ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ ТА СИСТЕМИ ЛОГАРИФМІЧНИХ РІВНЯНЬ

Логарифмічним рівнянням називається рівняння, що містить невідому величину під знаком логарифма.

Найпростішим логарифмічним рівнянням називається рівняння виду

$$\boxed{\log_a x = b} \qquad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = a^b$$

№ 1. Розв'язати рівняння $\log_3 x = 2$. ОДЗ: $x > 0 \Rightarrow x \in (0; +\infty)$

Розв'язання. Згідно з означенням логарифма, розв'язком заданого рівняння є значення

$$x = 3^2 = 9.$$

Відповідь. $x = 9$.

Рівняння

$$\boxed{\log_a f(x) = b}$$

еквівалентне системі

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ f(x) = a^b. \end{cases}$$

Зауваження. Можна спочатку окремо знайти ОДЗ: $f(x) > 0$, а потім розв'язки рівняння $f(x) = a^b$ перетнуть з ОДЗ.

№ 2. Розв'язати рівняння $\log_3 (x^2 - 3) = 0$.

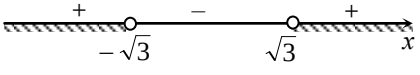
Розв'язання. Рівняння такого виду рівносильне наступній системі:

$$\begin{cases} x^2 - 3 > 0, \\ x^2 - 3 = 3^0. \end{cases}$$

Розв'яжемо спочатку нерівність, для цього до лівої частини застосуємо формулу скороченого множення «різниця квадратів», а потім отриману нерівність розв'яжемо за допомогою метода інтервалів:

$$x^2 - 3 > 0 \Rightarrow (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) > 0.$$

Наносимо нулі кожного із множників в лівій частині останньої нерівності на координатну пряму та визначаємо знак нерівності на кожному з отриманих проміжків. Таким чином, розв'язок нерівності –



$$x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty).$$

Розв'яжемо тепер рівняння $x^2 - 3 = 1$:

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2.$$

Тобто система приймає вигляд:

$$\begin{cases} x \in \left(-\infty; -\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3}; +\infty\right), \\ \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = -2 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x = \pm 2.$$

Відповідь. $x = \pm 2$.

Рівняння

$$\boxed{\log_a f(x) = \log_a g(x)}$$

рівносильне одній з наступних систем:

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ f(x) = g(x) \end{cases} \text{ або } \begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases}$$

Зауваження. Обирається та система, що містить більш просту нерівність. Якщо нерівність є достатньо складною, то її можна не розв'язувати, але в кінці обов'язково потрібно виконати перевірку отриманих розв'язків.

Зауваження. Рівняння виду $\log_a x = b$ можна звести до вище наведеного типу наступним чином:

$$\log_a x = b \cdot 1,$$
$$\log_a x = b \cdot \log_a a,$$
$$\log_a x = \log_a a^b \Rightarrow x = a^b.$$

№ 3. Розв'язати рівняння $\log_2(8 - x) = \log_2(x + 12)$.

Розв'язання. Від розв'язання заданого рівняння перейдемо до розв'язування еквівалентної йому системи

$$\begin{cases} 8 - x > 0, \\ 8 - x = x + 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 > x, \\ -2x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 8, \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow x = -2.$$

Відповідь. $x = -2$.

Рівняння виду

$$\boxed{\log_{\varphi(x)} f(x) = \log_{\varphi(x)} g(x)}.$$

рівносильне одній із систем

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ \varphi(x) > 0, \\ \varphi(x) \neq 1, \\ f(x) = g(x) \end{cases} \text{ або } \begin{cases} g(x) > 0, \\ \varphi(x) > 0, \\ \varphi(x) \neq 1, \\ f(x) = g(x). \end{cases}$$

Зауваження. Також рівняння такого типу можна розв'язувати за наступним алгоритмом:

1) знайти ОДЗ рівняння

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ \varphi(x) > 0, \\ \varphi(x) \neq 1; \end{cases}$$

2) знайти розв'язки еквівалентного рівняння $f(x) = g(x)$;

3) у відповідь записати ті розв'язки з пункту 2, які задовольняють ОДЗ, що було знайдено у першому пункті.

№ 4. Розв'язати рівняння $\log_{x+1}\left(x^2+2x\right)=\log_{x+1}3$.

ОДЗ: $\begin{cases} x^2+2x>0, \\ x+1>0, \\ x+1\neq 1 \end{cases}$

Розв'язання. Задане рівняння еквівалентне

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+2)>0, \\ x>-1, \\ x\neq 0 \end{cases}$$

рівнянню (враховуючи ОДЗ)

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+2)>0, \\ x>-1, \\ x\neq 0 \end{cases}$$

$$x^2+2x=3 \Rightarrow x^2+2x-3=0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-2)\cup(0;+\infty), \\ x\in(-1;+\infty), \\ x\neq 0 \end{cases}$$

За теоремою Вієта отримуємо, що

$$\Rightarrow x\in(0;+\infty)$$

$$x_1=1,\ x_2=-3\notin \text{ОДЗ}.$$

Відповідь. $x=1$.

№ 5. Розв'язати рівняння $\sqrt{\log_2\left(2x^2\right)\cdot\log_4(16x)}=\log_4 x^3$.

ОДЗ: $\begin{cases} 2x^2>0, \\ 16x>0, \\ x^3>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\neq 0, \\ x>0, \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow$

Розв'язання. Задане рівняння є ірраціональним,

$$x\in(0;+\infty)$$

рівносильна йому система

$\sqrt{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow \begin{cases} g(x)\geq 0, \\ f(x)=[g(x)]^2 \end{cases}$

$$\begin{cases} \log_4 x^3\geq 0, \\ \log_2\left(2x^2\right)\cdot\log_4(16x)=\left(\log_4 x^3\right)^2. \end{cases}$$

Розв'яжемо нерівність та рівняння окремо.

Використовуючи властивість логарифма, нерівність $\log_4 x^3\geq 0$ перепишемо у вигляді

$\log_a f(x)\geq b \overset{a>1}{\Leftrightarrow} f(x)\geq a^b$

$$3\log_4 x\geq 0 \,|:3,$$

$$\log_4 x\geq 0,$$

оскільки функція $y=\log_4$ є зростаючою на всій області визначення, то

$$x\geq 4^0 \Rightarrow x\geq 1,$$

$$x\in[1;+\infty).$$

У рівнянні всі логарифми зведемо до однієї основи 2 та перетворимо логарифми згідно з властивостями:

$$\log_2\left(2x^2\right)\cdot\log_{2^2}(16x)=\left(3\log_{2^2} x\right)^2,$$

$$\left(\log_2 2+\log_2 x^2\right)\cdot\frac{1}{2}\log_2(16x)=\left(\frac{3}{2}\log_2 x\right)^2,$$

$$\left(1+2\log_2|x|\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\log_2 16+\log_2 x\right)=\frac{9}{4}\log_2^2 x,\Big|\times\frac{1}{4}$$

$$2\left(1+2\log_2 x\right)\cdot\left(4+\log_2 x\right)=9\log_2^2 x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8+2\log_2 x+16\log_2 x+4\log_2^2 x=9\log_2^2 x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\log_2^2 x-18\log_2 x-8=0.$$

Таким чином, прийшли до квадратного рівняння відносно $\log_2 x$. Для його розв'язання зробимо заміну $\log_2 x=t$, тоді останнє рівняння прийме вигляд

$$5t^2-18t-8=0. \qquad \text{ОДЗ: } t\in R$$

Його дискримінант

$$D=(-18)^2-4\cdot 5\cdot(-8)=484=22^2$$

та корені

$$t_{1,2}=\frac{18\pm 22}{10}\Rightarrow\left[\begin{array}{l} t_1=4,\\ t_2=-\frac{2}{5}.\end{array}\right.$$

Робимо обернену заміну й повертаємось до початкової змінної x:

$$\begin{array}{ll}\log_2 x=4, & \log_2 x=-\frac{2}{5},\\ x=2^4, & x=2^{-\frac{2}{5}},\\ x=16; & x=\frac{1}{\sqrt[5]{4}}.\end{array}$$

Отже, система набуває вигляду

$$\left\{\begin{array}{l} x\ge 1,\\ \left[\begin{array}{l} x=16,\\ x=\frac{1}{\sqrt[5]{4}}\end{array}\right.\end{array}\right.\Rightarrow x=16.$$

Відповідь. $x=16$.

№ 6. Розв'язати рівняння $\log_{2x+1}\left(2x^2-8x+15\right)=2$

Розв'язання. ОДЗ: $\left\{\begin{array}{l} 2x^2-8x+15>0,\\ 2x+1>0,\\ 2x+1\ne 1.\end{array}\right.$

Для розв'язання першої нерівності застосуємо метод інтервалів. Для цього її ліву частину потрібно розкласти на множники:

$$2x^2-8x+15=0;$$

дискримінант

$$D=(-8)^2-4\cdot 2\cdot 15=-56<0.$$

Оскільки старший коефіцієнт $a=2>0$, а дискримінант від'ємний, то вираз $2x^2-8x+15>0$ для будь-якого $x\in R$.

Розв'язком другої нерівності $2x+1>0$ є всі такі значення x, що $x>-\frac{1}{2}$, тобто

$$x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Третя умова рівносильна тому, що $x \neq 0$ або $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Отже, система для ОДЗ приймає вигляд

$$\begin{cases} x \in (-\infty; +\infty), \\ x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right), \\ x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty); \end{cases}$$

тобто остаточно маємо, що

$$\text{ОДЗ: } x \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (0; +\infty).$$

Задане рівняння, згідно з означенням логарифма, рівносильне рівнянню

$$2x^2 - 8x + 15 = (2x+1)^2,$$

після спрощення будемо мати:

$$2x^2 - 8x + 15 = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow 2x^2 + 12x - 14 = 0 \,\big|: 2 \Rightarrow x^2 + 6x - 7 = 0.$$

Корені отриманого квадратного рівняння знайдемо за допомогою теореми Вієта:

$$x_1 = -7 \notin \text{ОДЗ}; \; x_2 = 1.$$

Відповідь. $x = 1$.

№ 7. Розв'язати рівняння $\log_{x^2+2}\left(4 - 5x^2 - 6x^3\right) = 2$.

Розв'язання. Знайдемо спочатку ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + 2 > 0, -(1) \\ x^2 + 2 \neq 1, -(2) \\ 4 - 5x^2 - 6x^3 > 0. -(3) \end{cases}$

(1): $\underbrace{x^2}_{\geq 0} + \underbrace{2}_{\geq 2} > 0 \Rightarrow x \in R$, $\geq 2 > 0 \; \forall x$

(2): $\underbrace{x^2 + 2}_{\geq 2 \; \forall x} \neq 1 \Rightarrow x \in R$

(3): $4 - 5x^2 - 6x^3 > 0$

$4 - 5x^2 - 6x^3 = 0 \Rightarrow 6x^3 + 5x^2 - 4 = 0;$

$$x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$-6x^3 - 5x^2 + 4 = \left(x - \frac{2}{3}\right)\left(-6x^2 - 9x - 6\right);$$

$$\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(-6x^2 - 9x - 6\right) > 0 \Leftrightarrow$$

$$-6x^2 - 9x - 6 = 0 \,\big|: (-3)$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x^2 + 3x + 2 = 0, \\ D = 9 - 16 < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} a = -6 < 0, \\ D < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$-6x^2 - 9x - 6 < 0 \; \forall x;$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{2}{3} < 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$$

Таким чином, ОДЗ: $x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$.

Для розв'язування рівняння використаємо означення логарифма:

$$4-5x^2-6x^3=\left(x^2+2\right)^2$$
$$4-5x^2-6x^3=x^4+4x^2+4$$
$$x^4+6x^3+9x^2=0$$
$$x^2\left(x^2+6x+9\right)=0$$
$$x^2=0 \text{ або } (x+3)^2=0$$
$$x_{1,2}=0,\ x_{3,4}=-3.$$

Відповідь. $x_{1,2}=0,\ x_{3,4}=-3.$

№ 8. Розв'язати рівняння $\log_{\frac{1}{\sqrt{x}}}(x-6)-\log_{x-6}\sqrt{x}=-2$. ОДЗ: $\begin{cases} \overset{>0}{\frac{1}{\sqrt{x}}>0}, \\ \overset{\geq 0}{\sqrt{x}\neq 0} \\ \frac{1}{\sqrt{x}}\neq 1, \\ x-6>0, \\ x-6\neq 1, \\ \overset{\geq 0}{\sqrt{x}>0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\in R, \\ x\neq 0, \\ \sqrt{x}\neq 1, \\ x>6, \\ x\neq 7, \\ x\neq 0 \end{cases}$

Розв'язання. Згідно до властивостей $\Rightarrow \begin{cases} x\neq 0, \\ x\neq 1, \\ x>6, \\ x\neq 7, \end{cases} \Rightarrow x\in(6;7)\cup(7;+\infty)$

логарифма та степеня:

$$\log_{\sqrt{x}^{-1}}(x-6)-\frac{1}{\log_{\sqrt{x}}(x-6)}=-2$$
$$-\log_{\sqrt{x}}(x-6)-\frac{1}{\log_{\sqrt{x}}(x-6)}=-2 \Big| \times(-1)$$
$$\log_{\sqrt{x}}(x-6)+\frac{1}{\log_{\sqrt{x}}(x-6)}=2$$

Заміна: $\log_{\sqrt{x}}(x-6)=t$:

$$t+\frac{1}{t}=2 \qquad \text{ОДЗ: } t\neq 0$$
$$t^2-2t+1=0$$
$$t_{1,2}=1$$

Обернена заміна:

$$\log_{\sqrt{x}}(x-6)=1$$

$$x-6=\sqrt{x},\qquad \sqrt{x}^2-\sqrt{x}-6=0$$
$$\sqrt{x}=-2 \qquad \sqrt{x}=3$$
$$x\in\varnothing \qquad x_{1,2}=9$$

Відповідь. $x_{1,2}=9$.

№ 9. $\log_{2x+1}\left(5+8x-4x^2\right)+\log_{5-2x}\left(1+4x+4x^2\right)=4$. ОДЗ: $\begin{cases}2x+1>0,\\ 2x+1\neq 1,\\ 5+8x-4x^2>0,\\ 5-2x>0,\\ 5-2x\neq 1,\\ 1+4x+4x^2>0\end{cases}\Rightarrow$

Розв'язання. Перетворимо задане рівняння наступним чином:

$$\log_{2x+1}\left(-4\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)\right)+\log_{5-2x}(1+2x)^2=4$$
$$\log_{2x+1}\left(2\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot(-2)\left(x-\frac{5}{2}\right)\right)+2\log_{5-2x}|1+2x|=4$$
$$\log_{2x+1}((2x+1)(5-2x))+2\log_{5-2x}(2x+1)=4$$
$$\log_{2x+1}(2x+1)+\log_{2x+1}(5-2x)+2\log_{5-2x}(2x+1)=4$$
$$1+\log_{2x+1}(5-2x)+2\log_{5-2x}(2x+1)=4$$
$$\frac{1}{\log_{5-2x}(2x+1)}+2\log_{5-2x}(2x+1)=3$$

$$\begin{cases}x>-\frac{1}{2},\\ x\neq 0,\\ -4\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)>0,\\ x<\frac{5}{2},\\ x\neq 2,\\ \underset{\geq 0}{(1+2x)^2}>0\end{cases}\Rightarrow$$

Заміна: $\log_{5-2x}(2x+1)=t$

$$\frac{1}{t}+2t=3 \qquad \text{ОДЗ: } t\neq 0$$
$$2t^2-3t+1=0$$
$$t_1=\frac{1}{2} \qquad t_1=\frac{2}{2}=1$$

$$\begin{cases}x\in\left(-\frac{1}{2};0\right)\cup(0;2)\cup\left(2;\frac{5}{2}\right),\\ \left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)<0,\\ 1+2x\neq 0\end{cases}\Rightarrow$$

Обернена заміна:

$$\log_{5-2x}(2x+1)=\frac{1}{2} \qquad \log_{5-2x}(2x+1)=1$$
$$2x+1=\sqrt{5-2x} \qquad 2x+1=5-2x$$
$$(2x+1)^2=5-2x \qquad 4x=4$$
$$4x^2+4x+1=5-2x \qquad x_3=1$$
$$4x^2+6x-4=0\,\big|:2$$
$$2x^2+3x-2=0$$
$$x_1=\frac{1}{2},\ x_2=\frac{-4}{2}=-2\notin \text{ОДЗ}$$

$$\begin{cases}x\in\left(-\frac{1}{2};0\right)\cup(0;2)\cup\left(2;\frac{5}{2}\right),\\ x\in\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right),\\ x\neq -\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow$$

$$x\in\left(-\frac{1}{2};0\right)\cup(0;2)\cup\left(2;\frac{5}{2}\right)$$

Відповідь. $x_1=\frac{1}{2},\ x_2=1$.

№ 10. $\log_{4x}\dfrac{4x}{x+1}=\left|\log_{4x}(x+1)-1\right|$.

ОДЗ: $\begin{cases}4x>0,\\4x\neq 1,\\\dfrac{4x}{x+1}>0,\\x+1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0,\\x\neq\dfrac{1}{4},\\x\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty),\\x>-1\end{cases}$

$\Rightarrow x\in\left(0;\dfrac{1}{4}\right)\cup\left(\dfrac{1}{4};+\infty\right)$

Розв'язання. Використовуємо властивість логарифма:

$$\log_{4x}4x-\log_{4x}(x+1)=\left|\log_{4x}(x+1)-1\right|$$
$$1-\log_{4x}(x+1)=\left|\log_{4x}(x+1)-1\right|$$
$$1-\log_{4x}(x+1)=\left|1-\log_{4x}(x+1)\right|$$

Заміна: $1-\log_{4x}(x+1)=t$

$$t=|t|$$

ОДЗ: $t\in R$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}t\geq 0,\\t=t\end{cases}\\\begin{cases}t<0,\\t=-t\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}t\geq 0,\\t\in R\end{cases}\\\begin{cases}t<0,\\t=0\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t\geq 0\\t\in\varnothing\end{array}\right.\Rightarrow t\geq 0$$

Обернена заміна:

$$1-\log_{4x}(x+1)\geq 0\Rightarrow\log_{4x}(x+1)\leq 1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}0<4x<1,\\x+1\geq(4x)^1\end{cases}-(\mathrm{I})\\\begin{cases}4x>1,\\x+1\leq(4x)^1\end{cases}-(\mathrm{II})\end{array}\right.\Leftrightarrow$$

(I): $0<4x<1\Rightarrow 0<x<\dfrac{1}{4}$

$\bigcap$ ОДЗ: $x\in\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$

$x+1\geq 4x$

$3x\leq 1$

$x\leq\dfrac{1}{3}$

$\bigcap \mathrm{I}: x\in\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$

(II): $4x>1\Rightarrow x>\dfrac{1}{4}$

$\bigcap$ ОДЗ: $x\in\left(\dfrac{1}{4};+\infty\right)$

$x+1\leq 4x$

$3x\geq 1$

$x\geq\dfrac{1}{3}$

$\bigcap \mathrm{II}: x\in\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\in\left(0;\dfrac{1}{4}\right)\\x\in\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)\end{array}\right.\Rightarrow x\in\left(0;\dfrac{1}{4}\right)\cup\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right).$$

Відповідь. $x\in\left(0;\dfrac{1}{4}\right)\cup\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

№ 11. Розв'язати систему $\begin{cases}\lg(x-4y)=0,\\ \lg 2x+\lg y=1.\end{cases}$ ОДЗ: $\begin{cases}x-4y>0,\\ 2x>0,\\ y>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>4y,\\ x>0,\\ y>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>4y,\\ y>0\end{cases}$

Розв'язання. Згідно з означенням логарифма та властивостями:

$$\begin{cases}x-4y=10^0,\\ \lg 2xy=1;\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-4y=1,\\ 2xy=10^1;\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1+4y,\\ 2(1+4y)y=10;\end{cases}$$

З другого рівняння системи:

$$8y^2+2y-10=0$$

$$y_1=\frac{-10}{8}=-\frac{5}{4}\notin \text{ОДЗ}\qquad y_2=\frac{8}{8}=1$$

$$x_2=1+4\cdot 1=5$$

Відповідь. $(5;1)$.

№ 12. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases}xy=27,\\ \log_x y+\log_y x=\frac{5}{2}.\end{cases}$ ОДЗ: $\begin{cases}x>0,\\ x\neq 1,\\ y>0,\\ y\neq 1\end{cases}$

Розв'язання. Використовуючи властивості логарифма, перепишемо друге рівняння системи наступним чином:

$$\log_x y+\frac{1}{\log_x y}=\frac{5}{2}.$$

Заміна: $\log_x y=t$:

$$t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2}$$

ОДЗ: $t\neq 0$

$$2t^2-5t+2=0$$

$$t_1=\frac{1}{2}\qquad t_2=\frac{4}{2}=2$$

Обернена заміна:

$$\log_x y=\frac{1}{2}\qquad \log_x y=2$$

$$y=\sqrt{x}\qquad y=x^2$$

Перше рівняння системи:

$$x\sqrt{x}=27\qquad x\cdot x^2=27$$

$$x^{\frac{3}{2}}=27\qquad x^3=27$$

$$x_1=\sqrt[3]{27^2}=9\qquad x_2=\sqrt[3]{27}=3$$

$$y=\pm\sqrt{9}\Rightarrow\qquad y_3=3^2=9$$

$$y_1=3,\ y_2=-3\notin \text{ОДЗ}$$

Відповідь. $(9;3),(3;9)$.