РОЗДІЛ 3. ПРОБЛЕМА УДОСКОНАЛЕННЯ ПІДГОТОВКИ ВЧИТЕЛІВ ПРЕДМЕТІВ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ

УДК 37016:51
DOI 10.5281/zenodo.14566784

В. В. Корольський
ORCID ID 0000-0002-7409-4201
Д. І. Муравська
ORCID ID 0009-0001-6101-2692
Криворізький державний педагогічний університет

МІЖДИСЦИПЛІНАРНІ ЗВ'ЯЗКИ У ФАХОВІЙ ПІДГОТОВЦІ БАКАЛАВРІВ 014.04 СЕРЕДНЯ ОСВІТА (МАТЕМАТИКА)

У статті демонструються можливості координатного метода до реалізації міждисциплінарних зв'язків на основі доведення відомих формул шкільних курсів планіметрії та стереометрії. Доведення формул виконується у формі розв'язання відповідних задач. Задачі пропонуються для застосування з метою поглиблення змісту фахової підготовки бакалаврів спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика). Розв'язання задач потребує знання і використання методів класичного математичного аналізу, аналітичної геометрії та алгебри. При цьому з'являються можливості для створення інших задач для учнів шкіл і майбутніх вчителів математики. Також посилюється мотивація студентів до вивчення фахових дисциплін, з метою їх використання в майбутній професійній діяльності.

Доцільно відмітити, що в процесі розв'язання рекомендаційних задач у студентів природнім чином формується сприйняття методів математичного аналізу, як загальних методів розв'язання різноманітних задач, що також пов'язані зі шкільними математичними дисциплінами.

Певною мірою коло розглянутих в статті задач може бути поширене для використання при вивченні математики в профільній школі, на факультативних заняттях, математичних гуртках, курсах підвищення кваліфікації. Поширюються напрями застосування методу координат, що є однією з важливих компонент шкільної математичної освіти.

Розглянуті задачі і методи їх розв'язання дозволяють прийти до висновку: алгоритми розв'язання базуються на використанні координат точок, пов'язаних з геометричними фігурами. Тому доцільно такий метод назвати координатним.

Координатний метод дозволяє досить просто з'ясовувати зв'язки між геометрією і математичним аналізом. При цьому, як свідчать приклади розв'язання розглянутих задач на обчислення площ геометричних фігур планіметрії базовим є доведення за допомогою інтеграла формул обчислення площ будь яких трикутників. Далі виникає можливість при доведенні формул площ інших фігур (паралелограмів, ромбів, трапецій та ін.) використовувати координатний метод в поєднанні з обчисленням площ трикутників.

Ключові слова: *шкільна математична освіта, фахова освіта вчителів математики, міждисциплінарні зв'язки, координатний метод, освітній процес з математики, математичні задачі, фахова підготовка бакалаврів, геометрія.*

Постановка проблеми. Фахова підготовка вчителів математики на рівні бакалавра 014.04 Середня освіта (Математика) не може вважатися ефективною без наближення її змісту і методів до змісту і методів шкільної математичної освіти. Тому в контексті вище сказаного важливим є пошук методів наближення змісту фахових дисциплін навчання майбутніх вчителів математики до методів розв'язання задач в умовах шкільної математичної освіти.

Одним з методів здійснення міждисциплінарних зв'язків фахової підготовки вчителів математики (математичний аналіз, аналітична геометрія, алгебра) і шкільного курсу математики може бути – метод координат. Реалізація методу координат пропонується нами у формі розв'язання відповідно підібраних задач.

Аналіз актуальних досліджень. Метод координат частково використовується при розв'язанні задач в межах курсів шкільної математики для розв'язання задач, пов'язаних:

1) з обчисленням відстані між двома заданими точками;
2) обчислення площ трикутників, вершини яких задані координатами;
3) обчислення площ криволінійних трапецій;
4) обчислення площ фігур, що обмежені рівняннями функцій;
5) обчислення об'ємів тіл, утворених внаслідок обертання криволінійної трапеції навколо осей координат.

Подібні задачі пропонуються в підручниках і задачниках з математичного аналізу та аналітичної геометрії також зустрічаються в посібниках з вищої математики для студентів фізико-математичних факультетів. Однак в контексті постановки і розв'язання задач з використанням міждисциплінарних зв'язків не представлено. В цьому відношенні можна звернути увагу на задачі, розв'язання яких потребує використання міждисциплінарних зв'язків, які розв'язуються в науково-методичних джерелах $[1,2,3,4,5 \dots ,10,11]$. В цих джерелах метод координат дозволяє знаходити відповідність між елементами геометричних об'єктів та їх числовими параметрами (членами числових послідовностей та числових рядів) через розв'язання відповідних задач на основі використання міждисциплінарних зв'язків математичних дисциплін фахової підготовки бакалаврів спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика).

Мета статті - продемонструвати можливості методу координат щодо встановлення міждисциплінарних зв'язків шкільних математичних дисциплін та дисциплін фахової підготовки бакалаврів спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика).

Виклад основного матеріалу. В шкільному курсі геометрії учням пропонується до розв'язання задачі, пов'язанні з обчисленням площ різних фігур (прямокутників, трикутників, паралелограмів, трапецій, ромбів, кругів) та задачі на обчислення величин об'ємів канонічних геометричних тіл (куб, паралелепіпед, конуси, циліндр, куля). Розв'язання вказаних задач виконується шляхом застосування відомих формул обчислення площ та об'ємів відповідно до виду геометричних фігур та тіл, представлених в шкільних підручниках. Але, в процесі фахової підготовки майбутніх вчителів математики варто показати розв'язання задач на доведення формул шкільних математичних дисциплін.

Розглянемо задачі на доведення формул обчислення площ геометричних фігур, які розглядаються в межах планіметрії шкільного курсу математики.

Для розв'язання вказаних задач будемо використовувати метод координат і формулу обчислення площ за допомогою інтеграла:

$$S = \int_a^b f(x)dx \qquad (1)$$

<u>Задача 1</u>. Довести, що площа прямокутника зі сторонами а і b дорівнює $S = ab$.

<u>Розв'язання</u>:

1) Представимо прямокутник з довільними сторонами а і b в системі координат OXY (рис. 1).

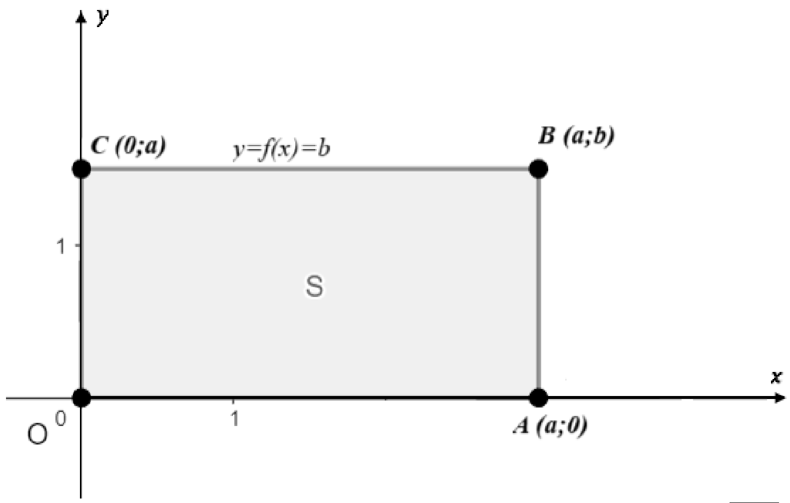

Рис. 1. Прямокутник OABC зі сторонами: $|\overline{\mathrm{OA}}| = \boldsymbol{a}$; $|\overline{\mathrm{OC}}| = \boldsymbol{b}$

2) Застосовуємо формулу (1), враховуючи, що відповідно до рис.1 $y = f(x) = b$, x∈ $[0; \mathrm{a}]$: $S = \int_0^a b dx = bx \,|_{\,0}^{\,a} = b(a - 0) = ab$.

<u>Задача 2.</u> Довести, що площа прямокутного трикутника $\mathrm{S} = \frac{1}{2} ah$, де a – основа, h – висота трикутника.

<u>Розв'язання</u>:

Розглядаємо прямокутний ΔOAB в системі координат OXY у вигляді на рис. 2.

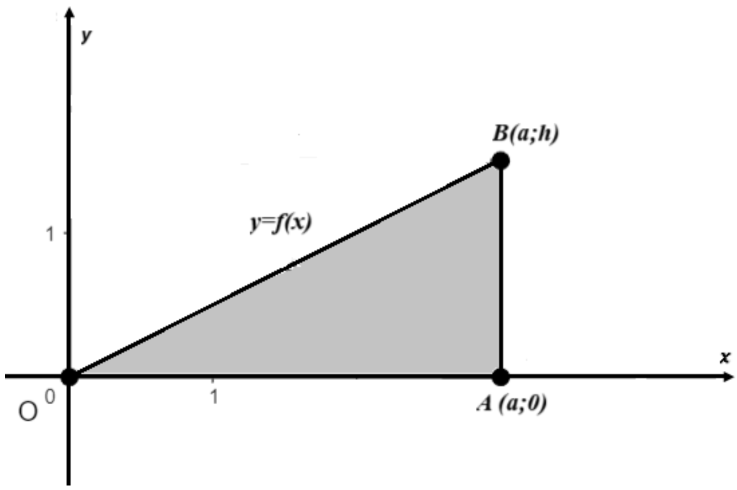

Рис. 2. $\Delta \boldsymbol{OAB}$ прямокутний з **основою $\boldsymbol{a}$ і висотою $\boldsymbol{h}$**

Для застосування формули (1) потрібно визначити функцію $y = f(x)$. З цією метою згадуємо аналітичну геометрію, з якої відомо, що рівняння прямої, яка проходить через дві відомі точки має вид:

$$\frac{y-y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1} \quad (2)$$

Згідно рис.2. рівняння (2) набуває вигляду

$$\frac{y-0}{h-0} = \frac{x-0}{a-0} \rightarrow y = \frac{h}{a} x.$$

Обчислюємо площу за формулою (1)

$$S = \int_0^a \frac{h}{a} x dx = \frac{h}{a} \frac{1}{2} x^2 \,|_{\,0}^{\,a} = \frac{1}{2} \frac{h}{a} a^2 = \frac{1}{2} ah.$$

<u>Задача 3.</u> Довести, що площа довільного гострокутного трикутника з основою a і висотою h обчислюється за формулою $S = \frac{1}{2} ah$.

Представимо трикутник в системі координат OXY (рис. 3).

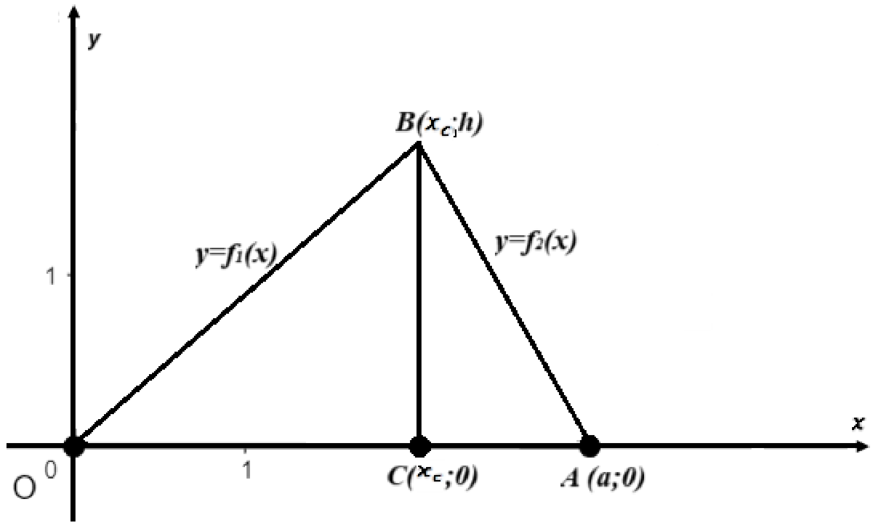

Рис. 3. OAB довільний трикутник з основою a і висотою h.

<u>Розв'язання</u>:

$S_{\Delta OAB}$ = $S_{\Delta OCB}$ + $S_{\Delta CAB}$ (I)

Для обчислення площ $\Delta\, OCB$ і $\Delta\, CAB$ потрібно визначити функції $f_1(x)$ і $f_2(x)$ та застосувати формулу (1).

$\frac{f_1\,(x)-0}{h-0} = \frac{x-0}{x_c-0} \to f_1\,(x) = \frac{h}{x_c}x$ (II)

$\frac{f_2(x)-0}{h-0} = \frac{x-x_c}{0-x_c} \to f_2(x) = \frac{h}{a-x_c}(x-x_c)$ (III)

Застосовуємо рівності (I), (II), (III) і формулу (1) обчислюємо площу S $\Delta\, OAB$

$$S = \int_0^{x_c} \frac{h}{x_c}\, xdx + \int_{x_c}^{a} \frac{h}{a-\,x_c}(x-x_c)dx = \frac{1}{2}\cdot\frac{h}{x_c}x_c^2 + \frac{h}{a-\,x_c}\left(\frac{1}{2}x^2|_{x_c}^{a} - x_c x|_{x_c}^{a}\right)$$
$$= \frac{1}{2}hx_c + \frac{h}{a-\,x_c}\left(\frac{1}{2}(a^2-x_c^2) - x_c a + x_c^2\right) = \frac{1}{2}hx_c + \frac{1}{2}h(a+x_c) - hx_c$$
$$= \frac{1}{2}ah$$

<u>Задача 4</u>. Довести, що площа довільного тупокутного трикутника $S = \frac{1}{2}ah$

<u>Розв'язання</u>:

По аналогії з розв'язанням задач (1-3) розглядаємо довільний тупокутний трикутник в системі координат OXY (рис. 4).

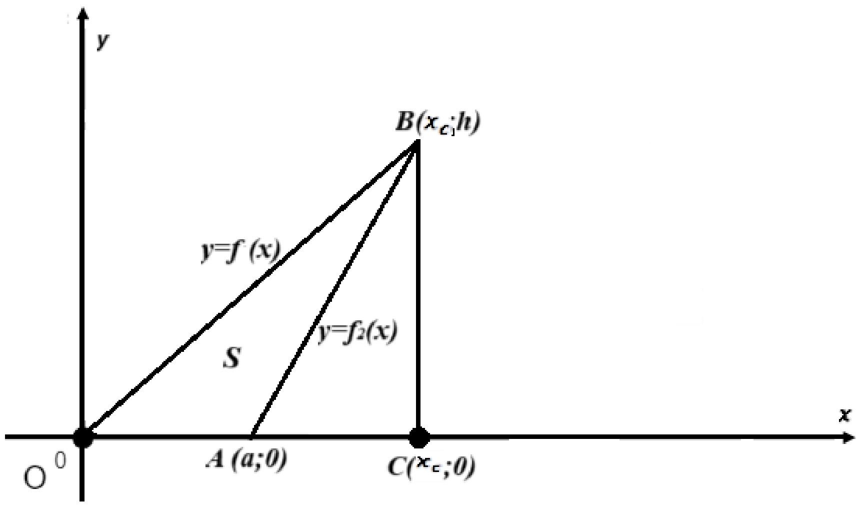

Рис. 4. OAB довільний трикутник з основою $\overline{|OA|}$= a і висотою $\overline{|CB|}$ =h

Розв'язання:

Зрозуміло, що має місце рівність

$S_{\Delta OAB} = S_{\Delta OCB} - S_{\Delta ACB}$ (I)

Враховуючи результати розв'язань задач (2,3) за допомогою рівності (I) одержуємо

S = $S_{\Delta OAB}$ = $\frac{1}{2}$ x_ch - $\frac{1}{2}$ (x_c-a)h = $\frac{1}{2}$ ah

Доведення за допомогою формули (2):

$S = \int_0^{x_c}(f_1(x) - f_2(x))dx$ (3)

Знаходимо за формулою (2) вирази функцій $f_1(x)$ i $f_2(x)$

$\frac{f_1(x)-0}{h-0} = \frac{x-0}{x_c-0} \to f_1(x) = \frac{h}{x_c}x$ (I)

$\frac{f_2(x)-0}{h-0} = \frac{x-a}{x_c-a} \to f_2(x) = \frac{h}{x_c-a}(x-a)$ (II)

Враховуючи рівності (I) і (II) за формулою (3) обчислюємо площу $S_{\Delta OAB}$:

$$S = \int_0^{x_c} \frac{h}{x_c}xdx - \int_a^{x_c} \frac{h}{x_c-a}(x-a)dx = \frac{h}{x_c}\frac{1}{2}x^2\Big|_0^{x_c} - \frac{h}{x_c-a}\left(\frac{1}{2}x^2\Big|_a^{x_c} - ax\Big|_a^{x_c}\right)$$
$$= \frac{1}{2}hx_c - \frac{1}{2}\frac{h}{x_c-a}(x_c^2 - a^2) + \frac{ah}{x_c-a}(x_c-a) = \frac{1}{2}hx_c - \frac{1}{2}h(x_c+a) + ah$$
$$= \frac{1}{2}ah$$

Далі можна пропонувати для розв'язання більш складні задачі.

Задача 5. Обчислити площу ΔABC, де т. A (2; 1), т. B (4; 4), т. C (3; 5)

Розв'язання:

Представимо ΔABC в системі координат OXY (рис.5)

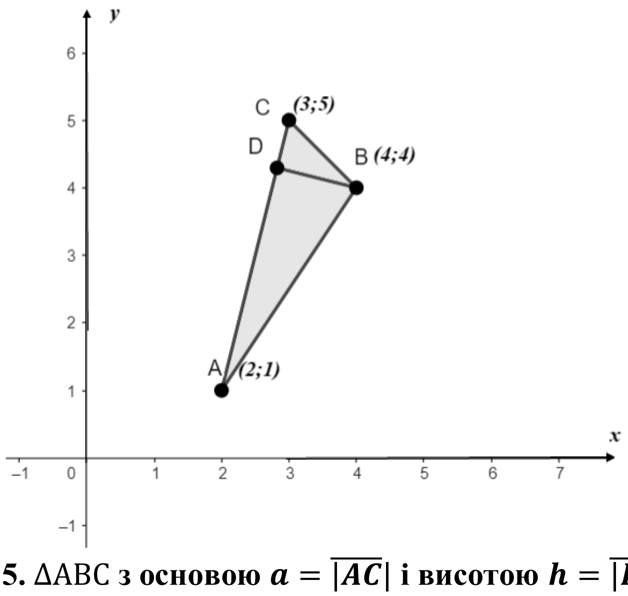

Рис. 5. ΔABC **з основою** $\boldsymbol{a = |\overline{AC}|}$ **і висотою** $\boldsymbol{h = |\overline{BD}|}$

Задачу можливо розв'язати декілька способами. Орієнтуємось на використання формули $S = \frac{1}{2}ah$. Для визначення величин a і h застосовуємо відомі з аналітичної геометрії формули:

1) обчислення довжини відрізка між заданими т.т. $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$:

$|\overline{M_1M_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ (4)

2) обчислення довжини відстані d від т. $M_0(x_0, y_0)$ до заданої прямої $Ax + By + C = 0$:

$d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$ (5)

Згідно формули (4) обчислюємо значення a:

$a = \sqrt{(3-2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{17}$ (I)

Для обчислення $h = |\overline{BD}|$ знаходимо рівняння прямої АС за формулою (2)

$\frac{y-1}{5-1} = \frac{x-2}{3-2} \rightarrow \text{y} - 1 = 4\text{x} - 8 \rightarrow \text{y} - 4\text{x} + 2 = 0 \rightarrow A = -4;\ \text{B} = 1;\ \text{C} = 2;$

т. $M_0(x_0\,, y_0\,) \sim$ т.В (4;4)

За формулою(5) обчислюємо h :

$h = \left|\frac{(-4)4+1*4+2}{\sqrt{(-4)^2+1^2}}\right| = \frac{10}{\sqrt{17}}$ (II)

Використовуючи рівності (I) і (II) обчислюємо площу

$S = \frac{1}{2}\sqrt{17} \cdot \frac{10}{\sqrt{17}} = 5$ (кв.од.)

Для самостійної роботи студентів можна рекомендувати значну кількість задач, подібних розглянутій задачі 5. При цьому можливі елементи дослідницької роботи.

Для прикладу сформулюємо наступну задачу.

Задача 6. В системі координат OXY задано ΔABC з вершинами $\text{т.}\,\text{A}(1;1), \text{т.}\,\text{B}(5;3), \text{т.}\,\text{C}\ (3;6)$. Обчислити площу трикутника за умовами:

а) сторона $\overline{\text{AB}}$ – основа трикутника;

б) сторона $\overline{\text{AC}}$ – основа трикутника;

в) сторона $\overline{\text{BC}}$ – основа трикутника.

Для прикладу сформулюємо задачу для самостійного виконання.

Задача 7. Довести формулу $S = ah$ обчислення площі паралелограма: а – основа; h – висота паралелограма.

Розв'язання:

Представимо паралелограм в системі координат OXY (рис.6)

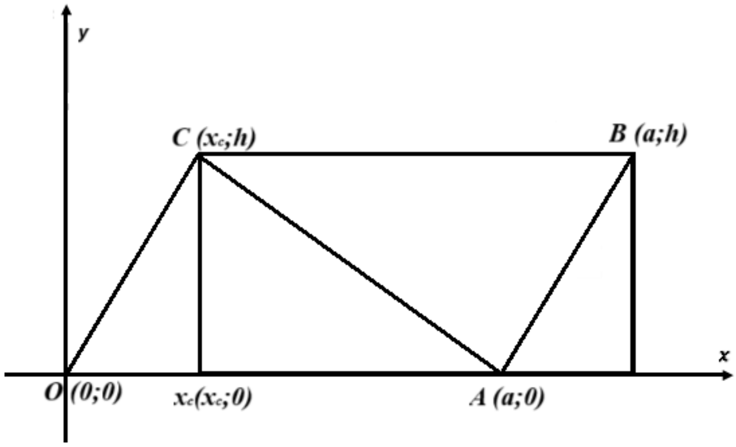

Рис. 6. OABC –паралелограм з вершинами $\text{т.}\,\text{O}\ (\mathbf{0};\mathbf{0}), \text{т.}\,\text{A}\ (\text{a};\mathbf{0}), \text{т.}\,\text{B}\ (\text{a};\boldsymbol{h})$, **т.С** $(\boldsymbol{x_c}\,;\boldsymbol{h})$

$S_n = 2\,S_{\Delta OAC}$ (I)

$S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2}ah$ (II)

Використовуючи рівності (I) і (II) одержуємо відповідь $S_n = ah.$ (6)

Примітка. Задачу можна розв'язати за допомогою формули (1), а також в інші способи.

Задача 8. (ускладнена задача 7). Відомі вершини паралелограма: т. А (1;2), т. В (6;2), т. С (7;4), т. D (2;4). Знайти площу S паралелограма. Розв'язати задачу різними способами, включно з формулою (1)

Примітка. Задачі виду (8) можна сформулювати декількома варіантами.

Пропонується до самостійного виконання.

Задача 9. Довести, що площа S трапеції ABCD з основами $|\overline{AB}| = a$; $|\overline{CD}| = b$ і висотою h обчислюється за формулою: $S = \frac{a+b}{2}h$ (7)

Розв'язання:

Розглянемо різносторонню довільну трапецію ABCD в системі координат OXY (рис. 7).

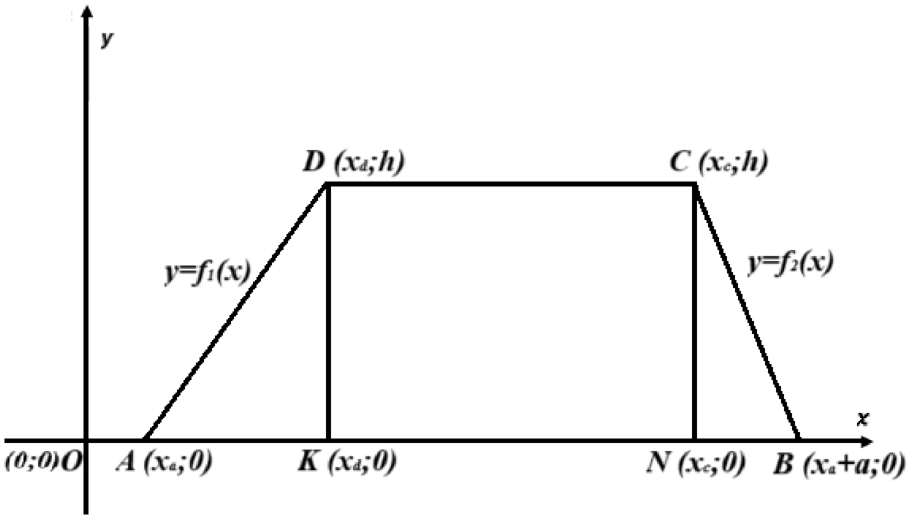

Рис. 7. ABCD трапеція: $\overline{|AB|}=a$; $\overline{|DC|}=b$; $\overline{|DK|}=\overline{|CN|}=h$ – висота.

$S_{\text{тр}} = S_{\Delta AKD} + S_{KNCD} + S_{\Delta NBC}$ (I)

$S_{\Delta AKD} = \frac{1}{2}\overline{|AK|}h = \frac{1}{2}(x_d - x_a)h$ (II)

$S_{KNCD} = \overline{|KN|}h = (x_c - x_d)h = bh$ (III)

$S_{\Delta NBC} = \frac{1}{2}\overline{|NB|}h = \frac{1}{2}(a + x_a - x_c)h = \frac{1}{2}(a + x_a - x_d)h$ (IV)

Використовуючи рівності (I, II, III, IV) одержуємо:

$$S_{\text{тр}} = \frac{1}{2h}[\cancel{x_a} - \cancel{x_a} + 2b + a + \cancel{x_a} - b - \cancel{x_a}] = \frac{1}{2h}[a+b] = \frac{1}{2}(a+b)h$$

Формула доводиться досить просто за допомогою формули (1). Для цього за допомогою формули (2) знаходяться функції $y = f_1(x)$і $y = f_2(x)$ і далі площа $S_{\text{тр}}$ обчислюється за допомогою формули (1):

$S_{\text{тр}} = \int_{x_a}^{x_d} f_1(x)dx + bh + \int_{x_c}^{x_a+a} f_2(x)dx$ (8)

Ця задача пропонується для самостійного виконання, як і наступна:

<u>Задача 10</u>. Довести координатним методом формулу обчислення площі ромба

$$S_p = \frac{1}{2}d_1 d_2 \ (9)$$

Розглянути випадок: $d_1 > d_2$; $d_1 \ ||OX$; $d_2 \ ||OY$.

<u>Задача 11</u>. Довести формулу обчислення площі трикутника виду: $S = \frac{1}{2}ab\sin\alpha$, (10), де α – кут між сторонами a і b трикутника.

Використаємо рис. 8.

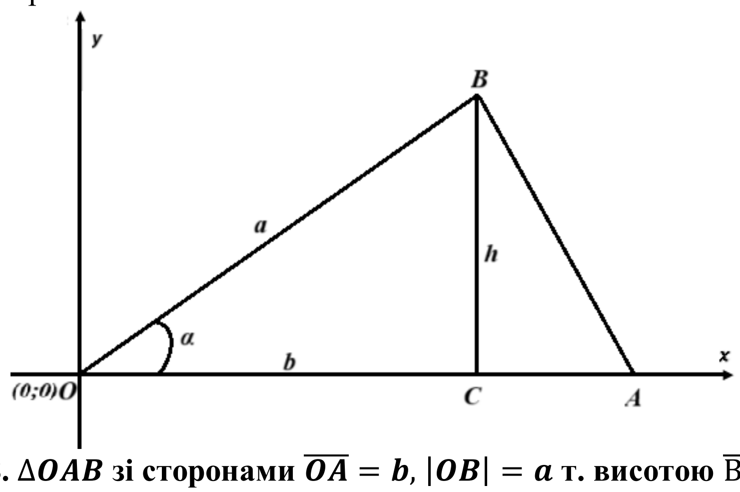

Рис. 8. ΔOAB зі сторонами $\overline{OA}=b$, $|OB|=a$ т. висотою $\overline{\mathrm{BC}}=h$.

Розв'язання:

Припускаємо, що абсциса т. С дорівнює x_c.

Вводимо до використання рівність:

$S_{\Delta OAB} = S_{\Delta OCB} + S_{\Delta CAB}$ (I)

$S_{\Delta OCB} = \frac{1}{2}x_c h = \frac{1}{2}x_c \cdot a\sin\alpha$ (II)

$S_{\Delta CAB} = \frac{1}{2}(b - x_c) \cdot a\sin\alpha$ (III)

Розглядаючи сумісно рівності (I), (II), (III) знаходимо :

$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}x_c \cdot a\sin\alpha + \frac{1}{2}ba\sin\alpha - \frac{1}{2}x_c a\sin\alpha = \frac{1}{2}ba\sin\alpha$

Задача 12. (Задача Архімеда).

Цікавою для учнів може бути розв'язання задачі Архімеда про квадратуру параболи, вписаною в квадрат зі стороною а.

Суто «матеріальним» методом Архімед довів, що $S_n = \frac{2}{3}a^2$.

Суть метода: Архімед створив квадрат з деревини зі стороною $a = 1$. Вписав в нього параболу з вершиною на середині одній зі сторін квадрату. Потім відділив площу, обмежену параболою, зважив її квадрат в цілому і отримав результат:

$S_{\text{пар}} = \frac{2}{3}$ площі квадрата.

Але задача розв'язується суто аналітично за допомогою формули (1). Покажемо це, використовуючи рис. 9.

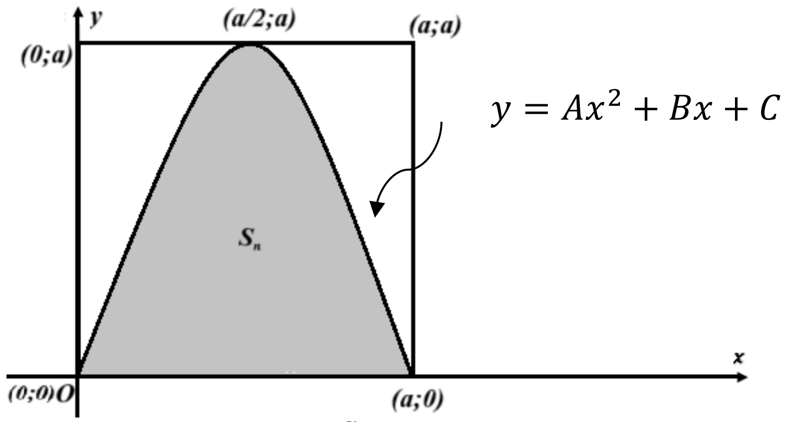

Рис. 9. Парабола з вершиною в т. ($^a/_2$;a) вписана в квадрат зі стороною а.

Парабола у загальному виді задається рівнянням $y = Ax^2 + Bx + C$ (11)

Якщо відомі координати трьох точок, через які проходить графік параболи, то можна визначити значення коефіцієнтів A, B, C для такої параболи. Згідно рис. 9 маємо відомі точки параболи: $(0; 0)$, $(a; 0)$, ($^a/_2$;a). Застосовуючи рівняння (1) і координати вказаних точок, одержуємо систему рівнянь:

$y_{(0)} = A \cdot 0 + B \cdot 0 + C = 0 \ \rightarrow \underline{C = 0}$

$y_{(a)} = A \cdot a^2 + B \cdot a + C = 0 \rightarrow \underline{A \cdot a^2 + B \cdot a = 0}$

$y_{(^a/_2)} = A \cdot \frac{a^2}{4} + B \cdot \frac{a}{2} + C = a \rightarrow A \cdot \frac{1}{4} \cdot a^2 + \frac{1}{2}B \cdot a = a$

Розв'язуємо систему рівнянь

$\begin{cases} Aa + B = 0 \\ \frac{1}{4}Aa + \frac{1}{2}B = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Aa + B = 0 \\ Aa + 2B = 4 \end{cases} \quad \rightarrow$

$B = 4, A = -\frac{4}{a}$

Одержуємо рівняння параболи:

$y = -\frac{4}{a}x^2 + 4x$ (II)

Далі обчислюємо площу, обмежену параболою (II) за формулою (1) одержуємо:

$S_n = \int_0^a (-\frac{4}{a}x^2 + 4x)dx = -\frac{4}{a}\cdot\frac{1}{3}x^3|_0^a + 4\frac{1}{2}x^2|_0^a = -\frac{4}{3}a^2 + 2a^2 = \frac{2}{3}a^2$

Далі варто сумісно з учнями розглянути розв'язання більш складної наступної задачі.

Задача 13. Довести за допомогою інтеграла виду (1) формулу обчислення площі круга з радіусом R: $S = \pi R^2$ (12)

Розв'язання:

Використаємо рівняння кола з радіусом R:

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Розглянемо чверть круга в системі координат OXY на рис. 10

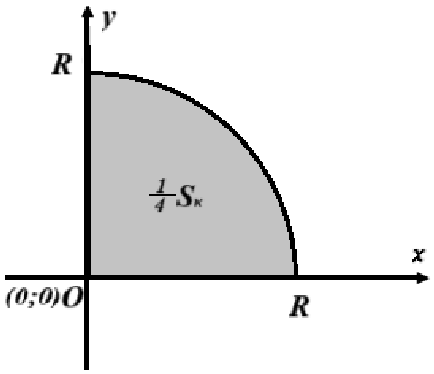

Рис. 10. Чверть кола радіуса R.

Відповідно до формули, з урахуванням рівності (I) обчислюємо S_k :

$S_k = 4\int_0^R \sqrt{R^2 - x^2}\,dx,$ (II)

Пояснюємо учням, що інтеграл обчислюється методом заміни змінної, яка у даному випадку має вид: $x = R\,\sin t$ (III)

Знаходимо зв'язок між диференціалами змінної x і нової змінної. Відповідно до рівності (III) одержуємо:

$dx = R\cos t\;dt$ (IV)

Далі визначаємо межі інтегрування для нової змінної t за допомогою рівності (III):

1) якщо $x = 0$, то має місце рівність: $R\sin t = 0 \to t = 0$;

2) якщо $x = R$, то має місце рівність: $R\sin t = R \to \sin t = 1 \to t = \frac{\pi}{2}$.

Далі обчислюємо інтеграл (II) за допомогою нової змінної t:

$$S_k = 4\int_0^{\pi/2} \sqrt{R^2 - R^2\sin^2 t}\,R\cos t\,dt = 4R^2\int_0^{\pi/2}\sqrt{1-\sin^2 t}\,\cos t\,dt = 4R^2\int_0^{\pi/2}\cos t^2\,dt$$

$$= \left\{\cos^2 t = \frac{1+\cos 2t}{2}\right\} = 4R^2\int_0^{\pi/2}\frac{1+\cos 2t}{2}dt$$

$$= 4R^2\left[\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}dt + \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\cos 2t\,dt\right] = 2R^2 t|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4}\sin 2t|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2R^2 t|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4}(\sin\pi - \sin 0) = \pi R^2 + \frac{1}{4}\cdot 0 = \pi R^2$$

Примітка. Формула (12) доводиться в багатьох підручниках з математичного аналізу.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Розглянуті задачі і методи їх розв'язання дозволяють прийти до висновку: алгоритми розв'язання базуються на використанні координат точок, пов'язаних з геометричними фігурами. Тому доцільно такий метод назвати координатним.

Координатний метод дозволяє досить просто з'ясовувати зв'язки між геометрією і математичним аналізом. При цьому, як свідчать приклади розв'язання розглянутих задач на обчислення площ геометричних фігур планіметрії базовим є доведення за допомогою інтеграла формул обчислення площ будь яких трикутників. Далі виникає можливість при доведенні формул площ інших фігур (паралелограмів, ромбів, трапецій та ін.) використовувати координатний метод в поєднанні з обчисленням площ трикутників.
В подальших дослідженнях планується створення задач на обчислення довжин кривих ліній і об'ємів тіл обертання, розв'язання яких здійснюється на основі використання міждисциплінарних зв'язків математичних дисциплін.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Бобирь, В. Д., Христюк, А. М. (2019). Зв'язок рядів арифметичної прогресії та гармонічних рядів: матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2019 р.) (11–12 квітня 2019, м. Черкаси). (Bobyr, V. D., Khrystyuk, A. M. (2019). The connection between arithmetic progression series and harmonic series: materials of the international scientific and methodological conference "Problems of mathematical education" (PMO – 2019) (April 11–12, 2019, Cherkasy).
2. Габ, С. С. (2018). Геометрична інтерпритація рядів: кваліфікаційна робота ступеня вищої освіти магістр, спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика), науковий керівник В. В. Корольський. Кривий Ріг. (Gab, S. S. (2018). Geometric interpretation of series: qualification work for the degree of higher education Master, specialty 014.04 Secondary education (Mathematics), scientific supervisor V. V. Korolsky. Kryvyi Rih).
3. Габ, С. С., Корольський, В. В. (2020). Лінійна, квадратурна та куботурна геометрична інтерпритація числових рядів засобами моделювання. Новітні комп'ютерні технології: науково-методичний збірник. Ред. С. О. Семеріков та ін. Кривий Ріг, XVI, 67–73. (Gab, S. S., Korolsky, V. V. (2020). Linear, quadrature and cubature geometric interpretation of numerical series by modeling means. New computer technologies: scientific and methodological collection. In S. O. Semerikov et al. (Eds) Kryvyi Rih, XVI, 67–73).
4. Габ, С. С., Корольський, В. В. (2018). Числові ряди, які пов'язані з параметрами додекаедра. Вісник міжнародного дослідницького центру «Людина: мова, культура, пізнання». Кривий Ріг, 42, 39–45. (Gab, S. S., Korolsky, V. V. (2018). Number series related to the parameters of the dodecahedron. Bulletin of the International Research Center "Human: Language, Culture, Cognition". Kryvyi Rih, 42, 39–45).
5. Дзигарська Н. С., Корольський В. В., Михайлова Я. А., Тураєва О. В. (2023). Застосування геометричних моделей при вивченні теми «Числові послідовності» учнями ліцеїв. Актуальні питання математичної освіти, 2(22), 22-32. (Dzygarska N. S., Korolsky V. V., Mykhaylova Ya. A., Turaeva O. V. (2023). Application of geometric models in the study of the topic "Numerical sequences" by lyceum students. Topical issues of natural science and mathematics education, 2(22), 22-32).
6. Дзигарська Н. С., Корольський В. В., Тураєва О. В. (2022). Генерація числових рядів з використанням послідовностей геометричних об'єктів, вписаних у квадрат з параметром a = 1 в системі координат Oxy. Наукові записки молодих учених, 10. Режим доступу: https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1957/pdf. (Dzygarska N. S., Korolsky V. V., Turaeva O. V. (2022). Generation of number series using sequences of geometric objects inscribed in a square with parameter a = 1 in the Oxy coordinate system. Scientific Notes of Young Scientists, 10. Retrieved from: https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1957/pdf).
7. Корольський, В. В. (2017). Геометрична інтерпритація числових рядів. Новітні комп'ютерні технології. Ред. С. О. Семеріков та ін. Кривий Ріг, XV, 57–63. (Korolsky, V. V. (2017). Geometric interpretation of numerical series. Latest computer technologies. In S. O. Semerikov et al. (Ed). Kryvyi Rih, XV, 57–63).
8. Корольський, В. В. (2018). Геометрична інтерпритація числового ряду арифметичної прогресії. Новітні комп'ютерні технології. Ред. С. О. Семеріков та ін. Кривий Ріг, XVI, 59–66.

(Korolsky, V. V. (2018). Geometric interpretation of numerical series of arithmetic progression. Latest computer technologies. In S. O. Semerikov et al. (Eds). Kryvyi Rih, XVI, 59–66).

9. Корольський, В. В., Римар, А. І. (2022). Геометрична інтерпритація числових рядів, пов'язаних з державною символікою. Актуальні питання природничо-математичної освіти, 2(20), 29–38. (Korolsky, V. V., Rymar, A. I. (2022). Geometric interpretation of numerical series related to state symbols. Topical issues of natural science and mathematics education, 2(20), 29–38).
10. Корольський, В. В., Тураєва, О. В. (2023). Генерація та дослідження числових рядів за допомогою геометричної моделі та комбінації рядів $\sum_{n=1}^{\infty} 1\frac{1}{n}$ і $\sum_{n=1}^{\infty} 1\frac{n}{n+1}$. Актуальні питання природничо-математичної освіти, 1(21), 46–54. (Korolsky, V. V., Turaeva, O. V. (2023). Generation and Research of Number Series Using a Geometric Model and a Combination of Series $\sum_{n=1}^{\infty} 1\frac{1}{n}$ і $\sum_{n=1}^{\infty} 1\frac{n}{n+1}$. Topical issues of natural science and mathematics education, 1(21), 46–54).
11. Корольський, В. В., Тураєва, О. В. (2023). Технологія створення задач із застосуванням геометричних моделей. Матеріали V Всеукраїнської (з міжнародною участю) науково-практичної конференції молодих учених (10–11 травня 2023, м. Харків) (сс. 243–246). (Korolsky, V. V., Turaeva, O. V. (2023). Technology of Problem Creation Using Geometric Models. Materials of the V All-Ukrainian (with International Participation) Scientific and Practical Conference of Young Scientists (May 10–11, 2023, Kharkiv) (pp. 243–246).).

Korolskiy V. V., Muravska D. I. Interdisciplinary links in the professional education of bachelors 014.04. Secondary education (Maths).

The article describes the possibilities of the coordinate method for the implementation of interdisciplinary links on the basis of proving the well-known formulas of school courses in planimetry and stereometry. The proof of formulas is carried out in the form of solving relevant tasks. The tasks are offered for use in order to deepen the content of professional training of bachelors of speciality 014.04 Secondary Education (Maths). Solving the tasks requires knowledge and use of the methods of classical mathematical analysis, analytical geometry and algebra. This creates opportunities for creating other tasks for school students and future mathematics teachers. It also enhances the motivation of students to study specialised disciplines in order to use them in their future professional activities.

It is worth noting that in the process of solving the recommended tasks, students naturally develop a perception of mathematical analysis methods as general methods for solving various issues that are also related to mathematical disciplines. To a certain extent, the range of tasks considered in this article can be extended for use in the study of mathematics in a specialised school, in optional classes, mathematical circles, and advanced training courses. The areas of application of the coordinate method, which is one of the important components of school mathematics education, are being expanded.

The considered problems and methods of their solution allow us to conclude: the solution algorithms are based on the use of coordinates of points associated with geometric figures. Therefore, it is appropriate to call such a method coordinate.

The coordinate method allows us to quite simply clarify the connections between geometry and mathematical analysis. At the same time, as the examples of solving the considered problems for calculating the areas of geometric figures of planimetry show, the basic one is to prove the formulas for calculating the areas of any triangles using the integral. Then, when proving the formulas for the areas of other figures (parallelograms, rhombuses, trapezoids, etc.), it becomes possible to use the coordinate method in combination with calculating the areas of triangles.

Key words: *school mathematics education, professional education of mathematics teachers, interdisciplinary connections, coordinate method, educational process in mathematics, mathematical problems, professional training of bachelors, geometry.*