ТЕМА 5. МЕТОДИ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК ДЛЯ МІНІМІЗАЦІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ Й РИЗИКУ

1. Класифікація експертних методів для мінімізації невизначеності й ризику
2. Математичні основи колективного узгодження рішень
3. Класичні критерії вибору оптимального рішення для мінімізації ризику

5.1. Класифікація експертних методів для мінімізації невизначеності й ризику

Експертні методи мінімізації невизначеності й ризику використовуються в тих випадках, коли неможливо врахувати вплив багатьох факторів через значну складність об'єкта управління. В цьому випадку використовуються оцінки експертів. При цьому, розрізняють індивідуальні та колективні експертні оцінки, які об'єднує загальний принцип дії.

Методи індивідуальної експертної оцінки

Класифікація методів індивідуальної експертної оцінки для мінімізації невизначеності й ризику наведена на рис. 5.1.

Рис. 5.1. Класифікація методів індивідуальної експертної оцінки для мінімізації невизначеності й ризику

1. Методи інтерв'ю – передбачають безпосередній контакт експерта зі спеціалістами широкого профілю та зацікавленими особами за схемою «питання-відповідь». До їхнього складу входять:

– метод вербальної інформації – призначений для збору даних щодо стану довкілля. Сюди слід зарахувати інформацію, яка отримується з радіо-, ТВ та Інтернет, від споживачів, постачальників, конкурентів, консультантів. Така інформація стосується всіх основних факторів зовнішнього оточення, її легко отримати, але дані можуть виявитись неточними й надмірно суб'єктивними;

– модель очікування споживачів – є прогнозом, що базується на результатах опитування клієнтів організації. Споживачів просять оцінити власні потреби у майбутньому й нові вимоги до продукції компанії. Зібравши всі отримані дані й зробивши з власного досвіду поправки, керівник найчастіше може точно передбачити сукупний попит й ринкові перспективи компанії;

– сукупна думка збутовиків – досвідчені торгівельні агенти часто добре прогнозують майбутній попит. Вони безпосередньо знайомі зі споживачами й можуть взяти до уваги їхні недавні дії швидше, ніж вдасться зібрати дані з інших джерел й побудувати кількісну модель. Торгівельний агент нерідко «відчуває» ринок краще, ніж прогнозні кількісні моделі;

– промислове шпигунство – це спосіб збору даних про дії конкурентів. Шпигунство – досить поширена практика в житті корпорацій.

2. Метод аналогій – спирається на метод ситуацій в менеджменті. Експерт повинний бути знайомий із засобами професійного управління, які довели свою ефективність, на всі випадки життя; вміти передбачати наслідки застосування тих чи інших заходів. Проводячи аналогії між власним досвідом й поточною ситуацією, експерт виконує прогнозування.

3. Аналітичний метод – передбачає самостійну роботу експерта над аналізом тенденцій й шляхів розвитку об'єкта управління. За результатами роботи, експерт розробляє аналітичну записку.

4. Сценарний метод – є логічним продовженням аналітичного методу. Він заснований на визначенні логіки розвитку процесу чи явища в часі за різних умов (оптимістичні, песимістичні, реалістичні). Для кожної з умов розробляється окремий сценарій досягнення поставлених цілей. Цілі, як правило, формулюються у вигляді ієрархічного переліку – дерева цілей.

Наприклад, перший рівень: соціально-економічний розвиток, продовольча безпека, енергетична безпека, безпека банківського сектору. На другому рівні виконується їх подальша деталізація і так далі.

Методи колективної експертної оцінки

Наступною групою експертних методів є методи колективної експертної оцінки. Вони дозволяють групі експертів дійти узгодженої думки. Колективне прийняття рішень щодо можливого розвитку ситуації має певні відмінності від індивідуальної оцінки:

– різний рівень авторитетності експертів сприяє виникненню конформізму, коли більшість з них погоджується з думкою більш компетентних колег;

– дискусія щодо проблемної ситуації може зводитись до діалогу найбільш активних експертів, які не завжди є компетентними;

– публічність висловлювання думок може призводити до небажання відмовитись від власної точки зору, навіть, якщо вона була хибною.

Саме тому, колективні експертні методи повинні враховувати дані психологічні особливості та створювати умови щодо їх нівелювання.

Класифікація методів колективної експертної оцінки для мінімізації невизначеності й ризику, наведена на рис. 5.2.

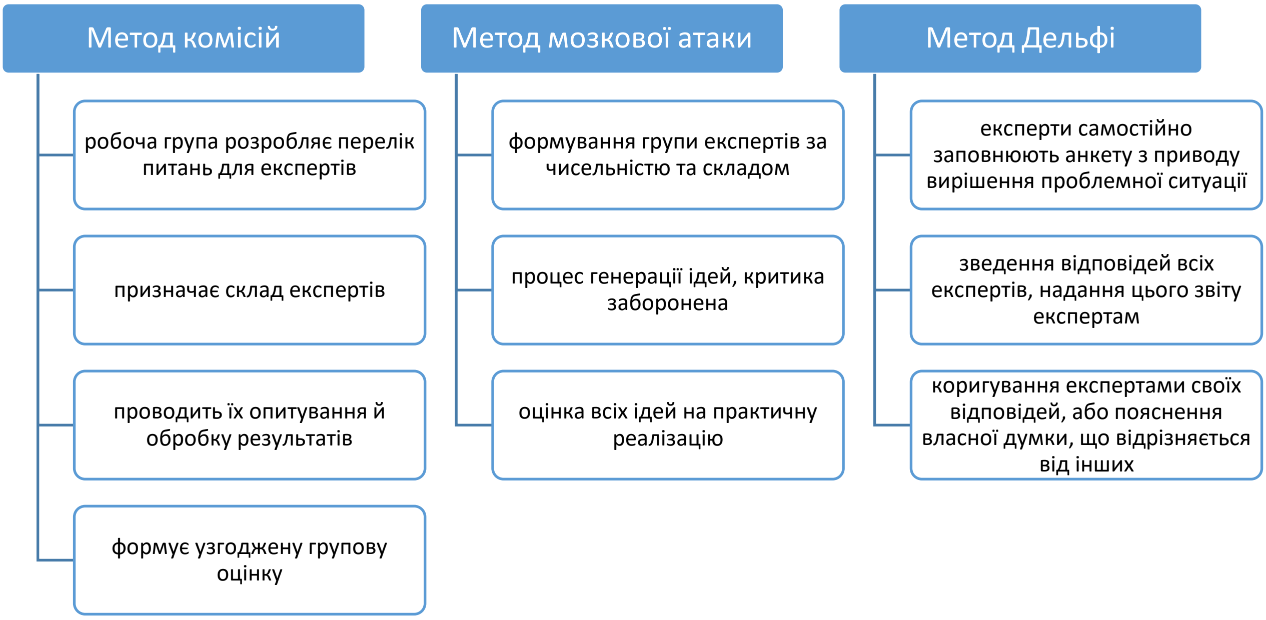

Рис. 5.2. Класифікація методів колективної експертної оцінки для мінімізації невизначеності й ризику

1. Метод комісій є найбільш популярним через відносну легкість організації й передбачає створення робочої групи, яка забезпечує підготовку й проведення опитування, обробку матеріалів й аналіз результатів експертної оцінки. Робоча група:

– розробляє перелік питань для експертів, забезпечує однозначність розуміння експертами цих питань, а також незалежність їх суджень;

– призначає склад експертів для розробки можливих сценаріїв розвитку подій;

– проводить опитування експертів й обробку результатів;

– узгоджує думки експертів за допомогою методів прийняття рішень. Спочатку виконується оцінка міри узгодженості думок, яка не повинна перевищувати певну межу, тобто, точки зору експертів не повинні суперечити одна іншій. Якщо ця умова виконується, тоді обчислюється узгоджена групова оцінка.

2. Метод мозкової атаки – включає наступні етапи:

– формування групи учасників мозкової атаки за чисельністю та складом (найбільш оптимальна група – 10-15 чол.; склад групи – з осіб одного рангу, якщо учасники знають один одного; з осіб різних рангів, якщо учасники незнайомі один з одним);

– процес генерації ідей – кожен із учасників висловлює будь-які ідеї щодо проблемної ситуації; критика висловлювань заборонена;

– оцінка всіх ідей на практичну реалізацію – всебічна критика всіх запропонованих варіантів рішень, або розвитку подій зі складанням списку тих ідей, які практично можна реалізувати.

3. Метод Дельфі – експерти, які практикують у різних, але взаємопов'язаних сферах діяльності, незалежно один від одного заповнюють докладну анкету з приводу проблемної ситуації.

На другому етапі кожний експерт отримує результати зведення відповідей інших експертів й його просять заново переглянути свій прогноз. Якщо він не збігається з прогнозами інших, експерт повинний докладно пояснити свою думку.

Вказана процедура повторюється 3-4 рази, доки експерти не прийдуть до спільної думки. Важливим моментом є анонімність експертів. Анонімність допомагає уникнути можливого групового обговорення проблеми, а також виникнення міжособистих конфліктів внаслідок відмінностей у статусі чи компетентності.

5.2. Математичні основи колективного узгодження рішень

Всі розглянуті вище колективні методи мінімізації невизначеності й ризику виходять з необхідності узгодження позицій експертів. Для вибору ефективних (найкращих) рішень з множини допустимих використовується метод оптимальності Парето.

Метод оптимальності Парето

Обрані рішення складають першу множину ефективних рішень, оптимальних за Парето. На наступному етапі з множини допустимих рішень видаляються ефективні рішення першої групи. З тих рішень, що залишились, визначають ефективні рішення другої групи. І так далі, поки всі рішення не будуть віднесені до відповідної групи, тобто, проранжовані (упорядковані).

Множиною ефективних за Парето рішень називаються такі, для яких при переході від одного рішення до іншого неможливо покращити оцінку одного експерта, не погіршивши оцінок інших експертів. Або, для рішення із множини ефективних не існує іншого рішення, яке є строго кращим за оцінками всіх експертів.

Зауваження: для застосування методу Парето, всі рішення попередньо повинні бути проранжовані експертами.

Приклад 1. Нехай ми маємо множину з п’яти допустимих рішень, які оцінюються двома експертами F_1 та F_2 й позначені крапками на площині. Також припустимо, що вища оцінка відповідає кращому рішенню, рис. 5.3.

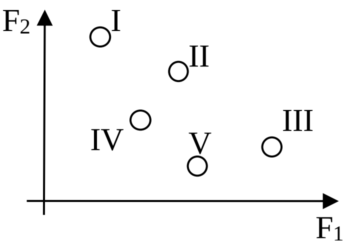

Рис. 5.3. Оцінка п’яти рішень двома експертами

Розглянемо наступні пари рішень:

– рішення IV та V неможливо порівняти між собою, оскільки перший експерт F_1 віддав перевагу п’ятому, а другий експерт – четвертому рішенню;

– рішення I, II та III також неможливо порівняти між собою з тієї самої причини;

– рішення II строго краще за IV. Тому, оскільки рішення I, II та III є непорівняними між собою, то рішення I та III кращі за IV;

– так само, рішення III є строго кращим за V. Тому, оскільки рішення I, II та III є непорівняними між собою, то рішення I та II кращі за V;

– рішення I, II та III складають множину ефективних рішень, оскільки при переході від одного рішення до іншого, неможливо покращити оцінку першого експерта, не погіршивши оцінку другого. Крім того, рішення I, II та III не гірші за IV, а рішення II є строго кращим за нього; рішення I, II та III не гірші за V, а рішення III є строго кращим за нього.

Мірою звуження множини допустимих рішень до множини ефективних, є коефіцієнт визначеності вибору γ:

$$\gamma = \frac{m_g - m_0}{m_g - 1}, \tag{5.1}$$

Де m_g – кількість допустимих рішень; m_0 – кількість ефективних рішень.

Коефіцієнт γ показує, на скільки зменшилась невизначеність вибору у зв’язку зі знаходженням множини ефективних рішень з множини допустимих, $\gamma \in [0; 1]$:

– якщо $\gamma = 1$, то множина ефективних рішень містить єдине оптимальне. Це є найкращим варіантом;

– якщо $\gamma = 0$, ($m_g = m_0$), то всі допустимі рішення одночасно є й ефективними. Тобто, відбір множини ефективних рішень, з точки зору звуження вибору й зменшення невизначеності, нічого не дав.

Розглянемо приклад узгодження колективної експертної оцінки за методом Парето.

<u>Приклад 2.</u> П’ять експертів оцінили (проранжували) 17 підприємств за рівнем фінансової стійкості. Кращому підприємству відповідає менший ранг й навпаки, табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Результати ранжувань підприємств експертами

Підприємства	**Експерт 1**	**Експерт 2**	**Експерт 3**	**Експерт 4**	**Експерт 5**
Підприємство 1	5	3	6	3	10
Підприємство 2	8	7	7	7	5
Підприємство 3	10	2	3	2	9
Підприємство 4	6	10	8	10	7
Підприємство 5	1	5	2	5	2
Підприємство 6	12	16	16	16	16
Підприємство 7	15	6	10	6	13
Підприємство 8	7	15	15	15	11
Підприємство 9	9	14	9	14	6
Підприємство 10	11	1	5	1	4
Підприємство 11	4	13	12	13	8
Підприємство 12	2	12	4	12	3
Підприємство 13	17	9	14	9	15
Підприємство 14	16	17	17	17	17
Підприємство 15	13	4	13	4	14
Підприємство 16	3	8	1	8	1
Підприємство 17	14	11	11	11	12

Для знаходження множини Парето, скористаємось методом прямого перебору:

– обираємо i-е підприємство й послідовно порівнюємо його зі всіма іншими;

– якщо i-е підприємство за оцінкою хоча б одного експерта є кращим за j-е підприємство, то j-е підприємство не може бути ефективним й виключається з множини ефективних рішень.

Таке порівняння слід провести для всіх пар підприємств, табл. 5.2.

Таблиця 5.2

Результати прямого перебору й ефективні рішення першої групи

	1*	**2**	**3***	**4**	**5***	**6**	**7**	**8**	**9**	**10***	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16***	**17**
1						1	1	1					1	1	1		1
2						1			1				1	1			1
3						1	1						1	1	1		1
4						1		1						1			1
5		1		1		1	1	1	1		1	1	1	1			1
6														1			
7													1	1			
8						1								1			
9						1								1			
10						1	1						1	1	1		1
11						1		1						1			
12						1		1	1		1			1			
13																	
14																	
15													1	1			
16				1		1		1	1		1		1	1			1
17														1			

Якщо і-е підприємство (по горизонталі) за оцінками всіх експертів є кращим за j-е підприємство (по вертикалі), то відповідна комірка таблиці 2.2 вважається зайнятою. Тоді, до множини Парето будуть належати лише ті підприємства, стовпці яких не містять зайнятих комірок. В нашому випадку, це підприємства №1, №3, №5, №10 та №16.

Для пошуку множини Парето другої групи, видалимо з таблиці 5.2 ефективні підприємства першої групи. Тоді, матриця парних порівнянь набуває вигляду, табл. 5.3.

Таблиця 5.3

Результати прямого перебору й ефективні рішення другої групи

	2*	**4***	**6**	**7***	**8**	**9**	**11**	**12***	**13**	**14**	**15***	**17**
2			1			1			1	1		1
4			1		1					1		1
6										1		
7									1	1		
8			1							1		
9			1							1		
11			1		1					1		
12			1		1	1	1			1		
13												
14												
15									1	1		
17										1		

Таким чином, множина Парето другої групи включає до свого складу підприємства: №2, №4, №7, №12 та №15.

Видаляємо з табл. 5.3 рядки та стовпці, які належать підприємствам з другої множини ефективних рішень. В результаті отримуємо табл. 5.4.

Таблиця 5.4

Результати прямого перебору й ефективні рішення третьої групи

	6	**8**	**9***	**11***	**13***	**14**	**17***
6						1	
8	1					1	
9	1					1	
11	1	1				1	
13							
14							
17						1	

Тобто, множина Парето третьої групи включає до свого складу підприємства: №9, №11, №13 та №17.

Видаляємо їх з табл. 5.4 й отримуємо наступну матрицю парних порівнянь, табл. 5.5.

Таблиця 5.5

Результати прямого перебору й ефективні рішення четвертої групи

	6	**8***	**14**
6			1
8	1		1
14			

Множина Парето четвертої групи підприємств включає до свого складу лише підприємство №8.

Таблиця 5.6

Результати прямого перебору й ефективні рішення п’ятої групи

	6*	**14**
6		1
14		

По аналогії, множина Парето п’ятої групи включає до свого складу підприємство №6. Тоді, останнє підприємство №14 – це множина Парето шостої групи.

Отже, процедура послідовного парного порівняння за методом Парето приводить до наступних результатів:

(1, 3, 5, 10, 16) $\succsim$ (2, 4, 7, 12, 15) $\succsim$ (9, 11, 13, 17) $\succsim$ (8) $\succsim$ (6) $\succsim$ (14)

Метод середніх арифметичних рангів

Поряд із методом Парето, узгоджену групову оцінку можна було знайти іншим методом, середніх арифметичних рангів. Це найбільш поширений та технічно простий метод, який дозволяє отримувати достатньо точні результати.

Метод середніх арифметичних рангів складається з етапів:

– експерти надають результати власних ранжувань об’єктів оцінки у вигляді, як було показано в табл. 5.1;

– за кожним рядком таблиці зведених оцінок (табл. 5.1) обчислюється середній ранг за формулою середньої арифметичної простої. Якщо відомими є вагові коефіцієнти рівнів компетентності експертів, то середній ранг обчислюється за формулою середньої арифметичної зваженої;

– на основі усереднених рангів виконується остаточне ранжування рішень, де меншому рангу відповідає краща оцінка.

Колонка (8) табл. 5.7 отримана на основі даних колонки (7) й містить результати узагальненого ранжування підприємств за методом середніх арифметичних рангів.

В колонці (9) наведені множини ефективних рішень за методом Парето, отримані з даних Прикладу №2.

На практиці, для зниження ризиків, рекомендовано використовувати обидва методи.

Таблиця 5.7

Метод середніх арифметичних рангів

Підприємства	**Експерт 1**	**Експерт 2**	**Експерт 3**	**Експерт 4**	**Експерт 5**	**Середній ранг**	**Ранг**	**Парето**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Підпр. 1	5	3	6	3	10	5,4	5	I
Підпр. 2	8	7	7	7	5	6,8	7	II
Підпр. 3	10	2	3	2	9	5,2	4	I
Підпр. 4	6	10	8	10	7	8,2	8	II
Підпр. 5	1	5	2	5	2	3	1	I
Підпр. 6	12	16	16	16	16	15,2	16	V
Підпр. 7	15	6	10	6	13	10	10	II
Підпр. 8	7	15	15	15	11	12,6	14	IV
Підпр. 9	9	14	9	14	6	10,4	12	III
Підпр. 10	11	1	5	1	4	4,4	3	I
Підпр. 11	4	13	12	13	8	10	10	III
Підпр. 12	2	12	4	12	3	6,6	6	II
Підпр. 13	17	9	14	9	15	12,8	15	III
Підпр. 14	16	17	17	17	17	16,8	17	VI
Підпр. 15	13	4	13	4	14	9,6	9	II
Підпр. 16	3	8	1	8	1	4,2	2	I
Підпр. 17	14	11	11	11	12	11,8	13	III

Оцінка узгодженості суджень експертів

Рівень довіри до результатів узгодженої позицій експертів оцінюється за допомогою дисперсійного коефіцієнта конкордації *W*. Для його розрахунку введемо умовні позначення. Нехай, матриця ранжувань експертів представлена у вигляді:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1d} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{1d} \\ \cdots & \cdots & r_{is} & \cdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{md} \end{bmatrix}, \qquad (5.2)$$

Де m – кількість рішень, за якими виконується експертна оцінка; d – кількість експертів; r_{is} – ранг i-ого рішення, що був привласнений s-им експертом.

Тоді, розрахунок дисперсійного коефіцієнта конкордації *W* здійснюється за формулами:

$$W = \frac{12}{d^2\left(m^3 - m\right)} \times S, \qquad (5.3)$$

$$S = \sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{s=1}^{d} r_{is} - \bar{r}\right)^2, \qquad (5.4)$$

$$\bar{r} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\sum_{s=1}^{d} r_{is} \ , \qquad (5.5)$$

Зауваження: індивідуальні експертні оцінки не повинні містити пов’язаних (однакових) рангів.

Дисперсійний коефіцієнт конкордації змінюється в межах $0 \le W \le 1$. Якщо *W=1*, то всі індивідуальні ранжування експертів є подібними між собою, тобто, між їхніми оцінками спостерігається максимальний рівень узгодженості та навпаки. Для інтерпретації його значень використовується наступна шкала:

W ϵ [0; 0,3] – рівень узгодженості оцінок експертів є дуже слабким;

W ϵ [0,3; 0,5) – слабкий;

W ϵ [0,5; 0,7) – помірний;

W ϵ [0,7; 0,9) – високий;

W ϵ [0,9; 1] – дуже високий.

Висока неузгодженість експертних оцінок (W < 0,5) може свідчити про низький рівень компетентності окремих членів групи, або низьку поінформованість щодо даного питання. В такому випадку, після додаткового вивчення проблемної ситуації, експертне опитування необхідно повторити.

Приклад 3. Розрахувати дисперсійний коефіцієнт конкордації за даними приладу 2 й оцінити міру узгодженості думок експертів.

1. Спочатку знаходимо $\bar{r}$:

$$\bar{r} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\sum_{s=1}^{d} r_{is} = \frac{1}{17} \times 765 = 45, \qquad (5.6)$$

2. Далі обчислюємо S:

Таблиця 8

Розрахунок квадратів відхилень

Підпри-ємства	**Екс-перт 1**	**Екс-перт 2**	**Екс-перт 3**	**Екс-перт 4**	**Екс-перт 5**	**Сума рангів**	$(\text{Сума рангів} - \bar{r})^2$
Підпр. 1	5	3	6	3	10	27	$= (27 - 45)^2 = 324$
Підпр. 2	8	7	7	7	5	34	$= (34 - 45)^2 = 121$
Підпр. 3	10	2	3	2	9	26	$= (26 - 45)^2 = 361$
Підпр. 4	6	10	8	10	7	41	16
Підпр. 5	1	5	2	5	2	15	900
Підпр. 6	12	16	16	16	16	76	961
Підпр. 7	15	6	10	6	13	50	25
Підпр. 8	7	15	15	15	11	63	324
Підпр. 9	9	14	9	14	6	52	49
Підпр. 10	11	1	5	1	4	22	529
Підпр. 11	4	13	12	13	8	50	25
Підпр. 12	2	12	4	12	3	33	144
Підпр. 13	17	9	14	9	15	64	361

Підпр. 14	16	17	17	17	17	84	1521
Підпр. 15	13	4	13	4	14	48	9
Підпр. 16	3	8	1	8	1	21	576
Підпр. 17	14	11	11	11	12	59	196
						S =	6442

3. Розраховуємо значення дисперсійного коефіцієнту конкордації:

$$W = \frac{12}{d^2(m^3 - m)} \times S = \frac{12}{5^2 \times (17^3 - 17)} \times 6442 = 0{,}6316, \quad (5.7)$$

Як бачимо, оцінки експертів мають помірний рівень узгодженості. А отже, ми можемо довіряти результатам попередніх розрахунків.

2.3. Класичні критерії вибору оптимального рішення для мінімізації ризику

Будь-яке рішення в умовах неповноти інформації й невизначеності, приймається відповідно з деякою оціночною функцією (функцією переваги ОПР). Вибір такої функції переваги повинний здійснюватись з урахуванням кількісних характеристик ситуації й схильності ОПР до ризику.

На даний час найбільш широкого застосування набули наступні класичні критерії прийняття рішень:

- максимінний критерій Вальда – це критерій крайнього песимізму, що передбачає обережну стратегії поведінки. Вона виходить з того, що якщо найгірший варіант розвитку подій може статись, то він станеться;
- мінімаксний критерій Севіджа – критерій відносного песимізму;
- критерій оптимізму – відповідає оптимістичній стратегії вибору;
- критерій максимального середнього виграшу Байєса-Лапласа – це стратегія раціонального вибору.

Різне поєднання класичних критеріїв призводить до похідних. Найбільш розповсюдженим похідним критерієм є критерій Гурвіца, що відповідає збалансованій стратегії вибору.

Якщо існує така можливість, то всі перераховані вище критерії застосовуються до вивчаємої проблемної ситуації по черзі. Остаточне рішення в умовах невизначеності приймається за більшістю їхніх оцінок. Це дозволяє знизити вплив суб'єктивних факторів.

Нехай оптимальне рішення y^* визначається за допомогою коефіцієнта важливості рішень β. Тоді, загальне правило вибору записується, як:

$$y^* = \underset{\beta_i}{extremum} \, (\beta_1, \beta_2 \dots \beta_m) \quad (5.8)$$

Якщо коефіцієнт важливості рішень β повинний максимізуватись (кращому рішенню відповідає більше значення β), то правило вибору (5.8) приймає вигляд:

$$y^* = \underset{\beta_i}{max}\,(\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_m) \tag{5.9}$$

І навпаки, якщо коефіцієнт важливості рішень β повинний мінімізуватись (кращому рішенню відповідає менше значення β), то правило вибору (2.8) має вигляд:

$$y^* = \underset{\beta_i}{min}\,(\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_m) \tag{5.10}$$

Ці правила (5.9) та (5.10) є основою класичних й похідних критеріїв прийняття рішень. Розглянемо їх більш детально.

Максимінний критерій Вальда. Застосовується, коли:

– про можливе виникнення тієї чи іншої ситуації нічого не відомо, або даний метод не потребує знання ймовірностей настання тієї чи іншої події;

– необхідно враховувати можливості настання різних ситуацій;

– рішення приймається й виконується лише 1 раз;

– необхідно виключити будь-який ризик. Тобто, ні за яких умов, обране рішення y^* не повинно бути гіршим, ніж рішення з множини Парето.

Оскільки критерій крайнього песимізму Вальда заснований на передумові про те, що якщо найгірша ситуація може статися, то вона станеться, то коефіцієнт важливості і-го рішення β_i є найгіршим значенням функції переваги для всіх можливих ситуацій.

1. Якщо функція переваги f_{ij} задається таким чином, що її краще значення відповідає більшому числу, то коефіцієнт важливості рішень обчислюється за правилом (5.11):

$$\beta_i = \underset{j}{min}\, f_{ij}, \quad i = 1, 2, \ldots m \tag{5.11}$$

Тобто, для і-го рішення по всіх можливих j-их ситуаціях обирається та ситуація, яка має найменше значення функції переваги. Тоді, оптимальне рішення буде знаходитись за правилом (5.12):

$$y^* = \underset{i}{max}\left(\underset{j}{min}\, f_{ij}\right) \tag{5.12}$$

Тобто, обирається найкраще рішення з усіх найгірших можливих варіантів розвитку подій.

Правило вибору оптимального рішення: матриця ситуацій доповнюється двома стовпцями: перший стовпець заповнюється найменшими значеннями функції переваги f_{ij} для кожного рядка; у другому стовпці обирається варіант рішення, який має найбільше значення першого стовпця.

Приклад 4. Нехай, матриця рішень має такий вигляд:

Рішення	Ситуації		$\min_j f_{ij}$	$y^* = \max_i \left(\min_j f_{ij}\right)$
	S1, тис. у.о.	S2, тис. у.о.		
$У_1$	1	100	1	
$У_2$	1,1	1,1	1,1	$1{,}1^*$

Таким чином, $у^* = У_2$ є оптимальним рішенням за критерієм крайнього песимізму.

Однак, якщо ситуація S2 виникає частіше, ніж S1 й оптимальне рішення реалізується не один раз, а багато разів, то найкращим рішенням буде $У_1$. Тобто, ігнорування ймовірностей настання різних ситуацій, є недоліком даного методу прийняття рішень.

Приклад 5. Необхідно прийняти рішення щодо обсягу інвестицій в новий проект (великі, середні, малі). Очікуваний прибуток залежить від майбутнього попиту (високий, середній, низький), ймовірності яких є невідомими.

Інвестиції	Високий попит, тис. у.о.	Середній попит, тис. у.о.	Низький попит, тис. у.о.	$\min_j f_{ij}$	$y^* = \max_i \left(\min_j f_{ij}\right)$
Великі	500	200	-100	-100	
Середні	400	250	50	50	
Малі	150	150	150	150	150*

Отже, оптимальним рішенням є малі інвестиції. Саме такі інвестиції забезпечують найвищий рівень гарантованого прибутку за умови настання будь-якої несприятливої ситуації.

2. Якщо функція переваги f_{ij} задається таким чином, що її краще значення відповідає меншому числу, то коефіцієнт важливості рішень обчислюється за правилом (5.13):

$$\beta_i = \max_j f_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots m \tag{5.13}$$

Тоді, оптимальне рішення буде визначатись за формулою:

$$y^* = \min_i \left(\max_j f_{ij}\right) \tag{5.14}$$

Приклад 6. Нехай матриця рішень має вигляд (Приклад №2 з множини Парето):

Рішення	Ситуації					$\underset{j}{max}\, f_{ij}$	$y^* = \underset{i}{min}\left(\underset{j}{max}\, f_{ij}\right)$
	S1	S2	S3	S4	S5		
$У_1$	5	3	6	3	10	10	
$У_3$	10	2	3	2	9	10	
$У_5$	1	5	2	5	2	5	5^*
$У_{10}$	11	1	5	1	4	11	
$У_{16}$	3	8	1	8	1	8	

Таким чином, $y^* = У_5$ є оптимальним рішенням.

Мінімаксний критерій Севіджа. До цього методу прийняття рішень висуваються ті ж вимоги, що й до критерію Вальда. Причому, найгіршим рішенням вважається рішення з максимальним ризиком, а не мінімальним виграшем.

Нехай, функція переваги f_{ij} задається таким чином, що її краще значення відповідає більшому числу.

Тоді, введемо умовні позначення. Нехай, ризик j-ої ситуації для кожного i-ого рішення описується матрицею різниць A_{ij} й обчислюється як:

$$A_{ij} = \underset{i}{max}\, f_{ij} - f_{ij} \tag{5.15}$$

Матриця різниць показує величину втраченого виграшу, якщо в j-ій ситуації замість найкращого можливого рішення, обирається i-е рішення.

Коефіцієнт важливості рішень буде розраховуватися як:

$$\beta_i = \underset{j}{max}\left(A_{ij}\right) \tag{5.16}$$

Тоді, оптимальне рішення буде знаходитись, як:

$$y^* = \underset{i}{min}\left(\underset{j}{max}\left(A_{ij}\right)\right) \tag{5.17}$$

Тобто, до матриці різниць був застосований критерій Вальда.

Правило вибору оптимального рішення:

– за кожним стовпцем матриці рішень (за кожною ситуацією) знаходиться найбільше значення;

– від знайдених найбільших значень віднімаються значення функції переваги f_{ij} відповідних стовпців. Отримуємо матрицю різниць A_{ij} (матрицю ризиків);

– для кожного рядка матриці різниць A_{ij} знаходимо максимальні значення й обираємо найменше з них.

<u>Приклад 7.</u> За основу візьмемо Приклад №5 про інвестиції. Доповнимо матрицю виграшів додатковим рядком, в якому обчислимо максимальний прибуток для кожної ситуації (високого, середнього та низького попиту).

Інвестиції	Високий попит, тис. у.о.	Середній попит, тис. у.о.	Низький попит, тис. у.о.
Великі	500	200	-100
Середні	400	250	50
Малі	150	150	150
Максимальний прибуток	500	250	150

Далі обчислюємо матрицю різниць A_{ij}.

Інвестиції	Високий попит, тис. у.о.	Середній попит, тис. у.о.	Низький попит, тис. у.о.	$\max\limits_{j}(A_{ij})$	$\min\limits_{i}\left(\max\limits_{j}(A_{ij})\right)$
Великі	0	50	250	250	
Середні	100	0	100	100	100*
Малі	350	100	0	350	

Отже, оптимальним рішенням є середні інвестиції. Саме такі інвестиції мінімізують ризик недоотримання максимального прибутку, за умови невизначеності попиту.

Критерій оптимізму. Даний критерій зосереджується на найкращому з найкращих результатів. Це ризикований підхід, який ігнорує можливі збитки. Він підходить для тих, хто готовий ризикувати заради великого виграшу.

Нехай, функція переваги f_{ij} задається таким чином, що її краще значення відповідає більшому числу. Тоді, коефіцієнт важливості рішень розраховується як:

$$\beta_i = \max_{j} f_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots m \qquad (5.18)$$

Правило вибору оптимального рішення буде виглядати так:

$$y^* = \max_{i}\left(\max_{j} f_{ij}\right) \qquad (5.19)$$

Якщо вимірювання переваг f_{ij} виконується на основі ранжувань (кращому рішенню відповідає менший ранг), то правило вибору буде мати вигляд:

$$y^* = \min_{i}\left(\min_{j} f_{ij}\right) \qquad (5.20)$$

Даний метод також застосовується в умовах невизначеності, коли про ймовірності настання ситуацій нічого не відомо.

<u>Приклад 8.</u> За основу візьмемо Приклад №5 про інвестиції. Доповнимо матрицю виграшів двома стовпцями:

Інвестиції	Високий попит, тис. у.о.	Середній попит, тис. у.о.	Низький попит, тис. у.о.	$\max\limits_{j} f_{ij}$	$\max\limits_{i}\left(\max\limits_{j} f_{ij}\right)$
Великі	500	200	-100	500	500*
Середні	400	250	50	400	
Малі	150	150	150	150	

Отже, оптимальним рішенням є великі інвестиції. Оскільки саме вони, за сприятливих умов можуть принести найбільший прибуток.

<u>Критерій максимуму середнього виграшу Байєса-Лапласа.</u> Даний критерій відповідає стратегії раціонального вибору. Для нього є характерними такі відмінні риси:

– вимагає знань про ймовірності настання тієї чи іншої події;

– рішення приймаються й виконуються багаторазово;

– за невеликої кількості впроваджень цих рішень, допускається певний ризик, а при нескінченній кількості впроваджень – будь-який ризик виключається.

Критерій Байєса-Лапласа є більш оптимістичним, ніж критерій Вальда, але вимагає більшого обсягу інформації (меншої невизначеності).

Функція переваги вимірюється тільки за **кількісною шкалою**. Коефіцієнти важливості рішень представляють собою середній виграш, який можна отримати від реалізації кожного рішення з урахуванням ймовірності настання кожної ситуації:

$$\beta_i = \sum_{j=1}^{n} p_j f_{ij}, \quad \text{для кожного} \quad i = 1, 2, \dots m \qquad (5.21)$$

Де p_j – ймовірність настання j-ої ситуації, $\sum_{j=1}^{n} p_j = 1$;

n – кількість можливих ситуацій з заданими ймовірностями;

f_{ij} – значення функції переваги, що є оцінкою і-го рішення в j-ій ситуації;

m – кількість можливих рішень, з яких слід обрати оптимальне.

Тоді, оптимальне рішення буде знаходитись, як:

$$Y^* = \max_i \beta_i \qquad (5.22)$$

Правило вибору оптимального рішення:

– матриця значень функції переваги f_{ij} доповнюється рядком, в якому зазначаються ймовірності настання кожної події;

– матриця значень функції переваги f_{ij} доповнюється стовпцем, в якому обчислюється середній очікуваний виграш за формулою (2.21);

– зі стовпця середнього очікуваного виграшу обирається рішення з максимальним значенням β_i.

Приклад 9. За основу візьмемо Приклад №5 про інвестиції, коли ймовірності настання кожної події є відомими. Доповнимо матрицю виграшів двома стовпцями:

Інвестиції	Високий попит, тис. у.о.	Середній попит, тис. у.о.	Низький попит, тис. у.о.	β_i	$\max\limits_i \beta_i$
Великі	500	200	-100	245	
Середні	400	250	50	260	260*
Малі	150	150	150	150	
Ймовірності подій	0,4	0,35	0,25		

Отже, оптимальним рішенням є середні інвестиції. Оскільки саме вони, за умови багаторазової реалізації проекту зможуть принести найбільший середній прибуток.

Критерій Гурвіца. Даний критерій є різновидом стратегії прийняття раціональних рішень (збалансована позиція). Функція переваги знаходиться між точками зору крайнього оптимізму й крайнього песимізму. Застосування даного критерію не вимагає знання ймовірностей ситуацій.

Критерій може застосовуватись у випадках:
- про ймовірність настання ситуацій нічого невідомо;
- необхідно враховувати можливі варіанти виникнення ситуацій;
- буде реалізовано невелику кількість рішень;
- допускається певний ризик.

Правило вибору в кількісній шкалі:

$$Y_{HW}^{*} = \max_i [h \times \min_j f_{ij} + (1 - h) \times \max_j f_{ij}] \tag{5.23}$$

Де f_{ij} – значення функції переваги при оцінці i-го рішення в j-й ситуації;

h – коефіцієнт песимізму (ваговий коефіцієнт), який змінюється в діапазоні $0 \leq h \leq 1$.

Якщо h = 0, то рішення приймається за критерієм оптимізму;

Якщо h = 1 – за критерієм Вальда (критерій песимізму).

Той, хто приймає рішення, обирає коефіцієнт h на свій розсуд.

Приклад 10. За основу візьмемо Приклад №5 про інвестиції, коли коефіцієнт h = 0,5:

Інвестиції	Високий попит, тис. у.о.	Середній попит, тис. у.о.	Низький попит, тис. у.о.	$\min_j f_{ij}$	$\max_j f_{ij}$	Y_{HW}^*
Великі	500	200	-100	-100	500	200
Середні	400	250	50	50	400	225*
Малі	150	150	150	150	150	150

Отже, оптимальним рішенням є середні інвестиції.

У деяких випадках, критерій Гурвіца може призводити до завідомо невірних рішень.

Приклад 11. Використання критерію Гурвіца, h = 0,5.

	S1	S2	…	Sn	$\min_j f_{ij}$	$\max_j f_{ij}$	Y_{HW}^*
Y1	*10000*	*1*	...	*1*	1	10000	0,5*1+0,5*10000 = 5000,5*
Y2	*1*	*9999*	...	*9999*	1	9999	0,5 * 1 + 0,5 * 9999 = 5000

У цьому випадку, критерій Гурвіца надає перевагу рішенню Y1, хоча рішення Y2 є кращим.

На практиці, остаточні висновки слід робити на основі не одного, а узагальненої оцінки множини критеріїв, розглянутих вище.