гуртків закладів позашкільної освіти; учнів і всіх тих, хто цікавиться фізикою.

УДК 37.091.322:53(075.8)(477.64)

ISBN 978-966-992-012-6

© А. М. Андрєєв, О. І. Іваницький, 2020

ЗМІСТ

Передмова	4
Розділ 1. Вимірювання фізичних величин	6
Вимоги до запису результату вимірювання	6
Оцінка похибок вимірювань	10
Вправи	34
Розділ 2. Умови задач експериментального туру	37
8 клас	37
9 клас	39
10 клас	41
11 клас	43
Розділ 3. Розв’язки задач експериментального туру	45
8 клас	45
9 клас	53
10 клас	63
11 клас	76
Список рекомендованої літератури	90

ПЕРЕДМОВА

Експериментальними називають фізичні задачі, постановка та розв'язування яких органічно пов'язані з експериментом (з різними вимірюваннями, відтворенням фізичних явищ, спостереженнями за фізичними процесами, складанням експериментальних установок, розробкою приладів, з безпосереднім проведенням експериментального дослідження). Такі задачі без перебільшення вважають одним з ефективних засобів навчання фізики, адже вони виробляють в учнів важливу психічну установку: знання потрібні для того, щоб їх застосовувати на практиці. Саме експериментальні задачі забезпечують залучення учнів до творчого пошуку; є дієвим засобом у боротьбі з формалізмом під час навчання фізики; розвивають в учнів логічне мислення та забезпечують поєднання розумової діяльності з діяльністю органів руху (моторністю). Тому не дивно, що експериментальні тури є обов'язковою складовою фізичних олімпіад (починаючи з обласного етапу).

Порівняно з задачами теоретичних турів, задачі експериментальних турів фізичних олімпіад недостатньо висвітлені у навчально-методичній літературі. Виконання цих завдань вимагає від учня розв'язати задачу на теоретичному рівні, скласти експериментальну установку, безпосередньо провести дослід, зафіксувати експериментальні дані, провести їх обробку та оцінити достовірність отриманих результатів. Тому основні завдання посібника пов'язані з: висвітленням важливих аспектів проведення експериментального туру олімпіади з фізики, наданням методичних порад щодо представлення результатів вимірювань фізичних величин, розглядом підходів щодо оцінювання похибок вимірювань, а також з презентацією та докладним аналізом авторської системи експериментальних задач (більшість з яких є авторськими), що пропонувалися на експериментальному турі обласної олімпіади з фізики в Запорізькій області у 2013–2020 роках.

Посібник покликаний допомогти учням закладів загальної середньої освіти якісно підготуватися до експериментального туру олімпіади, а їх вчителям – ефективно організувати цей процес. Посібник буде корисний також для студентів закладів вищої освіти, які навчаються за освітніми

програмами Середня освіта (Фізика) та Середня освіта (Природничі науки), під час вивчення дисциплін «Теоретико-методичні засади курсу фізики старшої школи», «Наукові основи шкільного курсу фізики», «Теорія і методика навчання фізики», «Організація інноваційної діяльності учнів» та ін.

Труднощі, які, зазвичай, виникають в учнів у процесі розв'язування експериментальних задач, пов'язані з тим, що такі задачі належать до категорії *творчих* задач, і вміння їх розв'язувати є складним за структурою. Спеціальні дослідження авторів показали, що формування в учнів цього вміння має передбачати на початковому етапі цілеспрямоване відпрацювання окремих елементарних дій (операцій), які після доведення до рівня відповідних навичок учні зможуть виконувати у «згорнутому» вигляді під час самостійного розв'язування експериментальної задачі.

Окрім основного тексту, посібник містить додатковий (факультативний), в якому наведені більш докладні пояснення, інформаційні довідки, виведення деяких формул, додаткові вправи. Цей матеріал подано дрібнішим шрифтом. За бажанням його можна опустити (в основному тексті відсутні посилання на додатковий матеріал). Задачі підвищеної складності позначено зірочкою.

Бажаємо творчих успіхів!



Розділ 1. Вимірювання фізичних величин

Вимоги до запису результату вимірювання

Виміряти фізичну величину – означає знайти експериментальним шляхом значення фізичної величини за допомогою спеціальних технічних засобів (засобів вимірювань). При вимірюванні фізична величина порівнюється з однорідною величиною, яку прийнято за одиницю. Якщо, наприклад, зазначається, що маса тіла дорівнює 5 кг, то 5 кг – це значення маси тіла, яке дорівнює добутку числового значення фізичної величини (5) на одиницю маси (кг). Виміряти масу тіла – це і означає визначити, у скільки разів його маса відрізняється від маси еталона. Для забезпечення єдності фізичних вимірювань створені міжнародні еталони кожної з основних одиниць СІ.

Загальноприйнятою у наш час є Міжнародна система одиниць СІ (система інтернаціональна). Вона базується на семи основних одиницях: одиниця довжини – *метр* (м), маси – *кілограм* (кг), часу – *секунда* (с), кількості речовини – *моль* (моль), температури – *кельвін* (К), сили електричного струму – *ампер* (А), сили світла – *кандела* (кд).

Істинне значення вимірюваної фізичної величини визначити неможливо, оскільки не існує абсолютно точних приладів та інших засобів вимірювань (та й самі еталони одиниць фізичних величин відтворюються лише з кінцевою точністю). Навіть значення фундаментальних фізичних констант відомі з певними похибками. Так, стала Авогадро за останніми даними дорівнює $N_A = (6,022045 \pm 0,000031) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$. Цей запис означає, що істинне значення є невідомим, але з імовірністю близькою до 1 можна стверджувати, що воно знаходиться в інтервалі значень

$$6,022014 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} < N_A < 6,022076 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Як приклад *точних* значень фізичних величин, з якими доводиться зустрічатися в експерименті, наведемо результат лічби порівняно невеликої кількості предметів (число витків дротяного реостата; число крапель, які падають з бюретки; кількість акумуляторів у батареї тощо).

Процес вимірювання вважається завершеним лише тоді, коли вказано не тільки число $x_{\text{вим}}$, прийняте за результат вимірювання, але й число Δx , що дозволяє визначити інтервал

$$(x_{\text{вим}} - \Delta x; x_{\text{вим}} + \Delta x) \text{ або (інший запис) } x_{\text{вим}} \pm \Delta x,$$

який з досить великою імовірністю (близькою до 1) містить невідоме експериментатору істинне значення $x_{\text{ист}}$ вимірюваної величини x (рис. 1.1). Величина Δx називається *межею абсолютної похибки*. Вона є додатною величиною.

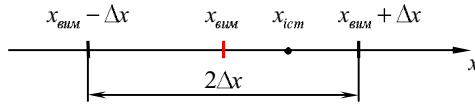


Рис. 1.1. Графічне зображення результату вимірювання величини x

Зазначимо, що під *абсолютною похибкою вимірювання* δx розуміють модуль різниці виміряного $x_{\text{вим}}$ та істинного $x_{\text{ист}}$ значень фізичної величини:

$$\delta x = |x_{\text{вим}} - x_{\text{ист}}|.$$

Проте, як уже зазначалося, точне значення є невідомим. Тому точність вимірювання оцінюють за допомогою *межі абсолютної похибки* Δx .

Межа абсолютної похибки не повністю характеризує вимірювання. Нехай, наприклад, в результаті вимірювань встановлено, що довжина стола дорівнює $l = (100 \pm 1)$ см, а товщина його кришки $d = (2 \pm 1)$ см. Межі абсолютної похибки вимірювань у цих двох випадках однакова. Проте, очевидно, що якість вимірювання у першому випадку вище.

Тому цілком логічно якість вимірювання характеризувати *межею відносної похибки* ε , яка дорівнює відношенню межі абсолютної похибки Δx до виміряного значення $x_{\text{вим}}$ (при цьому часто ε виражають у відсотках):

$$\varepsilon \equiv \frac{\Delta x}{x_{\text{вим}}}.$$

Поняття абсолютної похибки (та її межі) є зовсім непридатним для порівняння точності значень величин з різними розмірностями. Це пояснюється тим, що абсолютна похибка є іменованою величиною, її розмірність співпадає з розмірністю вимірюваної величини. Тому безглуздим, наприклад, є запитання: яке вимірювання є більш точним – вимірювання довжини з точністю до 1 мм або вимірювання маси з точністю до 1 г? Поняття відносної похибки $\delta x/x_{\text{вим}}$ (та її межі $\Delta x/x_{\text{вим}}$) дозволяє порівнювати точність вимірювань, у тому числі, і величин з різними розмірностями.

Отже, експериментатору потрібно не лише отримати у досліді наближене значення $x_{\text{вим}}$ вимірюваної величини, але й оцінити точність цього значення за допомогою меж абсолютної Δx або відносної ε похибок. Результат вимірювання подають у вигляді:

$$x = x_{\text{вим}} \pm \Delta x. \quad (1.1)$$

До запису результату за формою (1.1) висувають ряд вимог. Так, після того, як межу абсолютної похибки знайдено, її значення округляють *з надлишком*, як правило, до *однієї значущої цифри* (з більшою кількістю значущих цифр похибки записують лише при відповідальних вимірюваннях високої точності). Після цього у виміряному значенні $x_{\text{вим}}$ залишають стільки десяткових знаків, скільки їх має похибка Δx (при цьому користуються звичайним правилом округлення). Такий підхід пояснюється тим, що перша зліва ненульова цифра похибки визначає *сумнівну цифру* у виміряному значенні $x_{\text{вим}}$. Тому друга цифра похибки звичайно не вносить суттєвих змін у результат. Наприклад, запис $v = (1,40352 \pm 0,023)$ м/с є не зовсім вдалим. Бажано записати $\Delta v = 0,03$ м/с та $v = (1,40 \pm 0,03)$ м/с.

Які цифри числа називають значущими? За В.М.Брадїсом, *значущими цифрами* числа називають всі його цифри, окрім нулів, які стоять зліва від першої ненульової цифри, та нулів, які стоять у кінці числа, якщо вони заміняють невідомі або відкинуті цифри.

Приклад 1.

– Електрохімічний еквівалент алюмінію $k = 0,0936$ мг/Кл. В цьому числі три значущі цифри.

– Питомий опір цинку при деякій температурі $\rho = 0,060 \cdot 10^{-6}$ Ом·м. Це число задано з точністю до тисячних, тому останній нуль є значущим; число має дві значущі цифри.

– При вимірюванні тиску газу в посудині отримали $p = 2500$ Па. Якщо це число задане з точністю до сотень, то два нулі є незначущими (вони стоять замість невідомих цифр).

В останньому прикладі, щоб з'ясувати кількість значущих цифр, треба було додатково знати, з якою точністю задане число. В подібних випадках слід користуватися стандартною формою запису числа або ж слід перейти до кратних одиниць. Отже, в нашому прикладі виміряне значення тиску треба записати так: $p = 2,5 \cdot 10^3$ Па або $p = 2,5$ кПа. Якщо ж вимірювання було проведене з точністю до одиниць Па, то запис має бути таким: $p = 2,500 \cdot 10^3$ Па (два нулі в цьому випадку – значущі цифри).

Які цифри числа називають правильними? У фізиці користуються поняттям «правильна цифра» у вузькому значенні: цифра n -го розряду називається *правильною*, якщо абсолютна похибка не перевищує половини одиниці цього розряду. У таблицях фізичних величин, у математичних таблицях значення записані лише правильними цифрами. Наприклад, у знайденому з таблиці густин значенні густини міді $8,93 \cdot 10^3$ кг/м³ цифра 3 в розряді сотих – правильна. Отже, межа абсолютної похибки числа $8,93 \cdot 10^3$ дорівнює $\Delta\rho = \frac{0,01}{2} \cdot 10^3$ кг/м³ $= 0,005 \cdot 10^3$ кг/м³. Тепер можна вказати інтервал значень, який містить істинне значення густини міді (при певних умовах): $\rho = (8,930 \pm 0,005) \cdot 10^3$ кг/м³.

Якщо ж абсолютна похибка числа перевищує половину одиниці останнього розряду у наближеному числі, то цифру цього розряду називають *сумнівною*. Так, у виразі $v = (0,56 \pm 0,02)$ м/с цифра 5 є правильною, а цифра 6 – сумнівна.

Оцінка похибок вимірювань

Як оцінити межі абсолютної Δ та відносної ε похибок? У першу чергу це залежить від способу отримання числового результату, за яким вимірювання поділяють на *прямі*, *непрямі (посередні)* та *сумісні* (рис. 1.2).

Прямими називають вимірювання, результат яких отримують безпосередньо за допомогою вимірювального приладу або міри.

Непрямими (посередніми) називають вимірювання, результат яких отримують на основі розрахунків.

Сумісними називають вимірювання двох або кількох неоднйменних величин, з метою знаходження функціональної залежності між ними.

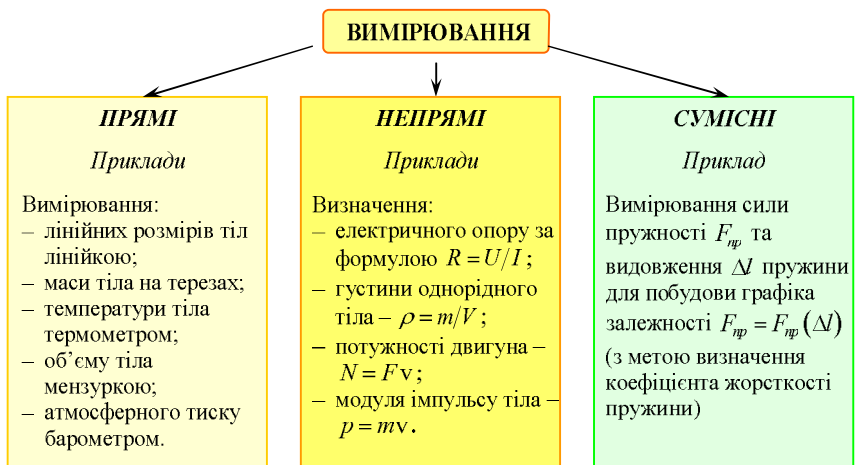


Рис. 1.2. Класифікація вимірювань за способом отримання числового результату

Похибки прямих вимірювань.

Відповідно до *причин виникнення* похибки вимірювань поділяють на *систематичні*, *випадкові* та *промахи*.

Систематичними називають похибки, які при повторних вимірюваннях залишаються постійними або змінюються за деяким

законом. Наприклад, до ввімкнення амперметра сила струму в електричному колі була дещо більшою. Різниця між силою струму у колі до ввімкнення амперметра і його показами і є систематичною похибкою.

За походженням систематичні похибки поділяють на групи:

– *похибки методу*. Вони виникають завдяки недосконалості вибраного методу вимірювань та наявності певних припущень та спрощень. Як приклад, вкажемо на похибку методу вимірювання електричного опору резистора за допомогою амперметра і вольтметра (рис. 1.3). У цьому випадку опір визначають за формулою $R = U/I$, де U – спад напруги на резисторі R , I – сила струму в ньому. Однак, ввімкнутий за схемою а) амперметр вимірює силу струму не в резисторі, а сумарну силу струмів у резисторі і у вольтметрі. А вольтметр, ввімкнутий за схемою б), вимірює напругу не на резисторі, а на ділянці, до якої входить резистор і амперметр. Похибку даного методу можна зменшити, якщо вибрати вольтметр із опором, значно більшим R , а амперметр з опором, значно меншим R ;

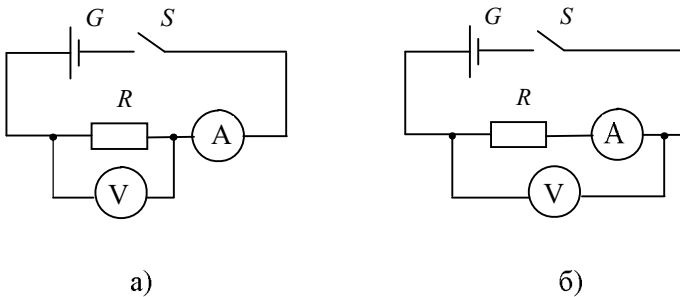


Рис. 1.3. Схеми вимірювання опору резистора методом амперметра і вольтметра

– *інструментальні похибки*. Вони виникають через недосконалість конструкції засобів вимірювань та неточність їх виготовлення, через зношення (старіння) та несправність вимірювальних приладів;

– *похибки, пов'язані з неправильним використанням приладів*. Так, деякі прилади потребують вертикального, інші – горизонтального

встановлення; інколи прилад потрібно встановити під деяким кутом до горизонту. Зрозуміло, що за умови правильної експлуатації вимірювальних приладів розглядувані похибки не виникають;

– *похибки, обумовлені зовнішнім несприятливим впливом* на засоби та об'єкти вимірювання (температура, атмосферний тиск, вологість повітря, сторонні електричні і магнітні поля тощо);

– *похибки відліку*. Такі похибки виникають через недостатньо точне відлічування показів засобів вимірювань.

Випадковими називають похибки, які змінюються випадковим чином при повторних вимірах однієї і тієї ж величини. Їх виникнення пов'язане з дією випадкових факторів, які неможливо усунути у процесі експерименту. Наприклад, при зважуванні одного і того ж самого тіла на одних і тих самих терезах, як правило, отримують дещо різні значення маси. Це можна пояснити тим, що на встановлення рівноваги впливають тертя коромисла на осі та потоки повітря. При вимірюванні струмів і напруг у колі, що живиться від мережі, на результати впливає нестабільність її напруги. При вимірюванні діаметра циліндричного провідника мікрометром різні покази виникають за рахунок того, що при виготовленні провідника його діаметр у різних місцях виявився різним та й форма його не є строго циліндричною.

Промахи – похибки, які суттєво перевищують систематичні та випадкові похибки. Їх причинами, як зазвичай, є *помилки* спостерігача, несправність засобів вимірювань. Промахи виявляються при повторних вимірюваннях, відповідні результати відкидаються. Тому, якщо умови проведення дослідів дозволяють, ніколи не слід обмежуватися одним виміром.

Похибки при прямих однократних вимірюваннях.

У лабораторних роботах найчастіше проводяться *однократні прямі* вимірювання. Похибка такого вимірювання складається з *похибки засобу вимірювання* (приладу, інструмента, міри) $\Delta_{\text{пр}}$ (її ще називають *інструментальною похибкою*) та *похибки відліку* $\Delta_{\text{відл}}$:

$$\Delta = \Delta_{\text{пр}} + \Delta_{\text{відл}}. \quad (1.2)$$

Інструментальні похибки поділяють на *основні* – допустимі похибки вимірювальних приладів та *додаткові*, які виникають через зношення, старіння та несправність засобів вимірювань. Основні інструментальні похибки не можна усунути (ввести поправки на них в умовах навчальної лабораторії теж, як правило, неможливо). Додаткові ж інструментальні похибки мають бути усунені (прилади можна вивірити та полагодити) або на них слід ввести *поправки* (під *поправкою* розуміють значення величини, яке треба додати до отриманого при вимірюванні значення величини з метою виключення систематичної похибки).

Приклад. Стрілка амперметра при відсутності струму встановлюється не на нульовій позначці, а на позначці 0,1 А. В цьому випадку до виміряного таким приладом значення, скажімо 1,4 А, слід додати поправку – 0,1 А, при цьому результат виміру становитиме $I = 1,4 \text{ А} + (-0,1 \text{ А}) = 1,3 \text{ А}$.

Основні похибки засобів вимірювання визначаються при їх виготовленні на заводі. Ці похибки можна знайти за паспортними даними засобів вимірювання або з довідникової літератури.

Однак похибка прямого однократного вимірювання залежить не лише від точності конкретного приладу. Певна неточність виникає і при зчитуванні показів приладу (зокрема через округлення показів до заданої точності), адже точно визначити відстань від покажчика (стрілки) до штриха (риски) шкали неможливо. З цим і пов'язана *похибка відліку* $\Delta_{\text{відл}}$. Як її врахувати?

Як правило, за межу похибки відліку приймають найменше значення, яке можна визначити або зчитати на даній шкалі. Так, при ширині поділки 1 – 2 мм межу похибки відліку беруть рівною половині ціни поділки C :

$$\Delta_{\text{відл}} = C/2.$$

Якщо ж виявляється можливою окомірною оцінка часток поділки, то для надійності вважають $\Delta_{\text{відл}}$ рівною ціній частки (а не половині ціни частки).

Похибки при зважуванні.

Дещо складніше оцінити похибку при використанні терезів. Потрібно, по-перше, врахувати основну похибку терезів $\Delta_{\text{терезів}}$, яка залежить від навантаження; по-друге, основну похибку гир $\Delta_{\text{всіх гир}}$ та, по-третє, похибку підбору гир $\Delta_{\text{підбору гир}}$. Отже, при прямому вимірюванні маси на терезах межа абсолютної похибки

$$\Delta = \Delta_{\text{терезів}} + \Delta_{\text{всіх гир}} + \Delta_{\text{підбору гир}}.$$

Залежність основної похибки терезів певної марки від навантаження та межі похибок гир подаються у паспортних (або довідникових) даних. Похибка підбору гир $\Delta_{\text{підбору гир}}$ є аналогічною похибці відліку і дорівнює половині маси найменшої гири, що знаходиться на терезах (або яка виводить терези з рівноваги).

Похибки електровимірювальних приладів.

Для електровимірювальних приладів інструментальна похибка задається за допомогою числа, яке називається *класом точності* γ . *Клас точності* (інша назва, зведена похибка вимірювального приладу) визначає межу абсолютної похибки даного приладу, виражену у відсотках від діапазону A шкали:

$$\gamma = \frac{\Delta_{\text{пр}}}{A} \cdot 100\%. \quad (1.3)$$

Наприклад, якщо клас точності міліамперметра $\gamma=4$, а межа вимірювання цим приладом 250 мА, то межа абсолютної похибки даного приладу складе 4% від 250 мА, тобто $\Delta_{\text{пр}}=10\text{мА}$ на всій шкалі.

Отже, якщо клас точності γ відомий, можна знайти межу абсолютної основної похибки приладу за формулою:

$$\Delta_{\text{пр}} = \frac{\gamma \cdot A}{100}.$$

Так, для вольтметра з межею вимірювання 2 В і класом точності $\gamma=2,5$ отримаємо:

$$\Delta_{\text{пр}} = \frac{2 \text{ В} \cdot 2,5}{100} = 0,05 \text{ В}.$$

Відносна ж похибка ε при вимірюванні фізичної величини даним приладом тим більша, чим меншим є значення вимірюваної величини

порівняно з діапазоном всієї шкали. Дійсно, відносну похибку конкретного виміряного значення x ($x < A$) оцінюють так:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta_{np}}{x} \cdot 100\%.$$

Помноживши і поділивши останній вираз на A , отримаємо з урахуванням (1.3):

$$\varepsilon = \frac{A}{x} \cdot \frac{\Delta_{np}}{A} \cdot 100\% = \gamma \cdot \frac{A}{x}.$$

З останньої формули видно, що похибка вимірювання залежить не лише від класу точності приладу, але й від того, в якій частині його шкали знаходиться значення вимірюваної величини. Тому, бажано, *так* вибирати прилад, щоб значення вимірюваної величини відповідали другій половині шкали приладу.

Клас точності приладу звичайно вказують в його паспорті або безпосередньо на шкалі приладу. Для всіх держав діють єдині значення класів точності та їх позначення на шкалах приладів. Так, існують стрілочні прилади таких класів: 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Зрозуміло, що чим менше клас, тим точніше прилад.

Похибки при вимірюванні часу секундоміром.

Секундомір (механічний або електронний) – приклад приладу, для якого можлива похибка відліку дорівнює не півціни поділки, а всій ціні поділки (зокрема для секундоміра кишенькового типу $\Delta_{відл} = 0,2$ с). Пояснюється це тим, що відлік часу відбувається «стрибками»: секундна стрілка механічного секундоміра не зупиняється між штрихами, а покази електронного секундоміра складають дискретний спектр.

Зазначимо, що обидві складові Δ_{np} та $\Delta_{відл}$ похибки прямого вимірювання (1.2) слід враховувати лише у випадку, коли їх значення є близькими одне до одного. Якщо ж Δ_{np} та $\Delta_{відл}$ значно відрізняються, то меншою похибкою нехтують. При не дуже точних вимірюваннях так поступають, коли похибки відрізняються більш ніж у *чотири* рази.

При плануванні прямих вимірювань дуже важливо правильно вибрати засоби вимірювання. Не завжди приладом з меншою інструментальною похибкою можна отримати більш точний результат.

Так, уявимо собі, що у лабораторній роботі «Дослідження руху тіла, кинутого під кутом до горизонту» замість рулетки з основною похибкою $\Delta_p = 1,0 \text{ см}$ використовується лінійка з межею вимірювання 10 см і основною похибкою $\Delta_d = 1 \text{ мм}$. На перший погляд, логіка у такій заміні є – основна похибка лінійки у 10 разів менше похибки рулетки. Однак при вимірюванні дальності польоту за допомогою лінійки суттєву роль відіграє та обставина, що довжина лінійки є значно меншою за дальність польоту. Тому виникає необхідність виконати не одне, а кілька вимірів. Це призведе до збільшення похибки, і вона може виявитися більшою ніж сума $\Delta_d + C/2 = 1,5 \text{ мм}$ і, скоріш за все, буде більшою 10 см при досить великій дальності.

Похибки при прямих багатократних вимірюваннях.

Часто результати прямих вимірів певної фізичної величини при повторенні досліду у незмінних умовах *змінюються випадковим чином*, і різниця між цими результатами перевищує суму похибок приладу Δ_{np} та відліку $\Delta_{від}$. Як вже зазначалося, це обумовлюється дією випадкових факторів, які неможливо усунути у процесі експерименту. Відповідні похибки називаються *випадковими*. Виникають запитання: якщо при кожному вимірі отримуємо новий результат, то *що* слід прийняти за наближене значення вимірюваної величини та *як* оцінити межу випадкової похибки вимірювання?

Якщо з'являються випадкові похибки, то для їх врахування виміри повторюють кілька разів і за наближене значення вимірюваної величини приймають *середнє арифметичне* результатів окремих вимірів. Адже можна показати, що середнє арифметичне дає більш надійний результат ніж окремі виміри. Це пов'язано з тим, що при обчисленні середнього арифметичного випадкові похибки у бік завищення та у бік заниження результату найкращим чином компенсують одна одну.

Нехай проведено n вимірів і отримано спектр значень вимірюваної величини:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n;$$

тоді за результат вимірювання приймається середнє арифметичне значення результатів окремих вимірів (позначається: $x_{\text{сер}}$, $\langle x \rangle$, $\bar{x}$):

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.4)$$

Покажемо, що середнє арифметичне дає більш надійний результат ніж окремі виміри, вважаючи, що вимірювання відбуваються в однакових умовах.

Окремі виміри дають неоднакові значення вимірюваної величини. Результат кожного виміру залежить від багатьох випадкових причин. Тому ми можемо розглядати можливі результати n окремих вимірів як випадкові величини $X_1, X_2, \dots, X_n$. Ці величини мають однаковий *розподіл імовірностей* (виміри проводяться за однаковою методикою та одними й тими ж самими приладами), а, отже, і однакові числові характеристики. Крім того, вони є *взаємно незалежними* (результат кожного окремого виміру не залежить від решти вимірів).

Як відомо, мірами розсіяння випадкової величини X виступають *дисперсія* $D(X) \equiv \overline{(X - \bar{X})^2}$ та *середнє квадратичне відхилення* $\sigma(X) \equiv \sqrt{D(X)}$. Дисперсія середнього арифметичного $D(\bar{X})$ n однаково розподілених взаємно незалежних випадкових величин в n разів менше дисперсії D кожної з величин:

$$D(\bar{X}) = D/n. \quad (1.5)$$

Дійсно, користуючись властивостями дисперсії (сталій множник можна винести за знак дисперсії, піднісши його в квадрат; дисперсія суми незалежних величин дорівнює сумі дисперсій доданків), маємо

$$D(\bar{X}) = D\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{D(X_1) + D(X_2) + \dots + D(X_n)}{n^2}.$$

Прийнявши до уваги, що дисперсія кожної з величин дорівнює D , отримуємо $D(\bar{X}) = D/n$.

За означенням середнього квадратичного відхилення отримуємо

$$\sigma(\bar{X}) = \sqrt{D(\bar{X})} = \sqrt{D/n} = \sigma/\sqrt{n}, \quad (1.6)$$

де σ – середнє квадратичне відхилення кожної величини.

Отже, розсіяння середнього арифметичного незалежних випадкових величин є меншим, ніж розсіяння кожної окремої величини. Цим пояснюється, що середнє арифметичне значень окремих вимірів виявляється більш близьким до істинного значення вимірюваної величини, ніж результат окремого виміру. Останнє і означає, що середнє арифметичне кількох вимірів дає більш надійний результат, ніж окремих вимір. При цьому, як видно з (1.5) або (1.6), зі збільшенням числа n вимірів розсіяння середнього арифметичного значень цих вимірів зменшується, тобто середнє арифметичне стає більш близьким до істинного значення вимірюваної величини. Таким чином, збільшуючи число вимірів, можна отримати більш надійний результат.

У теорії ймовірностей доводиться, що при нескінченному збільшенні числа n незалежних вимірів середнє арифметичне результатів цих вимірів прямує до істинного значення x_{icm} :

$$\bar{x} \rightarrow x_{icm} \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

Іншими словами, при *досить великому* числі вимірів майже достовірно, що їх середнє арифметичне $\bar{x}$ як завгодно мало відрізняється від істинного значення x_{icm} вимірюваної величини.

З'ясуємо умови, при яких дане твердження є справедливим. Воно є наслідком *теорема Чебишева*. Наведемо її без доведення.

Нехай маємо нескінченну послідовність $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ незалежних випадкових величин з однаковими математичними сподіваннями m і обмеженими дисперсіями $D(X_i) < c = const$. Тоді для будь-якого додатного α імовірність нерівності

$$\left| \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - m \right| < \alpha$$

наближається до одиниці при $n \rightarrow \infty$.

Іншими словами, в умовах теореми є справедливою рівність

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\left| \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - m \right| < \alpha \right) = 1.$$

Вже зазначалося, що звичайно для вимірювання певної фізичної величини проводять кілька вимірів і середнє арифметичне їх результатів

приймають за наближене значення вимірюваної величини. Теорема Чебишева вказує на умови, при яких даний спосіб вимірювання є застосовним.

Так, нехай потрібно виміряти певну фізичну величину X . Розглядатимемо результати кожного виміру як випадкові величини $X_1, X_2, \dots, X_n$. До цих величин можна застосовувати теорему Чебишева, якщо

- вони незалежні;
- мають однакові математичні сподівання $M(X_i) = m$;
- їх дисперсії $D(X_i)$ є обмеженими.

Перша умова виконується, якщо результат кожного виміру не залежить від результатів інших. Друга умова виконується, якщо виміри проведені без систематичних (одного знака) похибок. В цьому випадку математичні сподівання всіх випадкових величин однакові і дорівнюють істинному значенню. Третя вимога виконується, якщо прилад забезпечує певну точність вимірювання. При цьому дисперсії окремих вимірів визначатимуться точністю приладу. Хоча результати окремих вимірів різні, їх розсіяння обмежені.

Згідно з теоремою Чебишева, середнє арифметичне результатів вимірювань, яке теж є випадковою величиною, при збільшенні n майже перестає бути випадковою і все більше наближається до сталої m . Тим самим виправдовується рекомендований у практиці спосіб одержання більш точних результатів вимірювання – збільшення їх числа.

Для прикладу розглянемо результати серії дослідів з вимірювання дальності польоту кульки, кинutoї горизонтально з певною початковою швидкістю v_0 з деякої висоти h над поверхнею стола (рис. 1.4).

Якщо скористатися графічним зображенням результатів вимірювання дальності польоту у досить великій серії дослідів (рис. 1.5, а), то одразу ж буде виявлено, що, не дивлячись на випадковий характер кожного результату, у всій серії дослідів проявляється певна закономірність. На осі ординат (рис. 1.5, а) відкладено відносне число (долю) дослідів (відношення певного числа дослідів до загальної їх кількості), виражене у

відсотках. У розглядуваному випадку загальне число дослідів дорівнювало 100, тому відносне число певної кількості дослідів у відсотках буде дорівнювати їх абсолютній кількості. З рисунка видно, що в одному досліді зі 100 дальність польоту перевищувала 149 см, в одному – була більшою 148 см, але меншою 149 см, у шести – дальності польоту лежали у межах від 147 см до 148 см і т.д. Розглянутий рисунок називається *гістограмою*.

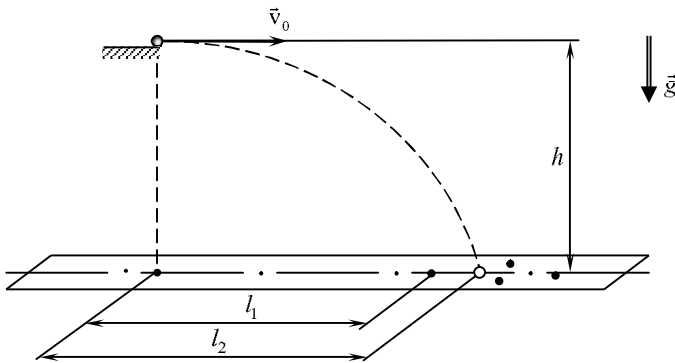


Рис. 1.4. Вимірювання дальності польоту кульки, кинутої горизонтально

Форму гістограми, яку отримують при невеликому числі вимірів, неможливо передбачити наперед. Але теорія ймовірностей дозволяє обчислити форму граничної гладкої кривої, до якої прямують гістограми при необмеженому збільшенні числа вимірів ($n \rightarrow \infty$) і зменшенні ширини інтервалу ($\Delta \rightarrow 0$). Ця крива називається кривою Гауса (рис. 1.5, б). Вона має дзвонувату форму з максимумом при $x = \bar{x}$. Доля (відносне число) вимірів, значення яких лежать у деякому інтервалі ($x_1 < x < x_2$), визначається площею під відповідною ділянкою гауссової кривої. Аналітичний вираз цієї кривої:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}, \quad (1.7)$$

де $\bar{x}$ – середнє значення величини x , $\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$;

σ – середнє квадратичне відхилення, яке виступає мірою розсіювання значень випадкової величини відносно $\bar{x}$, $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x)dx$.

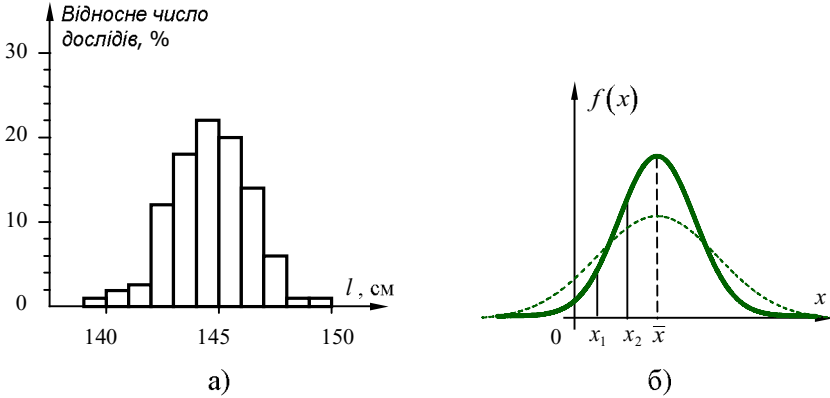


Рис. 1.5. Гістограма результатів вимірювання дальності польоту (а)
та гауссова крива (б)

Розподіл випадкової величини X , густина ймовірності якого описується формулою (1.7), називається *гауссівським* або *нормальним*. Чому випадкова помилка має розподіл близький до нормального? Відповідь на це запитання дає *центральна гранична теорема* теорії ймовірностей (теорема Ляпунова): якщо випадкова величина X являє собою суму дуже великого числа взаємно незалежних випадкових величин, при цьому вплив кожної з них на всю суму є досить малим, то X має розподіл, близький до нормального.

При вимірюванні певної фізичної величини ми отримуємо наближене її значення, оскільки на результат вимірювання впливають багато незалежних факторів. Кожен з них породжує незначну «частинну похибку». Однак, у зв'язку з тим, що число цих факторів дуже велике, їх сукупна дія обумовлює вже помітну «сумарну похибку». Розглядаючи

сумарну похибку як суму дуже великого числа взаємно незалежних частинних похибок, згідно з теоремою Ляпунова можна дійти висновку, що сумарна випадкова похибка має розподіл, близький до нормального. Досвід підтверджує справедливність цього твердження.

При досить точних вимірюваннях крива Гаусса суттєво відрізняється від нуля лише в області малих відхилень від $\bar{x}$. При вимірюваннях з низькою точністю «ширина дзвона» збільшується (пунктирна лінія на рис. 1.5, б), а його максимум стає нижче. Площа ж під кривою не залежить від якості вимірювань. Проте, як при поганих, так і при добрих вимірюваннях можливо випадково отримати дуже добрі або далеко не досить добрі значення. Залежно від якості вимірювань такі значення будуть мати місце частіше або рідше.

Якщо провести на рис. 1.6 дві вертикальні прямі на однакових відстанях $\pm\sigma$ від $\bar{x}$, то можна показати, що площа утвореної криволінійної трапеції дорівнюватиме $\approx 0,68$. Це означає, що при досить великому числі вимірів приблизно 68% всіх результатів (виміряних значень) виявляться в інтервалі

$$(\bar{x} \pm \sigma). \quad (1.8)$$

Іншими словами, з імовірністю 0,68 можна сподіватися на те, що результат окремого виміру попаде в інтервал $(\bar{x} \pm \sigma)$.

Якщо ж провести вертикальні прямі на відстанях $\pm 3\sigma$, то вже $\approx 99,7\%$ всіх виміряних значень попадуть в інтервал

$$(\bar{x} \pm 3\sigma). \quad (1.9)$$

Тобто з імовірністю $\approx 99,7\%$ результат окремого виміру попадає в інтервал $(\bar{x} \pm 3\sigma)$. Як правило, саме останній інтервал використовують на практиці. Зазначимо також, що в інтервал $(\bar{x} \pm 2\sigma)$ попадають $\approx 95\%$ виміряних значень.

З розглянутого випливає, що ймовірність появи результату виміру поза інтервалом $(\bar{x} \pm 3\sigma)$ є дуже малою, а саме дорівнює $\approx 0,0027$. Це означає, що лише у 0,27% випадків таке може відбутися. Такі події, виходячи з *принципу неможливості малої ймовірних подій* можна вважати

практично неможливими. У цьому полягає правило «трьох сигм»: якщо виміряні значення розподілені за нормальним законом, то абсолютна величина відхилення значення від середнього значення не перевищує потроєного середньоквадратичного відхилення 3σ .

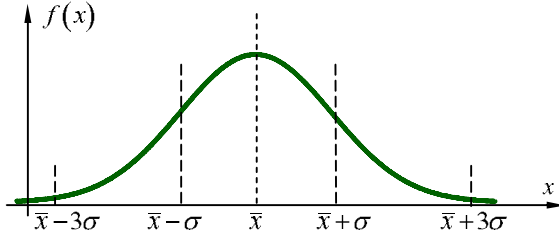


Рис. 1.6. Розподіл виміряних значень

Отже, за допомогою середньоквадратичного відхилення σ можна оцінити інтервал, в який із заданою ймовірністю (надійністю) попадають результати окремого виміру. Як оцінити σ за даними n вимірів?

У теорії ймовірностей показується, що оцінкою середньоквадратичного відхилення σ за експериментальними даними може виступати вибіркове середньоквадратичне відхилення (позначатимемо його далі також σ):

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (1.10)$$

Більш точною оцінкою середньоквадратичного відхилення за даними n вимірів виступає «виправлене» середньоквадратичне відхилення s :

$$s = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot \sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (1.11)$$

Порівнюючи формули (1.10) та (1.11), бачимо, що вони відрізняються лише знаменниками. При достатньо великій кількості n вимірів вибіркове і виправлене середньоквадратичні відхилення відрізняються мало.

Таким чином, обчисливши середнє арифметичне $\bar{x}$ та оцінивши середнє квадратичне відхилення за формулою (1.10) (або (1.11)), можна вказати інтервал

$$\bar{x} \pm 3\sigma,$$

в який з імовірністю 99,7% попадають результати будь-якого окремого дослідю. В цьому випадку межею випадкової похибки кожного окремого дослідю є

$$\Delta x_{\text{вип}} = 3\sigma. \quad (1.12)$$

Як уже зазначалося, середнє арифметичне значення величини, знайдене за результатами серії з n дослідюв, взагалі-то кажучи, відрізняється від істинного значення вимірюваної величини. Так, якщо провести кілька таких серій вимірювань (кожна серія складається з n дослідюв), то середнє арифметичне буде змінюватися від серії до серії, групуючись навколо істинного значення.

При цьому зрозуміло, що відхилення середнього арифметичного від істинного значення буде меншим, ніж відхилення кожного окремого дослідю. Можна показати, що межа випадкової похибки середнього арифметичного $\Delta \bar{x}$, отриманого у серії з n дослідюв, у $\sqrt{n}$ разів менше за межу випадкової похибки кожного окремого дослідю $\Delta x_{\text{вип}}$ серії:

$$\Delta \bar{x} = \frac{\Delta x_{\text{вип}}}{\sqrt{n}} = \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (1.13)$$

Отже, результат прямих багатократних вимірювань можна записати у вигляді

$$x = \bar{x} \pm \Delta \bar{x} = \bar{x} \pm \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (1.14)$$

Запис (1.14) означає, що з імовірністю $\approx 0,997$ істинне значення вимірюваної величини виявиться покритим інтервалом

$$\left(\bar{x} - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} \right).$$

Приклад. При вимірюванні гальмівного шляху l були отримані такі 10 результатів: 39,7 см; 37,5 см; 40,1 см; 43,2 см; 36,4 см; 38,1 см; 41,6 см; 39,2 см; 40,1 см; 39,5 см. Знайти межу випадкової похибки середнього арифметичного.

Розв'язання. Знаходимо середнє арифметичне значення гальмівного шляху:

$$\bar{l} = \frac{39,7 + 37,5 + 40,1 + \dots + 39,5}{10} \text{ см} = 39,5 \text{ см}.$$

Оцінимо середнє квадратичне відхилення за допомогою вибіркового середнього квадратичного відхилення (1.10):

$$\sigma = \sqrt{\frac{(39,7 - 39,5)^2 + (37,5 - 39,5)^2 + \dots + (39,5 - 39,5)^2}{10}} \text{ см} = 3,2 \text{ см}.$$

Межу випадкової похибки окремого досліду знайдемо за допомогою (1.12):

$$\Delta l_{\text{вип}} = 3 \cdot 3,2 \text{ см} = 9,6 \text{ см},$$

а межу випадкової похибки середнього значення $\Delta \bar{l}$ гальмівного шляху за формулою (1.13):

$$\Delta \bar{l} = \frac{9,6 \text{ см}}{\sqrt{10}} \approx 3,0 \text{ см}.$$

Отже, з імовірністю $\approx 99,7\%$ можна стверджувати, що середнє значення 39,5см відрізняється від істинного не більше ніж на 3,0см. Іншими словами, з імовірністю майже рівною одиниці істинне значення буде охоплене інтервалом: (36,5см; 42,5см). Результат вимірювання гальмівного шляху можна також подати у вигляді: $l = (39,5 \pm 3,0) \text{ см}$.

З формули (1.13) випливає, що межа випадкової похибки середнього прямує до нуля при збільшенні числа n дослідів у серії. Проте це не означає, що необмежено збільшуючи число вимірів, можна проводити абсолютно точні вимірювання. Адже прилади, за допомогою яких ми отримуємо результати також мають похибки, які ми поки що не враховували. Тому похибка середнього арифметичного при необмеженому збільшенні числа дослідів прямує до похибки приладу.

Таким чином, необхідно ретельно продумати скільки дослідів (вимірів) треба провести при вимірюванні даної фізичної величини. Ніколи не слід обмежуватися однократним виміром. Завжди потрібно зробити повторний *контрольний* вимір. Якщо результати вимірів співпали, то на цьому можна зупинитися. Якщо ж між результатами виявилася різниця, то слід збагнути у чому справа: у тому, що один вимір

було проведено неправильно, або у тому, що результати розбігаються через випадкові похибки. У першому випадку потрібно відкинути невірний результат, а у другому – слід розібратися з причиною розходження результатів. Якщо ця причина може бути усуненою шляхом регулювання приладу, це потрібно зробити.

У випадку, коли усунути причину розходження результатів не вдається, слід провести цілу серію повторних вимірів (дослідів). При цьому число дослідів у серії повинно бути таким, щоб випадкова похибка середнього арифметичного приблизно дорівнювала б похибці приладу або була б менше неї. Подальше збільшення числа дослідів є недоцільним.

Повна похибка вимірювання. Нехай за результатами вимірювань певної фізичної величини були оцінені випадкова $\Delta_{\text{вип}}$ та систематична $\Delta_{\text{сист}}$ похибки вимірювання (нагадаємо, що остання включає похибку приладу $\Delta_{\text{пр}}$ та похибку відліку $\Delta_{\text{відл}}$). Межу *повної (сумарної)* похибки Δ вимірювання в цьому випадку можна оцінити так:

$$\Delta = \Delta_{\text{вип}} + \Delta_{\text{сист}} = \Delta_{\text{вип}} + \Delta_{\text{пр}} + \Delta_{\text{відл}}. \quad (1.15)$$

Як уже зазначалося, якщо певний доданок у (1.15) менше інших приблизно у 4 та більше разів, то ним можна знехтувати.

У теорії ймовірностей показується, що більш точною формулою для оцінки сумарної похибки є:

$$\Delta = \sqrt{\Delta_{\text{вип}}^2 + \Delta_{\text{сист}}^2} = \sqrt{\Delta_{\text{вип}}^2 + \Delta_{\text{пр}}^2 + \Delta_{\text{відл}}^2}.$$

Ця формула є наслідком того, що середнє квадратичне відхилення суми взаємно незалежних випадкових величин дорівнює:

$$\sigma(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \sqrt{\sigma^2(X_1) + \sigma^2(X_2) + \dots + \sigma^2(X_n)}. \quad (1.16)$$

Остання формула випливає з очевидної властивості дисперсії: дисперсія суми кількох взаємно незалежних випадкових величин дорівнює сумі дисперсій цих величин

$$D(X) = D(X_1) + D(X_2) + \dots + D(X_n).$$

Враховуючи, що $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$, отримуємо (1.16).

Похибки непрямих вимірювань.

При непрямих вимірюваннях значення певної фізичної величини f обчислюють за відомою формулою

$$f = f(x, y, z, \dots).$$

При цьому $x, y, z, \dots$ — незалежні величини, значення яких визначають безпосередньо у досліді (або шляхом розрахунків) і подають у вигляді:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x, \quad y = \bar{y} \pm \Delta y, \quad z = \bar{z} \pm \Delta z, \quad \dots,$$

де $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ — межі абсолютних похибок величин x, y, z відповідно.

Найкраще значення величини f при непрямому її вимірюванні визначається через середні значення величин $x, y, z, \dots$:

$$f = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots).$$

Загальні правила обчислення похибок при непрямих вимірюваннях отримують за допомогою диференціального числення. При цьому вважається, що межі абсолютних похибок $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$ завжди малі порівняно із значеннями відповідних вимірюваних величин. Розглянемо спочатку найпростіші випадки.

1. Якщо $f = x \pm y$, то $\Delta f = \Delta x + \Delta y$.

Дійсно, диференціал функції f запишеться у вигляді

$$df = dx \pm dy.$$

За умови, що межі абсолютних похибок величин x та y є досить малими порівняно із значеннями цих величин, можна наближено замінити диференціали в останній рівності на межі відповідних абсолютних похибок:

$$df \approx \Delta f, \quad dx \approx \Delta x, \quad dy \approx \Delta y.$$

При цьому для оцінки межі абсолютної похибки Δf знак « $\approx$ » треба опустити. Отже, $\Delta f = \Delta x + \Delta y$. Межа відносної похибки $\varepsilon_f = \Delta f / f$.

2. Якщо величина f визначається добутком двох інших величин x та y або їх відношенням:

$$f = xy \quad \text{або} \quad f = \frac{x}{y},$$

то спочатку легше оцінити межу відносної похибки ε_f , яка в цих випадках визначатиметься за формулою:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y. \quad (1.17)$$

Межу абсолютної похибки Δf у цьому разі можна оцінити так:

$$\Delta f = \varepsilon_f \cdot f.$$

Для обґрунтування формули (1.17) розглянемо, наприклад, випадок $f = x/y$. Прологарифмуємо обидві частини цієї рівності:

$$\ln f = \ln x - \ln y.$$

Знайдемо диференціали обох частин:

$$\frac{df}{f} = \frac{dx}{x} - \frac{dy}{y}.$$

Після наближеної заміни диференціалів в останньому рівнянні відповідними межами абсолютних похибок (за умови їх мализни), а також замінивши знак «мінус» на «плюс», отримуємо

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y},$$

звідки

$$\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y.$$

З формули (1.17) випливає, що якщо $f = x^2$, то $\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_x = 2\varepsilon_x$, а для більш загального вигляду степеневій функції $f = Ax^n$ (де A – сталий множник, $\varepsilon_A = 0$), $\varepsilon_f = \varepsilon_A + n\varepsilon_x = n\varepsilon_x$.

3. Розглянутий прийом можна легко узагальнити на досить поширену у навчальному фізичному практикумі функцію вигляду:

$$f = A \frac{x^l \cdot y^m}{z^n}.$$

Тоді

$$\varepsilon_f = l\varepsilon_x + m\varepsilon_y + n\varepsilon_z.$$

Приклад. Нехай вимірюється питомий опір матеріалу провідника.

Тоді $R = \rho \frac{l}{S}$ та $R = U/I$. Якщо провідник має циліндричну форму, то

$$\rho = \frac{US}{\pi} = \frac{\pi d^2 U}{4\pi}.$$

Межа відносної похибки

$$\varepsilon_{\rho} = \varepsilon_U + \varepsilon_I + \varepsilon_{\pi} + 2\varepsilon_d + \varepsilon_l = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l}.$$

При цьому межу абсолютної похибки можна знайти за формулою $\Delta \rho = \varepsilon_{\rho} \cdot \rho$.

4. *Загальний випадок.* Нехай шукана величина f є функцією інших величин $x, y, \dots$:

$$f = f(x, y, \dots).$$

Повний диференціал функції багатьох змінних

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$$

Після наближеної заміни диференціалів в останній формулі кінцевими приростами – межами абсолютних похибок відповідних величин, та заміни частинних похідних їх абсолютними значеннями, отримаємо формулу для оцінки межі абсолютної похибки величини f :

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \dots, \quad (1.18)$$

де $\Delta x, \Delta y, \dots$ – межі абсолютних похибок величин $x, y, \dots$ відповідно ($\Delta x, \Delta y, \dots$ – додатні величини). У формулі (1.18) частинні похідні обчислюються при найкращих значеннях $\bar{x}, \bar{y}, \dots$

Приклад. У досліді були виміряні відстань d від точкового об'єкта до збиральної лінзи $d = 0,20 \text{ м} \pm 0,01 \text{ м}$ та відстань f від зображення до лінзи $f = 0,40 \text{ м} \pm 0,01 \text{ м}$. За цими даними знайти оптичну силу лінзи.

Оптичну силу D лінзи знайдемо за формулою тонкої лінзи $D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$,

$$D = \frac{1}{0,2 \text{ м}} + \frac{1}{0,4 \text{ м}} = 7,5 \text{ дптр}.$$

Межу абсолютної похибки ΔD знайдемо, скориставшись формулою (1.18):

$$\Delta D = \frac{\Delta d}{d^2} + \frac{\Delta f}{f^2},$$

$$\Delta D = \frac{0,01 \text{ м}}{(0,2 \text{ м})^2} + \frac{0,01 \text{ м}}{(0,4 \text{ м})^2} \approx 0,31 \text{ дптр}.$$

Отже, згідно з правилами запису результату

$$D = 8,0 \text{ дптр} \pm 0,3 \text{ дптр}, \quad \varepsilon_D = \frac{0,3 \text{ дптр}}{8 \text{ дптр}} \approx 4\%.$$

Як було показано на окремих прикладах, інколи легше спочатку оцінити межу відносної похибки ε_f . Для отримання загальної формули для ε_f прологарифмуємо функцію $f = f(x, y, \dots)$ та знайдемо диференціали обох частин отриманого рівняння:

$$\frac{df}{f} = \frac{\partial \ln f}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln f}{\partial y} dy + \dots$$

Після наближеної заміни диференціалів в останньому рівнянні межами абсолютних похибок відповідних величин та заміни частинних похідних їх абсолютними значеннями, отримаємо:

$$\frac{\Delta f}{f} \equiv \varepsilon_f = \left| \frac{\partial \ln f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial \ln f}{\partial y} \right| \Delta y + \dots$$

Вище нами було показано, що середнє квадратичне відхилення суми взаємно незалежних випадкових величин дорівнює не сумі середніх квадратичних відхилень цих величин, а кореню квадратному із суми квадратів цих відхилень:

$$\sigma(X_1 + X_2 + \dots) = \sqrt{\sigma^2(X_1) + \sigma^2(X_2) + \dots}.$$

Ця обставина дозволяє *уточнити* формули для оцінки похибок при непрямих вимірюваннях. Наведемо ці формули без доведення.

1. Нехай значення шуканої величини f знаходиться шляхом додавання декількох інших величин:

$$f = x + y + z + \dots \quad (1.19)$$

Найкраще значення величини f (найбільш близьке до істинного) знаходять при цьому шляхом додавання найкращих значень величин $x, y, z, \dots$ за формулою (1.19).

Межа абсолютної похибки Δf величини f зв'язана з межами абсолютних похибок $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$ формулою

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 + \dots}.$$

Межі абсолютних похибок $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$ при цьому можуть бути отримані з досліду (якщо величини $x, y, z, \dots$ безпосередньо вимірюються) або знайдені шляхом обчислень (якщо $x, y, z, \dots$ самі отримані в результаті розрахунків).

2. Нехай шукана величина f зв'язана з іншими величинами $x, y, z, \dots$ формулою:

$$f = x^\alpha \cdot y^\beta \cdot z^\gamma \cdot \dots, \quad (1.20)$$

де $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ – будь-які числа, цілі або дробові, додатні або від'ємні. Теорія ймовірності показує, що найкраще значення f обчислюється за допомогою (1.20) через найкращі значення $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots$, тобто

$$\bar{f} = (\bar{x})^\alpha \cdot (\bar{y})^\beta \cdot (\bar{z})^\gamma \cdot \dots$$

При цьому межа відносної похибки ε_f знаходиться за формулою

$$\varepsilon_f = \frac{\Delta f}{f} = \sqrt{(\alpha \varepsilon_x)^2 + (\beta \varepsilon_y)^2 + (\gamma \varepsilon_z)^2 + \dots} = \sqrt{\left(\alpha \frac{\Delta x}{\bar{x}}\right)^2 + \left(\beta \frac{\Delta y}{\bar{y}}\right)^2 + \left(\gamma \frac{\Delta z}{\bar{z}}\right)^2 + \dots} \quad (1.21)$$

Як і у першому випадку, величини $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$ знаходяться безпосередньо з досліду або шляхом розрахунків за допомогою інших величин, які вимірюються вже безпосередньо.

3. *Загальний випадок.* Нехай шукана величина f є певною функцією інших величин $x, y, z, \dots$ так, що $f = f(x, y, z, \dots)$.

В цьому випадку межа абсолютної похибки Δf дорівнюватиме

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \cdot \Delta z\right)^2 + \dots}$$

В останній формулі частинні похідні обчислюються при найкращих значеннях величин $x, y, z, \dots$.

Зазначимо, що розрахункова формула для визначення величини f може містити, окрім величин $x, y, z, \dots$, ще й сталі величини. Ними можуть бути математичні константи: $\pi, e, \ln 2$; фізичні константи: елементарний заряд, прискорення вільного падіння, табличні дані тощо. Бажано, щоб відносна похибка значень цих величин була меншою за відповідну похибку вимірюваних величин $x, y, z, \dots$.

Приклад. Нехай об'єм V циліндра визначається за результатами прямих вимірювань його діаметра $d = (3,46 \pm 0,04) \text{ см}$ та висоти $h = (4,87 \pm 0,05) \text{ см}$ за допомогою формули

$$V = \frac{1}{4} \pi d^2 h.$$

У вираз для V разом з вимірюваними величинами d і h входить число π , яке ми звичайно округляємо до 3,14. Тому перед тим як проводити обчислення, необхідно з'ясувати, чи достатньо такої точності, щоб похибка цієї константи не впливала на точність визначення об'єму. Розглядаючи π як число, задане з похибкою $\Delta\pi$, для межі відносної похибки згідно з (1.21) отримуємо

$$\varepsilon_V = \sqrt{4 \left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \pi}{\pi} \right)^2}.$$

Відносна похибка завдання π , тобто величина $\Delta\pi/\pi$, повинна бути меншою за $2(\Delta d/\bar{d})$ і $\Delta h/\bar{h}$. При округленні π до 3,14 ми допускаємо абсолютну похибку $\Delta\pi = 0,002$ (більш точне значення $\pi = 3,141593$), тому $\Delta\pi/\pi \approx 0,0006$. Цією похибкою можна знехтувати порівняно із $2(\Delta d/\bar{d}) = 2 \cdot 0,04/3,46 \approx 0,024$ і $\Delta h/\bar{h} = 0,05/4,87 \approx 0,011$.

Отже,

$$V = \frac{1}{4} \cdot 3,14 \cdot (3,46 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2 \cdot 4,87 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 45,77 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Межа відносної похибки об'єму

$$\varepsilon_V \approx \sqrt{4 \left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h} \right)^2} = 2,53 \cdot 10^{-2}.$$

Кінцевий результат: $V = (46 \pm 2) \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$, $\varepsilon_V \approx 3\%$.

Метод меж. Для обробки результатів при непрямих вимірюваннях можна також застосовувати *метод меж*. Згідно з цим методом наближене значення вимірюваної величини знаходять як півсуму нижньої $f_{\text{НМ}}$ і верхньої $f_{\text{ВМ}}$ її меж:

$$\bar{f} = \frac{f_{\text{ВМ}} + f_{\text{НМ}}}{2},$$

а абсолютну похибку оцінюють як піврізницю цих меж:

$$\Delta f = \frac{f_{\text{BM}} - f_{\text{HM}}}{2}.$$

Самі ж межі f_{BM} і f_{HM} визначають за допомогою розрахункової формули для величини f . При цьому значення f_{BM} округляють з надлишком, а f_{HM} – з нестачею до однієї значущої цифри. Кінцевий результат записують у вигляді

$$f = \bar{f} \pm \Delta f.$$

Приклад. Для вимірювання фокусної відстані збиральної лінзи отримано такі результати: відстань від лінзи до точкового об'єкта $d = 10,0 \text{ см} \pm 0,5 \text{ см}$; відстань від лінзи до його зображення $f = 22,0 \text{ см} \pm 0,5 \text{ см}$. Знайдіть фокусну відстань F лінзи із застосуванням методу меж.

Фокусну відстань F лінзи знайдемо з формули тонкої лінзи $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$,

звідки

$$F = 1 / \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{f} \right).$$

Знайдемо верхні та нижні межі для d та f :

$$\begin{aligned} d_{\text{BM}} &= 10,0 \text{ см} + 0,5 \text{ см} = 10,5 \text{ см}; & d_{\text{HM}} &= 10,0 \text{ см} - 0,5 \text{ см} = 9,5 \text{ см}; \\ f_{\text{BM}} &= 22,0 \text{ см} + 0,5 \text{ см} = 22,5 \text{ см}; & f_{\text{HM}} &= 22,0 \text{ см} - 0,5 \text{ см} = 21,5 \text{ см}. \end{aligned}$$

Тепер знаходимо межі для фокусної відстані F :

$$\begin{aligned} F_{\text{BM}} &= 1 / \left(\frac{1}{d_{\text{BM}}} + \frac{1}{f_{\text{BM}}} \right) = 1 / \left(\frac{1}{10,5 \text{ см}} + \frac{1}{22,5 \text{ см}} \right) \approx 7,16 \text{ см}, \\ F_{\text{HM}} &= 1 / \left(\frac{1}{d_{\text{HM}}} + \frac{1}{f_{\text{HM}}} \right) = 1 / \left(\frac{1}{9,5 \text{ см}} + \frac{1}{21,5 \text{ см}} \right) \approx 6,58 \text{ см}. \end{aligned}$$

Оцінимо абсолютну похибку

$$\Delta F = \frac{F_{\text{BM}} - F_{\text{HM}}}{2} = \frac{7,16 \text{ см} - 6,58 \text{ см}}{2} = 0,29 \text{ см} \approx 0,3 \text{ см}.$$

Наближене значення фокусної відстані

$$\bar{F} = \frac{F_{\text{BM}} + F_{\text{HM}}}{2} = \frac{7,16 \text{ см} + 6,58 \text{ см}}{2} = 6,87 \text{ см} \approx 6,9 \text{ см}.$$

Отже, $F = 6,9 \text{ см} \pm 0,3 \text{ см}$.

Вправи

1. Швидкість світла у вакуумі дорівнює $(299\,792,5 \pm 0,4)$ км/с, а швидкість звуку у повітрі (при певній температурі) – $(331,63 \pm 0,04)$ м/с. Що виміряно з більшою точністю?

2. В таблиці наведені значення густини деяких речовин (г/см³): води – 1,00; спирту – 0,80; молока – 1,03; ртуті – 13,60; гліцерину – 1,26. Скільки значущих цифр у кожному числі?

3. Округліть наступні числа:

а) до двох значущих цифр: 7,82; 1,96; 1,00; 0,0302; 0,999;

б) до трьох значущих цифр: 87 856; 19,995; 78,625; 0,006798; 0,1199;

в) до чотирьох значущих цифр: 60 002 480; 87,99567; 0,0006780456.

4. Наступні значення виразіть в одиницях СІ та запишіть їх у стандартній формі: 12 км; 0,050 км²; 24 мм³; 0,80 г/см³; 22,4 л; 48 мс; 1,60 МН; 6,60 кВ; 101,3 кПа.

5. Результати двох лабораторних робіт були записані так: $\rho = 7,4867058 \pm 0,2$ г/см³; $k = 0,322403 \pm 0,0156$ мг/Кл. Запишіть результати у більш коректній формі.

6. Визначте ціну поділки шкали та покази приладів, наведених на рис. 1.7.

7. На рис. 1.8 наведені шкали приладів з однією границею виміру. Запишіть результат вимірювання із зазначенням меж абсолютної та відносної похибок.

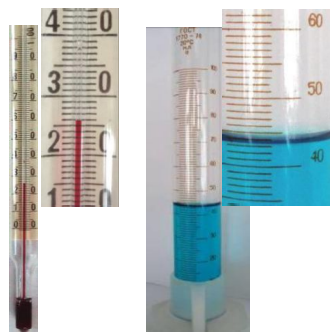
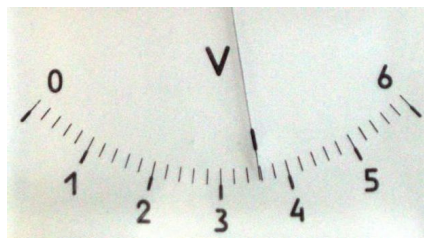


Рис. 1.7. До завдання 6

Примітка. Клас точності приладу на рис. 1.8, а дорівнює 4, клас точності приладу на рис. 1.8, б знайдіть самостійно.



а)



б)

Рис. 1.8. До завдання 7

8. У процесі вимірювання опору дроту були отримані такі значення (в омах): 5,615; 5,622; 5,624; 5,618; 5,620; 5,633; 5,628; 5,624; 5,613. Знайдіть середнє значення опору та оцініть його точність.

9. Вимірювання маси m та об'єму V бруска дали такі результати: $m = 195,0 \text{ г} \pm 0,5 \text{ г}$; $V = 25,0 \text{ см}^3 \pm 0,5 \text{ см}^3$. Визначте середню густину речовини бруска та оцініть похибку результату.

10. За допомогою лінійки виміряйте площі фігур 1 – 3 (рис. 1.9). Результат подайте із зазначенням меж абсолютної та відносної похибок.

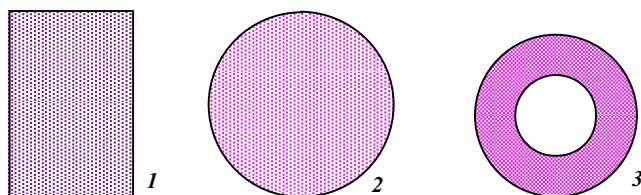


Рис. 1.9. До завдання 10

11*. Оцініть найбільшу відносну похибку при вимірюванні опору за допомогою амперметра та вольтметра з використанням схеми, зображеної на рис. 1.10, якщо прилади показують 25 В і 12,5 А (точно). Межа

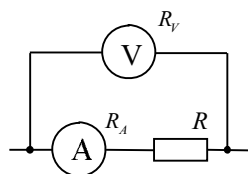


Рис. 1.10. До завдання 11

вимірювання вольтметра 30 В, його клас точності 2,5. Внутрішній опір вольтметра 5 кОм. Межа вимірювання амперметра 15 А, його клас точності 4, внутрішній опір 0,2 Ом.

Розділ 2. Умови задач експериментального туру

Не зважаючи на відсутність єдиного підходу до оформлення розв'язків експериментальних задач, радимо у роботах відображати такі змістові компоненти:

1. Теоретичне обґрунтування способу вимірювання (отримання робочої формули, опис досліду з наведенням необхідних схем, рисунків, що пояснюють експериментальну установку).

2. Опис ходу виконання експерименту із наведенням результатів прямих вимірювань.

3. Розрахунки.

4. Оцінка похибок результату вимірювання.

5. Запис кінцевого результату та його аналіз (серед іншого, бажано вказати: чи правдоподібним є результат; які вимірювання, на Ваш погляд, були найменш точними; як можна підвищити їх точність).

8 клас

8.1. Виміряти густину дерева, з якого виготовлена лінійка.

Обладнання. Дерев'яна лінійка, гумовий брусок у формі прямого паралелепіпеда (густина гуми $\rho_r = 1600 \text{ кг/м}^3$), аркуш паперу.

Примітка. Поверхню стола можна використовувати як обладнання при проведенні експерименту.

8.2. Виміряти густину тіла.

Обладнання. Досліджуване тіло неправильної форми (густина тіла більша за густину води); непрозора посудина з водою (густина води $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$); динамометр із закритою шкалою; міліметровий папір; нитка.

8.3. Виміряти густину деревини.

Обладнання. Досліджуваний зразок деревини (неправильної форми); циліндрична посудина з водою (густина води $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$); смужка міліметрового паперу; скотч; ножиці.

8.4. Не розмотуючи моток мідного проводу, виміряти:

- а) діаметр проводу;
- б) масу мотка;
- в) довжину проводу у мотку.

Обладнання. Досліджуваний моток мідного проводу (густина міді $\rho = 8900 \text{ кг/м}^3$); лінійка; олівець; аркуш паперу густиною $\gamma = 80 \text{ г/м}^2$ (це означає, що аркуш площею 1 м^2 матиме масу 80 г).

Примітка. Поверхню стола можна використовувати як обладнання.

8.5. Виміряти середню масу краплі води, що витікає з піпетки.

Обладнання. Досліджувана піпетка; широка посудина з водою; пробірка; гайка відомої маси; нитка; смужка білого паперу; ножиці та скотч.

Примітка. Маса гайки $M = 2,1 \text{ г}$.

8.6. Виміряти масу тіла неправильної форми і масу лінійки.

Обладнання. Однорідне тіло неправильної форми; лінійка; посудина з водою; шприц без голки (проградуваний у мілілітрах); пластиковий стаканчик; нитка; смужка білого паперу; скотч; ножиці.

Примітки.

1. Густина досліджуваного тіла $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$.
2. Поверхню стола можна використовувати як обладнання.

8.7. Виміряти густину металу, з якого виготовлено гайку.

Обладнання. Досліджувані гайки; посудина з водою; пробірка; пластиковий стаканчик; смужка міліметрового паперу; нитка; скотч; ножиці.

Примітка. Густина води $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$.

8.8. Виміряти силу тиску F та тиск p води на дно посудини.

Обладнання. Паперовий стаканчик з водою; порожня ємність; шприц без голки; смужка міліметрового паперу.

Примітки.

1. Густина води $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

2. Прискорення вільного падіння $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

9 клас

9.1. Виміряти густину тіла.

Обладнання. Досліджуване тіло неправильної форми густиною, більшою за густину води, лінійка, посудина з водою, нитка, скотч, ножиці.

Примітки.

1. Густина води $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$.

2. Поверхню стола можна використовувати як обладнання при проведенні експерименту.

9.2. Виміряти опір резистора.

Обладнання. Досліджуваний резистор; резистор з відомим опором; джерело струму (батарейка); амперметр; з'єднувальні провідники.

Примітка. Відомо, що опір амперметра набагато менший за опори указаних резисторів.

9.3. Виміряти опір резистора.

Обладнання. Досліджуваний резистор; дротяний реостат, максимальний опір якого перевищує опір досліджуваного резистора (максимальний опір реостата $R = 6 \text{ Ом}$); джерело струму (батарейка); амперметр; три з'єднувальні провідники; смужка міліметрового паперу.

Примітки.

1. Зверніть увагу на те, що у наявності є лише *три* з'єднувальні провідники.

2. Про опір амперметра нічого не відомо.

9.4. Виміряти масу пробірки.

Обладнання. Досліджувана пробірка; широка посудина з водою; смужка міліметрового паперу; прямокутний аркуш цупкого паперу; скотч та ножиці.

Примітка. Густина води $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$.

9.5. Виміряти питому теплоту плавлення льоду.

Обладнання. Шматок льоду; прозора циліндрична посудина з водою; пластиковий стаканчик; термометр; смужка міліметрового паперу; ножиці та скотч.

Примітки.

1. Питома теплоємність води $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$.
2. Початкову температуру льоду можна вважати рівною 0°C .

9.6. Виміряти такі параметри пробірки:

- а) місткість пробірки V_1 ;
- б) об'єм скла V_2 , з якого виготовлена пробірка;
- в) масу пробірки m ;
- г) густину пробірки ρ .

Обладнання. Досліджувана пробірка (меншого об'єму); пробірка більшого об'єму; посудина з водою; пластиковий стаканчик; шприц без голки (проградуваний у мілілітрах).

Примітки.

1. Зовнішній діаметр досліджуваної пробірки менше за внутрішній діаметр великої пробірки.
2. Густина води $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$.

9.7. Виміряти опір резистора.

Обладнання. Досліджуваний резистор; дротяний реостат, максимальний опір якого перевищує опір досліджуваного резистора (максимальний опір реостата $R = 6 \text{ Ом}$); джерело струму (батареяка); вольтметр; з'єднувальні провідники; смужка міліметрового паперу.

Примітка. Про опір вольтметра нічого не відомо.

9.8. Виміряти питому теплоємність металевго зразка.

Обладнання. Досліджуваний металевий зразок циліндричної форми; посудина з гарячою водою; стаканчик з холодною водою; два термометри; дерев'яна лінійка; нитки.

Примітки.

1. Питома теплоємність води $c_v = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$.
2. Поверхню стола можна використовувати як обладнання.

10 клас

10.1. Виміряти густину матеріалу кульок.

Обладнання. Досліджувані кульки густиною, більшою за густину води, посудина з водою, пробірка, склянка, аркуші білого та міліметрового паперу, скотч, ножиці.

Примітки.

1. Форма кульок не є ідеальною, їх розміри також дещо відрізняються.
2. Густина води $\rho_v = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$.

10.2.*Виміряти масу тіла.

Обладнання. Досліджуване тіло, маса якого перевищує межу вимірювання динамометра; динамометр на 4 Н; аркуш паперу; смужка міліметрового паперу; штатив з кільцем; нитка.

10.3. Виміряти коефіцієнт тертя ковзання пластмасового бруска по дерев'яній дошці та знайти масу цього бруска.

Обладнання. Досліджуваний брусок з пластмасовими стінками (маса бруска перевищує межу вимірювання динамометра); динамометр на 4 Н; дерев'яна дошка; лінійка; нитка.

10.4. Виміряти коефіцієнт тертя ковзання дерев'яного бруска по паперу.

Обладнання. Дерев'яний брусок (досліджувану поверхню позначено номером «1»); аркуш паперу; штатив; лінійка; нитка; тягарець.

Примітки.

1. Поверхню стола можна використовувати як обладнання.
2. Маса тягарця вказана на ньому, проте її знати не обов'язково.

10.5. Виміряти швидкість світла у воді.

Обладнання. Склянка з водою; прямокутний аркуш цупкого паперу; олівець; шматок тонкого дроту; ножиці; промокальний папір.

Примітки.

1. Швидкість світла у повітрі прийняти рівною $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.
2. Аркуш з кресленнями необхідно здати разом із роботою.

10.6. Виміряти опір реостата та питомий опір матеріалу, з якого виготовлено його провід.

Обладнання. Досліджуваний реостат; резистор з відомим опором ($R = 4$ Ом); джерело струму (батарейка); вольтметр; смужка міліметрового паперу; з'єднувальні провідники.

Примітка. Відомо, що опір вольтметра набагато більший за опори досліджуваного реостата і резистора.

10.7. Виміряти коефіцієнт тертя ковзання гудзика по поверхні паперу.

Обладнання. Досліджуваний гудзик; аркуш цупкого паперу формату А4 (297 мм × 210 мм); смужка міліметрового паперу; ножиці; скотч.

10.8. Виміряти коефіцієнт корисної дії (ККД) похилої площини під час підніманні по ній бруска. Вимірювання провести для двох значень кутів нахилу площини до горизонту: 30° та 60° .

Обладнання. Дерев'яна дошка; брусок з гачком; динамометр із шкалою, що заклеєна міліметровим папером; штатив з лапкою; прямокутний аркуш паперу; нитка.

11 клас

11.1.* Виміряти коефіцієнт поверхневого натягу невідомої рідини.

Обладнання. Посудина з досліджуваною рідиною, посудина з водою, терези без важків, піпетка, дві склянки, аркуш паперу.

Примітка. Коефіцієнт поверхневого натягу води при 20°C дорівнює $\sigma_{\text{в}} = 72,6 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$.

11.2. Виміряти атмосферний тиск.

Обладнання. Прозора трубка; посудина з водою (густина води $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$); штатив з лапкою; лінійка; пластилін; аркуш паперу.

11.3. Виміряти коефіцієнт поверхневого натягу води.

Обладнання. Посудина з водою (густина води $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$); піпетка; пробірка; міліметровий папір; скотч; ножиці.

11.4. Виміряти опір вольтметра.

Обладнання. Досліджуваний вольтметр; резистор з відомим опором ($R = 1,2 \text{ кОм}$); джерело струму (батарейка); з'єднувальні провідники.

Примітка. Відомо, що внутрішній опір джерела струму набагато менший за опори вольтметра і резистора.

11.5. Виміряти ЕРС та внутрішній опір джерела струму.

Обладнання. Досліджуване джерело струму (батарейка); реостат з відомим максимальним опором ($R = 6 \text{ Ом}$); амперметр; з'єднувальні провідники.

Примітки.

1. Амперметр можна вважати ідеальним.
2. У режимі короткого замикання джерело струму не використовувати!

11.6. Виготовте математичний маятник та виконайте наступні завдання.

1. Виміряйте залежність періоду T малих коливань маятника від його довжини l . Отримані дані подайте у табличному вигляді.

2. Побудуйте експериментальну залежність квадрату періоду коливань маятника від його довжини $T^2 = T^2(l)$. Скориставшись цим графіком, покажіть справедливність відомої формули для періоду малих коливань математичного маятника.

3. Виміряйте прискорення вільного падіння.

Обладнання. Невеликий тягарець (гайка) на нитці; лінійка; штатив із закріпленим горизонтально стержнем; секундомір (годинник із секундною стрілкою); скотч; ножиці.

11.7. Виміряти опір амперметра.

Обладнання. Два однакові амперметри; джерело струму; резистор для обмеження струму в колі (за необхідності його опір можна знайти на корпусі приладу); шматок мідного проводу; з'єднувальні провідники; олівець; смужка міліметрового паперу.

Примітки.

1. Питомий опір міді $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м (за кімнатної температури).

2. Не можна підключати амперметри до джерела струму без обмежувального резистора!

11.8. Виміряти температуру нитки розжарення електричної лампи у робочому стані.

Обладнання. Досліджувана лампа розжарення з номінальними параметрами: напруга $U_n = 220$ В, потужність $P_n = 100$ Вт; джерело струму; амперметр; вольтметр; з'єднувальні провідники; термометр (один на клас).

Примітки.

1. Температурний коефіцієнт опору вольфраму $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3}$ К⁻¹.

2. Залежність опору металевого провідника від його температури у досліджуваному температурному інтервалі можна наближено вважати лінійною: $R \approx R_0(1 + \alpha \Delta T)$, де R , R_0 – опори провідника відповідно за температури T та T_0 ; $\Delta T = T - T_0$.

3. Амперметр та вольтметр можна вважати ідеальними.

💡 Розділ 3. Розв'язки задач експериментального туру

8 клас

8.1. Знаходимо центр мас лінійки (точка С). Для цього використовуємо край стола як опору.

Поклавши брусок на край лінійки, знаходимо таке її положення, при якому вона, перебуваючи у рівновазі, спирається лише на край стола (рис. 3.1). В цьому випадку сума моментів всіх зовнішніх сил, прикладених до лінійки, дорівнюватиме нулеві.

На лінійку діятимуть три сили: сила тяжіння $M\vec{g}$, сила реакції опори $\vec{N}$ з боку стола та вага бруска, що дорівнює $m\vec{g}$. Оскільки момент сили $\vec{N}$ відносно краю стола (полюса О) дорівнює нулю, умова рівноваги лінійки матиме вигляд:

$$Mg \cdot d_1 = mg \cdot d_2, \quad (1)$$

де d_1 , d_2 – відповідно плечі сил $M\vec{g}$ та $m\vec{g}$ відносно полюса О.

Масу лінійки M та бруска m виразимо через їх густину та об'єм

$$M = \rho_1 \cdot a_1 b_1 c_1, \quad (2)$$

$$m = \rho_2 \cdot a_2 b_2 c_2. \quad (3)$$

З урахуванням (2) та (3) з рівняння (1) знаходимо густину матеріалу лінійки

$$\rho_1 = \rho_2 \frac{a_2 b_2 c_2 \cdot d_2}{a_1 b_1 c_1 \cdot d_1}. \quad (4)$$

Ширину та товщину лінійки вимірюємо, попередньо окресливши відповідні її контури на аркуші паперу. Решту величин знаходимо шляхом безпосередніх вимірювань лінійкою.

8.2. Визначення густини досліджуваного тіла базується на попередньому вимірюванні видовження x_1 пружини динамометра при

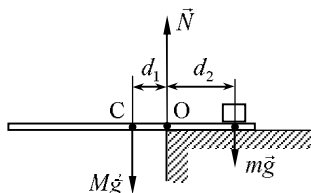


Рис. 3.1. Схема досліджу

підвішуванні тіла у повітрі та вимірюванні видовження x_2 – при зануренні тіла у воду.

Дійсно, силу Архімеда, що діятиме на тіло, можна знайти так:

$$F_A = P_1 - P_2,$$

де P_1 , P_2 – відповідно вага тіла у повітрі та у воді.

Оскільки

$$F_A = \rho_0 g V, \quad P_1 = mg$$

де ρ_0 – густина води; g – прискорення вільного падіння; V – об'єм тіла; m – маса тіла, то об'єм тіла

$$V = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g},$$

а його густина

$$\rho = \frac{m}{V} = \rho_0 \frac{P_1}{P_1 - P_2}.$$

За законом Гука

$$P_1 = kx_1, \quad P_2 = kx_2,$$

де k – жорсткість пружини динамометра;

x_1 , x_2 – видовження пружини, коли тіло відповідно у повітрі та у воді.

Отже, остаточно маємо

$$\rho = \rho_0 \frac{x_1}{x_1 - x_2}. \quad (1)$$

Слід пам'ятати, що закон Гука $F_{np} = kx$ справедливий лише у випадку пружних деформацій. Тому у загальному випадку слід експериментально перевірити чи є лінійною залежність між видовженням пружини x та силою пружності F_{np} (у розглядуваному діапазоні видовжень). У випадку нашого дослідження видовження пружини не виходить за межі вимірювання динамометра, тому зазначена умова виконується автоматично.

З урахуванням формули (1) межу відносної похибки ε_ρ вимірювання густини тіла можна оцінити так:

$$\varepsilon_\rho = \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_1 - x_2} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{x_1 - x_2}.$$

Оскільки $\Delta x_1 = \Delta x_2 \equiv \Delta x$, то

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta x}{x_1} + 2 \frac{\Delta x}{x_1 - x_2}. \quad (2)$$

Як правило другий доданок у формулі (2) у кілька (більш ніж у чотири) разів перевищує перший. Тому у цьому випадку

$$\varepsilon_\rho \approx 2 \frac{\Delta x}{x_1 - x_2}.$$

При цьому межа абсолютної похибки

$$\Delta \rho = \varepsilon_\rho \cdot \rho.$$

8.3. Для визначення густини деревини проведемо вимірювання маси m та об'єму V досліджуваного зразка. Для вимірювання маси покладемо шматок деревини у циліндричну посудину з водою. Відповідно до закону Архімеда маса цього зразка деревини дорівнюватиме масі витісненої ним води

$$m = \rho_0 V_1 = \rho_0 S h_1, \quad (1)$$

де ρ_0 – густина води, $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$;

V_1 – об'єм води, що витісняє шматок деревини;

S – площа перерізу циліндричної посудини з водою;

h_1 – зміна висоти рівня води у посудині після того, як туди поклали зразок.

Об'єм шматка деревини знайдемо за зміною висоти рівня h_2 води (відносно початкового її рівня) у посудині при повному зануренні цього шматка

$$V = S h_2. \quad (2)$$

З урахуванням формул (1) і (2) знаходимо робочу формулу для густини деревини

$$\rho = \frac{m}{V} = \rho_0 \frac{h_1}{h_2}. \quad (3)$$

Отже, для визначення ρ потрібно виміряти зміни висоти рівня води, коли брусок плаває на поверхні води – h_1 та у випадку його повного занурення – h_2 . Ці вимірювання проводяться безпосередньо за допомогою

смужки міліметрового паперу (для зручності її можна зафіксувати скотчем на бічній поверхні посудини).

Враховуючи вигляд робочої формули (3), межі відносної ε_ρ та абсолютної $\Delta\rho$ похибок вимірювання густини можна оцінити так:

$$\varepsilon_\rho = \varepsilon_{h_1} + \varepsilon_{h_2} = \frac{\Delta h_1}{h_1} + \frac{\Delta h_2}{h_2}, \quad \Delta\rho = \varepsilon_\rho \cdot \rho.$$

8.4. Для вимірювання діаметру проводу можна намотати на олівець певну кількість N витків. Нехай довжина намотки L , тоді діаметр проводу

$$d = L/N. \quad (1)$$

Виміряти масу мотка проводу можна за методом важеля. Для цього покладемо лінійку на стіл так, щоб її половина звисала. При цьому, перебуваючи у стані рівноваги, лінійка спирається лише на край стола. Розмістивши на одному кінці лінійки згорнутий аркуш паперу, будемо переміщувати вздовж її іншої половини моток дроту, шукаючи таке його положення, при якому лінійка знову спиратиметься лише на край стола (перебуваючи у рівновазі) (рис. 3.2).

Умова рівноваги лінійки матиме вигляд:

$$mg \cdot l_1 = Mg \cdot l_2, \quad (2)$$

де m , M – маса мотка проводу і аркуша паперу відповідно;

l_1 , l_2 – плечі сил $m\vec{g}$ і $M\vec{g}$ відносно полюса O (центр мас лінійки).

З рівняння (2) маємо

$$m = M \frac{l_2}{l_1}. \quad (3)$$

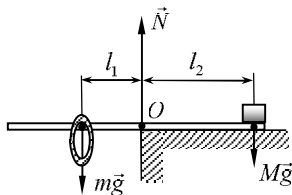


Рис. 3.2. Вимірювання маси мотка за правилом важеля

Як знайти масу M аркуша паперу? За умовою задачі нам відома маса, що припадає на одиницю площі аркушу ($\gamma = 80 \text{ г/м}^2$). В нашому випадку аркуш має прямокутну форму, тому його площа дорівнює добутку сторін ab , а маса:

$$M = \gamma \cdot ab. \quad (4)$$

Підставивши (4) у (3), отримуємо робочу формулу для маси мотка:

$$m = \gamma \cdot ab \cdot \frac{l_2}{l_1}. \quad (5)$$

Для визначення довжини дроту у мотку скористаємось формулою для об'єму циліндра $V = S \cdot l$, звідки

$$l = V/S, \quad (6)$$

де V – об'єм проводу, його можна знайти за вже відомою нам масою і густиною проводу (провід мідний)

$$V = m/\rho; \quad (7)$$

S – площа поперечного перерізу проводу,

$$S = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (8)$$

Підставивши (7) і (8) у (6), знаходимо робочу формулу для довжини дроту у мотку:

$$l = \frac{V}{S} = \frac{4}{\pi \rho} \cdot \frac{m}{d^2}. \quad (9)$$

Похибки вимірювання d , m та l можна оцінити, врахувавши вигляд формул (1), (5) та (9):

$$\begin{aligned} \varepsilon_d = \varepsilon_L = \frac{\Delta L}{L}, \quad \Delta d = \varepsilon_d \cdot d; \\ \varepsilon_m = \varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_{l_1} + \varepsilon_{l_2} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{\Delta l_2}{l_2}, \quad \Delta m = \varepsilon_m \cdot m; \\ \varepsilon_l = \varepsilon_m + 2\varepsilon_d, \quad \Delta l = \varepsilon_l \cdot l. \end{aligned}$$

8.5. Доливаючи воду в пробірку, добиваємось щоб вона плавала у воді у вертикальному положенні.

Поміщаємо гайку (її маса відома) на нитці у пробірку. Глибина занурення пробірки збільшиться. Відмічаємо рівень води зовні пробірки.

Для цього можна попередньо приклеїти скотчем смужку паперу на зовнішню поверхню пробірки (на верхню її частину).

Витягуємо гайку з пробірки. Капаємо з піпетки воду у пробірку до тих пір, поки вона не зануриться до попереднього рівня (коли у пробірці знаходилася гайка).

Якщо кількість крапель з піпетки дорівнює N , то середня маса краплі становитиме

$$m = \frac{M}{N}, \quad (1)$$

де M – маса гайки.

Основний внесок у похибку вимірювання маси краплі робить випадкова похибка вимірювання числа крапель N (маса гайки M за умовою задачі подана як більш точна величина). Провівши дослід n разів, отримуємо спектр значень числа крапель: $N_1, N_2, \dots, N_n$. Середнє значення числа крапель:

$$\bar{N} = \frac{1}{n}(N_1 + N_2 + \dots + N_n).$$

Межу абсолютної похибки вимірювання числа крапель можна оцінити за формулою:

$$\Delta N = \frac{1}{n}(\Delta N_1 + \Delta N_2 + \dots + \Delta N_n),$$

де $\Delta N_i = |N_i - \bar{N}|$.

Враховуючи формулу (1), межі відносної та абсолютної похибок маси краплі можна оцінити за формулами:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_N = \frac{\Delta N}{\bar{N}}, \quad \Delta m = \varepsilon_m \cdot m.$$

При оцінці похибок можна також використати метод меж. Згідно з цим методом:

$$\bar{m} = \frac{1}{2}(m_{BM} + m_{HM}), \quad \Delta m = \frac{1}{2}(m_{BM} - m_{HM}),$$

де $m_{BM} = \frac{M}{\bar{N} - \Delta N}$; $m_{HM} = \frac{M}{\bar{N} + \Delta N}$.

8.6. Маса тіла неправильної форми. Для визначення маси тіла M неправильної форми необхідно попередньо виміряти його об'єм V . Це можна зробити за допомогою посудини з водою і шприца. Масу тіла знаходимо за формулою:

$$M = \rho V.$$

Маса лінійки. Знаходимо центр мас лінійки (точка C). Для цього використовуємо край стола як опору. Підвісивши досліджуване тіло до краю лінійки (для цього використовуємо нитку), знаходимо таке її положення, при якому вона, перебуваючи у рівновазі, спирається лише на край стола (рис. 3.3). В цьому випадку сума моментів всіх зовнішніх сил, прикладених до лінійки, дорівнюватиме нулеві.

На лінійку діятимуть три сили: сила тяжіння mg (m – маса лінійки), сила реакції опори N з боку стола та сила натягу нитки, модуль якої Mg (M – маса досліджуваного тіла). Оскільки момент сили N відносно краю стола (полюса O) дорівнює нулю, умова рівноваги лінійки матиме вигляд:

$$Mg \cdot d_1 = mg \cdot d_2, \quad (1)$$

де d_1 , d_2 – відповідно плечі сили натягу нитки та сили тяжіння лінійки (відносно полюса O).

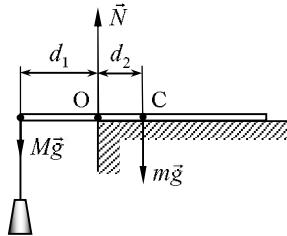


Рис. 3.3. Схема проведення досліду

З рівняння (1) знаходимо масу лінійки:

$$m = M \frac{d_1}{d_2}.$$

8.7. Поміщаємо певну кількість N гайок (на нитці) у пробірку, добиваючись її вертикального плавання у воді. Відмічаємо рівень

занурення пробірки (для цього можна використати папір, скотч та ножиці).

Витягуємо гайки з пробірки. Доливаємо воду у пробірку (за допомогою стаканчика), щоб вона занурилась до початкового рівня. Очевидно, що маса води у пробірці дорівнюватиме масі гайок.

Витягнувши пробірку з води, вимірюємо висоту h стовпа води у ній. Маса цієї води дорівнює

$$m = \rho_v \cdot hS,$$

де S – площа внутрішнього перерізу пробірки.

Занурюючи ланцюг з гайок у пробірку, відмічаємо збільшення рівня води H у ній. Об'єм гайок дорівнює

$$V = HS.$$

Густина металу, з якого виготовлені гайки:

$$\rho = \frac{m}{V} = \rho_v \frac{h}{H}. \quad (1)$$

Враховуючи вигляд робочої формули (1), межі відносної ε_ρ та абсолютної $\Delta\rho$ похибок вимірювання густини речовини можна оцінити так:

$$\varepsilon_\rho = \varepsilon_h + \varepsilon_H = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta H}{H}, \quad \Delta\rho = \varepsilon_\rho \cdot \rho.$$

8.8. Силу тиску води знаходимо за формулою

$$F = mg = \rho Vg, \quad (1)$$

де ρ – густина води; V – об'єм води у стаканчику (вимірюється за допомогою шприца); g – прискорення вільного падіння, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Тиск води на дно знаходимо за формулою

$$p = \frac{F}{S} = \frac{4}{\pi d^2} \cdot F, \quad (2)$$

де d – діаметр дна стаканчика (вимірюється за допомогою смужки міліметрового паперу).

Похибки вимірювання сили тиску:

$$- \text{відносна } \varepsilon_F = \varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V};$$

- абсолютна $\Delta F = \varepsilon_F \cdot F$.

Похибки вимірювання тиску:

- відносна $\varepsilon_p = \varepsilon_F + 2\varepsilon_d = \frac{\Delta F}{F} + 2 \frac{\Delta d}{d}$;
- абсолютна $\Delta p = \varepsilon_p \cdot p$.

9 клас

9.1. Знаходимо центр мас лінійки (точка C). Для цього використовуємо край стола як опору.

Підвісивши досліджуване тіло до краю лінійки (для цього використовуємо нитку та скотч), знаходимо таке її положення, при якому вона, перебуваючи у рівновазі, спирається лише на край стола (рис. 3.4, а). В цьому випадку сума моментів всіх зовнішніх сил, прикладених до лінійки, дорівнюватиме нулеві.

На лінійку діятимуть три сили: сила тяжіння $m\vec{g}$ (m – маса лінійки), сила реакції опори $\vec{N}$ з боку стола та сила натягу нитки, модуль якої Mg (M – маса досліджуваного тіла). Оскільки момент сили $\vec{N}$ відносно краю стола (полюса O) дорівнює нулю, умова рівноваги лінійки матиме вигляд:

$$Mg \cdot d_1 = mg \cdot d_2, \quad (1)$$

де d_1 , d_2 – відповідно плечі сили натягу нитки та сили тяжіння лінійки (відносно полюса O).

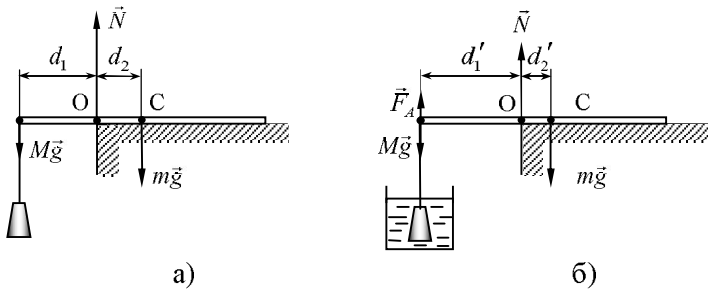


Рис. 3.4. Схема проведення дослідів

Зануримо досліджуване тіло у воду і знову зрівноважимо лінійку на краю стола (рис. 3.4, б). Умова рівноваги в цьому випадку матиме вигляд (відносно краю стола):

$$(Mg - F_A) \cdot d_1' = mg \cdot d_2' . \quad (2)$$

З урахуванням очевидних формул $M = \rho V$, $F_A = \rho_{\text{в}} g V$, (де ρ , $\rho_{\text{в}}$ – відповідно густини тіла та води; V – об'єм тіла) рівняння (1) і (2) можна переписати у вигляді:

$$\rho V d_1 = m d_2 , \quad (3)$$

$$(\rho - \rho_{\text{в}}) V d_1' = m d_2' . \quad (4)$$

За допомогою (3) та (4) знаходимо робочу формулу для густини тіла

$$\rho = \rho_{\text{в}} \frac{d_2 d_1'}{d_2 d_1' - d_1 d_2'} . \quad (5)$$

9.2. Електрична схема експериментальної установки наведена на рис. 3.5. При цьому амперметр по черзі підключається послідовно з R_1 та R_2 .

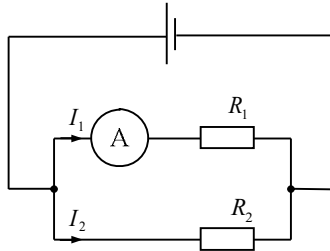


Рис. 3.5. Електрична схема експериментальної установки

Оскільки опір амперметра $R_A = R_1, R_2$, можна вважати, що напруга на резисторах R_1 , R_2 однакова (паралельне з'єднання). Тобто

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 . \quad (1)$$

Нехай для визначеності досліджуваним є резистор R_2 . Тоді з (1) отримуємо робочу формулу

$$R_2 = R_1 \frac{I_1}{I_2} . \quad (2)$$

Враховуючи формулу (2), межу відносної похибки ε_{R_2} вимірювання опору резистора можна оцінити так:

$$\varepsilon_{R_2} = \varepsilon_{I_1} + \varepsilon_{I_2} = \frac{I_{\max}}{I_1} \gamma + \frac{I_{\max}}{I_2} \gamma, \quad (3)$$

де $I_{\max}$ – межа вимірювання амперметра; γ – клас точності амперметра.

При цьому межа абсолютної похибки

$$\Delta R_2 = \varepsilon_{R_2} \cdot R_2$$

9.3. Для визначення опору R_x досліджуваного резистора спочатку збираємо електричне коло за схемою, наведеною на рис. 3.6, а. Нехай сила струму, що вимірює амперметр у цьому колі, дорівнює певному значенню I_0 .

Далі замість резистора з невідомим опором підключаємо реостат, максимальний опір R якого, за умовою задачі, перевищує опір досліджуваного резистора (рис. 3.6, б). Поступово зменшуючи опір реостата, досягаємо значення сили струму у колі I_0 . При цьому опір ділянки реостата буде дорівнювати опору R_x досліджуваного резистора.

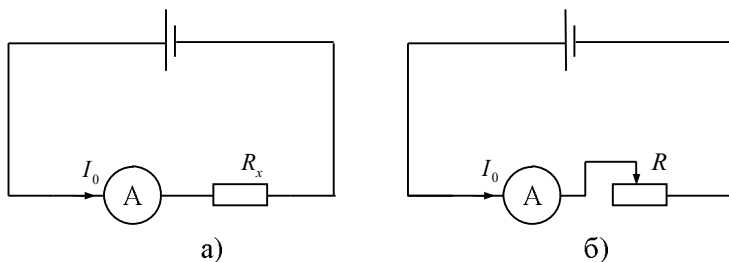


Рис. 3.6. Електричні схеми дослідів з вимірювання опору резистора.

Враховуючи формули для максимального опору реостата

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

та для його ділянки (опір якої дорівнює шуканому опору резистора)

$$R_x = \rho \frac{l_x}{S},$$

знаходимо формулу для опору досліджуваного резистора

$$R_x = R \frac{l_x}{l}. \quad (1)$$

У формулі (1) l_x та l – відповідно довжини дроту ділянки та всього реостата. Для зручності відношення l_x/l можна замінити відношенням довжини ділянки обмотки L_x до довжини всієї обмотки L реостата

$$R_x = R \frac{L_x}{L}. \quad (2)$$

Формула (2) є робочою формулою у даному експерименті. Довжини L_x та L вимірюються безпосередньо за допомогою смужки міліметрового паперу.

Слід зазначити, що формулу (1) можна записати і через відношення кількості витків N_x ділянки реостата до загальної кількості витків N :

$$R_x = R \frac{N_x}{N}.$$

В останньому випадку в експерименті можна обійтись без міліметрового паперу.

Враховуючи вигляд робочої формули (2), межі відносної ε_{R_x} та абсолютної ΔR_x похибок можна оцінити так:

$$\varepsilon_{R_x} = \varepsilon_{L_x} + \varepsilon_L = \frac{\Delta L_x}{L_x} + \frac{\Delta L}{L}, \quad \Delta R_x = \varepsilon_{R_x} \cdot R_x.$$

9.4. Доливаючи воду в пробірку, добиваємось щоб вона плавала у воді у вертикальному положенні (рис. 3.7). При цьому умова плавання пробірки запишеться у вигляді

$$mg + m_b g = F_A, \quad (1)$$

де m , m_b – відповідно маса порожньої пробірки та маса води у ній;

F_A – сила Архімеда, що діє на пробірку.

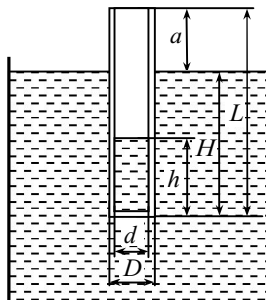


Рис. 3.7. Схема досліджу

З урахуванням позначень, поданих на рис. 3.7, перепишемо рівняння (1) у вигляді

$$mg + \rho_b S_1 h \cdot g = \rho_b S_2 H \cdot g, \quad (2)$$

де ρ_b – густина води;

S_1 , S_2 – площі внутрішнього та зовнішнього перерізів пробірки відповідно,

$$S_1 = \frac{\pi d^2}{4}, \quad S_2 = \frac{\pi D^2}{4}. \quad (3)$$

Підставивши формули (3) у рівняння (2), отримуємо робочу формулу для визначення маси пробірки:

$$m = \frac{\pi \rho_b}{4} (D^2 H - d^2 h). \quad (4)$$

Вимірювання h проводиться безпосередньо за допомогою смужки міліметрового паперу. Для вимірювання H можна попередньо приклеїти скотчем смужку міліметрового паперу на зовнішню поверхню пробірки (на верхню її частину). Тоді, вимірювши довжину a частини пробірки, що виступає з води, та довжину L всієї пробірки (див. рис. 3.7), легко знайти $H = L - a$.

Зовнішній діаметр D пробірки зручно виміряти за допомогою двох прямокутних косинців і смужки міліметрового паперу (рис. 3.8, а). А для вимірювання внутрішнього діаметра d з міліметрового паперу можна виготовити калібр (рис. 3.8, б).

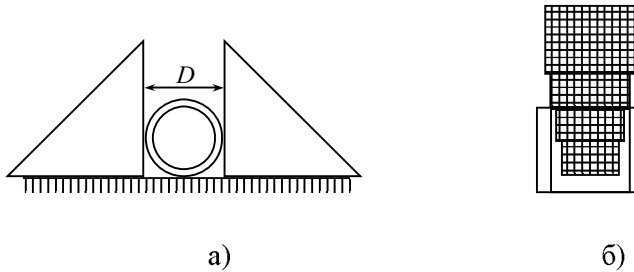


Рис. 3.8. Вимірювання зовнішнього (а) та внутрішнього (б) діаметрів пробірки

Відповідно до робочої формули (4) межі абсолютної Δm та відносної ε_m похибок можна оцінити так:

$$\Delta m = \frac{\pi \rho_v}{4} (2DH \cdot \Delta D + D^2 \cdot \Delta H + 2d \cdot h \cdot \Delta d + d^2 \cdot \Delta h), \quad \varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m}.$$

Або у такий спосіб (метод меж):

$$\Delta m = \frac{1}{2} (m_{\text{BM}} - m_{\text{HM}}),$$

де m_{BM} – верхня межа для m , а m_{HM} – нижня. При цьому

$$m_{\text{BM}} = \frac{\pi \rho_v}{4} [(D + \Delta D)^2 (H + \Delta H) - (d - \Delta d)^2 (h - \Delta h)],$$

$$m_{\text{HM}} = \frac{\pi \rho_v}{4} [(D - \Delta D)^2 (H - \Delta H) - (d + \Delta d)^2 (h + \Delta h)].$$

9.5. Перед початком досліду слід наклеїти на бічну поверхню циліндричної ємності з водою смужку міліметрового паперу. На цій смужці відзначимо початковий рівень води у посудині (рівень 1) (рис. 3.9).

Наливаємо воду у стаканчик. Вимірюємо її температуру T_1 . Відмічаємо новий рівень води у циліндричній ємності (рівень 2).

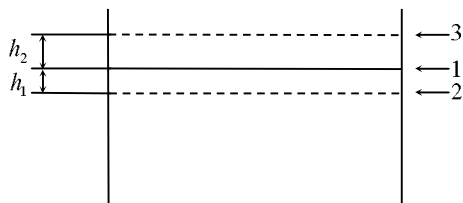


Рис. 3.9. Зміна рівня води у циліндричній посудині: 1 – початковий рівень;
2 – рівень після відливання води у стаканчик;
3 – рівень після доливання води зі стаканчика

Поклавши шматок льоду у стаканчик з водою, чекаємо поки лід повністю розтане (для прискорення його танення можна перемішувати воду термометром). Вимірюємо температуру води T_2 після того, як лід розтанув.

Запишемо рівняння теплового балансу для розглянутого досліду:

$$cm_1(T_1 - T_2) = \lambda m_2 + cm_2(T_2 - 0^\circ \text{C}), \quad (1)$$

де c – питома теплоємність води; m_1 – маса наливої води;

λ – питома теплота плавлення льоду; m_2 – маса льоду.

Переливши воду зі стаканчика у циліндричну посудину, відмічаємо новий рівень води (рівень 3) (див. рис. 3.9).

Маси m_1 та m_2 можна знайти так:

$$m_1 = \rho \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot h_1; \quad m_2 = \rho \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot h_2, \quad (2)$$

де h_1 та h_2 – зміни рівнів води у циліндричній посудині (див. рис. 3.9);

d – діаметр посудини.

Проте знаходити чисельні значення m_1 і m_2 необов'язково. Дійсно, після підстановки формул (2) в (1) отримуємо рівняння:

$$c \cdot h_1(T_1 - T_2) = \lambda h_2 + ch_2 \cdot T_2.$$

З останнього рівняння знаходимо робочу формулу для питомої теплоти плавлення льоду:

$$\lambda = c \cdot \left[\frac{h_1}{h_2}(T_1 - T_2) - T_2 \right]. \quad (3)$$

Відповідно до робочої формули (3) межі відносної ε_λ та абсолютної $\Delta\lambda$ похибок можна оцінити так:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{\Delta h}{h_2} + \frac{(T_1 - 2T_2)\Delta h + (2h_1 - h_2)\Delta T}{h_1(T_1 - T_2) - h_2T_2};$$

$$\Delta\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot \lambda.$$

Або у такий спосіб (метод меж):

$$\Delta\lambda = \frac{1}{2}(\lambda_{\text{ВМ}} - \lambda_{\text{НМ}}),$$

де $\lambda_{\text{ВМ}}$ – верхня межа для λ , а $\lambda_{\text{НМ}}$ – нижня. При цьому

$$\lambda_{\text{ВМ}} = c \left[\frac{h_1 + \Delta h}{h_2 - \Delta h} (T_1 + \Delta T - T_2 + \Delta T) - (T_2 - \Delta T) \right],$$

$$\lambda_{\text{НМ}} = c \left[\frac{h_1 - \Delta h}{h_2 + \Delta h} (T_1 - \Delta T - T_2 - \Delta T) - (T_2 + \Delta T) \right].$$

Зазначимо, що у наведених формулах для похибок невраховані теплові втрати на нагрівання стаканчика та навколишнього середовища.

9.6. Місткість пробірки V_1 визначається шляхом її наповнення водою за допомогою шприца.

Для визначення об'єму скла V_2 пробірки, виміряємо спочатку об'єм V_3 води, що витісняє пробірка під час її майже повного занурення. Для цього наповнюємо велику пробірку водою і повністю занурюємо у неї досліджувану пробірку. Воду, що витікає при цьому, збираємо у пластиковий стаканчик. За допомогою шприца знаходимо об'єм цієї води, він дорівнює V_3 .

Об'єм скла пробірки

$$V_2 = V_3 - V_1. \quad (1)$$

Для визначення маси пробірки m доливаємо шприцом воду у пробірку. Добиваємось майже повного занурення пробірки у посудині з водою. При цьому умова плавання пробірки запишеться у вигляді:

$$(m + m_{\text{в}})g = \rho_{\text{в}}gV_3, \quad (2)$$

де $m_{\text{в}}$ – маса води у пробірці, $m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}}V_4$ (V_4 визначається за допомогою шприца);

V_3 – об'єм пробірки за її повного занурення.

З формули (2) знаходимо масу пробірки:

$$m = \rho_{\text{в}} (V_3 - V_4). \quad (3)$$

Густина скла, з якого виготовлена пробірка

$$\rho = m/V_2. \quad (4)$$

9.7. Збираємо електричне коло за схемою, наведеною на рис. 3.10, а. Нехай напруга на резисторі дорівнює певному значенню U .

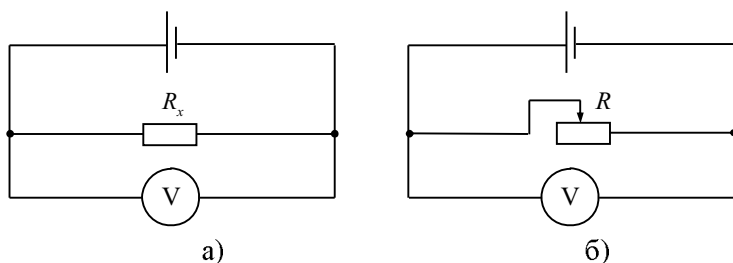


Рис. 3.10. Електричні схеми дослід з вимірювання опору резистора

Далі замість резистора з невідомим опором підключаємо реостат, максимальний опір R якого, за умовою задачі, перевищує опір досліджуваного резистора (рис. 3.10, б). Поступово зменшуючи опір реостата, досягаємо попереднього значення напруги на ньому U . При цьому опір робочої ділянки реостата буде дорівнювати опору R_x досліджуваного резистора.

Враховуючи формули для максимального опору реостата

$$R = \rho l / S$$

та для його ділянки (опір якої дорівнює шуканому опору резистора)

$$R_x = \rho l_x / S,$$

знаходимо формулу для опору досліджуваного резистора

$$R_x = R \frac{l_x}{l}. \quad (1)$$

У формулі (1) l_x та l – відповідно довжини дроту робочої ділянки та всього реостата. Для зручності відношення l_x/l можна замінити відношенням довжини ділянки обмотки L_x до довжини всієї обмотки L реостата

$$R_x = R \frac{L_x}{L}. \quad (2)$$

Формула (2) є робочою формулою у даному експерименті. Довжини L_x та L вимірюються безпосередньо за допомогою смужки міліметрового паперу.

Слід зазначити, що формулу (1) можна записати і через відношення кількості витків N_x ділянки реостата до загальної кількості витків N :

$$R_x = R \frac{N_x}{N}.$$

В останньому випадку в експерименті можна обійтись без міліметрового паперу.

Враховуючи вигляд робочої формули (2), межі відносної ε_{R_x} та абсолютної ΔR_x похибок можна оцінити так:

$$\varepsilon_{R_x} = \varepsilon_{L_x} + \varepsilon_L = \frac{\Delta L_x}{L_x} + \frac{\Delta L}{L}, \quad \Delta R_x = \varepsilon_{R_x} \cdot R_x.$$

9.8. Занурюємо металевий зразок в ємність з гарячою водою і через деякий час вимірюємо її температуру T_1 (температуру зразка після занурення). Разом із цим вимірюємо температуру T_2 холодної води у стаканчику.

Переносимо зразок у стаканчик із холодною водою. Вимірюємо рівноважну температуру води T_3 .

Нехтуючи теплоємністю стаканчика та втратами тепла, рівняння теплового балансу матиме вигляд

$$c_b m_b (T_3 - T_2) = c_d m_d (T_1 - T_3).$$

Справедливість зроблених припущень можна пояснити тим, що, по-перше, маса стаканчика нехтовно мала порівняно з масою зразка та води, по-друге, час, протягом якого температура холодної води підвищується на

1°C через втрати тепла, набагато більший за час, впродовж якого відбувається аналогічна зміна температури під час теплообміну з нагрітим зразком (ці припущення можна перевірити експериментально). З останнього рівняння маємо:

$$c_{\text{л}} = c_{\text{в}} \frac{m_{\text{в}}}{m_{\text{л}}} \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_3}. \quad (1)$$

Відношення мас $m_{\text{в}}/m_{\text{л}}$ можна знайти за методом важеля (рис. 3.11):

$$\frac{m_{\text{в}}}{m_{\text{л}}} = \frac{l_2}{l_1}. \quad (2)$$

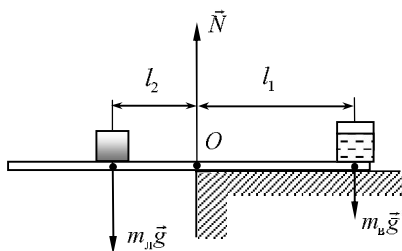


Рис. 3.11. Вимірювання відношення $m_{\text{в}}/m_{\text{л}}$ за правилом важеля

Підставивши (2) в (1), отримуємо робочу формулу

$$c_{\text{л}} = c_{\text{в}} \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_3}. \quad (3)$$

Враховуючи вигляд робочої формули (3), межі відносної $\varepsilon_{c_{\text{л}}}$ та абсолютної $\Delta c_{\text{л}}$ похибок можна оцінити так:

$$\varepsilon_{c_{\text{л}}} = \varepsilon_{l_1} + \varepsilon_{l_2} + \varepsilon_{T_3 - T_2} + \varepsilon_{T_1 - T_3} = \Delta l \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) + \frac{2\Delta T}{T_3 - T_2} + \frac{2\Delta T}{T_1 - T_3}, \quad \Delta c_{\text{л}} = \varepsilon_{c_{\text{л}}} \cdot c_{\text{л}}.$$

10 клас

10.1. Підливаючи воду у пробірку, досягаємо її вертикального рівноважного положення на воді.

Вкинувши у пробірку декілька N досліджуваних кульок, отримаємо нове її положення рівноваги. Вимірявши при цьому додаткове занурення ΔH пробірки, знайдемо масу всіх кульок

$$m = \rho_b \cdot S_1 \cdot \Delta H = \rho_b \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot \Delta H, \quad (1)$$

де d_1 – зовнішній діаметр пробірки.

Об'єм кульок V , що знаходяться у пробірці, знаходимо шляхом вимірювання об'єму води, який ними витісняється

$$V = S_2 \cdot \Delta h = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot \Delta h, \quad (2)$$

де d_2 – внутрішній діаметр пробірки;

Δh – збільшення рівня води у пробірці, викликане зануренням кульок.

З урахуванням формул (1) і (2) знаходимо робочу формулу для густини матеріалу кульок

$$\rho = \frac{m}{V} = \rho_b \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \cdot \frac{\Delta H}{\Delta h}. \quad (3)$$

Примітка. Всі вимірювані величини, що входять у формулу (3), знаходяться за допомогою міліметрового паперу. При цьому зовнішній діаметр пробірки можна визначити, провівши вимірювання довжини кола, що охоплює зовнішню поверхню пробірки. Для вимірювання її внутрішнього діаметра можна виготовити ступінчастий калібр (рис. 3.12).

10.2. Підвішуємо досліджуване тіло на нитці (за допомогою штатива). За допомогою динамометра відтягуємо нитку від вертикалі на певний кут α , при якому сила пружності не перевищує межу вимірювання динамометра (рис. 3.13, а).

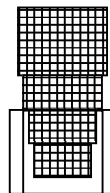


Рис. 3.12. Вимірювання внутрішнього діаметра ступінчастим калібром

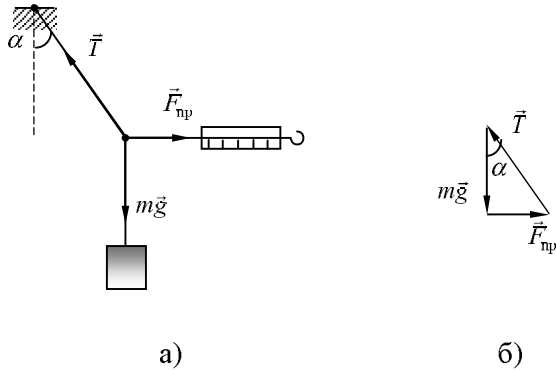


Рис. 3.13. Рівновага тіла

Оскільки підвішене тіло перебуває у рівновазі, сума сил тяжіння $m\vec{g}$, пружності $\vec{F}_{\text{пр}}$ та натягу нитки $\vec{T}$ дорівнює нулеві:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пр}} + \vec{T} = \vec{0}.$$

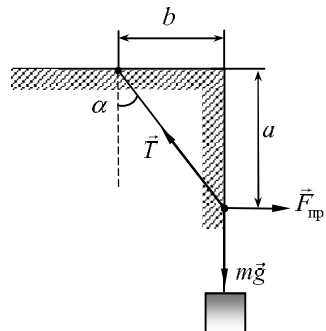
Графічно останню рівність показано на рис. 3.13, б. З трикутника сил дістаємо

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{\text{пр}}}{mg}.$$

Звідки знаходимо масу тіла:

$$m = \frac{F_{\text{пр}}}{g \cdot \operatorname{tg} \alpha}.$$

Для знаходження $\operatorname{tg} \alpha$ можна, наприклад, попередньо проградуювати за допомогою смужки міліметрового паперу дві суміжні сторони прямокутного аркуша. При виконанні досліду відтягнута нитка утворює на аркуші прямокутний трикутник з катетами a і b (рис. 3.14).

Рис. 3.14. Вимірювання $\operatorname{tg} \alpha$

Отже, робоча формула матиме вигляд:

$$m = \frac{F_{\text{пр}}}{g} \cdot \frac{a}{b}.$$

Враховуючи вигляд робочої формули, межу відносної похибки ε_m можна оцінити так:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_{F_{\text{пр}}} + \varepsilon_a + \varepsilon_b = \frac{\Delta F_{\text{пр}}}{F_{\text{пр}}} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}.$$

Межа абсолютної похибки

$$\Delta m = \varepsilon_m \cdot m.$$

10.3. Вимірювання коефіцієнта тертя ковзання. Скористаємось дерев'яною дошкою як похилою площиною. Поступово збільшуючи кут її нахилу, знаходимо такий мінімальний кут α , при якому брусок починає ковзати (рис. 3.15).

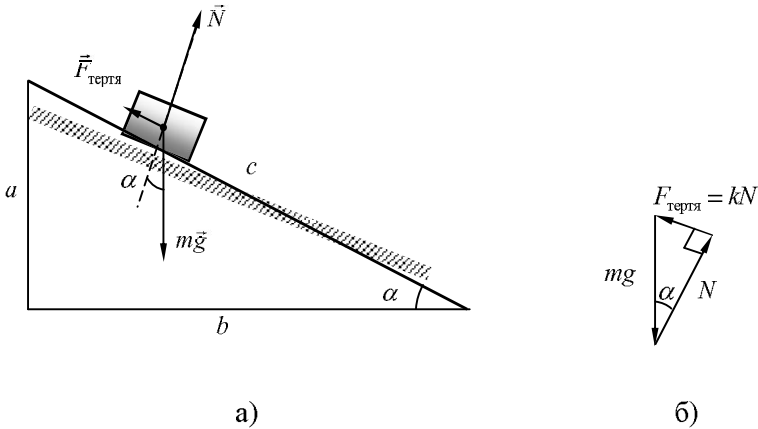


Рис. 3.15. Вимірювання коефіцієнта тертя ковзання

Оскільки брусок рухається без прискорення, сума сил тяжіння $m\vec{g}$, реакції опори $\vec{N}$ та тертя $\vec{F}_{\text{тертя}}$ має дорівнювати нулеві:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тертя}} = \vec{0}.$$

Графічно останню рівність показано на рис. 3.15, б. З трикутника сил дістаємо

$$k = \operatorname{tg} \alpha.$$

Для обчислення k скористаємось робочою формулою (див. рис. 3.15, а)

$$k = \frac{a}{b}. \quad (1)$$

де a – висота похилої площини – визначається шляхом прямих вимірювань;

b – довжина основи похилої площини, $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ (c – довжина похилої площини – визначається прямими вимірюваннями).

Враховуючи вигляд робочої формули (1), межі відносної ε_k та абсолютної Δk похибок можна оцінити так:

$$\varepsilon_k = \varepsilon_a + \varepsilon_b = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}; \quad \Delta k = \varepsilon_k \cdot k.$$

Вимірювання маси бруска. За допомогою динамометра рівномірно переміщуємо брусок у горизонтальній площині по дошці. При цьому, очевидно,

$$F = k \cdot mg.$$

Звідки отримуємо робочу формулу для маси бруска

$$m = \frac{F}{kg}. \quad (2)$$

Межі відносної ε_m та абсолютної Δm похибок можна оцінити за формулами:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_F + \varepsilon_k = \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta k}{k}; \quad \Delta m = \varepsilon_m \cdot m.$$

10.4. Прив'язавши до тягарця нитку, підвішуємо його на штативі. Поклавши брусок на аркуш паперу, відмітимо його початкове положення. Будемо тепер відхиляти тягарець за допомогою бруска. Для цього можна, наприклад, повільно тягнути аркуш по поверхні стола. Кут відхилення нитки з тягарцем зростатиме до певного значення α , при якому брусок

почне ковзати по паперу. В цей момент сила дії тягарця на брусок дорівнюватиме силі тертя ковзання (рис. 3.16):

$$F' = F'_{\text{тертя}}$$

або

$$\mu Mg = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (1)$$

де M , m – маса бруска і тягарця відповідно.

З рівняння (1) знаходимо формулу для коефіцієнта тертя:

$$\mu = \frac{m}{M} \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$

Тангенс кута відхилення α легко знайти з рис. 3.16:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{h}. \quad (4)$$

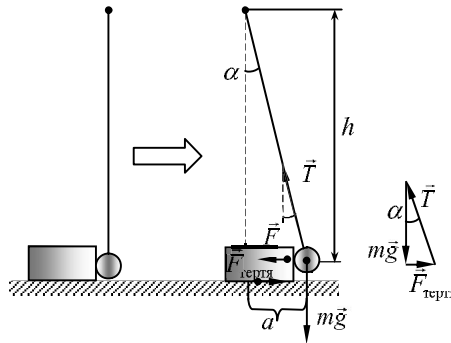


Рис. 3.16. Вимірювання коефіцієнта тертя ковзання

Відношення мас m/M можна знайти за правилом важеля, розмістивши на лінійці брусок з тягарцем і використавши край стола як опору (рис. 3.17):

$$\frac{m}{M} = \frac{d_1}{d_2}. \quad (5)$$

Підставивши вирази (4) та (5) у (3), знаходимо робочу формулу для коефіцієнта тертя:

$$\mu = \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{a}{h}. \quad (6)$$

Враховуючи вигляд робочої формули, межу відносної похибки ε_μ можна оцінити так:

$$\varepsilon_\mu = \varepsilon_{d_1} + \varepsilon_{d_2} + \varepsilon_a + \varepsilon_h = \frac{\Delta d_1}{d_1} + \frac{\Delta d_2}{d_2} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta h}{h}.$$

Межа абсолютної похибки

$$\Delta\mu = \varepsilon_\mu \cdot \mu.$$

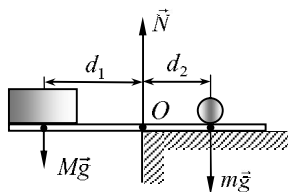


Рис. 3.17. Визначення відношення m/M за правилом важеля

10.5. Проводимо дві взаємно перпендикулярні прямі AA' та BB' , що перетинаються в точці O . Ці прямі можна отримати складаючи аркуш вдвічі вздовж його суміжних сторін. Для проведення ліній можна відрізати паперову смужку (або косинець) від однієї із сторін прямокутного аркуша.

З точки O проводимо довільний промінь OD , що утворює кут α з прямою BB' (рис. 3.18).

Занурюємо аркуш у воду до рівня AA' . Відмічаємо точку C , через яку проходить уявне продовження променя OD . Отриманий промінь OC утворює кут β з BB' .

Зрозуміло, що світловий промінь, що проходить вздовж DO , після заломлення йтиме вздовж OC . Запишемо для цього світлового променя закон заломлення світла:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v}{c}.$$

Звідки швидкість світла у воді

$$v = c \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}. \quad (1)$$

За допомогою паперового косинця можна побудувати прямокутні трикутники (див. рис. 3.18). При цьому $\sin \alpha = a/l_1$; $\sin \beta = b/l_2$, тому

$$v = c \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = c \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{l_2}{l_1}. \quad (2)$$

Для зручності розрахунків прямокутні трикутники можна вибрати, наприклад, з однаковими гіпотенузами: $l_1 = l_2$. В цьому випадку

$$v = c \cdot \frac{a}{b}. \quad (3)$$

Намотавши дріт на олівець, отримуємо спосіб порівняння катетів a і b за кількістю витків N , що має ділянка намотки, ширина якої дорівнює відповідному катету:

$$a = N_1 \cdot d, \quad b = N_2 \cdot d, \quad (4)$$

де d – діаметр дроту.

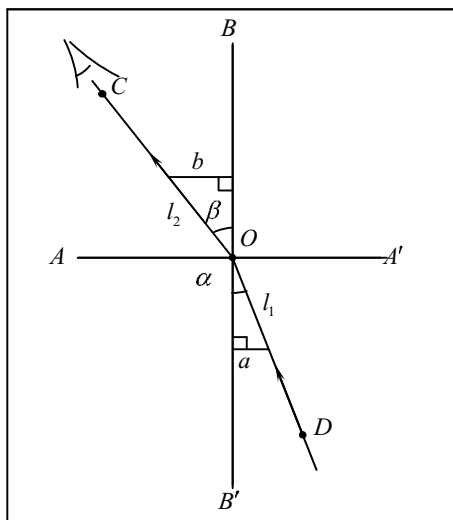


Рис. 3.18. Побудова ходу променів у досліді з вимірювання швидкості світла

Підставивши формули (4) у (3), отримуємо робочу формулу для швидкості світла:

$$v = c \cdot \frac{N_1}{N_2}. \quad (5)$$

Для оцінки похибки вимірювання слід врахувати формулу (5). Межа відносної похибки:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{N_1} + \varepsilon_{N_2} = \frac{\Delta N_1}{N_1} + \frac{\Delta N_2}{N_2} = \Delta N \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right).$$

Межа абсолютної похибки

$$\Delta v = \varepsilon_v \cdot v.$$

10.6. Складаємо електричне коло за схемою, що подана на рис. 3.19.

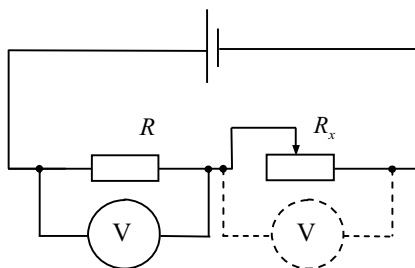


Рис. 3.19. Електрична схема для проведення дослідів

Вимірюємо напругу на резисторі R і на реостаті R_x (реостат повністю введений). Оскільки під час вимірювання напруги струм через резистор і через реостат майже не змінюється (за умовою задачі опір вольтметра набагато більший за опори реостата і резистора), є справедливим співвідношення:

$$U/R = U_x/R_x, \quad (1)$$

де U , U_x – відповідно напруга на резисторі і на реостаті.

З рівняння (1) отримуємо:

$$R_x = R \frac{U_x}{U}. \quad (2)$$

Для визначення питомого опору матеріалу проводу необхідно виміряти його довжину l та площу поперечного перерізу S . Довжину проводу знайдемо за формулою

$$l = l_0 \cdot N, \quad (3)$$

де l_0 – довжина одного витка (визначається за допомогою смужки міліметрового паперу); N – кількість витків намотки.

Вимірявши кількість витків n , що припадає на певну довжину a намотки, знайдемо площу поперечного перерізу проводу (d – діаметр проводу):

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi a^2}{4n^2}. \quad (4)$$

Враховуючи формули (3) і (4), отримуємо робочу формулу для питомого опору

$$\rho = R_x \frac{S}{l} = R_x \frac{\pi a^2}{4n^2 l_0 N}.$$

10.7. Згинаємо аркуш так, як показано на рис. 3.20.

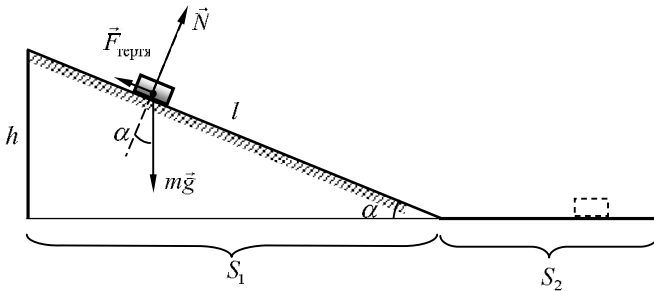


Рис. 3.20. Схема проведення дослід з вимірювання коефіцієнта тертя

Пускаючи гудзик з вершини похилої площини, знаходимо його гальмівний шлях S_2 .

За законом збереження механічної енергії потенціальна енергія гудзика на початку руху дорівнює сумарній роботі сили тертя на похилій та горизонтальній ділянках:

$$mgh = \mu mg \cos \alpha \cdot l + \mu mg \cdot S_2.$$

З останнього рівняння, враховуючи, що $l \cos \alpha = S_1$, знаходимо *робочу формулу* для коефіцієнта тертя:

$$\mu = \frac{h}{S_1 + S_2}.$$

Значення h , S_1 знаходяться безпосередньо за відомими розмірами аркуша, а S_2 шляхом усереднення значень гальмівного шляху при повторенні досліду.

Враховуючи вигляд робочої формули, межу відносної ε_μ похибки вимірювання коефіцієнта тертя можна оцінити так:

$$\varepsilon_\mu = \varepsilon_h + \varepsilon_{S_1+S_2} = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta(S_1 + S_2)}{S_1 + S_2} = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta S_1}{S_1 + S_2} + \frac{\Delta S_2}{S_1 + S_2}.$$

Третій доданок в останній формулі, зазвичай, значно перевищує перші два через значний розбіг значень гальмівного шляху, тому

$$\varepsilon_\mu \approx \frac{\Delta S_2}{S_1 + S_2}.$$

Межа абсолютної похибки

$$\Delta\mu = \varepsilon_\mu \cdot \mu.$$

Зауважимо, що повторення описаного досліду виявляє *випадковий* розкид значень S_2 (і цей розкид значно перевищує межі похибок приладу та відліку). Тому для оцінки похибки S_2 слід врахувати випадкову похибку. Суть можливого способу полягає у наступному.

Дослід повторюють кілька (скажімо, n) разів. Отримавши спектр значень $x_1, x_2, \dots, x_n$, знаходять середнє значення

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

та відповідні межі абсолютної Δx та відносної ε_x похибок

$$\Delta x = \frac{3\sigma_x}{\sqrt{n}}, \quad \varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}},$$

де σ_x – середнє квадратичне відхилення значення окремого вимірювання,

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}.$$

10.8. Перший спосіб. ККД похилої площини – відношення *корисної* роботи (роботи, яку виконує сила F_1 під час рівномірного підйому тіла на певну висоту h) до *витраченої* роботи (роботи, яку виконує сила F_2 при рівномірному підйомі тіла по похилій площині на таку саму висоту h) (рис. 3.21):

$$\eta \equiv \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{внтр}}} = \frac{F_1 h}{F_2 l}, \quad (1)$$

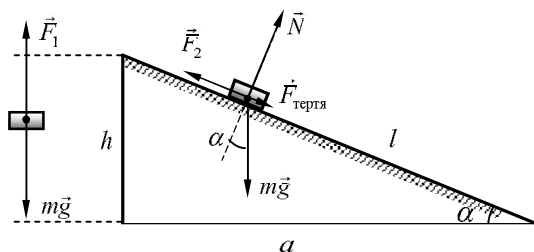


Рис. 3.21. Схема дослід з вимірювання ККД похилої площини

Сили F_1 та F_2 можна знайти за допомогою динамометра:

$$F_1 = kx_1, \quad F_2 = kx_2, \quad (2)$$

де k – жорсткість пружини динамометра; x_1 , x_2 – видовження пружини під час рівномірного руху бруска вгору відповідно вертикально та по похилій площині (x_1 , x_2 вимірюються за допомогою міліметрового паперу).

Підставляючи формули (2) в (1), отримуємо робочу формулу для ККД похилої площини за певного кута її нахилу:

$$\eta = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{h}{l}. \quad (3)$$

або (див. рис. 3.21)

$$\eta = \frac{x_1}{x_2} \sin \alpha.$$

За умовою задачі $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 60^\circ$, тому відповідні робочі формули набирають вигляду:

$$\eta_1 = \frac{1}{2} \frac{x_1}{x_2},$$

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{x_1}{x_2}.$$

Експериментально відповідні кути нахилу площини нескладно реалізувати за допомогою аркуша паперу:

– $\alpha_1 = 30^\circ$: висота h похилої площини – половина сторони аркуша, а довжина l – повна сторона;

– $\alpha_2 = 60^\circ$: основа a похилої площини – половина сторони аркуша, а довжина l – повна сторона.

Враховуючи вигляд робочої формули (3), межі відносної ε_η та абсолютної $\Delta\eta$ похибок вимірювання ККД можна оцінити так:

$$\varepsilon_\eta = \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2} + \varepsilon_h + \varepsilon_l \approx \frac{\Delta x_2}{x_2}; \quad \Delta\eta = \varepsilon_\eta \cdot \eta.$$

Залишений у формулі ε_η доданок, зазвичай, значно перевищує інші через значний розбіг значень видовження Δx_2 під час руху бруска вгору по похилій площині.

Другий спосіб. Ідея способу полягає у знаходженні теоретичної залежності ККД похилої площини від кута її нахилу: $\eta = \eta(\alpha)$.

Згідно з другим законом Ньютона та враховуючи дані рис. 3.21, маємо:

$$F_1 = mg;$$

$$F_2 = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha;$$

$$h/l = \sin \alpha,$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання між бруском та площиною.

Підставляємо ці вирази у формулу (1):

$$\eta = \frac{1}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} \cdot \sin \alpha$$

або

$$\eta = \frac{1}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha}. \quad (4)$$

За відомого значення μ отримана залежність (4) дозволяє знайти ККД похилої площини за будь-якого значення кута її нахилу. Отже, експеримент зводиться до вимірювання коефіцієнта тертя. За допомогою наданого обладнання його можна знайти, наприклад, у такі способи:

- дослід з рівномірним рухом бруска по горизонтальній поверхні під дією динамометра;
- дослід зі знаходженням кута нахилу площини (або тангенса цього кута), за якого брусок рівномірно ковзає вниз по площині;
- дослід зі знаходженням висоти точки прикладання горизонтальної сили до однієї з граней бруска, нижче якої брусок ковзає, а вище – перегортається.

Враховуючи вигляд робочої формули (4), межу відносної ε_η похибки можна оцінити так:

$$\varepsilon_\eta = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha} \Delta \mu.$$

11 клас

11.1. Метод відриву крапель. Відомо, що з вузьких трубок рідина може витікати окремими краплями, форма яких близька до кулеподібної. При виході з трубки розмір краплі поступово зростає (її відриву протидіють сили поверхневого натягу). Перед відривом краплі утворюється шийка, радіус якої дещо менший, ніж внутрішній радіус трубки. Вздовж кола цієї шийки і діє сила поверхневого натягу (рис. 3.22, а). Відрив краплі відбувається при певному її розмірі, коли сила тяжіння стає рівною за модулем силі поверхневого натягу

$$\pi d \cdot \sigma = mg, \quad (1)$$

де d – діаметр шийки; σ – коефіцієнт поверхневого натягу рідини; m – маса краплі.

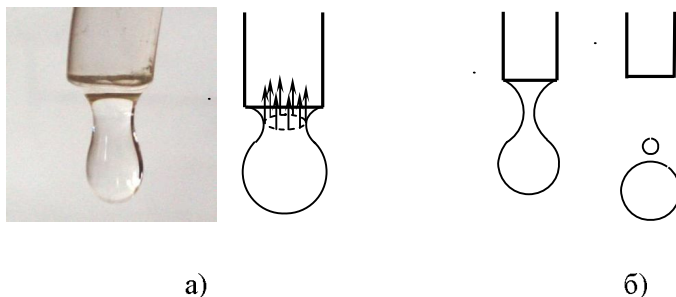


Рис. 3.22. Процес відриву краплі

З формули (1) отримуємо

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d}. \quad (2)$$

Масу краплі m можна виразити через масу M певного числа N крапель. У цьому випадку формула (2) набирає вигляду

$$\sigma = \frac{Mg}{\pi Nd}. \quad (3)$$

Зазначимо, що даний спосіб визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини дає досить добрі результати, не дивлячись на те, що насправді відрив краплі відбувається не вздовж лінії кола шийки. В момент, коли розмір краплі досягає значення, яке визначається рівністю (1), шийка починає швидко звужуватися (рис. 3.22, б), при цьому утворюється ще одна (маленька) крапля.

Виконання досліду.

1. Зрівноважуємо порожні склянки на терезах (використовуємо аркуш паперу).

2. В одну склянку капаємо певну кількість N_1 крапель води. Після цього в іншу склянку капаємо досліджувану рідину до тих пір, поки не поновиться рівновага терезів. Нехай відповідне число крапель дорівнюватиме N .

3. Враховуючи, що маси води та невідомої рідини однакові, за допомогою формули (2) знаходимо робочу формулу для коефіцієнта поверхневого натягу досліджуваної рідини

$$\sigma = \sigma_{\text{в}} \frac{N_{\text{в}}}{N}.$$

11.2. Відомо, що термодинамічні параметри ідеального газу (тиск p , об'єм V та температуру T) можна знайти з рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона – Менделєєва)

$$pV = \nu RT, \quad (1)$$

де ν – число молей газу;

R – універсальна газова стала.

Рівняння Клапейрона – Менделєєва виявляється справедливим і для досить розріджених реальних газів і виконується тим точніше, чим менший тиск газу. Так, згідно з експериментальними даними об'єм одного моля азоту при тиску 1 атм та температурі 0°C дорівнює $2,24 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$, а при тиску в 100 атм та при тій же температурі – $2,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ (що відрізняється від значення, отриманого з рівняння Клапейрона – Менделєєва, більш ніж на 7%).

Отже, для знаходження атмосферного тиску можна скористатися рівнянням стану ідеального газу. Для цього можна здійснити деякий процес над певною кількістю повітря та застосувати для початкового та кінцевого станів газу рівняння (1). З огляду на надане обладнання доцільно провести саме процес розширення (або стиснення) певної кількості повітря у трубці при постійній температурі (адже температуру повітря виміряти нічим). При ізотермічному ($T = \text{const}$) процесі з ідеальним газом: $pV = \text{const}$ (закон Бойля–Маріотта).

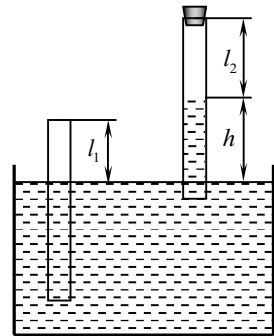


Рис. 3.23. Схема дослідів з вимірювання атмосферного тиску

Рис. 3.23 пояснює суть розглядуваного способу. Спочатку повітря у трубці знаходиться під атмосферним тиском p та займає об'єм V_1 . Вкінці розширення тиск зменшується на величину

$$\Delta p = \rho gh,$$

де h – висота стовпчика води у трубці (див. рис. 3.23);

ρ – густина води,

при цьому новий об'єм повітря під пробкою V_2 . Відповідно до закону Бойля–Маріотта маємо:

$$pV_1 = (p - \rho gh)V_2.$$

Звідки:

$$p = \rho gh \frac{V_2}{V_2 - V_1}.$$

Оскільки $V_1 = Sl_1$ і $V_2 = Sl_2$, де S – площа внутрішнього отвору трубки, то

$$p = \rho gh \frac{l_2}{l_2 - l_1}. \quad (2)$$

Отже, для визначення атмосферного тиску необхідно виміряти початкову довжину l_1 стовпчика повітря у трубці при однакових рівнях води у трубці і посудині, довжину l_2 стовпчика повітря у трубці після його розширення (після підняття трубки) та різницю рівнів h води у трубці та посудині.

Зазначимо, що для того, щоб розширення повітря у трубці було ізотермічним, процес повинен відбуватися досить повільно (в цьому випадку завдяки теплообміну з навколишнім середовищем температура повітря буде майже постійною).

Межу відносної похибки ε_p при визначенні тиску за формулою (2) можна оцінити так:

$$\varepsilon_p \equiv \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta l_2}{l_2} + \frac{\Delta(l_2 - l_1)}{l_2 - l_1} = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta l_2}{l_2} + \frac{\Delta l_2}{l_2 - l_1} + \frac{\Delta l_1}{l_2 - l_1}.$$

Оскільки $\Delta l_1 = \Delta l_2 \equiv \Delta l$, то

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta l}{l_2} + 2 \frac{\Delta l}{l_2 - l_1}.$$

Звичайно різниця $l_2 - l_1$ суттєво менша від l_2 і, тим більше, від h , тому третій доданок в останній формулі набагато перевищує суму перших двох. Тому для оцінки меж відносної ε_p та абсолютної Δp похибок отримуємо:

$$\varepsilon_p \approx 2 \frac{\Delta l}{l_2 - l_1}; \Delta p = \varepsilon_p p.$$

11.3. Метод відриву крапель. Відомо, що з вузьких трубок рідина може витікати окремими краплями, форма яких близька до кулеподібної. При виході з трубки розмір краплі поступово зростає (її відриву протидіють сили поверхневого натягу). Перед відривом краплі утворюється шийка, радіус якої дещо менший, ніж внутрішній радіус трубки. Вздовж кола цієї шийки і діє сила поверхневого натягу (див. рис. 3.22, а). Відрив краплі відбувається при певному її розмірі, коли сила тяжіння стає рівною за модулем силі поверхневого натягу

$$mg = \pi d \cdot \sigma, \quad (1)$$

де m – маса краплі; d – діаметр шийки (наближено його можна вважати рівним діаметру отвору піпетки); σ – коефіцієнт поверхневого натягу рідини.

З формули (1) отримуємо

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d}. \quad (2)$$

Масу краплі m можна виразити через масу M певного числа N крапель. У цьому випадку формула (2) набуває вигляду

$$\sigma = \frac{Mg}{\pi Nd}. \quad (3)$$

Масу ж M води можна знайти, вимірявши її об'єм у пробірці

$$M = \rho V = \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot h, \quad (4)$$

де ρ – густина води;

D – внутрішній діаметр пробірки;

h – висота рівня води у пробірці.

Підставляючи (4) у (3), отримуємо робочу формулу для коефіцієнта поверхневого натягу води у розглядуваному методі

$$\sigma = \frac{\rho g}{4} \cdot \frac{D^2 h}{Nd}. \quad (5)$$

Величини D , h , d , що входять у робочу формулу, знаходяться за допомогою міліметрового паперу. При цьому для вимірювання внутрішнього діаметра пробірки можна виготовити ступінчастий калібр (див. рис. 3.12).

Враховуючи вигляд робочої формули (5), межу відносної похибки ε_σ можна оцінити так:

$$\varepsilon_\sigma = 2\varepsilon_D + \varepsilon_h + \varepsilon_N + \varepsilon_d = 2\frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta d}{d}.$$

Межа абсолютної похибки

$$\Delta\sigma = \varepsilon_\sigma \cdot \sigma.$$

Зазначимо, що даний спосіб визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини дає досить добрі результати, попри те, що насправді відрив краплі відбувається не вздовж лінії кола шийки. В момент, коли розмір краплі досягає значення, яке визначається рівністю (1), шийка починає швидко звужуватися (див. рис. 3.22, б), при цьому утворюється ще одна (маленька) крапля.

11.4. Підключаємо досліджуваний вольтметр до джерела струму (рис. 3.24, а). Згідно з законом Ома для повного кола напруга на вольтметрі U_1 дорівнюватиме:

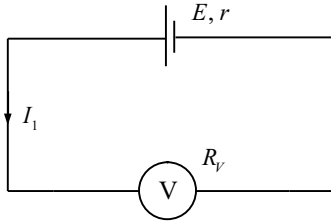
$$U_1 = E - I_1 r,$$

де E – ЕРС джерела струму, а r – його внутрішній опір;

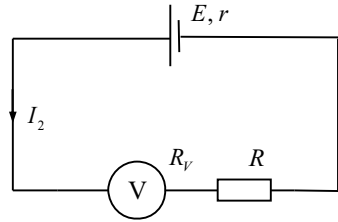
I_1 – сила струму у колі.

Оскільки за умовою задачі $r = R_V$,

$$U_1 \approx E. \quad (1)$$



а)



б)

Рис. 3.24. Електричні схеми дослід з вимірювання опору вольтметра

Підключимо тепер послідовно з вольтметром резистор, опір якого відомий (рис. 3.24, б). В цьому випадку напруга на вольтметрі U_2 визначатиметься так:

$$U_2 = E - I_2 R - I_2 r. \quad (2)$$

Оскільки $r = R_V$, R , а також враховуючи формулу (1), вираз (2) можна переписати у вигляді:

$$U_2 \approx U_1 - I_2 R. \quad (3)$$

За законом Ома для повного кола

$$I_2 = \frac{E}{R + R_V + r},$$

або, враховуючи умову $r = R_V$, R та вираз (1):

$$I_2 = \frac{U_1}{R + R_V}. \quad (4)$$

Підставивши (4) у (3), маємо

$$U_2 = U_1 - U_1 \cdot \frac{R}{R + R_V},$$

звідки знаходимо робочу формулу для опору вольтметра:

$$R_V = R \cdot \frac{U_2}{U_1 - U_2}. \quad (5)$$

Враховуючи вигляд робочої формули (5), межі відносної ε_{R_V} і абсолютної ΔR_V похибок можна оцінити так:

$$\varepsilon_{R_V} = \varepsilon_{U_2} + \varepsilon_{U_1 - U_2} = \frac{\Delta U_2}{U_2} + \frac{\Delta U_1 + \Delta U_2}{U_1 - U_2}, \quad (6)$$

$$\Delta R_V = \varepsilon_{R_V} \cdot R_V.$$

У формулі (6) ΔU_1 , ΔU_2 – абсолютні похибки вимірювання напруги вольтметром. Їх можна оцінити так:

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = U_{\max} \cdot \frac{\gamma}{100},$$

де $U_{\max}$ – межа вимірювання вольтметра, а γ – клас його точності.

11.5. Складаємо електричне коло за схемою, що подана на рис. 3.25. Вимірюємо силу струму I_1 у колі, коли реостат введений повністю. За законом Ома:

$$I_1 = \frac{E}{R + r}, \quad (1)$$

де E – ЕРС джерела струму; R , r – відповідно опір реостата та внутрішній опір джерела струму.

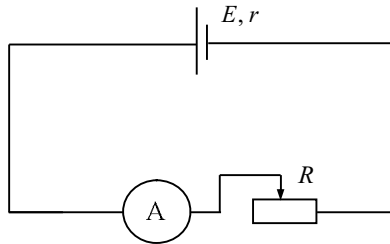


Рис. 3.25. Електрична схема для проведення дослідів

Вимірюємо силу струму I_2 у колі, коли реостат уведений наполовину (досить точно виставити повзунок реостата можна за кількістю витків його обмотки). В цьому випадку:

$$I_2 = \frac{E}{\frac{R}{2} + r}. \quad (2)$$

За допомогою формул (1) та (2) знаходимо робочу формулу для внутрішнього опору джерела струму:

$$r = R \cdot \frac{\frac{1}{2} - \frac{I_1}{I_2}}{\frac{I_1}{I_2} - 1} = \frac{R}{2} \cdot \frac{2I_1 - I_2}{I_2 - I_1}. \quad (3)$$

За відомого значення r ЕРС джерела струму можна знайти, наприклад, з рівняння (1):

$$E = I_1(R + r). \quad (4)$$

Враховуючи вигляд робочих формул (3) та (4), похибки вимірювання внутрішнього опору r та ЕРС джерела E можна оцінити так:

– похибки вимірювання r :

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{2I_2 - I_1} + \varepsilon_{I_2 - I_1} = \frac{\Delta(2I_1 - I_2)}{2I_1 - I_2} + \frac{\Delta(I_2 - I_1)}{I_2 - I_1} = \frac{3\Delta I}{2I_1 - I_2} + \frac{2\Delta I}{I_2 - I_1}; \quad (5)$$

$$\Delta r = \varepsilon_r \cdot r.$$

– похибки вимірювання E :

$$\varepsilon_E = \varepsilon_{I_1} + \varepsilon_{R+r} = \frac{\Delta I}{I_1} + \frac{\Delta r}{R+r}; \quad (6)$$

$$\Delta E = \varepsilon_E \cdot E.$$

У формулах (5) і (6) ΔI – абсолютна похибка вимірювання сили струму амперметром. Її можна оцінити так:

$$\Delta I = I_{\max} \cdot \frac{\gamma}{100},$$

де $I_{\max}$ – межа вимірювання амперметра, а γ – клас його точності.

11.6. Період *малих* коливань математичного маятника визначається за формулою:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}, \quad (1)$$

де l – довжина маятника; g – прискорення вільного падіння.

Для підвищення точності вимірювання періоду T маятника, спочатку доцільно знайти час t певного числа N коливань (наприклад, $N=10$), а потім визначити період за очевидною формулою

$$T = t/N. \quad (2)$$

Для запису експериментальних значень та для побудови графіка $T^2 = T^2(l)$ слід підготувати таблицю результатів, подібну до табл. 3.1.

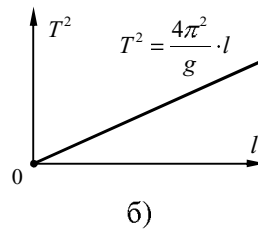
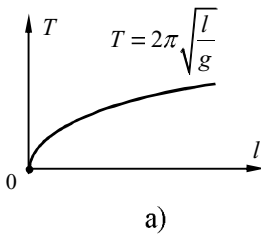
Таблиця 3.1

Експериментальні дані досліду

Довжина маятника $l, \text{м}$	Час 10 коливань, с		Середній час $t, \text{с}$	Період коливань $T, \text{с}$	$T^2, \text{с}^2$
	1	2			

За експериментальними даними, отриманими у пункті 1 (табл. 3.1) будуємо графік $T^2 = T^2(l)$. За допомогою графіка можна зробити висновок щодо справедливості залежності $T = \sqrt{l}$. Дійсно, графіком залежності $T = T(l)$ є крива, яка подана на рис. 3.26, а, а графіком залежності $T^2 = T^2(l)$ є *пряма* (рис. 3.26, б). Це легко зрозуміти з аналітичних виразів цих залежностей:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l. \quad (3)$$

Рис. 3.26. Графіки теоретичних залежностей: а) $T = T(l)$, б) $T^2 = T^2(l)$

Вимірювання прискорення вільного падіння.

Спосіб 1. Метод вимірювання g ґрунтується на використанні формули для періоду математичного маятника (1). Для цього слід

виміряти період T коливань маятника, його довжину l (див. пункт 1) та обчислити g за формулою

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}. \quad (4)$$

Зазначимо, що з урахуванням виразу (3), розрахункова формула може мати також такий вигляд:

$$g = 4\pi^2 N^2 \frac{l}{t^2}.$$

Для підвищення точності експерименту слід зменшити випадкову похибку при вимірюванні T . Для цього можна, наприклад, провести серію дослідів з вимірювання періоду для маятника з фіксованою довжиною l і за отриманим спектром значень $T_1, T_2, \dots, T_n$ знайти більш точне значення T .

Спосіб 2. Більш точний спосіб визначення g ґрунтується на отриманій у пункті 2 експериментальній залежності $T^2 = T^2(l)$. З формули (3) випливає, що для прямої $T^2 = T^2(l)$ коефіцієнт $4\pi^2/g$ є *кутовим коефіцієнтом*. А він, як відомо, дорівнює тангенсу кута, який утворює пряма з додатним напрямом осі абсцис. Це дозволяє знайти значення коефіцієнта $4\pi^2/g$ за координатами $(l_0; T_0^2)$ будь-якої точки графіка $T^2 = T^2(l)$ (рис. 3.27):

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_0^2}{l_0}.$$

З останнього виразу знаходимо формулу для g :

$$g = 4\pi^2 \frac{l_0}{T_0^2}.$$

Спосіб 3. Наведемо також варіант визначення g , який не вимагає прямого вимірювання довжини маятника. Намотуючи нитку на горизонтальний стержень, можна отримувати різні довжини маятника. Нехай мінімальна

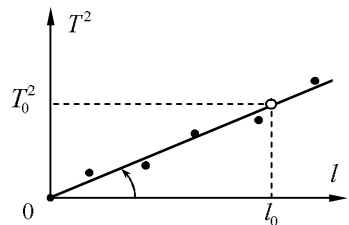


Рис. 3.27. Визначення коефіцієнта $4\pi^2/g$ за графіком $T^2 = T^2(l)$

його довжина дорівнює $l_{\min}$. Після зняття зі стержня n витків нитки довжина маятника стане рівною

$$l = l_{\min} + n \cdot \pi d, \quad (5)$$

де d – діаметр циліндричного стержня.

Підставивши (5) у вираз для T^2 , отримуємо лінійну залежність $T^2 = T^2(n)$:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 l_{\min}}{g} + \frac{4\pi^3 d}{g} \cdot n. \quad (6)$$

Побудувавши графік експериментальної залежності $T^2 = T^2(n)$, визначаємо кутовий коефіцієнт k отриманої прямої. З урахуванням (6), знаходимо робочу формулу для g :

$$g = \frac{4\pi^3 d}{k}.$$

11.7. Електрична схема експериментальної установки наведена на рис. 3.28. На схемі: R_A – опір амперметра; R – опір шматка мідного проводу.

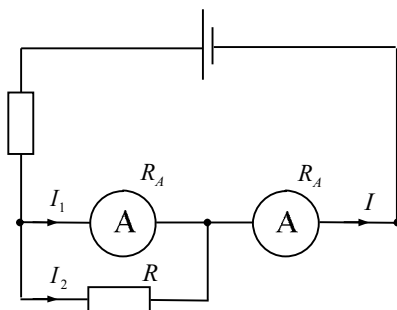


Рис. 3.28. Електрична схема експериментальної установки

Напруга на амперметрі та шматку проводу однакова (паралельне з'єднання):

$$I_1 R_A = I_2 R.$$

Враховуючи, що $I_2 = I - I_1$, останнє рівняння можна записати у вигляді:

$$I_1 R_A = (I - I_1) R.$$

Звідки

$$R_A = R \frac{I - I_1}{I_1}.$$

Підставляючи в останню формулу вираз для опору шматка дроту $R = \rho l / S$, знаходимо *робочу формулу* для опору амперметра:

$$R_A = \rho \frac{l}{S} \left(\frac{I - I_1}{I_1} \right), \quad (1)$$

де l – довжина шматка дроту (знаходимо шляхом прямих вимірювань);
 S – площа поперечного перерізу проводу. Її можна знайти, вимірявши кількість витків n , що припадає на певну довжину a намотки (d – діаметр проводу):

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi a^2}{4n^2}.$$

Враховуючи вигляд формули (1), межу відносної похибки ε_{R_A} вимірювання опору амперметра можна оцінити так:

$$\varepsilon_{R_A} = \varepsilon_l + \varepsilon_S + \varepsilon_{I_1} + \varepsilon_{I-I_1} = \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta a}{a} + \frac{I_{\max}}{I_1} \gamma + 2 \frac{I_{\max}}{I - I_1} \gamma,$$

де $I_{\max}$ – межа вимірювання амперметра; γ – клас точності амперметра.

При цьому межа абсолютної похибки

$$\Delta R_A = \varepsilon_{R_A} \cdot R_A$$

11.8. За номінальними даними лампи знаходимо опір її нитки розжарення у робочому стані:

$$R_2 = \frac{U_{\text{н}}^2}{P_{\text{н}}}. \quad (1)$$

Підключивши лампу до джерела струму, за методом амперметра – вольтметра вимірюємо опір нитки в «холодному» стані:

$$R_1 = \frac{U}{I}. \quad (2)$$

З формули температурної залежності опору металевого провідника $R_2 \approx R_1[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$ (більш точною є формула $R_2 \approx R_1 \frac{1 + \alpha T_1}{1 + \alpha T_2}$) знаходимо температуру нитки в робочому стані:

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right).$$

З урахуванням формул (1) та (2), робоча формула набирає вигляду:

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{U_{\text{н}}^2 I}{P_{\text{н}} U} - 1 \right). \quad (3)$$

Результат вимірювання та його похибки можна отримати за методом меж:

– середнє значення температури $\bar{T}_2 = \frac{T_{2\text{max}} + T_{2\text{min}}}{2}$, де $T_{2\text{max}}$, $T_{2\text{min}}$ – відповідно верхня та нижня межі значень температури T_2 (оцінюються за допомогою формули (3));

– межі абсолютної та відносної похибок: $\Delta T = \frac{T_{2\text{max}} - T_{2\text{min}}}{2}$, $\varepsilon_T = \Delta T / \bar{T}$.

Список рекомендованої літератури

1. Андреев А. М. Підготовка майбутнього вчителя фізики до організації інноваційної діяльності учнів у навчальному процесі : монографія. Запоріжжя : Статус, 2018. 380 с.
2. Андреев А. М., Осипов О. Ю. Фізика. Лабораторні роботи з творчими завданнями : навч. посіб. для студентів вищих навчальних закладів. Запоріжжя : ЗНУ, 2013. 228 с.
3. Всеукраїнські олімпіади з фізики. Задачі та розв'язки / за ред. Бориса Кременського. Львів : Євровіт, 2007. 344 с.
4. Гончаренко С. У., Коршак Є. В. Фізика. Олімпіадні задачі. 9–11 класи. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 1999. 200 с.
5. Гончаренко С. У., Коршак Є. В. Фізика. Олімпіадні задачі. 7–8 класи. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 1998. 72 с.
6. Давиденко А. А. Методика розвитку творчих здібностей учнів у процесі навчання фізики (теоретичні основи) : монографія. Ніжин : Аспект-Поліграф, 2004. 264 с.
7. Орлянський О. Ю. Другий етап Всеукраїнської олімпіади з фізики у Дніпропетровській області. 1999–2004 роки : практичний посібник. Дніпропетровськ : Інновація, 2005. 116 с.
8. Павленко А. І. Методика навчання учнів середньої школи розв'язуванню і складанню фізичних задач : навч.-метод. посібник. Запоріжжя : Прем'єр, 2000. 102 с.

НОТАТКИ

Навчальне видання

**АНДРЕЄВ Андрій Миколайович
ІВАНИЦЬКИЙ Олександр Іванович**

ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ З ФІЗИКИ

**Умови та розв'язки задач експериментального туру
обласної олімпіади з фізики
в Запорізькій області 2013–2020 років**

Навчальний посібник

Редактор *Н. П. Тунік*
Технічний редактор *О. І. Булах*
Коректор *Н. М. Соболева*

Підписано до друку 04.02.2020 р. Формат 60х84/16.
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman. Цифровий друк.
Умовно-друк. арк. 6,18. Тираж _____. Замовлення № 0220-20.
Віддруковано з готового оригінал-макета.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»
73034, м. Херсон, вул. Паровозна, 46-а
Телефон +38 (0552) 39 95 80,
+38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.com.ua
Свідцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 6424 від 04.10.2018 р.