

УДК 517.11 :07

[https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-7\(48\)-944-957](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-7(48)-944-957)

Стеганцев Євгеній Вікторович кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри загальної математики, Запорізький національний університет, м. Запоріжжя, <https://orcid.org/0009-0000-2495-5977>

Стеганцева Поліна Георгіївна кандидат фізико-математичних наук, професор, професор кафедри загальної математики, Запорізький національний університет, м. Запоріжжя, <https://orcid.org/0000-0001-8871-139X>

ЛОГІЧНА СКЛАДОВА ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Анотація. З метою адаптації освіти до вимог сучасного світу в Україні була запроваджена концепція НУШ, в основі якої є компетентнісний підхід. Однією з провідних компетентностей НУШ є формування вміння вчитися впродовж життя, розв'язувати проблеми “тут і зараз”, шукати нестандартні способи їх вирішення.

Сучасна людина має бути готова до розв'язання нестандартних задач, яких можливо під час її навчання й не існувало. Іншими словами, важливим є розуміння того факту, що знання можуть «застаріти», але навички самостійної роботи, вміння застосовувати основні методи досліджень, опанування міждисциплінарних зв'язків будуть і в подальшому використовуватись студентами.

Усвідомлення ідеї компетентнісного підходу до навчання знімає питання типу «Навіщо майбутнім вчителям математики вчити в університеті той матеріал, який безпосередньо не включений до шкільної програми?». Успішна реалізація задач, пов'язаних з реалізацією компетентнісного підходу, можлива за умови якісної підготовки майбутніх і вже практикуючих вчителів.

Однією з малопомітних, але надзвичайно впливових, складових сучасної науки й освіти, є математична логіка. Математична логіка посідає важливе місце в професійній підготовці вчителів математики. Вона сприяє вихованню культури логічного мислення, дає можливість краще зрозуміти структурно-логічну схему шкільного курсу математики. Зокрема, зміст поняття логічного слідування забезпечує глибоке розуміння суті поняття доведення, зв'язків між різного роду теоремами.

Усвідомлення структури математичної теореми забезпечує розуміння й обґрунтування методів її доведення.

Важливо розвинути у майбутніх вчителів математики дослідницькі якості, наприклад, вміння узагальнити розв'язану задачу, сформулювати аналогічну задачу, сформулювати й довести або спростувати обернену теорему. Цьому сприятиме систематична відмова у формулюваннях задач від вимог типу «обчисліть...», «доведіть, що...», пов'язаних з репродуктивною організацією навчання. Формулювання типу «чи вірно, що...?», «які наслідки випливають з...?», «сформулюйте можливі гіпотези...» можуть підвищити мотивацію учнів, спонукати їх до творчості.

Ключові слова: освіта, компетентнісний підхід, математична логіка, логічне мислення, шкільний курс математики, метод доведення від супротивного.

Stegantsev Evgeniy Victorovich Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent, Associate Professor of the Department of General Mathematics, Zaporizhzhia National University, Zaporizhzhia, <https://orcid.org/0009-0000-2495-5977>

Stegantseva Polina Georgievna Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of General Mathematics, Zaporizhzhia National University, Zaporizhzhia, <https://orcid.org/0000-0001-8871-139X>

LOGICAL COMPONENT OF PROFESSIONAL TRAINING OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

Abstract. In order to adapt education to the requirements of the modern world, Ukraine introduced the NUS concept, which is based on a competence-based approach. One of the leading competences of the NUS is the development of the ability to learn throughout life, to solve problems “here and now”, and to look for non-standard ways to solve them. A modern person must be prepared to solve non-standard problems that may not have existed during their studies. In other words, it is important to understand that knowledge can become “outdated”, but the skills of independent work, the ability to apply basic research methods, and the mastery of interdisciplinary connections will continue to be used by students in the future. Awareness of the idea of the competence-based approach to teaching removes questions such as “Why should future mathematics teachers study at university material that is not directly included in the school curriculum?” Successful implementation of tasks related to the implementation of the

competence-based approach is possible only if future and practicing teachers are well trained.

Mathematical logic is one of the most invisible, but extremely influential, components of modern science and education. Mathematical logic plays an important role in the professional training of mathematics teachers. It promotes the culture of logical thinking and enables a better understanding of the structural and logical scheme of the school mathematics course. In particular, the content of the concept of logical sequence provides a deep understanding of the essence of the concept of proof, the connections between different kinds of theorems. Awareness of the structure of the mathematical theorem provides an understanding and justification of the methods of its proof.

It is important to develop research skills in future mathematics teachers, for example, the ability to generalize the solved problem, formulate the similar problem, formulate and prove or disprove the inverse theorem. This will be facilitated by the systematic refusal in the formulation of tasks from requirements such as “calculate...”, “prove that...”, associated with the reproductive organization of learning. Formulations such as “is it true that...?”, “what are the consequences of...?”, “formulate possible hypotheses...” can increase students' motivation and encourage them to be creative.

Keywords: education, competence-based approach, mathematical logic, logical thinking, school mathematics course, method of proof from the contrary.

Постановка проблеми. Математична логіка сприяє впорядкуванню мислення, забезпечує можливість формалізації та верифікації міркувань у різноманітних галузях знань. Саме аналіз міркувань дозволяє комп'ютеру здійснювати логічні висновки та обробляти запити. Також математична логіка отримала широке застосування в таких сферах, як математична лінгвістика, психологія, біологія, економіка та різних галузях техніки. Математична логіка залучена до розробки та удосконалення штучного інтелекту [1], який набуває все більшої популярності та потребує постійного удосконалення.

В освітньому процесі активно використовуються майже всі логічні інструменти математичної логіки: логічні операції (заперечення, кон'юнкція, диз'юнкція, імплікація, еквіваленція); логічні закони; схеми правильних міркувань. Поняття логічного слідування є одним з найважливіших логічних інструментів математики. Воно використовується при формулюванні й доведенні теорем, розв'язуванні різних математичних задач, особливо з шкільного курсу геометрії. В шкільній математиці 70-х років уже була спроба ввести в явній формі поняття логічного слідування. Це було зроблено в алгебрі. Ставилась задача використання цього поняття

при доведенні теорем та розв'язанні рівнянь та нерівностей. На жаль, цей розділ протримався в шкільних підручниках алгебри 7 класу не більше десяти років і був виключений спочатку зі шкільної програми, а потім і з підручників. Але цей факт лише підкреслює необхідність особливої уваги до формування логічної культури майбутніх вчителів математики, розуміння ними ролі математичної логіки як фундаменту всієї математики.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Запровадження в Україні концепції НУШ [2], основою якої є компетентнісний підхід, сколихнуло дослідників та практиків до пошуку шляхів реалізації поставлених задач. Але слід зазначити, що ідеї компетентнісного підходу з'явилися набагато раніше й активно обговорювались на сторінках вітчизняних та зарубіжних наукових та популярних видань. Одним із шляхів формування компетентностей є забезпечення діяльнісного підходу до навчання [3], [4].

Важливою складовою компетентнісного підходу є формування критичного мислення. В пов'язаних з цим публікаціях можна знайти як аналіз змісту самого поняття критичного мислення, так і шляхи й технології його розвитку [5], [6], [7].

Креативне мислення також є важливою компетентністю 21 ст., шляхи його формування та розвитку активно дискутуються в наукових статтях і на різноманітних освітянських платформах [8]. Особливої уваги заслуговує дискусія про зв'язок критичного та креативного мислення, можна навіть зустріти термін креатичне мислення, в якому підкреслюється їх одночасна важливість як, наприклад, вдих і видих у дихальному процесі [9].

Під час підготовки майбутніх вчителів математики першочерговою є задача формування світогляду на математичну логіку як на фундаментальну науку, що призначена для формалізації знань, розробки та використання нових інформаційних технологій, моделювання складних систем, систем штучного інтелекту. [10] Основною ідеєю є поняття аксіоматичного методу, який в шкільному курсі математики реалізується при побудові геометрії. У зв'язку з тим, що включення в шкільну програму ідей аксіоматичного методу та елементів математичної логіки відбулось дуже давно і дотепер залишається актуальним, не втратили своєї актуальності й публікації, серед яких варто відзначити [11], [12]. Зокрема в останній роботі проаналізована спроба введення поняття слідування в шкільний курс математики в 70-х роках минулого століття.

Взагалі про популяризацію ідей математичної логіки в Україні й, зокрема, про роль математичної логіки в розвитку теорії доведень йдеться в роботі [13].

Мета статті – дослідження можливостей використання інструментів математичної логіки в питаннях формулювання теорем, їх доведення,

логічного обґрунтування методу доведення від супротивного, конструювання прикладів застосування різних схем доведення від супротивного.

Виклад основного матеріалу. У математичній логіці формулювання теорем має надзвичайне значення, оскільки лише коректне використання логічних операторів дозволяє однозначно розуміти умови теорем та логічні наслідки з цих умов. Доволі часто теореми формулюються у категоричній формі: «Сума внутрішніх кутів довільного трикутника дорівнює 180 градусам», «Не існує найбільшого простого числа». Формалізація теореми мовою математичної логіки допомагає уникнути двозначностей та уточнює зв'язок між припущеннями та висновками. Ця формалізація починається з перебудови формулювання теореми від категоричної до імплікативної форми.

Наприклад, теорема «Сума внутрішніх кутів довільного трикутника дорівнює 180 градусам» сформульована у категоричній формі. Позначимо через A висловлювання: « α, β, γ – кути трикутника», а через B висловлювання: « $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ». Тоді теорему можна сформулювати так: «Якщо α, β, γ – кути трикутника, то $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ », тобто у вигляді імплікації $A \Rightarrow B$.

Слід зазначити, що іноді здобувачі освіти не можуть без допомоги виділити у категоричному формулюванні умови теореми та її наслідки. Наприклад, у відомій теоремі «Не існує найбільшого простого числа» вже не так очевидно, як вибрати висловлювання A та B .

Наведемо варіант, який передбачає введення у формулювання параметру. Позначимо через A висловлювання « p – просте число», через B – «існує просте число p' , більше числа p ». Тоді теорему можна сформулювати так: Якщо p – просте число, то існує більше за p просте число p' .

Означення. Нехай дано теорему $A \Rightarrow B$. Будемо називати її *прямою теоремою*. Теорема $B \Rightarrow A$ називається *оберненою* до даної теореми, теорема $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ – *протилежною*, теорема $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ – *оберненою до протилежної* (або *протилежною до оберненої*).

Шкільний курс математики передбачає знайомство з усіма цими видами теорем, хоча аналіз підручників показує, що відсоток обернених теорем є незначним у порівнянні з прямими теоремами. Навчання (по можливості, одночасне) прямих та обернених дій, зокрема, прямих і обернених теорем, є безумовною і обґрунтованою дидактичною необхідністю.

Отже, подолання вказаного недоліку цілком покладається на вчителя. У наступному завданні не всі наведені теореми розглядаються в шкільному курсі, доведення обернених до деяких з них є складною задачею, але це не означає, що їх не треба пропонувати учням.

Завдання. Для заданих теорем сформулювати обернені й з'ясувати, чи є вони вірними:

1. Добуток двох парних чисел є парним числом.
2. Сума всіх внутрішніх кутів трикутника дорівнює 180 градусів.
3. Паралельні прямі, які перетинають сторони заданого кута, відтинають на кожній стороні пропорційні відрізки.
4. У рівнобедреному трикутнику висоти, проведені до бічних сторін, рівні між собою.
5. У рівнобедреному трикутнику бісектриси, проведені до бічних сторін, рівні між собою.
6. Якщо у трапеції провести діагоналі, то прилеглі до бічних сторін трикутники рівновеликі.

Ще один важливий аспект формалізації теорем та їх доведень мовою математичної логіки пов'язаний з поняттями необхідних та достатніх умов. Досвід викладання свідчить про значні пробіли в цих питаннях.

Означення.

Якщо має місце теорема $A \Rightarrow B$, то умова B називається *необхідною* для A , а умова A *достатньою* для B . Якщо ж поряд з теоремою $A \Rightarrow B$ має місце і обернена теорема $B \Rightarrow A$, то кожна з умов A та B буде одночасно *необхідною і достатньою* для іншої. У цьому випадку пишуть $A \Leftrightarrow B$ і називають теорему критерієм або ознакою та при її формулюванні використовують зв'язку «необхідно і достатньо» або «тоді і тільки тоді», або «якщо і тільки якщо».

Розглянемо декілька логічних варіантів формулювання теореми «Сума внутрішніх кутів опуклого n -кутника дорівнює $180^\circ(n - 2)$ »:

1. У вигляді імплікації $A \Rightarrow B$: «Якщо n -кутник опуклий (A), то сума його кутів дорівнює $180^\circ(n - 2)$ (B)»;
2. У вигляді контрапозиції $\bar{B} \rightarrow \bar{A}$: «Якщо сума кутів у n -кутнику не дорівнює $180^\circ(n - 2)$, то він не опуклий»;
3. У вигляді достатньої умови $A \Rightarrow B$: «Достатньо, щоб n -кутник був опуклим, щоб сума його кутів дорівнювала $180^\circ(n - 2)$ »;
4. У вигляді необхідної умови $B \Rightarrow A$: «Властивість суми кутів n -кутника дорівнювати $180^\circ(n - 2)$ є необхідною умовою того, щоб він був опуклим»;

5. У вигляді еквівалентності (необхідна і достатня умова) $A \Leftrightarrow B$: «Для того, щоб n -кутник був опуклим, необхідно й достатньо, щоб сума його кутів дорівнювала $180^\circ(n - 2)$ ».

Усвідомлення структури математичної теореми забезпечує розуміння й обґрунтування методів її доведення. Доведення має таку загальну структуру: теза, аргументи (основа), демонстрація (рис. 1).

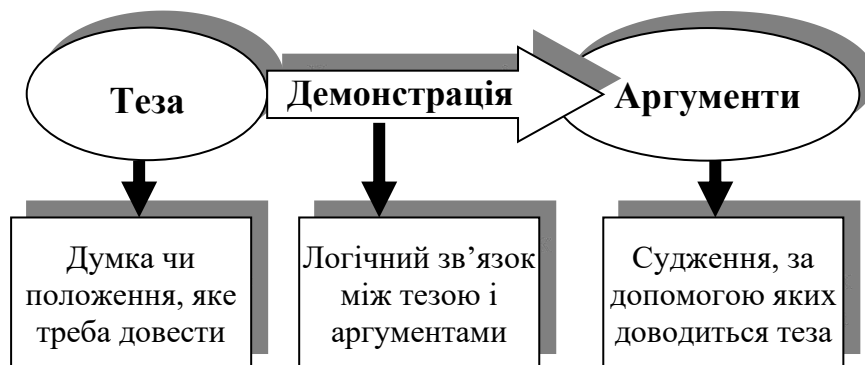


Рис. 1. Загальна структура доведення

Тезою називається твердження (думка, положення), яке потрібно довести. Як правило, теза має чітку й коротку форму викладу.

Аргументи являють собою судження (доводи, підстави), за допомогою яких доводиться теза. Необхідною умовою є істинність кожного аргументу, але слід зауважити, що цього недостатньо.

Демонстрація є формою логічного зв'язку між аргументами й тезою. Вона являє собою логічну послідовність умовиводів, ланцюжок взаємообумовлених міркувань, який дозволяє довести істинність висунутої тези.

Прямим називають доведення, в якому істинність тези обґрунтовується шляхом побудови логічної послідовності тверджень, починаючи безпосередньо з аргументів. Доведення, в якому істинність тези обґрунтовується за допомогою спростування істинності суперечного положення, називається **непрямим доведенням**. Непряме доведення можна охарактеризувати й по-іншому: істинність висунутої тези обґрунтовується за допомогою доведення хибності антитези.

Отже, в непрямому доведенні ми припускаємо істинність судження, що суперечить тезі, а потім виводимо всі наслідки. Якщо ці наслідки будуть суперечити судженню, прийнятому нами за істинне, то ми повинні визнати, що антитеза, з якої ми вивели наслідок, є хибною. Однак, якщо ми зафіксували хибність антитези, то з цього цілком природно випливає, що теза є істинною, що і треба було довести.

Необхідною умовою вміння доводити твердження є усвідомлення суті й логічної структури методів доведень. Одним із непрямих доведень є **метод доведення від супротивного**.

Метод доведення від супротивного розробив видатний давньогрецький математик Евдокс Кнідський. Першим відомим в історії математики доведенням від супротивного вважається доведення піфагорійцями несумірності сторони й діагоналі квадрата. В основі доведення методом від супротивного лежить закон виключеного третього ($A \vee \bar{A}$). Наприклад: «число ділиться на п'ять або число не ділиться на п'ять»; «задане рівняння квадратне або задане рівняння не квадратне»; «задана система рівнянь сумісна або не сумісна». Тут виключено існування будь-якої третьої непорожньої множини об'єктів, які би не увійшли ні в першу, ні в другу групу. Логічним обґрунтуванням виступають властивості суперечливих тверджень: 1) Два суперечливих твердження не можуть бути одночасно істинними; 2) Два суперечливих твердження не можуть бути одночасно хибними; 3) Із двох суперечливих тверджень завжди одне істинне, а друге хибне. З точки зору математичної логіки доведення теореми $A \Rightarrow B$ методом від супротивного полягає в доведенні істинності однієї з таких п'яти імплікацій:

1) $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$; 2) $A \wedge \bar{B} \Rightarrow \bar{A}$; 3) $A \wedge \bar{B} \Rightarrow B$; 4) $A \wedge \bar{B} \Rightarrow C \wedge \bar{C}$ (C - довільне висловлювання); 5) $A \wedge \bar{B} \Rightarrow \bar{i}$ (i – деяке істинне висловлювання).

Кожна з наведених імплікацій рівносильна імплікації $A \Rightarrow B$, що легко обґрунтувати, побудувавши таблиці істинності.

Наступний рисунок дає візуальне уявлення про п'ять можливих схем доведення від супротивного. Коренем цього дерева є імплікація, що доводиться. На першому рівні розташовані умови теорем, які треба доводити замість запропонованої, а на другому рівні – висновки цих теорем.

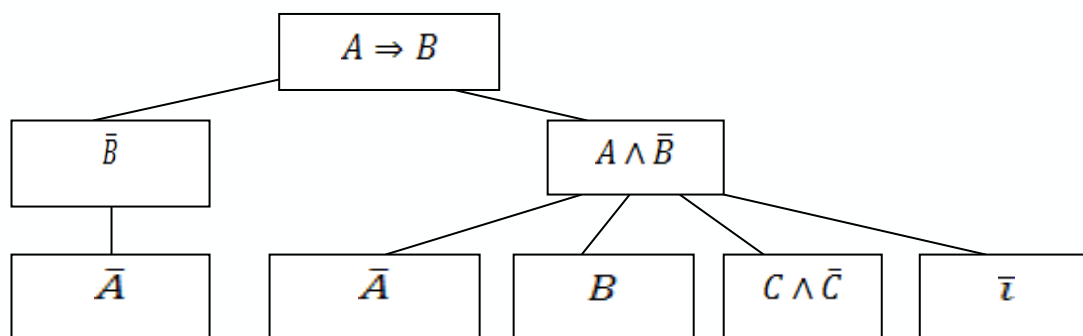


Рис. 2. П'ять можливих схем доведення від супротивного

Розглянемо **приклади** доведень теорем за кожною із наведених схем.

1) Замість теореми $A \Rightarrow B$ доводимо теорему $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$. З рівносильності теорем $A \Rightarrow B$ та $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ випливає, що доведення теореми $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ означає доведення теореми $A \Rightarrow B$.

Теорема. Якщо рядки визначника $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ пропорційні (A), то цей визначник дорівнює нулю (B).

Доведення. Припускаємо, що визначник $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ не дорівнює нулю ($\bar{B}$). Тоді $ad - bc \neq 0$, або $ad \neq bc$. Якщо жодний з елементів другого рядка визначника не дорівнює нулю, то з останньої нерівності випливає, що $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$. Отже, рядки визначника не пропорційні ($\bar{A}$).

Цю саму схему можна застосувати до доведення теореми «Якщо дріб $\frac{a}{b}$ менший за одиницю і є нескоротним, то дріб, який доповнює його до одиниці, також нескоротний».

2) $A \wedge \bar{B} \Rightarrow \bar{A}$. Суть цього виду доведення методом від супротивного теореми $A \Rightarrow B$ полягає в тому, що ми заперечуємо її висновок, в процесі доведення користуємось умовою A й приходимо до заперечення умови A. Новою умовою буде кон'юнкція двох висловлювань - A та $\bar{B}$. Фактично замість теореми $A \Rightarrow B$ ми доводимо теорему: $A \wedge \bar{B} \Rightarrow \bar{A}$, рівносильну заданій.

Теорема. При $a > 1$ логарифмічна функція $y = \log_a x$ монотонно зростає.

Доведення. Нехай задано логарифмічну функцію $y = \log_a x$ з основою $a > 1$ й $x_2 > x_1 > 0$ (A). Доведемо, що $\log_a x_2 > \log_a x_1$ (B).

Припустимо, що при $x_2 > x_1$ $\log_a x_2 \leq \log_a x_1$, тобто, що логарифмічна функція не є монотонно зростаючою ($\bar{B}$). Раніше було доведено, що при $a > 1$ показникова функція $y = a^x$ монотонно зростає. Тому з умови $\log_a x_2 \leq \log_a x_1$ випливає, що $a^{\log_a x_2} \leq a^{\log_a x_1}$. Але $a^{\log_a x_2} = x_2$, $a^{\log_a x_1} = x_1$. Отже, $x_2 \leq x_1$, що суперечить умові $x_2 > x_1$.

За цією ж схемою можна довести теорему «Сума раціонального й ірраціонального чисел є ірраціональним числом».

3) $A \wedge \bar{B} \Rightarrow B$. У цьому випадку замість теореми $A \Rightarrow B$ доводимо теорему $A \wedge \bar{B} \Rightarrow B$.

Теорема. Якщо $0 < a \leq a^m$ для кожного додатного числа $m < 1$, то $a \leq 1$ ($A \Rightarrow B$).

Доведення. Припускаємо, що $a > 1$ і виходимо з умови, яка є кон'юнкцією таких висловлювань $0 < a \leq a^m$ ($0 < m < 1$) (A) та $a > 1$ (B). Тоді $a \leq a^{\frac{1}{a}}$; $\log_{10} a \leq \log_{10} a^{\frac{1}{a}}$ або $\log_{10} a \leq \frac{1}{a} \log_{10} a$; $1 \leq \frac{1}{a}$. Звідси $a \leq 1$ (B), що й треба було довести.

В цьому випадку ми замість заданої теореми $A \Rightarrow B$ доводимо теорему «Якщо $0 < a \leq a^m$ ($0 < m < 1$) й $a > 1$, то $a \leq 1$ » ($A \wedge \bar{B} \Rightarrow B$).

4) $A \wedge \bar{B} \Rightarrow C \wedge \bar{C}$. Суть цього варіанта доведення методом від супротивного полягає в тому, що, виходячи з умови $A \wedge \bar{B}$, ми в процесі доведення приходимо до кон'юнкції двох суперечливих висловлювань C та $\bar{C}$. Ця кон'юнкція $C \wedge \bar{C}$ завжди хибна, оскільки два суперечливих твердження не можуть бути одночасно істинними. Хибність наслідку $C \wedge \bar{C}$ зумовлена хибністю умови $A \wedge \bar{B}$. В свою чергу, хибність $A \wedge \bar{B}$ означає істинність $A \Rightarrow B$.

Теорема. Кожне додатне число a має рівно один додатний корінь степеня n (вважаємо, що існування додатного кореня n -го степеня для будь-якого додатного числа a доведено).

Доведення. Припускаємо, що існує кілька різних додатних коренів n -го степеня з додатного числа a . Нехай β та γ - два таких корені, причому $\beta \neq \gamma$. Тоді з означення арифметичного кореня матимемо $\beta^n = a, \gamma^n = a$. Звідси $\beta^n = \gamma^n$. З іншого боку, оскільки $\beta > \gamma$ або $\beta < \gamma$, то повинно бути $\beta^n > \gamma^n$ або $\beta^n < \gamma^n$.

Таким чином, виходячи з умови, що «додатне число a має кілька різних додатних коренів степеня n », приходимо до кон'юнкції двох суперечливих тверджень

$$\beta^n = \gamma^n (C);$$

$$\beta^n > \gamma^n \text{ або } \beta^n < \gamma^n (\bar{C}).$$

5) $A \wedge \bar{B} \Rightarrow \bar{1}$. Суть цього варіанта доведення методом від супротивного полягає в тому, що, виходячи з умови $A \wedge \bar{B}$, ми отримуємо висновок $\bar{1}$, несумісний з деяким твердженням i , істинність якого встановлена. Тут замість теореми $A \Rightarrow B$ доводимо теорему $A \wedge \bar{B} \Rightarrow \bar{1}$. Як і в попередньому випадку, з умови $A \wedge \bar{B}$ випливає хибне твердження $\bar{1}$. А це означає, що кон'юнкція $A \wedge \bar{B}$ - хибна, а тому істинна імплікація $A \Rightarrow B$.

На завершення пропонуємо застосування всіх *п'яти схем* для доведення теореми

«Будь-який вектор двовимірного векторного простору має єдиний набір координат відносно заданого базису».

Для переходу від категоричної до імплікативної форми формулювання теореми уведемо такі позначення: **A** - «числа α, β є координатами вектора $\bar{x}$ відносно заданого базиса $\{\bar{a}, \bar{b}\}$, **B** - «набір α, β визначається однозначно».

А) З умови **A** маємо рівність $\bar{x} = \alpha\bar{a} + \beta\bar{b}$. Побудуємо твердження $\bar{B}$: « $\exists \alpha_1 \neq \alpha \vee \beta_1 \neq \beta$ такі, що $\bar{x} = \alpha_1\bar{a} + \beta_1\bar{b}$ ». Отримали рівність $\bar{x} = \alpha_1\bar{a} + \beta_1\bar{b} = \alpha\bar{a} + \beta\bar{b}$, з якої випливає $(\alpha - \alpha_1)\bar{a} + (\beta - \beta_1)\bar{b} = \bar{0}$. З лінійної незалежності базисних векторів випливає $\alpha = \alpha_1, \beta = \beta_1$, тобто твердження **B**. Отже, в доведенні реалізована схема **A** $\wedge$ $\bar{B} \Rightarrow B$.

Б) Розглянемо твердження $\bar{B}$, з якого знову отримаємо $(\alpha - \alpha_1)\bar{a} + (\beta - \beta_1)\bar{b} = \bar{0}$. З цієї рівності $\bar{a} = -\frac{\beta - \beta_1}{\alpha - \alpha_1}\bar{b}$, тобто вектори $\bar{a}, \bar{b}$ не утворюють базис ($\bar{A}$). Реалізовано схему $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$.

В) Умова **A** $\wedge$ $\bar{B}$ означає, що відносно базиса $\{\bar{a}, \bar{b}\}$ можна отримати рівність $(\alpha - \alpha_1)\bar{a} + (\beta - \beta_1)\bar{b} = \bar{0}$, причому $\alpha - \alpha_1 \neq 0 \vee \beta - \beta_1 \neq 0$, але звідси випливає лінійна залежність векторів $\bar{a}, \bar{b}$ - ($\bar{A}$). Робимо висновок про реалізацію схеми **A** $\wedge$ $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$.

Г) Умова **A** $\wedge$ $\bar{B}$ означає, що відносно базиса $\{\bar{a}, \bar{b}\}$ можна отримати рівність $(\alpha - \alpha_1)\bar{a} + (\beta - \beta_1)\bar{b} = \bar{0}$, причому $\alpha - \alpha_1 \neq 0 \vee \beta - \beta_1 \neq 0$, тобто існує нетривіальна лінійна комбінація базисних векторів, рівна $\bar{0}$ ($\bar{C}$). З іншого боку, будь-яка нетривіальна лінійна комбінація базисних векторів не дорівнює нульовому вектору (**C**). Реалізовано схему **A** $\wedge$ $\bar{B} \Rightarrow C \wedge \bar{C}$.

Д) З умови **A** $\wedge$ $\bar{B}$ маємо, що відносно базиса $\{\bar{a}, \bar{b}\}$ можна отримати рівність $(\alpha - \alpha_1)\bar{a} + (\beta - \beta_1)\bar{b} = \bar{0}$, причому $\alpha - \alpha_1 \neq 0 \vee \beta - \beta_1 \neq 0$. З цієї рівності $\bar{a} = -\frac{\beta - \beta_1}{\alpha - \alpha_1}\bar{b}$, що говорить про існування колінеарних базисних векторів ($\bar{i}$). Це є запереченням істинного висловлювання «будь-які колінеарні вектори лінійно залежні». Отже, схема міркувань має вигляд **A** $\wedge$ $\bar{B} \Rightarrow \bar{i}$.

Висновки. Під час підготовки майбутніх вчителів математики першочерговою є задача формування світогляду на математичну логіку як на фундаментальну науку, що призначена для формалізації знань. Володіння достатнім обсягом логічних знань та умінь є обов'язковим для майбутніх вчителів математики. Без розуміння логічної структури основних математичних тверджень – означень, аксіом, теорем, без уміння використовувати теоретико-множинну й логічну символіку для запису

математичних тверджень, без володіння основними методами доведення теорем неможливо забезпечити якісне навчання математичних дисциплін.

Застосування компетентнісного підходу до навчання готує здобувачів освіти до розв'язання нестандартних задач, сприяє формуванню навичок системно сприймати інформацію, критично опрацьовувати її, виділяти головне, зважувати на можливі наслідки. В статті наголошується на тому, що найефективнішим способом формування й розвитку логічної грамотності майбутніх вчителів математики є розв'язування задач. Наведено приклади деяких типів задач, приділено увагу особливостям формулювання умов задач для забезпечення їх дослідницького характеру, набуття ними елементів нестандартності. Особливу увагу приділено необхідності формування навичок доведення теорем. На прикладі методу доведення від супротивного продемонстровано необхідність розуміння логічної структури теореми. Сконструйовано приклад доведення однієї теореми з використанням різних схем методу від супротивного.

Література:

1. Методи та системи штучного інтелекту : навчальний посібник для студентів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / уклад.: І.М. Удовик, Г.М. Коротенко, Л.М. Коротенко, В.О. Трусів, А.Т. Харь. Дніпро : Державний ВНЗ «Національний гірничий університет», 2017. 105 с.
2. Концепція Нової української школи. URL: https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2017/09/razdel_1_Oglyad.pdf (дата звернення: 17.07.25).
3. Атанов Г. А. Деятельностный подход в обучении. Донецк : ЕАИ-пресс, 2001. 160 с.
4. Бібік Н. М., Єрмаков І. Г., Овчарук О. В. Компетентнісна освіта – від теорії до практики. Київ : Плетяда, 2005. 120 с.
5. Дутчак У. Шляхи розвитку критичного мислення на уроках математики. URL: <https://naurok.com.ua/shlyahi-rozvitku-kritichnogo-mislennya-na-urokah-matematiki-336060.html> (дата звернення: 17.07.25).
6. Іванова Н. Ю., Корольова О. О. Розвиток креативного мислення студентів. *Сучасні досягнення в науці та освіті* : збірка праць XVIII Міжнародної наукової конференції, м. Хмельницький, 13-20 вересня 2023 р. Хмельницький, 2023. С. 81–85.
7. Кроуфорд А., Саул В., Метьюз С., Макінстер Д. Технології розвитку критичного мислення учнів. Київ : «Плетяди», 2006. 220 с.
8. Слєпкань З. І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики. *Математика в школі*. 2003. № 3. С. 7–13.
9. Jason Ohler Innovative technology should be part and parcel of all literacy standards. *Educational Leadership*. 2013. Vol 70, № 5. P. 42–46.
10. Формування логічної грамотності майбутніх учителів математики як важливої складової їх професійної підготовки. URL: <https://repository.sspu.edu.ua/items/8d12408b-fa8c-4c3b-a4d8-bf844db5706f> (дата звернення: 17.07.25).
11. Серєда В. Ю. Математична логіка в шкільному курсі математики. Київ : Радянська школа, 1984. 144 с.

12. Коломійцев О. П. Поняття слідування в шкільному курсі математики. *Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка*. 1998. №1. С. 39-41.

13. Plakhtiy M. P. Іван Слешинський - популяризатор ідей математичної логіки в Україні. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Філософія. Філософські перипетії»*. 2020. №62. С. 99-107.

References:

1. Udovik, I.M., Korotenko, G.M., Korotenko, L.M., Trusov, V.O., & Har, A.T. (2017). *Metodi ta sistemi shchynogo intelektu [The methods and the systems of the modern intellect]*. Dnipro: "National mining university" [in Ukrainian].

2. Koncepciya Novoyi ukrayinskoyi shkoly [The concept of new Ukrainian school]. (n.d.). Retrieved from https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2017/09/razdel_1_Oglyad.pdf [in Ukrainian].

3. Atanov, G. A. (2001). *Deyatel'nostnyy podhod v obuchenii [The active approach in study]*. Doneck : EAI-press [in Russian].

4. Bibik, N. M., Yermakov, I. G., & Ovcharuk, O. V. (2020). *Kompetentnisna osvita — vid teorii do praktiki [The competence education—from theory to practice]*. Ky: Pleyada [in Ukr]

5. Dutchak, U. (2023). Shlyahi rozvitku kritichnogo mislennya na urokah matematiki [The quick development of critical thinking at the lessons of mathematics]. *Naurok.com.ua*. Retrieved from URL: <https://naurok.com.ua/shlyahi-rozvitku-kritichnogo-mislennya-na-urokah-matematiki-336060.html> [in Ukrainian].

6. Ivanova, N. Yu., & Korolova, O. O. (2023). Rozvitok kreativnogo mislennya studentiv [The development of the student's creative thinking]. Proceedings from XVIII Mizhnarodnoyi naukovoї konferenciyi "Suchasni dosyagnennya v nauci ta osviti" – XVIII International scientific conference "The modern achievements in science and education". (pp. 81–85). Hmel'nik: Hmel'nik national university [in Ukrainian].

7. Krouford, A., Saul, V., Metyuz, S., & Makinster, D. (2005). *Tehnologiyi rozvitku kritichnogo mislennya uchniv [The technologies of the critical thinking development]*. Kyiv : «Pleyadi» [in Ukrainian].

8. Slepkan, Z. I. (2003). Formuvannya tvorchoyi osobistosti uchnya v procesi navchannya matematiki [The formation of the creative personality under the study of mathematics]. *Matematika v shkoli – Mathematics at school*, 3, 7–13 [in Ukrainian].

9. Jason, Ohler (2013). Innoyatiye technology should be part and parcel of all literacy standards. *Educational Leadership*, 70, 5, 42 – 46 [in English].

10. Formuvannya logichnoyi gramotnosti majbutnih uchiteliv matematiki yak vazhlyvoyi skladovoyi yih profesijnoyi pidgotovki [The formation of the logical literacy of the future teachers of mathematics as the important part of professional training]. (n.d.). Retrieved from <https://repository.sspu.edu.ua/items/8d12408b-fa8c-4c3b-a4d8-bf844db5706f> [in Ukrainian].

11. Sereda, V. Yu. (1984) *Matematichna logika v shkilnomu kursy matematiki [Mathematical logic in the school course of mathematics]*. Kyiv : Radyanska shkola [in Ukrainian].

12. Kolomijcev, O. P. (1998). Ponyattya sliduvannya v shkilnomu kursy matematiki [The concept of implication in the school course of mathematics]. *Visnik Zhitomirskogo derzhavnogo universitetu imeni Ivana Franka –The bulletin of Zhitomir state university after Ivan Franko*, 1, 39-41 [in Ukrainian].

13. Plakhtiy, M. P. (2020). Ivan Sleshinskij – populyarizator idej matematichnoyi logiki v Ukrayini [Ivan Sleshinskij – the promoter of the idea of mathematical logic in Ukraine].

№ 7(48)
2025

серії: право, економіка, педагогіка,
техніка, фізико-математичні науки

НАУКА i ТЕХНІКА СЬОГОДНІ

Visnik Harkivskogo nacionalnogo universitetu imeni V. N. Karazina – The bulletin of Harkov national university after V.N.Karazina, 62. S, 99-107 [in Ukrainian].