ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 1.

Визначення кількісних характеристик надійності за статистичними даними про відмови виробу.

Теоретичні відомості

Ймовірність безвідмовної роботи за статистичними даними про відмови оцінюється виразом:

$$P^*(t) = \frac{n(t)}{N}, \qquad (1.1)$$

де n(t) - кількість виробів, які не відмовили до моменту часу t;

N - кількість виробів, поставлених на випробування;

P*(t) - статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи виробу.

Для ймовірності відмови за статистичними даними справедливе співвідношення:

$$q^*(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \qquad (1.2)$$

де N-n(t) - кількість виробів, які відмовили до моменту часу t;

q*(t) - статистична оцінка ймовірності відмови виробу.

Частота відмов за статистичними даними про відмови визначається виразом:

$$f^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}, \qquad (1.3)$$

де Δn(t) - кількість виробів, які відмовили на проміжку часу (t, t+Δt);

f*(t) - статистична оцінка частоти відмов виробу; Δt - інтервал часу.

Інтенсивність відмов за статистичними даними про відмови визначається формулою:

$$\lambda^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)}, \qquad (1.4)$$

де n(t) - кількість виробів, які не відмовили до моменту часу t;

$\Delta n(t)$ - кількість виробів, які відмовили на проміжку часу $(t, t+\Delta t)$;

$\lambda^*(t)$ - статистична оцінка інтенсивності відмов виробу.

Середній час безвідмовної роботи виробу за статистичними даними оцінюється виразом:

$$m_t{}^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i \ , \qquad (1.5)$$

де ti - час безвідмовної роботи і-го виробу;

N - загальна кількість виробів, поставлених на випробування;

mt* - статистична оцінка середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Для визначення mt* за формулою (1.5) необхідно знати моменти виходу з ладу всіх N виробів. Можна визначати mt* з рівняння:

$$m_t^* \approx \sum_{i=1}^{m} n_i t_{cp.i} \ , \qquad (1.6)$$

де ni - кількість виробів, які вийшли з ладу в і-му інтервалі часу;

tcp.i = (ti-1+ti)/2; m=tk/Δt; Δt=ti+1-ti; ti-1 - час початку і-го інтервалу;

ti- час завершення і-го інтервалу;

tk - час, протягом якого вийшли з ладу всі вироби; Δt - інтервал часу.

Дисперсія часу безвідмовної роботи виробу за статистичними даними визначається формулою:

$$D_t^* = \tfrac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i - m_t^*)^2 \ , \qquad (1.7)$$

де Dt* - статистична оцінка дисперсії часу безвідмовної роботи виробу.

Розв'язання типових задач

Задача 1.1. На випробування поставлено 1000 однотипних електронних ламп, за 3000 год. відмовило 80 ламп. Треба визначити P*(t), q*(t) при t = 3000 год.

Рішення. У даному випадку N = 1000; n(t) = 1000-80 = 920; N-n(t) = 1000-920 = 80. За формулами (1.1) і (1.2) визначаємо:

$$P*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{920}{1000} = 0.92,$$

або $q*(3000) = \frac{N-n(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0.08,$

$$q*(3000) = 1 - P*(3000) = 1 - 0.92 = 0.08.$$

Задача 1.2. На випробування було поставлено 1000 однотипних ламп. За перші 3000 год. відмовило 80 ламп, а за інтервал часу 3000 - 4000 год. відмовило ще 50 ламп. Треба визначити статистичну оцінку частоти інтенсивності відмов електронних ламп в проміжку часу 3000 - 4000 год.

Рішення. У даному випадку N = 1000; t = 3000 год; Δt = 1000 год; Δn(t) = 50; n(t) = 920. За формулами (1.3) і (1.4) знаходимо:

$$f*(t) = f*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} 1/\text{час}$$

$$\lambda*(t) = \lambda*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/час}$$

Задача 1.3. На випробування поставлено N = 400 виробів. За час t = 3000 год відмовило 200 виробів, тобто n(t) = 400-200 = 200. За інтервал часу (t, t+Δt), де Δt = 100 год, відмовило 100 виробів, тобто Δn(t) = 100. Треба визначити P*(3000), P*(3100), f*(3000), λ*(3000).

Рішення. За формулою (1.1) знаходимо

$$P*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0,5.$$

$$P*(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0,25.$$

Використовуючи формули (1.3) і (1.4), отримуємо

$$f*(t) = f*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{100}{400 \cdot 100} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

Задача 1.4. На випробування поставлено 6 однотипних виробів. Отримані такі значення ti (ti - час безвідмовної роботи i-го виробу): t1 = 280 год; t2 = 350 год; t3 = 400 год; t4 = 320 год; t5 = 380 год; t6 = 330 год. Треба визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Рішення. За формулою (1.5) маємо

$$m_t^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{280+350+400+320+380+330}{6} = \frac{2060}{6} = 343{,}3 \text{ год.}$$

Задача 1.5. За спостережний період експлуатації в апаратурі було зафіксовано 7 відмов. Час відновлення склав: t1 = 12 хв.; t2 = 23 хв.; t3 = 15 хв.; t4 = 9 хв.; t5 = 17 хв.; t6 = 28 хв.; t7 = 25 хв.; t8 = 31 хв. Треба визначити середній час відновлення апаратури.

Рішення.

$$m_{t\text{‰}}^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i = \frac{12+23+15+9+17+28+25+31}{8} = \frac{160}{8} = 20 \text{ хв.}$$

Задача 1.6. В результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного обладнання, які пройшли попередню 80-годинну приробку, отримані дані до першої відмови всіх 45 зразків, зведені в таблицю 1.1. Треба визначити mt*.

Таблиця 1.1

Δti,час.	Ni	Δti,час.	ni	Δti,час.	ni
0-5	1	30-35	4	60-65	3
5-10	5	35-40	3	65-70	3
10-15	8	40-45	0	70-75	3
15-20	2	45-50	1	75-80	1
20-25	5	50-55	0	–	–
25-30	6	55-60	0	–	–

Рішення. У цьому випадку

$t_{-p.1} = 2{,}5; t_{-p.2} = 7{,}5; t_{-p.3} = 12{,}5; t_{-p.4} = 17{,}5; t_{-p.5} = 22{,}5; t_{-p.6} = 27{,}5; t_{-p.7} = 32{,}5; t_{-p.8} = 37{,}5; t_{-p.9} = 42{,}5;$
$t_{-p.10} = 47{,}5; t_{-p.11} = 52{,}5; t_{-p.12} = 57{,}5; t_{-p.13} = 62{,}5; t_{-p.14} = 67{,}5; t_{-p.15} = 72{,}5; t_{cp.16} = 77{,}5; N = 45; m = 16.$

Використовуючи формулу (1.6), отримуємо

$$m_t^* \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_i \cdot t_{-ð.i} = \frac{1\cdot 2{,}5 + 5\cdot 7{,}5 + 8\cdot 12{,}5 + 2\cdot 17{,}5 + 5\cdot 22{,}5 + 6\cdot 27{,}5 + 4\cdot 32{,}5 +}{45}$$

$$\frac{+\,3\cdot 37{,}5 + 0\cdot 42{,}5 + 1\cdot 47{,}5 + 0\cdot 52{,}5 + 0\cdot 57{,}5 + 3\cdot 62{,}5 + 3\cdot 67{,}5 + 3\cdot 72{,}5 + 1\cdot 77{,}5}{} = \frac{1427{,}5}{45} = 31{,}7$$

год.

Задачі для самостійного вирішення

Задача 1.7. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год. відмовило 50 виробів. За інтервал часу 4000 - 4100 год. відмовило ще 20 виробів. Треба визначити f*(t), λ*(t) при t = 4000 год.

Задача 1.8. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год. відмовило 50 виробів. Треба визначити P*(t) і q*(t) при t = 4000 год.

Задача 1.9. Протягом 1000 годин з 10 гіроскопів вийшло з ладу 2. За інтервал часу 1000 - 1100 год. вийшов з ладу ще один гіроскоп. Треба визначити f*(t), λ*(t) при t = 1000 год.

Задача 1.10. На випробування поставлено 1000 однотипних електронних ламп. За перші 3000 год. відмовило 80 ламп. За інтервал часу 3000 - 4000 год. відмовило ще 50 ламп. Треба визначити P*(t) і q*(t) при t = 4000 год.

Задача 1.11. На випробування поставлено 1000 виробів. За час t = 1300 год. вийшло з ладу 288 штук виробів. За подальший інтервал часу 1300-1400 год.

вийшло з ладу ще 13 виробів. Потрібно обчислити P*(1300), P*(1400), f*(1300), λ*(1300).

Задача 1.12. На випробування поставлено 45 виробів. За час t = 60 год. вийшло з ладу 35 штук виробів. За подальший інтервал часу 60-65 год. вийшло з ладу ще 3 вироби. Потрібно обчислити P*(60), P*(65), f*(60), λ*(60).

Задача 1.13. В результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного обладнання, які пройшли попередню 80-годинну приробку, отримані дані до першої відмови всіх 45 зразків, зведені в таблицю 1.2. Потрібно обчислити mt*.

Таблиця 1.2.

Δti,час.	Ni	Δti,час.	ni	Δti,час.	ni
0-10	19	30-40	3	60-70	1
10-20	13	40-50	0	–	–
20-30	8	50-60	1	–	–

Задача 1.14. На випробування поставлено 8 однотипних виробів. Отримані такі значення ti (ti - час безвідмовної роботи i-го виробу): t1 = 560 год; t2 = 700 год; t3 = 800 год; t4 = 650 год; t5 = 580 год; t6 = 760 год; t7 = 920 год; t8 = 850 год. Потрібно обчислити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Задача 1.15. За спостережний період експлуатації в апаратурі було зареєстровано 6 відмов. Час відновлення склав: t1 = 15 хв.; t2 = 20 хв.; t3 = 10 хв.; t4 = 28 хв.; t5 = 22 хв.; t6 = 30 хв. Потрібно обчислити середній час відновлення апаратури.

Задача 1.16. На випробування поставлено 1000 виробів. За час t = 11000 год. вийшло з ладу 410 виробів. За подальший інтервал часу 11000-12000 год. вийшло з ладу ще 40 виробів. Потрібно обчислити P*(11000), P*(12000), f*(11000), λ*(11000).

ПРАКТИЧНА РОБОТА №3. Послідовне з'єднання елементів у систему.

Теоретичні відомості

З'єднання елементів називається послідовним, якщо відмова хоча б одного елемента призводить до відмови всієї системи. Система, з'єднана послідовно, є працездатною тільки тоді, коли всі її елементи працездатні. Ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t визначається формулою

$$Pc(t)=P1(t)\cdot P2(t)\cdot\ldots\cdot Pn(t) \qquad (3.1)$$

де $Pi(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи і-го елемента протягом часу t.

Якщо $Pi(t)=P(t)$, то

$$Pc(t)=P^n(t). \qquad (3.2)$$

Виразимо $Pc(t)$ через інтенсивність відмов $\lambda i(t)$ елементів системи. Маємо:

$$P_c(t)=\exp\left(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)dt\right), \qquad (3.3)$$

або

$$P_c(t)=\exp\left(-\int_0^t \lambda_c(t)dt\right). \qquad (3.4)$$

Де $$\lambda_c(t)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(t). \qquad (3.5)$$

Тут $\lambda i(t)$ - інтенсивність відмов і-го елемента;

$\lambda c(t)$ - інтенсивність відмов системи.

Ймовірність відмови системи протягом інтервалу часу (0, t) дорівнює

$$qc(t)=1-Pc(t). \qquad (3.6)$$

$$q_c(t)=1-\prod_{i=1}^{n}\lambda_i(t).$$

Частота відмов системи $fc(t)$ визначається співвідношенням

$$fc(t)=\lambda c(t)Pc(t). \qquad (3.7)$$

$$f_c(t)=-\frac{dP_c(t)}{dt}.$$

Інтенсивність відмов системи

$$\lambda_c(t)=\frac{f_c(t)}{P_c(t)}. \qquad (3.8)$$

Середній час безвідмовної роботи системи:

$$m_{tc}=\int_0^\infty P_c(t)dt. \qquad (3.9)$$

У випадку експоненційного закону надійності всіх елементів системи маємо

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = \text{const}; \qquad (3.10)$$

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_c; \qquad (3.11)$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda t); \qquad (3.12)$$

$$P_c(t) = e^{\lambda_c t}; \qquad (3.13)$$

$$f_c(t) = \lambda_c \cdot e^{-\lambda_c t}; \qquad (3.14)$$

$$q_c(t) = 1 - e^{\lambda_c t}; \qquad (3.15)$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}; \qquad (3.16)$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_i}; \qquad (3.17)$$

Де m_{ti} - середній час безвідмовної роботи і-го елемента.

При розрахунках надійності систем часто доводиться перемножувати ймовірності безвідмовної роботи окремих елементів розрахунку, підносити їх до ступеня і витягувати корені. При значеннях $P(t)$, близьких до одиниці, ці обчислення можна виконувати з достатньою для практики точністю за наступними приблизненими формулами:

$$\left.\begin{aligned} P_1(t)P_2(t)\ldots P_n(t) &\approx 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i(t), \\ P_1^n(t) &= 1 - Nq_1(t), \\ \sqrt[n]{P_1(t)} &= 1 - q_1(t)/n, \end{aligned}\right\} \qquad (3.18)$$

де $qi(t)$ - ймовірність відмови і-го елемента.

Розв'язання типових задач.

Задача 3.1. Система складається з трьох пристроїв. Інтенсивність відмов електронного пристрою дорівнює $\lambda_1 = 0{,}16 \times 10^{-3}$ 1/год=const. Інтенсивності відмов двох електромеханічних пристроїв лінійно залежать від часу і визначаються наступними формулами:

$\lambda_2 = 0{,}23 * 10^{-4} t$ 1/час, $\lambda_3 = 0{,}06 * 10^{-6} t^{2,6}$ 1/час.

Необхідно розрахувати можливість безвідмовної роботи виробу протягом 100 год.

Рішення. На підставі формули (3.3) маємо

$$P_c(t) = \exp(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)dt) = \exp\left\{-\left[\int_0^t \lambda_1 dt + \int_0^t \lambda_2 dt + \int_0^t \lambda_3 dt\right]\right\} =$$

$$= \exp\left[-\left(\lambda_1 t + 0{,}23 * 10^{-4}\frac{t^2}{2} + 0{,}06 * 10^{-6} * \frac{t^{3.6}}{3{,}6}\right)\right].$$

Для t=100 год:

$$P_c(100) = \exp\left[-\left(0{,}16\cdot 10^{-3}\cdot 100 + 0{,}23\cdot 10^{-4}\cdot\frac{100^2}{2} + 0{,}06\cdot 10^{-6}\ \frac{100^{3{,}6}}{3{,}6}\right)\right] \approx 0{,}33$$

Задача 3.2. Система складається із трьох блоків, середній час безвідмовної роботи яких дорівнює: m_{t1}=160 год; m_{t2} = 320 год; m_{t3} = 600 год.
Для блоків справедливий експоненційний закон надійності. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи системи.

Рішення. Скориставшись формулою (3.17) отримаємо

$$\lambda_1 = \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{160};\lambda_2 = \frac{1}{m_{t2}} = \frac{1}{320};\lambda_3 = \frac{1}{m_{t3}} = \frac{1}{600}.$$

Тут λ_i – інтенсивність відмов і-го блоку. На підставі формули (3.11) маємо

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} \approx 0{,}011$$ 1/год

де λ_c –інтенсивність відмови системи.
За формулою (3.16) отримаємо

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}011} \approx 91$$ год

Задача 3.3. Система складається з 12600 елементів, середня інтенсивність відмов яких λср=0,32×10^{-6} 1/год. Потрібно визначити $Pc(t)$, $qc(t)$, $fc(t)$, mtc для t=50 год.
Тут $Pc(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t;
$qc(t)$ – ймовірність відмови системи протягом часу t;
$fc(t)$ – частота відмов або щільність ймовірності безвідмовної роботи системи протягом часу t;
mtc – середній час безвідмовної роботи системи.
Розв'язання. Інтенсивність відмов системи за формулою (3.11) буде:
λc=λср·n=0,32×10−6·12600=4,032×10−31/год.
Тоді на підставі (3.13) отримаємо:

$$P_c(t)=e^{-\lambda ct};\ P_c(50)=e^{-4{,}032\cdot 0{,}001\cdot 50}\approx 0{,}82.$$

Из (3.15) получим

$$q_c(t)=1-P_c(t);\ q_c(50)=1-P_c(50)\approx 0{,}18.$$

Из (3.14) имеем

$$f_c(t)=\lambda_c e^{-\lambda ct}=\lambda_c P_c(t);\ f_c(50)=4{,}032\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}82=3{,}28\cdot 10^{-3}\ 1/ч.$$

Из (3.16) получим

$$m_{tc}=1/\lambda_c=1/4{,}032\cdot 10^{-3}\approx 250\ ч.$$

Задача 3.4. Система складається з двох пристроїв. Ймовірності безвідмовної роботи кожного з них протягом часу t=100 год рівні: $P1(100)=0{,}95$; $P2(100)=0{,}97$. Справедливий експоненційний закон надійності. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи.

Розв'язання. Знайдемо ймовірність безвідмовної роботи виробу:

$Pc(100)=P1(100)\cdot P2(100)=0{,}95\cdot 0{,}97=0{,}92.$

Знайдемо інтенсивність відмов виробу, використовуючи формулу:

$$Pc(t)=e^{-\lambda c\ t}$$

або

$$Pc(100)=e^{-\lambda c\cdot 100}.$$

Отримаємо

$$\lambda c\cdot 100\approx 0{,}083,$$

і тоді

$$\lambda c\approx 0{,}83\times 10^{-3} 1/\text{год}.$$

Таким чином,

$$m_{tc}=1/\lambda c=1/0{,}83\times 10^{-3}\approx 1200\text{год}.$$

Отже, середній час безвідмовної роботи системи дорівнює приблизно 1200 годин.

Задача 3.5. Ймовірність безвідмовної роботи одного елемента протягом часу t дорівнює $P(t)=0{,}9997$. Треба визначити ймовірність безвідмовної роботи системи, яка складається $n=100$ таких самих елементів.

Розв'язання. Ймовірність безвідмовної роботи системи рівна

$Pc(t)=Pn(t)=(0{,}9997)^{100}$.

Оскільки ймовірність $Pc(t)$ близька до одиниці, для її обчислення використаємо формулу (3.18). У нашому випадку $q(t)=1-P(t)=1-0{,}9997=0{,}0003$.

Тоді

$Pc(t)\approx 1-nq(t)=1-100\times 0{,}0003=0{,}97.$

Отже, ймовірність безвідмовної роботи системи дорівнює приблизно 0,97.

Задача 3.6. Ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t рівна $Pc(t)=0,95$. Система складається з $n=120$ рівнонадійних елементів. Потрібно знайти ймовірність безвідмовної роботи елемента.

Розв'язання. Очевидно, що ймовірність безвідмовної роботи елемента буде

$$P_1(t) = \sqrt[n]{P_c(t)}.$$

Оскільки $P(t)$ близька до одиниці, для її обчислення використаємо формулу (3.18).

У нашому випадку $q(t)=1-P(t)=1-0,95 = 0,05$.

Тоді

$$P_1(t) = \sqrt[n]{P_c(t)} \approx 1 - \frac{q_c(t)}{n} = 1 - \frac{0,05}{120} \approx 0,9996.$$

Задача 3.7. Система складається з 12600 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda ср=0,32\times10^{-6}$1/год. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи протягом $t=50$ годин.

Розв'язання. Інтенсивність відмов системи за формулою (3.11) буде $\lambda c=\lambda ср\cdot n=0,32\times10^{-6}\cdot12600=4,032\times10^{-3}$1/год.

Тоді на підставі (3.13) $Pc(t)=e^{-\lambda c.t}$ або $Pc(50)\approx e^{-4,032\times10-3.0,001.50}\approx0,82$.

Задачі для самостійного розв'язання

Задача 3.8. Апаратура зв'язку складається з 2000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda ср=0,33\times10^{-5}$1/год.. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи апаратури протягом $t=200$ годин і середнє час безвідмовної роботи апаратури.

Задача 3.9. Невідновлювальна під час роботи електронна машина складається з 200000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda=0,2\times10^{-6}$1/год. Треба визначити ймовірність безвідмовної роботи електронної машини протягом $t=24$ годин і середній час безвідмовної роботи електронної машини.

Задача 3.10. Система управління складається з 6000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda ср=0,16\times10^{-6}$1/год. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи протягом $t=50$ годин і середній час безвідмовної роботи.

Задача 3.11. Прилад складається з $n=5$ вузлів. Надійність вузлів характеризується ймовірністю безвідмовної роботи протягом часу t, яка дорівнює: $P1(t)=0,98$; $P2(t)=0,99$; $P3(t)=0,998$; $P4(t)=0,975$; $P5(t)=0,985$. Треба визначити ймовірність безвідмовної роботи приладу.

Задача 3.12. Система складається з п'яти приладів, середні часи безвідмовної роботи яких дорівнюють: $mt1=83$ год; $mt2=220$ год; $mt3=280$ год; $mt4=400$ год; $mt5=700$ год. Для приладів справедливий експоненційний закон надійності. Треба знайти середній час безвідмовної роботи системи.

Задача 3.13. Прилад складається з п'яти блоків. Ймовірності безвідмовної роботи кожного з них протягом часу $t=50$ год дорівнюють: $P1(50)=0{,}98$; $P2(50)=0{,}99$; $P3(50)=0{,}998$; $P4(50)=0{,}975$; $P5(50)=0{,}985$. Справедливий експоненційний закон надійності. Треба знайти середній час безвідмовної роботи приладу.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4

Розрахунок надійності системи з постійним резервуванням.

Теоретичні відомості

При постійному резервуванні резервні елементи 1,2 з'єднані паралельно з основним (робочим) елементом протягом усього періоду роботи системи. Усі елементи з'єднані постійно, перебудова схеми при відмовах не відбувається, відмовлений елемент не відключається (рис.4.1.).

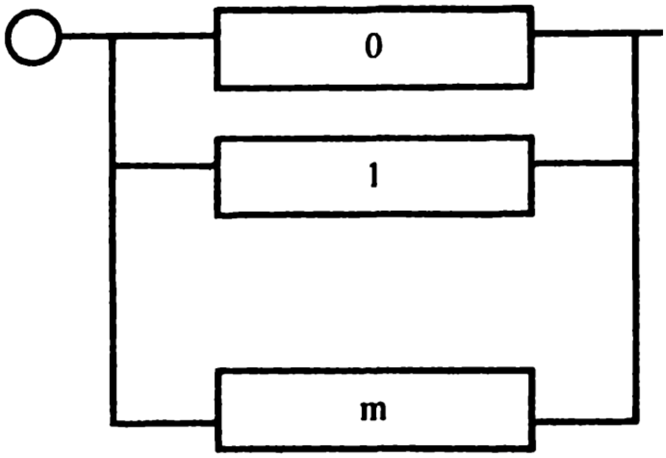


Рис. 4.1

Вірогідність відмови системи qc(t) визначається формулою

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m} q_j(t), \tag{4.1}$$

де qj(t) - ймовірність відмови j-го елемента. Ймовірність безвідмовної роботи системи

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - P_j(t)\right], \tag{4.2}$$

де Pj(t) - ймовірність безвідмовної роботи j-го елемента Якщо Pj(t) =P(t), j = 0, 1, …., m, то

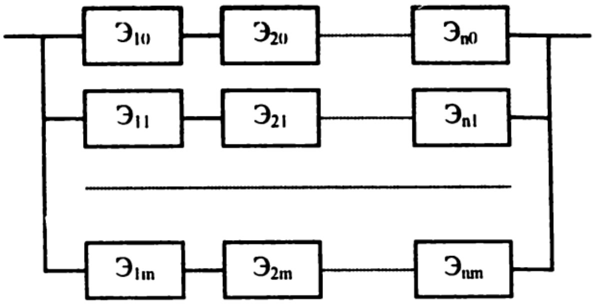
$$\left.\begin{aligned} q_c(t) &= q^{m+1}(t); \\ P_c(t) &= 1 - \left[1 - P(t)\right]^{m+1}. \end{aligned}\right\} \tag{4.3}$$

При експоненціальному законі надійності окремих елементів маємо

$$\left.\begin{aligned}
P_j(t) = P(t) = e^{\lambda t};\\
q_c(t) = (1 - e^{-\lambda t})^{m+1};\\
P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1};\\
m_{tc} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{1+i}.
\end{aligned}\right\}$$

(4.4)

Резервування називається загальним, якщо резервується вся система, що складається з послідовного з'єднання n елементів. Схема загального резервування показана на рис.4.2.



Основна ланка містить n елементів. Кількість резервних ланок дорівнює m, тобто кратність резервування дорівнює m. Визначимо кількісні характеристики надійності системи з загальним резервуванням (резервні ланки включені постійно). Запишемо ймовірність безвідмовної роботи j-ої ланки

$$P_j(t) = \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t);\ j = 0, 1, \ldots, m\ ,$$

(4.5)

де Pij(t), j=0,1,2,...m; i=1,2,3,...,n - ймовірність безвідмовної роботи елемента Eij. Ймовірність відмови j-ої ланки

$$q_j(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t).$$

(4.6)

Ймовірність відмови системи з загальним резервуванням

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m}\left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right].$$

(4.7)

Ймовірність безвідмовної роботи системи з загальним резервуванням

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m}\left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right].$$

(4.8)

Спеціальний випадок: основні та резервні ланки мають однакову надійність, тобто

$$P_{ij}(t)=P_i(t). \qquad (4.9)$$

Тоді

$$q_c(t)=\left[1-\prod_{i=1}^{n}P_i(t)\right]^{m+1} \qquad (4.10)$$

$$P_c(t)=1-\left[1-\prod_{i=1}^{n}p_i(t)\right]^{m+1} \qquad (4.11)$$

Розглянемо експоненціальний закон надійності, тобто

$$P_i(t)=e^{-\lambda it}. \qquad (4.12)$$

У цьому випадку формули (4.10), (4.11) набудуть вигляду

$$q_c(t)=(1-e^{-\lambda 0t})^{m+1}, \qquad (4.13)$$

$$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda 0t})^{m+1}, \qquad (4.14)$$

$$\lambda_0=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\,, \qquad (4.15)$$

де λ_0 – інтенсивність відмов ланки, що складається з n елементів.

Частота відмов системи із загальним резервуванням .

$$f_c(t)=-\frac{dp_c(t)}{dt}=\lambda_0\cdot(m+1)e^{-\lambda_0 t}\cdot\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^m \qquad (4.16)$$

Інтенсивність відмов системи з загальним резервуванням

$$\lambda_c(t)=\frac{f_c(t)}{p_c(t)}=\frac{\lambda_0(m+1)e^{-\lambda_0 t}\cdot\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^m}{1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}}. \qquad (4.17)$$

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи

$$m_{tc}=T_0\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{1+j}, \qquad (4.18)$$

де $T_0 = 1/\lambda_0$, - середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи.

Розв’язання типових завдань.

Завдання 4.1. Система складається з 10 рівнонадійних елементів, середній час безвідмовної роботи елемента mt = 1000 год. Передбачається, що справедливий експоненційний закон надійності для елементів системи та основна та резервна системи рівнонадійні. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи mtc, а також частоту відмов fc(t) та інтенсивність відмов λc(t) у момент часу t = 50 год у наступних випадках:
а) нерезервованої системи,
б) дубльованої системи при постійно увімкненому резерві.

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i ,$$

де λc – інтенсивність відмов системи; λ_i – інтенсивність відмов і - го елемента; n = 10.

$\lambda_i = 1/m_{ti} = 1/1000 = 0{,}001;\ i = 1,2,\ldots,n;\ \lambda = \lambda_i;$

$\lambda_c = \lambda \cdot n = 0{,}001 \cdot 10 = 0{,}01$ 1/ч;

$m_{tc} = 1/\lambda_c = 100$ ч;

$f_c(t) = \lambda_c(t) \cdot P_c(t);$

$\lambda_c(50) = \lambda_c;\ P_c(t) = e^{-\lambda ct};$

$f_c(50) = \lambda_c e^{-\lambda ct} = 0{,}01 \cdot e^{-0{,}01 \cdot 50} \approx 6 \cdot 10^{-3}$ 1/ч;

λ(50) = 0,01 1/год

б)

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c}\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{1+j};\quad m=1;\quad m_{tc} = \frac{1}{0{,}01}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 150 \text{ ч};$$

$$P_c(t) = 1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}\cdot\quad \lambda_0 = \lambda_c = 0{,}01 \text{ 1/ч};$$

$$P_c(t) = 1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^2 = 2e^{-\lambda_0 t} - e^{-2\lambda_0 t};$$

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\cdot\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right);$$

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda_0\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)}{2-e^{-\lambda_0 t}};$$

$f_c(50) \approx 4{,}8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_c(50) \approx 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

Завдання 4.2. У системі телеуправління застосовано дублювання каналу керування. Інтенсивність відмов каналу $\lambda = 10^{-2}$ 1/год. Розрахувати ймовірність безвідмовної роботи системи Pc(t) при t=10 год, середній час безвідмовної роботи mtc, частоту відмов fc(t), інтенсивність відмов λc(t) системи.

Рішення. У разі n=1; $\lambda i=\lambda$; $\lambda_0=n\lambda=\lambda$; m=1. За формулою (4.14) маємо

$$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda t})^2;$$

$$P_c(10)=1-(1-e^{-0,1})^2.$$

$e^{-0,1}=0,9048.$

Тоді

$$P_c(10)=1-(1-0,9048)^2=1-0,0952^2\approx 1-0,01=0,99.$$

Визначимо m_{tc}. З формули (4.4) маємо

$$m_{tc}=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1+i}=\frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}\right)=150\ \text{ч.}$$

Визначимо частоту відмов fc(t). Отримаємо

$$f_c(t)=-\frac{dp_c(t)}{dt}=2\lambda\cdot e^{\ \lambda t}\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right).$$

(ремарка. Ступінь усюди λt)

Визначимо інтенсивність відмов λc(t). Маємо

$$\lambda_c(t)=\frac{f_c(t)}{p_c(t)}=\frac{2\lambda\lambda^{\ \lambda t}\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{e^{-\lambda t}\left(2-e^{-\lambda t}\right)}=\frac{2\lambda\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{2-e^{-\lambda t}}.$$

Задача 4.3. Нерезервована система управління складається із n = 5000 елементів. Для підвищення надійності системи передбачається провести загальне дублювання елементів. Щоб приблизно оцінити можливість досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи системи Pc(t) = 0,9 при t =10 год., необхідно розрахувати середню інтенсивність відмов одного елемента при припущенні відсутності післядії відмов.

Рішення. Імовірність безвідмовної роботи системи при загальному дублюванні та рівнонадійних елементах дорівнює

$$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda nt})^2$$

або

$$P_c(t)=1-[1-P^n(t)]^2,$$

де

$P(t)=e^{-\lambda t}$.

Тут P(t) – вірогідність безвідмовної роботи одного елемента.

Так як повинно бути

$1-[1-P^n(t)]^2 \geq 0{,}9$,

то

$$p(t) \geq \left(1-\sqrt{0{,}1}\right)^{1/n}$$

Розклавши $\left(1-\sqrt{0{,}1}\right)^{1/n}$ у ряд за ступенем 1/n та нехтуючи складовими вищого ступеня малості, отримаємо

$$\left(1-\sqrt{0{,}1}\right)^{1/5000} \approx 1-\frac{1}{5000}\sqrt{0{,}1} = 1-6{,}32\cdot 10^{-5}$$

Враховуючи, що P(t)= exp $(-\lambda t) \approx 1-\lambda t$, отримаємо

$1-\lambda t \geq 1-6{,}32*10^{-5}$

або

$\lambda \leq (6{,}32*10^{-5})/t=(6{,}32*10^{-5})/10=6{,}32*10^{-6}$ 1/год.

Завдання для самостійного вирішення.

Задача 4.4. Приймач складається із трьох. блоків: УВЧ, УПЧ та УНЧ. Інтенсивності відмов цих блоків відповідно дорівнюють: λ_1= 4*10^{-4} 1/год; λ_2= 2,5*10^{-4} 1/год; λ_3= 3*10^{-4} 1/год. Потрібно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи приймача при t=100 год для наступних випадків:

а) резерв відсутній;

б) є загальне дублювання приймача загалом.

Завдання 4.5. Для зображеної на рис.4.3. логічної схеми системи визначити Pc(t), m_{tc}, fc(t), λc(t). Тут резерв навантажений, відмови незалежні.

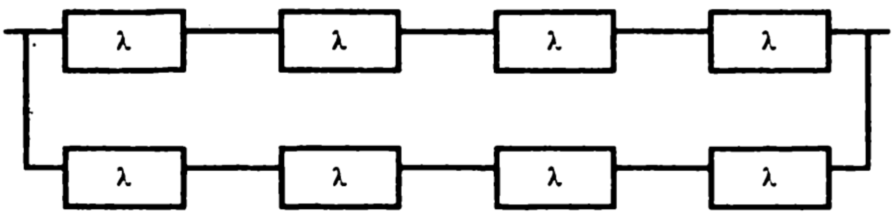


Рис. 4.3

Завдання 4.6. У радіопередавачі, що складається з трьох рівнонадійних каскадів (n = 3), застосовано загальне постійне дублювання всього радіопередавача.

Інтенсивність відмов каскаду дорівнює $\lambda = 5 * 10^{-4}$ 1 / год. Визначити Pc(t), m_{tc}, fc(t), λc(t) радіопередавача з дублюванням.

Завдання 4.7. Для зображеного на рис.4.4. логічної схеми системи визначити інтенсивність відмов λc(t). Тут резерв навантажений, відмови незалежні.

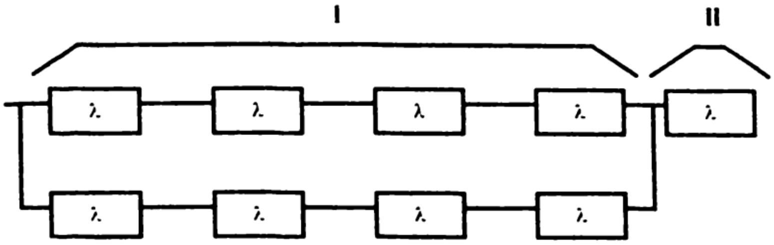


Рисунок 4.4

Завдання 4.8. Радіоелектронна апаратура складається із трьох блоків I, II, III. Інтенсивності відмов цих трьох блоків відповідно дорівнюють: $\lambda1$, $\lambda2$, $\lambda3$. Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи апаратури Pc(t) для наступних випадків:

а) резерв відсутній;

б) є дублювання радіоелектронної апаратури загалом.

Завдання 4.9.Схема розрахунку надійності виробу показано на рис. 4.5. Передбачається, що є справедливим експоненційний закон надійності для елементів виробу. Інтенсивності відмов елементів мають значення: $\lambda1 = 0{,}3 * 10^{-3}$ 1 / год; $\lambda2 = 0{,}7 * 10^{-3}$ 1 / год. Потрібно знайти ймовірність безвідмовної роботи виробу протягом часу t = 100 годин, середній час безвідмовної роботи виробу, частоту відмов та інтенсивність відмов у момент часу t = 100 год.

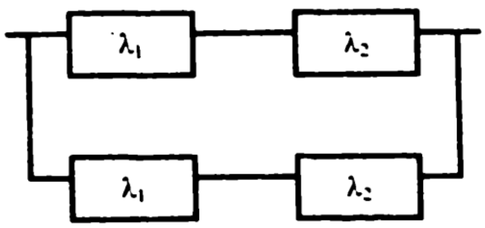


Рисунок 4.5

Завдання 4.10. У телевізійному каналі зв'язку, що складається з приймача та передавача, застосовано загальне дублювання. Передавач і приймач мають інтенсивність відмов λп=$2*10^{-3}$ 1/год, λпр=$1*10^{-3}$ 1/год, відповідно. Схема каналу представлена на рис.4.6. Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи каналу Pc(t), середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов fc(t), інтенсивність відмов λc(t).

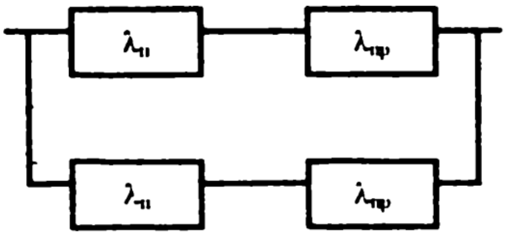


Рисунок 4.6

Завдання 4.11. Схема розрахунку надійності виробу наведено на рис.4.7. Передбачається, що є справедливим експоненційний закон надійності для елементів виробу. Потрібно визначити інтенсивність відмов виробу, якщо інтенсивності відмов елементів мають значення λ1, λ2.

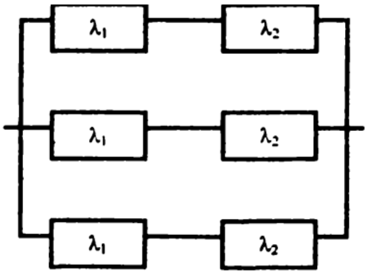


Рисунок 4.7

Завдання 4.12. Нерезервована система управління складається із n = 4000 елементів. Відома необхідна можливість безвідмовної роботи системи Pc(t) = 0,9 при t = 100 год. Необхідно розрахувати допустиму середню інтенсивність відмов одного елемента, вважаючи елементи рівнонадійними, для того щоб приблизно оцінити досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи за відсутності профілактичних оглядів у таких випадках: а) резервування відсутнє;
б) застосовано загальне дублювання.

Завдання 4.13. Пристрій обороту складається з трьох однакових блоків. Імовірність безвідмовної работи пристрою Py(ti) протягом (0, ti) має бути не менше 0,9. Визначити, якою має бути можливість безвідмовної роботи кожного блоку протягом (0, ti) для випадків:
а) резерв відсутній;
б) є пасивне загальне резервування з постійним навантаженням всього пристрою загалом;
в) є пасивне роздільне резервування з постійним навантаженням по блокам.

Завдання 4.14. Обчислювач складається з двох блоків, з'єднаних послідовно і що характеризуються відповідно інтенсивностями відмов $\lambda1=120{,}54*10^{-6}$ 1/год та

$\lambda 2 = 185,66 * 10^{-6}$ 1/год. Виконано пасивне загальне резервування з незмінним навантаженням усієї системи (блоки 1 та 2) (див. рис.4.8). Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи Pc(t) обчислювача, середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов fc(t) та інтенсивність відмов $\lambda c(t)$ обчислювача. Визначити Pc(t) при t = 20 год.

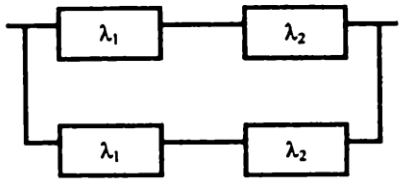


Рисунок 4.8

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №5

Резервування заміщенням у режимі полегшеного резерву та у режимі ненавантаженого резерву.

Теоретичні відомості.

У цьому випадку резервні елементи перебувають у полегшеному режимі до моменту включення в роботу. Надійність резервного елемента в цьому випадку вище надійності основного елемента, оскільки резервні елементи знаходяться в режимі недовантаження до моменту їх включення в роботу.

Імовірність відмови резервованої системи із полегшеним резервуванням визначається співвідношенням

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i\right], \tag{5.1}$$

где

$$a_i = \prod_{j=0}^{i-1}\left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right). \tag{5.2}$$

де $\lambda 1$ – інтенсивність відмови резервного елемента в режимі недовантаження до моменту включення його в роботу;

$\lambda 0$ – інтенсивність відмови резервного елемента у стані роботи;

m - кратність резервування чи кількість резервних елементів.

Імовірність безвідмовної роботи системи із полегшеним резервуванням визначається формулою

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i\right]. \tag{5.3}$$

(ремарка – у формулі a_i та ступінь - i)

Середній час безвідмовної роботи системи із полегшеним резервуванням:

$$m_{tc} = \int_0^\infty P_c(t)dt = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{m} \frac{1}{1 + ik}, \tag{5.4}$$

де

$$k = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}. \qquad (5.5)$$

Частота відмов fc(t) системи із полегшеним резервуванням.

$$f_c(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{(i-1)!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^{i-1}\right]. \qquad (5.6)$$

Інтенсивність відмов λc(t) системи із полегшеним резервуванням

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \lambda_0\left[1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{(i-1)!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^{i-1}}{1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i}\right]. \qquad (5.7)$$

При λ1 =0 маємо режим ненавантаженого резерву.

Імовірність відмови резервованої системи з ненавантаженим резервуванням:

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \qquad (5.8)$$

Імовірність безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервом

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \qquad (5.9)$$

Середній час безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервом

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} p_c(t)dt = \frac{m+1}{\lambda_0}. \qquad (5.10)$$

Частоту відмов fc(t) системи з ненавантаженим резервом

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = \frac{\lambda_0^{m+1}}{m!} t^m e^{-\lambda_0 t} \qquad (5.11)$$

Інтенсивність відмов λc(t) системи з ненавантаженим резервом

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0^{m+1} t^m}{m! \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}. \tag{5.12}$$

Розв'язання типових завдань.

Завдання 5.1. Система складається з 10 рівнонадійних елементів, середній час безвідмовної роботи елемента m_t = 1000 год. Передбачається, що справедливий експоненційний закон надійності для елементів системи та основна та резервна системи рівнонадійні. Необхідно знайти ймовірність безвідмовної роботи системи Pc(t), середній час безвідмовної роботи системи mtc, а також частоту відмов fc(t) та інтенсивність відмов λc(t) у момент часу t = 50 год у наступних випадках:

а) нерезервованої системи,

б) дубльованої системи при включенні резерву за способом заміщення (ненавантажений резерв).

Рішення:

а) интенсивность отказов системы $\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$,

где λ_i – интенсивность отказов i-го элемента; n = 10,

$$\lambda_i = \frac{1}{m_u} = \frac{1}{1000} = 0{,}001;\ i = \overline{1,\ n};\ \lambda = \lambda_i,$$

$$\lambda_c = \lambda n = 0{,}001 \cdot 10 = 0{,}01 \quad 1/\text{ч},$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = 100 \text{ ч}; \quad p_c(t) = e^{-\lambda_c t};$$

$$f_c(t) = \lambda_c(t) \cdot p_c(t); \quad \lambda_c(50) = \lambda_c;$$

$$f_c(50) = \lambda_c e^{-\lambda_c t} = 0{,}01 \cdot e^{-0{,}01 \cdot 50} \approx 6 \cdot 10^{-3}\ 1/\text{ч};$$

$$\lambda_c(50) = 0{,}01\ 1/\text{ч}.$$

б)

$$m_{tc} = \frac{m+1}{\lambda_c}; \quad m=1;$$

$$m_{tc} = \frac{2}{0{,}01} = 200 \text{ ч}.$$

Визначимо імовірність безвідмовної роботи

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}(1 + \lambda_0 t).$$

Так как $\lambda_0 = \lambda_c$, то $P_c(t) = e^{-\lambda_c t}(1 + \lambda_c t)$.

Знайдемо частоту відмов

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = -\left[-\lambda_c e^{-\lambda_c t}(1 + \lambda_c t) + \lambda_c e^{-\lambda_c t}\right] = \lambda_c^2 t e^{-\lambda_c t}$$

Розрахуємо інтенсивність відмов

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_c^2 t e^{-\lambda_c t}}{e^{-\lambda_c t}(1 + \lambda_c t)} = \frac{\lambda_c^2 t}{1 + \lambda_c t}.$$

Отримаємо

$$P_c(50)=e^{-0{,}01\cdot 50}(1+0{,}01\cdot 50)=e^{-0.5}\cdot 1{,}5=0{,}6065\cdot 1{,}5\approx 0{,}91,$$

$$f_c(50)=0{,}01^2\cdot 50\cdot e^{-0{,}01\cdot 50}=0{,}01\cdot 0{,}5\cdot e^{-0.5}\approx 3\cdot 10^{-3}\ 1/ч,$$

$$\lambda_c(50)=\frac{f_c(50)}{p_c(50)}=\frac{3\cdot 10^{-3}}{0.91}\approx 3{,}3\cdot 10^{-3}\ 1/ч.$$

Завдання 5.2. Радіопередавач має інтенсивність відмов $\lambda 0=0{,}4*10^{-3}$ 1/год. Його дублює такий самий передавач, який перебуває до відмови основного передавача в режимі очікування (в режимі полегшеного резерву). У цьому режимі інтенсивність відмов передавача $\lambda 1= 0{,}06*10^{-3}$ 1/год. Потрібно обчислити ймовірність безвідмовної роботи передавальної системи протягом часу t = 100 год., а також середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов fc(t) та інтенсивність відмов $\lambda c(t)$.

Рішення. У цьому випадку кратність резервування m = 1. Використовуючи формулу (5.3), отримаємо

$$P_c(t)=e^{-\lambda_0 t}\cdot\left[1+\sum_{i=1}^{1}\frac{a_i}{i!}(1-e^{-\lambda_1 t})^i\right]=e^{-\lambda_0 t}\left[1+a_1(1-e^{-\lambda_1 t})\right];$$

$$_i=\prod_{j=0}^{i-1}\left(j+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)\qquad a_1=\prod_{j=0}^{0}\left(j+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)=\frac{\lambda_0}{\lambda_1}.$$

Тогда

$$P_c(t)=e^{-\lambda_0 t}\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}-\frac{\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right).\qquad(5.13)$$

Из (5.13) имеем

$$P_c(100)=\ ^{-0{,}4\cdot 10^{-3}\cdot 100}\left(1+\frac{0{,}4\cdot 10^{-3}}{0{,}06\cdot 10^{-3}}-\frac{0{,}4\cdot 10^{-3}}{0{,}06\cdot 10^{-3}}e^{-0{,}06\cdot 10^{-3}\cdot 100}\right)=$$

$$^{,04}\left(1+\frac{40}{6}-\frac{40}{6}e^{-0{,}006}\right)\approx 0.96[1+6{,}67-6{,}67(1-0{,}006)]\approx 0{,}998$$

Визначемо за формулою (5.4)

$$m_{tc}=\frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1+i\dfrac{\lambda_1}{\lambda_0}}=\frac{1}{\lambda_0}\left(1+\frac{1}{1+\dfrac{\lambda_1}{\lambda_0}}\right)=\frac{1}{\lambda_0}\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1+\lambda_0}\right)=$$

$$=\frac{1}{0{,}4\cdot 10^{-3}}\left(1+\frac{0{,}4\cdot 10^{-3}}{0{,}46\cdot 10^{-3}}\right)=4668\ ч$$

Знайдемо інтенсивність відмов

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = -\left[-\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}-\frac{\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right)+e^{-\lambda_0 t}\lambda_0 e^{-\lambda_1 t}\right] =$$

$$= \lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\left[1+\frac{\lambda_1}{\lambda_0}-\frac{\lambda_1}{\lambda_0}e^{-\lambda_1 t}-e^{\lambda_1 t}\right] = \lambda_0\frac{\lambda_1+\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_0 t}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right).$$

Перепишемо (5.13) у вигляді

$$P_c(t) = \frac{\lambda_1+\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_0 t}\left(1-\frac{\lambda_0}{\lambda_1+\lambda_0}e^{-\lambda_1 t}\right).$$

Визначемо інтенсивність відмов

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)}{1-\frac{\lambda_0}{\lambda_1+\lambda_0}e^{-\lambda_1 t}}.$$

Завдання 5.3. Імовірність безвідмовної роботи перетворювача постійного струму змінний протягом часу t = 1000 год. дорівнює 0,95, тобто P(1000) = 0,95. Для підвищення надійності системи електропостачання на об'єкті є такий самий перетворювач, який включається в роботу при відмові першого (режим ненавантаженого резерву). Потрібно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи та середній час безвідмовної роботи системи, що складається з двох перетворювачів, а також визначити частоту відмов fc(t) та інтенсивність відмов λc(t) системи.

Рішення. У цьому випадку кратність резервування m = 1. Використовуючи формулу (5.9), отримаємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}\left(1+\lambda_0 t\right). \qquad (5.14)$$

Оскільки для окремого перетворювача має місце експоненційний закон надійності, то

$$P(t)=e^{-\lambda_0 t}, \qquad (5.15)$$

де P(t) - ймовірність безвідмовної роботи перетворювача; λ0 – інтенсивність відмов перетворювача у стані роботи.

З (5.15) маємо

$$P(1000)=e^{-\lambda o \cdot 1000}=0{,}95.$$

$$\lambda 0 * 1000=0{,}051,$$

звідки

$$\lambda 0=0{,}051/1000 \approx 0{,}5*10^{-4} \text{ 1/год.}$$

Тоді з (5.14) маємо

$$Pc\ (1000) = 0{,}95\ (1 + 0{,}05) = 0{,}9975.$$

Визначимо mtc за формулою (5.10). Отримаємо

$$m_{tc} = (m+1)/\ \lambda 0=2/\lambda 0=2/(0{,}5*10^{-4}) = 40000 \text{ год.}$$

Зазначимо, що середній час безвідмовної роботи нерезервованого перетворювача дорівнює

$$m_{tc} = 1/\lambda 0=20000 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов fc(t) за формулою (5.11). Маємо

$$f_c(t) = \frac{\lambda_0^2}{1!} te^{-\lambda_0 t} = \lambda_0^2 te^{-\lambda_0 t}$$

Визначимо інтенсивність відмов

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0^2 t \cdot e^{-\lambda_0 t}}{e^{-\lambda_0 t}(1+\lambda_0 t)} = \frac{\lambda_0^2 t}{1+\lambda_0 t}.$$

Завдання 5.4. Система складається із двох однакових елементів. Для підвищення її надійності конструктор запропонував дублювання системи способом заміщення з ненавантаженим станом резерву (рис.5.1). Інтенсивність відмов елемента дорівнює λ. Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи системи Pc(t), середній час безвідмовної роботи m_tc, частоту відмов fc(t), інтенсивність відмов λc(t).

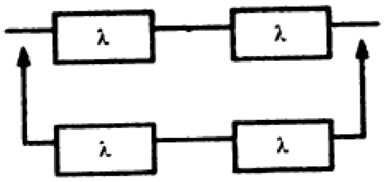


Рисунок 5.1

Завдання 5.5. Схема розрахунку надійності виробу наведено на рис.5.2. Необхідно визначити можливість безвідмовної роботи Рс(t), частоту відмов fc(t), інтенсивність відмов λc(t) виробу. Знайти λc(t) за t = 0.

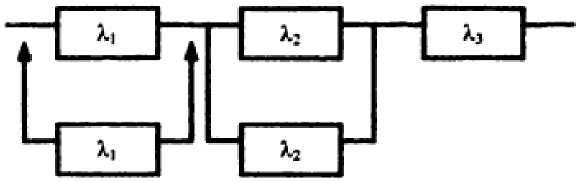


Рисунок 5.2

Завдання 5.6. Схема розрахунку надійності системи наведена на рис.5.3, де А, Б, В, Р – блоки системи. Визначити можливість безвідмовної роботи Рс(t) системи.

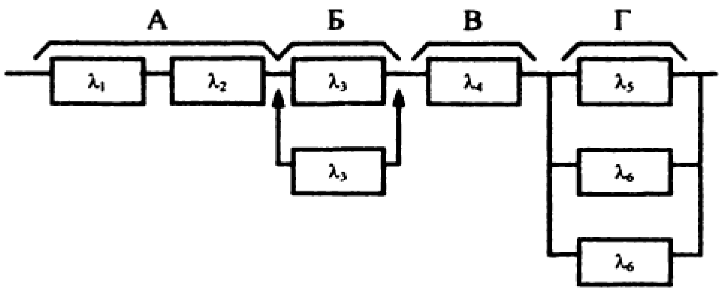


Рисунок 5.3

Завдання 5.7. Схема розрахунку надійності системи наведено на рис.5.4. Визначити можливість безвідмовної роботи Рс(t) системи.

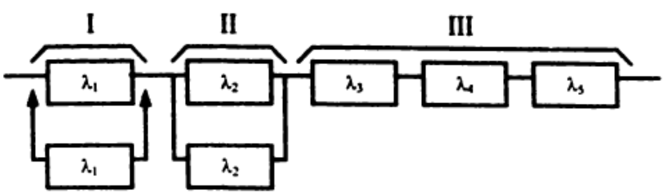


Рисунок 5.4

Завдання 5.8. Передавальний пристрій складається з одного працюючого передавача (λ=8*10^{-3} 1/год) та одного передавача в полегшеному резерві (λ0 = 8*10^{-4} 1/год). Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи пристрою Pc(t), середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc}. Визначити Pc(t) при t = 20 год.

Завдання 5.9. У радіопередавальному каналі зв'язкової системи використовується основний передавач П1, два передавачі П2 і П3, що знаходяться в ненавантаженому резерві. Інтенсивність відмов основного працюючого передавача дорівнює λ0=10^{-3} 1/год. З моменту відмови передавача П1 у роботу включається П2, після відмови передавача П2 включається П3. При включенні резервного передавача у роботу його інтенсивність відмов стає рівною λ0. Вважаючи перемикач абсолютно надійним, визначити можливість безвідмовної роботи Pc(t) радіопередаючого каналу, середній час безвідмовної роботи каналу m_{tc}. Визначити також Pc(t) при t=100 год.

Завдання 5.10. Пристрій автоматичного пошуку несправностей і двох логічних блоків. Середнє час безвідмовної роботи цих блоків однаково й у кожного їх дорівнює m_t= 200 год. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc} для двох випадків:

а) є ненавантажений резерв всього пристрою;

б) є ненавантажений резерв кожного блоку.