5. Надійність резервованих систем.

5.1. Класифікація методів резервування.

В експлуатації систем широко поширений спосіб підвищення їх надійності за рахунок введення в схему системи додаткових елементів, які можуть працювати паралельно з основними елементами або підключатися на місце елементу, що відмовив. Таким чином, резервованою системою називається така система, у якій відмова наступає тільки після відмови будь-якого основного елементу і всіх резервних. Найбільш поширені способи резервування показані на рис. 5.1.

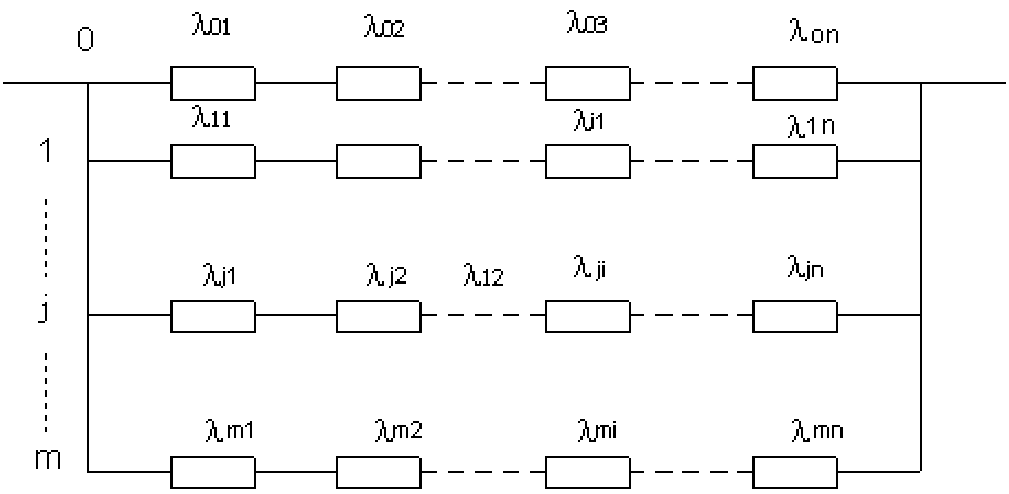
При загальному резервуванні основний об'єкт резервується в цілому, а при роздільному – резервуються окремі частини системи. Під кратністю резервування "m" розуміється відношення числа резервних об'єктів до основних. При резервуванні з цілою кратністю величина m є ціле число (наприклад, якщо m = 2, то на один основний об'єкт доводиться два резервних). При резервуванні дробовою кратністю виходить дробове нескорочуване число. Наприклад, при m = 4/2, резервних об'єктів 4, основних 2, загальне число об'єктів 6. Скорочувати дріб не можна, оскільки нове відношення відображатиме зовсім інший фізичний сенс.

За способом включення резервування розділяється на постійне і резервування заміщенням. При постійному резервуванні резервні об'єкти підключені до навантаження постійно протягом всього часу роботи і знаходяться в однакових з основними об'єктами умовах. При резервуванні заміщенням заміщають основні об'єкти (підключаються до навантаження) після їх відмови.

Рис. 5.1. Способи резервування.

5.2. Загальне резервування з постійно включеним резервом і з цілою кратністю.

Рис. 5.2. Схема з загальним навантаженим резервуванням



Дана схема основного “0” електричного ланцюга з “n” послідовно включеними елементами. Паралельно їй включено “m” резервних ланцюгів, що мають такі самі параметри елементів, як і в основному ланцюзі.

Аналіз здійснюється при наступних допущеннях:

1) відмови елементів є випадковими і незалежними подіями;

2) перемикальні пристрої ідеальні (їх надійність P(t)= 1, а основні і резервні ланцюги мають однакову надійність);

3) ремонт резервованої системи виключений.

Виходячи з прийнятих допущень, використовуючи формулу (5.1) для основної і резервних ланцюгів визначимо імовірність безвідмовної роботи:

$$P_0(t) = \prod_{i=1}^{n} P_{0i}(t) = \prod_{i=1}^{n} P_{ji}(t) = \ldots = \prod_{i=1}^{n} P_{mi}(t), \tag{5.1}$$

де $P_{0i}(t)$ – імовірність безвідмовної роботи і-го елементу основного “0” ланцюга; $P_{ji}(t)$ – імовірність безвідмовної роботи і-го елементу j-го резервного ланцюга .

Оскільки всі однойменні елементи в кожному ланцюзі мають однакові параметри і знаходяться в однакових умовах, то їх надійність в один і той же час t однакова. Отже, для всіх ланцюгів.

$$P_0(t) = P_1(t) = \ldots = P_j(t) = \ldots = P_m(t). \tag{5.2}$$

Імовірність відмов аналізованих ланцюгів відповідно запишеться:

$$Q_0(t) = 1 - P_0(t) = \ldots = \left(1 - P_j(t) = \ldots = \left(1 - P_m(t)\right)\right). \tag{5.3}$$

Уточнимо поняття відмови системи. Вона відмовить, якщо відмовить основний ланцюг і всі резервні. Математично цей стан відповідно запишеться так:

$$Q(t) = \prod_{j=1}^{m+1} Q_0(t), \tag{5.4}$$

де $Q(t)$ – імовірність відмови основного ланцюга.

Оскільки всі ланцюги ідентичні і знаходяться в однакових умовах, то

$$Q_0(t) = Q_1(t) = \dots = Q_j(t) = \dots = Q_m(t),$$

і тоді імовірність відмови системи

$$Q(t) = Q_0(t)^{m+1}. \tag{5.5}$$

Скориставшись виразом (5.3), запишемо

$$Q(t) = \left[1 - P_0(t)\right]^{m+1}, \tag{5.6}$$

$$Q(t) = \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{0i}(t)\right]^{m+1}. \tag{5.7}$$

Резервована система може знаходитися в одному з двох несумісних станів – працездатному, коли хоч би один з ланцюгів працездатний, і відмови, коли відмовили всі m+1 ланцюги. Отже, математично це виглядає так:

$P(t) + Q(t) = 1$

В результаті одержуємо, що імовірність безвідмовної роботи системи з кількістю ланцюгів m + 1 рівна $P(t) = 1 - Q(t)$;

$$P(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{0i}(t)\right]^{m+1}. \tag{5.8}$$

У разі, коли λ_i = const, в кожному з ланцюгів (потік відмов простий) вираз

$$\prod_{i=1}^{n} P_{0i}(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_{0i} \cdot t} = e^{\lambda_0 t} ,$$

де $\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{0i} = \ldots = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ji} = \ldots = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{mi}$. (5.9)

Тоді замість виразу (5.8) запишемо

$$P(t) = 1 - \left[1 - e^{-\lambda_0 t}\right]^{m+1} , \qquad (5.10)$$

де $P_0(t) = e^{-\lambda_0 t}$ – імовірність безвідмовної роботи основного ланцюга.

Середнє напрацювання повністю резервованої системи

$$T = \int_0^{\infty} P(t)dt = \int \left[1 - \left[1 - e^{-\lambda_0 t}\right]^{m+1}\right] dt .$$

Після деяких перетворень отримаємо:

$$T = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{j+1} ; T = T_0 \cdot \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{j+1} . \qquad (5.11)$$

Інтенсивність відмов системи, як відомо, визначається по виразу

$$\lambda(t) = -\frac{1}{P(t)} \cdot P'(t) .$$

Для нагляднішого представлення виграшу в надійності при використанні загального навантаженого резервування з цілою кратністю побудуємо графік (рис. 5.3) залежності

$$P(t) = f\left[P_0(t), m\right] . \qquad (5.12)$$

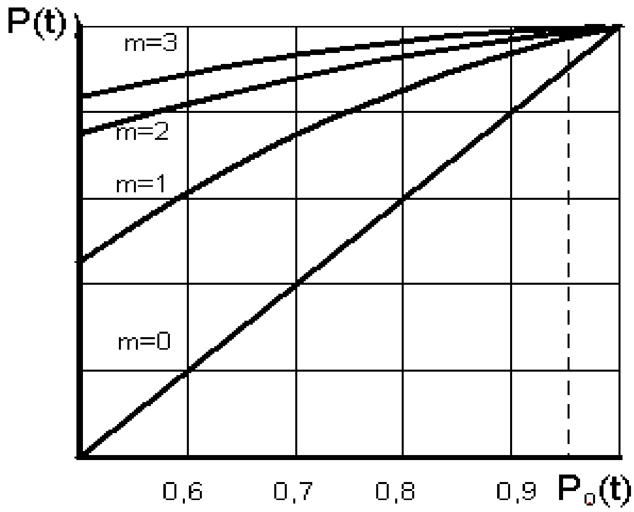


Рис.5.3. Підвищення імовірності безвідмовної роботи системи при ввімкненні m резервних ланцюгів

З рис. 5.3 видно, що якщо $P_0(t)$ має мале значення, наприклад $P_0(t)$= 0,8, то і при m > 2 є видимим істотний приріст надійності. Проте, із зростанням надійності основного ланцюга $P_0(t)$, ефективність застосування декількох резервних гілок різко знижується. Якщо надійність основного ланцюга $P_0(t)$ =0,95, то помітний істотний приріст P(t) при включенні тільки одного резервного ланцюга. У системах автоматизації використовуються елементи високої надійності, середнє напрацювання повністю яких часто більше 10 років, причому вартість об'єктів не значна. Якщо ж вартість основного об'єкту є суттєвою, то, як правило, виявляється вигіднішим провести серію заходів, які дозволять підняти надійність $P_0(t)$ основного об'єкту (блоки живлення, інформаційні канали передачі даних тощо) до рівня більше 0,95 без істотних витрат, і тоді, для підняття надійності резервованої системи до необхідного рівня, можна обійтися тільки одним резервним ланцюгом з рівнем надійності, як в основному ланцюзі.

5.3. Надійність системи з навантаженим дублюванням

Спосіб навантаженого дублювання є окремим випадком загального навантаженого резервування з цілою кратністю, m = 1, тобто на один основний ланцюг доводиться один резервний ланцюг, що знаходиться під навантаженням. На рис. 5.4 (зображена розрахункова схема надійності).

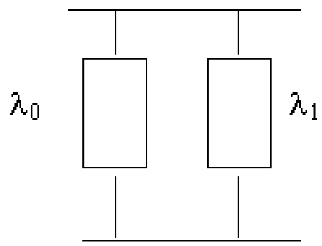


Рис.5.4. Розрахункова схема навантаженого дублювання

Імовірність безвідмовної роботи системи по формулі (5.10)

$$P(t) = 1 - \left[1 - P_0(t)\right]^2 \tag{5.13}$$

де $P_0(t)$–імовірність безвідмовної роботи основного ланцюга ($P_0(t) = e^{-\lambda_0 t}$).

Середнє напрацювання повністю системи визначимо по виразу (5.11):

$$T = T_0\left(1 + \frac{1}{1+1}\right) = 1{,}5T_0 .$$

Визначимо залежність інтенсивності відмов системи від часу:

$$\lambda(t) = -\frac{1}{P(t)} \cdot P'(t). \tag{5.14}$$

Підставимо у вираз (5.14) початковий вираз (5.13) і його похідну. Після деяких спрощень одержимо:

$$\lambda(t) = 2\lambda_0 \frac{\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)e^{-\lambda_0 t}}{1 - \left(1 - e^{\lambda_0 t}\right)^2}. \tag{5.15}$$

Для побудови графіка λ (t) (рис. 5.5) визначимо граничні значення цієї функції:

$\lambda_{(t=0)} = 0$; $\lim\limits_{t\to\infty} \lambda(t) = \lambda_0$.

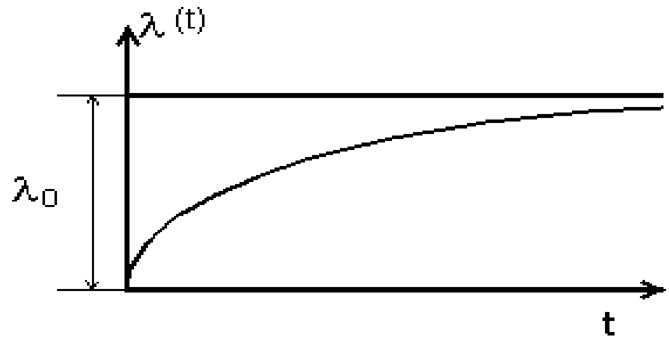


Рис.5.5. Інтенсивність відмов системи, працюючої за способом навантаженого дублювання

З рисунка видно, що інтенсивність відмов системи з часом зростає. Це говорить про те, що при великому часі t імовірність відмови одного з ланцюгів висока, і система може перейти в режим роботи з одним елементом G = G 0. Відзначимо також початковий етап (коли t G 0). Ця система має дуже високу надійність (G (t) H 0).

На рис. 5.6 представлений графік функції P(t), побудований по залежності (5.13). Там же даний графік $P_0(t)$ основного ланцюга (без резерву).

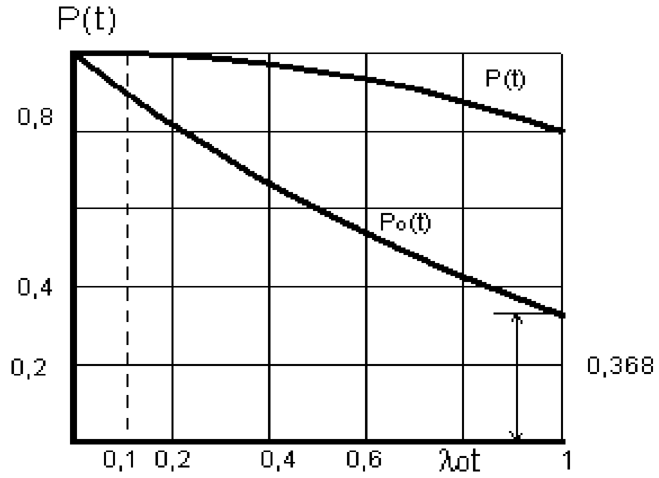


Рис.5.6. Залежність імовірності безвідмовної роботи основного ланцюга $P_0(t)$ і системи з двох елементів $P(t)$ від $\lambda_0 t$

З рис. 5.6 видно, наскільки підвищується надійність системи (схеми), переведеної в режим навантаженого дублювання. При профілактичних роботах, пов'язаних з підготовкою обладнання до роботи взимку або для виробництва літніх робіт, багато обладнання може планово відключатися від живлення двічі на рік для проведення обслуговування, то при Н 10 років, 1/год, t = 0,5 роки ($\lambda_0 t \leq 0,05$), значення P(t = 0,5) = 0,999.

Цього рівня надійності електропостачання широкого круга споживачів часто виявляється достатньо. Вище описано яким чином за рахунок технічного обслуговування досягається високий рівень надійності систем, що не ремонтуються, працюють за способом навантаженого дублювання значний час.

На закінчення слід зазначити, що якщо дубльовану систему, що не ремонтується, включити на значний термін без технічного обслуговування, то рівень надійності системи виявиться неприпустимо низьким.

5.4 Загальне резервування заміщенням

У електротехнічних системах широко використовується метод підвищення надійності системи за рахунок використання резервного ланцюга, що перебуває в ненавантаженому стані. Останній автоматично включається при відмові основного ланцюга. Проаналізуємо тільки варіант дублювання заміщенням, оскільки в більшості випадків на практиці виявляється досить одного резервного ланцюга (у системах живлення, лініях зв’язку, кабельних лініях).

Припустимо, що прилади, що виявляють відмову основного ланцюга, і вимикачі, що відключають ланцюг і що включають резервний ланцюг, також абсолютно надійні. Резервний ненавантажений ланцюг, що знаходиться в режимі очікування, своїх характеристик не змінює і працездатний. Кожний з ланцюгів складається з n послідовних елементів (рис.5.7). Потік відмов простий.

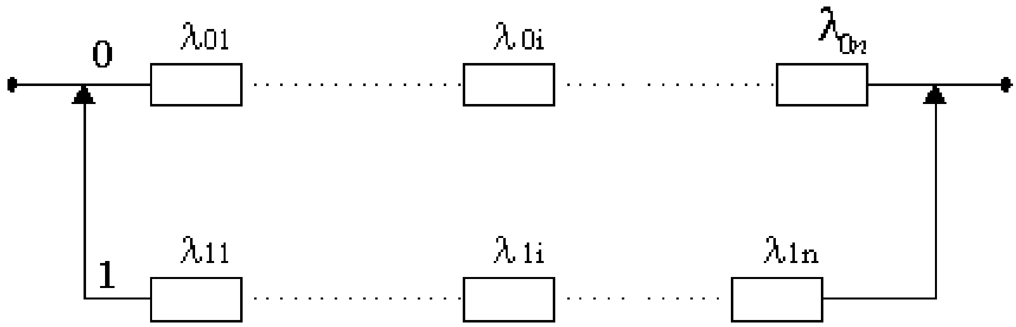


Рис.5.7 Схема системи дублювання заміщенням

$\lambda_{01} - \lambda_{11} - const$; $\lambda_0 - \lambda_{11} - const$; $\lambda_{0n} - \lambda_{1n} - const$

Враховуючи, що $\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{0i}$; $\lambda_1 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{1i}$; $\lambda_0 = \lambda_1$ система (схема) буде мати вигляд, зображений на рис. 5.8.

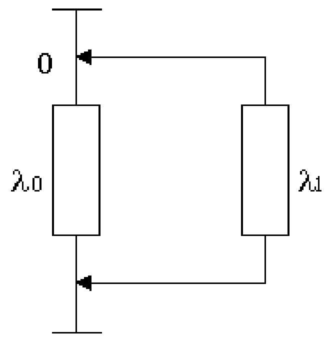


Рис.5.8. Розрахункова схема надійності при дублюванні заміщенням

Розглянемо події, які можуть відбутися з системою на відрізку часу t. Проаналізуємо можливі гіпотези.

Основний ланцюг відробив успішно весь час t і резервний ланцюг (1) включати не потрібно було. Імовірність цього режиму роботи системи – $P_0(t)$.

Основний ланцюг відпрацював тільки відрізок τ і відмовив. При цьому відразу ж включився резервний ланцюг і успішно пропрацювала до кінця часу t з імовірністю безвідмовної роботи $P_1(t-\tau)$.

Щоб заробив другий режим, необхідний збіг двох подій - відмова основного ланцюга і успішна робота включеного під навантаження резервного ланцюга. Математичною оцінкою збігу цих подій є добуток їх імовірностей. На рис. 5.10 зображений графік щільності імовірності появи відмови основного ланцюга $f_o(t)$.

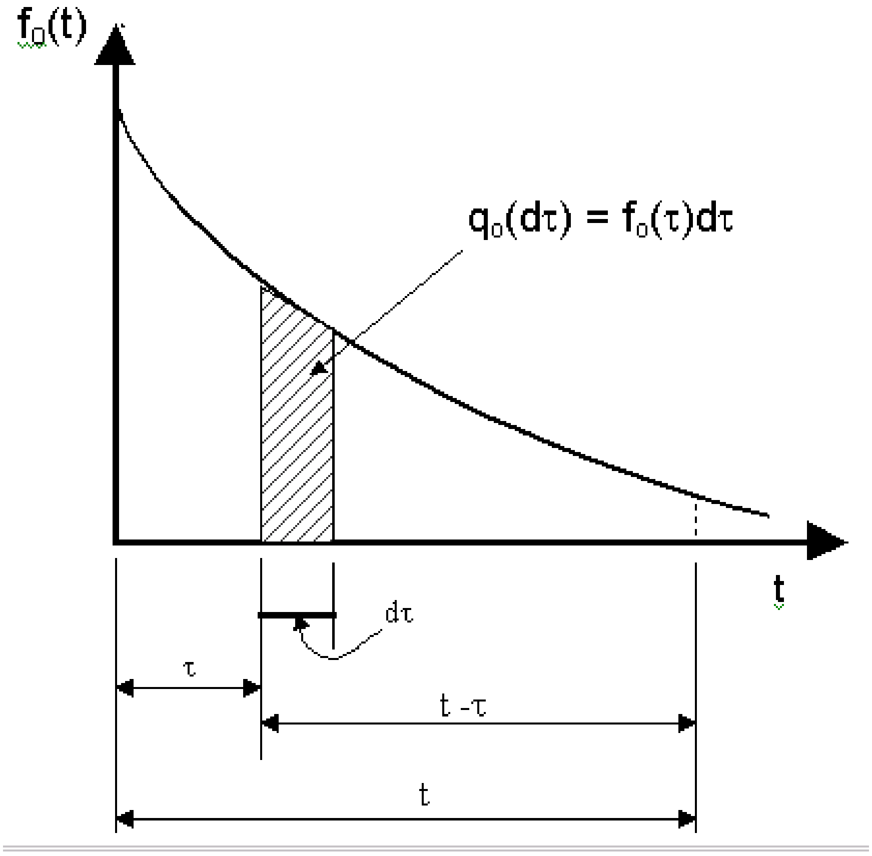


Рис. 5.10. Графік функції λ (t) системи дубльованої заміщенням
(- - - навантажене дублювання)

Відповідно до формули повної імовірності, імовірність безвідмовної роботи аналізованої системи протягом часу t визначається по виразу:

$$P(t) = P_0(t) + P_{1/0}(t, \tau),$$

де $P_{1/0}(t, \tau)$ – імовірність безвідмовної роботи ланцюга “1” протягом часу t за умови, що відмова основного ланцюга “0” відбулася у момент τ (на інтервалі Δτ). Виходячи з умови, що резервний ланцюг “1” до моменту включення своєї надійності не втрачає, тобто працездатний, а відмова основного ланцюга з подальшим миттєвим включенням резервного ланцюга може відбутися на інтервалі від 0 до t

$$P_{1/0}(t,\tau)=\int_0^t P_1(t-\tau)\cdot f(\tau)d\tau. \qquad (5.16)$$

Таким чином, враховуючи обидві гіпотези, на основі формули повної імовірності запишемо вираз імовірності безвідмовної роботи системи

$$P(t)=P_0(t)+\int_0^t P_1(t-\tau)\cdot f(\tau)d\tau. \qquad (5.17)$$

Знаючи, що

$$P_1(t-\tau)=e^{-\lambda_0(t-\tau)};P_0(t)=e^{-\lambda_0 t};\ f_0(\tau)=-P'_0(\tau)=\lambda_0 e^{-\lambda_0\tau}\ ,$$

Отримаємо

$$P(t)=(1+\lambda_0 t)e^{-\lambda_0 t}; \qquad (5.18)$$

$$T=\int_0^\infty P(t)dt=2\frac{1}{\lambda_0}=2T_0, \qquad (5.20)$$

а інтенсивність потоку відмов системи

$$\lambda(t)=-\frac{1}{P(t)}\cdot P'(t). \qquad (5.21)$$

Після деяких перетворень, одержимо

$$\lambda(t)=\lambda_0\frac{\lambda_0 t}{1+\lambda_0 t}. \qquad (5.22)$$

На рис. 5.10 зображений графік інтенсивності відмов системи, що дублюється за способом заміщення. З формули видно, як ця функція монотонно зростає від $\lambda_{(t=0)} = 0$ до $\lambda_{(t\to\infty)} = \lambda_0$; $\lim\limits_{t\to\infty} \lambda(t) = \lambda_0$.

У первинний момент часу інтенсивність відмов дубльованої системи дуже низька $\lambda_0 \gg \lambda_{(t=0)}$. Якщо таку дубльовану систему включити на тривалий термін, то виграш в надійності зменшується. Це легко пояснюється тим, що із збільшенням часу зростає імовірність відмови основного ланцюга. При її відмові вводиться в роботу резервний ланцюг з інтенсивністю відмов λ_0.

Порівнюючи графіки λ (t) для систем навантаженого дублювання (рис. 5.5), і дублювання заміщенням (рис. 5.10), бачимо, що вони схожі один на одний: на початковому етапі роботи надійність їх висока. На практиці важливо знати якій зі схем слід віддати перевагу. Для цього побудуємо графік, на якому зображені криві P(t) системи при різних способах дублювання (рис. 5.11).

На проміжку $\lambda_0 t < 0{,}1$ обидві схеми, навантаженого дублювання і дублювання заміщенням, при одному і тому ж устаткуванні по рівню надійності практично ідентичні. У практичних умовах цю різницю відчути дуже важко. Та, якщо середнє напрацювання повністю основного ланцюга То = 5 рокам і час робочого циклу до планового відключення системи складає t=0,25 роки (один раз в квартал), то $\lambda_0 t = \dfrac{1}{T_0} \cdot 0,25 = 0,05$ 1/год.

При цьому імовірність безвідмовної роботи схеми навантаженого дублювання P(0,25)= 0,9987, а імовірність безвідмовної роботи схеми дублювання заміщенням складе P(0,25)= 0,999.

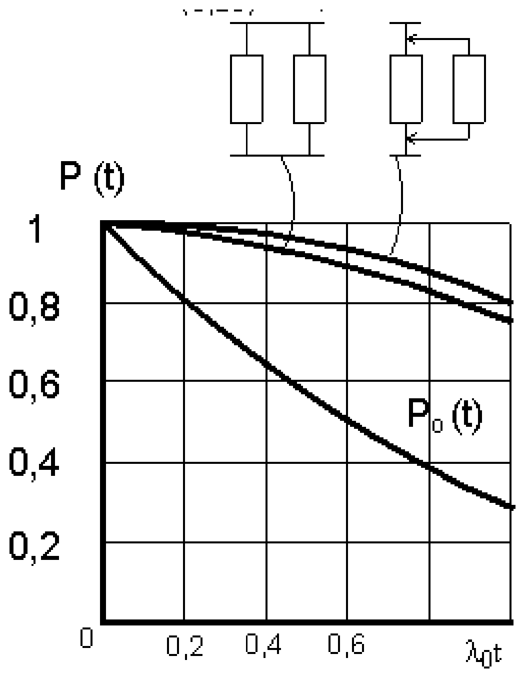


Рис.5.11. Надійність системи при різних способах дублювання

У цих умовах вибір схеми включення системи може визначити економічний чинник. Наприклад, в схемі безперебійного живлення пристроїв автоматики використовується два кабелі з розрахунку 100%-го резерву. На початку і кінці кожного ланцюга включені вимикачі, що відключають відповідний кабель, що відмовив, (пробитий) з обох боків. При схемі навантаженого дублювання втрата потужності в кабелях складе

$$\Delta P = (1/2)^2 \cdot R \cdot 2 = \frac{1}{2} I^2 \cdot R, \tag{5.23}$$

де I – струм споживача; R – опір ланцюга одного кабелю.

У схемі дублювання заміщенням втрати потужності в два рази більші. Таким чином, при практично однаковому значенні імовірності безвідмовної роботи обох схем в межах вибраного циклу напрацювання до планового відключення, друга схема дублювання заміщенням економічно не вигідна.

Якщо виникне необхідність оцінки надійності системи, включеної по схемі загального резервування заміщенням з цілою кратністю, при m > 1 (див. рис. 5.12), то слід користуватися розрахунковими формулами:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{j=0}^{m} \frac{(\lambda_0 \cdot t)^j}{j \cdot !}, \tag{5.24}$$

де $j = 0,1,...m;$

$$T = \frac{1}{\lambda_0}(m+1) = T_0(m+1). \tag{5.25}$$

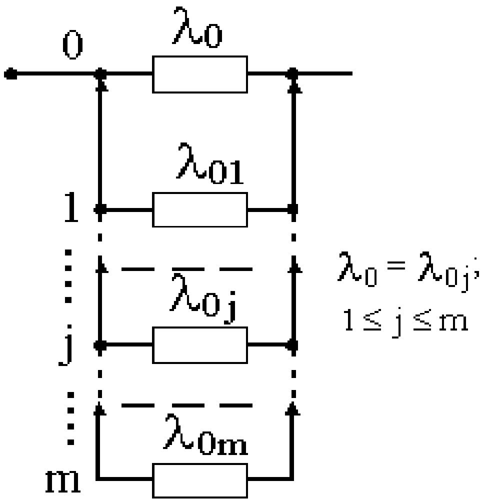


Рис.5.12. Розрахункова схема надійності з загальним резервованим заміщенням: $\lambda_0 = \lambda_{0j};\ 1 \le j \le m$

Нехай система має три резервних ланцюга (m = 3), $\lambda_0 = 10^{-4}$ 1/год. Тоді для t = 1000 годин

$$\underset{m=3}{P(t)} \cdot e^{-\lambda_0 t} \left[\frac{(\lambda_0 t)^0}{0!} + \frac{(\lambda_0 t)^1}{1!} + \frac{(\lambda_0 t)^2}{2!} + \frac{(\lambda_0 t)^3}{3!} \right]; \tag{5.26}$$

$$P_{m=3}(1000)\cdot e^{10^{-4}\cdot 10^{3}}\left[1+\frac{\left(10^{-4}\cdot 10^{3}\right)}{1}+\frac{\left(10^{-4}\cdot 10^{3}\right)^{2}}{2}+\frac{\left(10^{-4}\cdot 10^{3}\right)^{3}}{6}\right]=$$

$$=e^{-0,1}\left[+\frac{0,1}{1}+\frac{0,1^{2}}{2}+\frac{0,1^{3}}{6}\right]=0,9048\cdot 1,10517=0,999955$$

Тоді,

$$P_0(1000)=0,905;\ T_0=\frac{1}{\lambda_0}=10^4 \text{ год.}$$

$$P_{m=3}(1000)=0,999955;\ T_{m=3}=4\cdot T_0=4\cdot 10^4 \text{ год.}$$

5. Резервування

5.1. Схожість і відмінності структурного і функціонального резервування, їх переваги і недоліки, області застосування.

5.2. Схожість і відмінності пасивного і активного резервування, області їх застосування.

5.3. Можливі варіанти зміни умов навантаження елементів при пасивному резервуванні, їх вплив на надійність.

5.4. Поняття, види активного резервування, їх достоїнства і недоліки.

5.5. Структурні схеми загального і роздільного резервування, особливості їх роботи.

5.6. Вірогідність відмови і безвідмовної роботи при загальному резервуванні, залежність її від параметрів елементів.

5.7. Поняття щільності розподілу напрацювання повністю і інтенсивності відмов при загальному резервуванні, способи їх обчислення.

5.8. Поняття математичного очікування напрацювання повністю і функції резервування при загальному резервуванні, способи їх обчислення.

5.9. Поняття вірогідності відмови і безвідмовної роботи при роздільному резервуванні, способи їх обчислення.

5.10. Поняття щільності розподілу напрацювання повністю і інтенсивності відмов при роздільному резервуванні, способи їх обчислення.

5.11. Поняття математичного очікування напрацювання повністю і функції резервування при роздільному резервуванні, способи їх обчислення.

5.12. Особливості розрахунку активного резервування в пристроях електропостачання з урахуванням надійності перемикачів.

5.13. Поняття вірогідності відмови ділянки і вузла при актином резервуванні.

5.14. Вплив на надійність числа розбиття початкового об'єкту на ділянки.

5.15. Особливості пасивного резервування з перерозподілом навантаження.

5.16. Пасивне резервування в гірлянді з двох ізоляторів постійного струму.

5.17. Характер і причина закономірностей зміни (або постійність) інтенсивності відмов об'єкту з пасивним резервуванням з перерозподілом навантаження.

5.18. Пасивне резервування в гірлянді з трьох ізоляторів змінного струму.

5.19. Особливості ненавантаженого резерву при абсолютно надійних перемикачах, допущення в моделі.

5.20. Розрахунок вірогідності безвідмовної роботи дубльованої системи при ненавантаженому резерві при абсолютно надійних перемикачах.

5.21. Розрахунок щільності розподілу часу безвідмовної роботи дубльованої системи при ненавантаженому резерві при абсолютно надійних перемикачах.

5.22. Розрахунок інтенсивності відмов і математичне очікування напрацювання повністю дубльованої системи при ненавантаженому резерві при абсолютно надійних перемикачах.

5.23. Особливості ковзаючого резервування в пристроях електропостачання.

5.24. Розрахунок вірогідності безвідмовної роботи об'єкту з ковзаючим резервуванням.

5.25. Розрахунок щільності розподілу напрацювання повністю, інтенсивності відмов і математичного очікування напрацювання повністю об'єкту з ковзаючим резервуванням.

5.26. Особливості резервування по навантаженню в пристроях електропостачання.

5.27. Вплив числа вентилів в групі на інтенсивність відмов.

5.28. Опис моделі дубльованої відновлюваної системи, допущення.

5.29. Рівняння Колмогорова в моделі дубльованої відновлюваної системи, способи їх рішення.

5.30. Обчислення показників готовності дубльованої відновлюваної системи.