

## Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

#### Статистичний розрахунок системи віброізоляції (амортизації) з чотирьма амортизаторами розташованими в горизонтальній площині.

##### Рациональний монтаж.

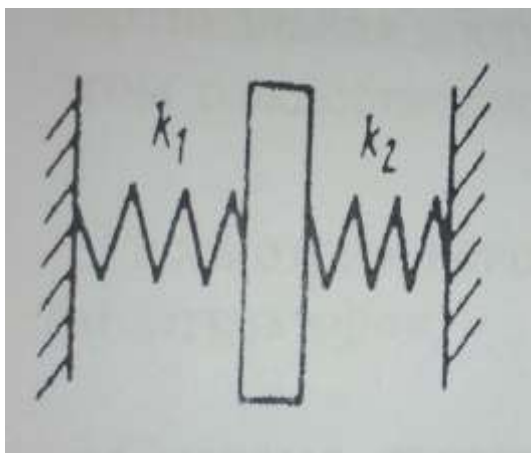
##### Теоретичні відомості.

#### 1. Основна мета статистичного розрахунку системи амортизації.

Метою статистичного розрахунку системи амортизації є визначення статистичних навантажень на кожен з амортизаторів і подальший вибір типорозміру амортизаторів відповідно до знайдених навантажень. Іноді буває необхідно визначити чи уточнити координати розташування амортизаторів - це дозволяє розташувати амортизатори відповідно до умов раціонального монтажу.

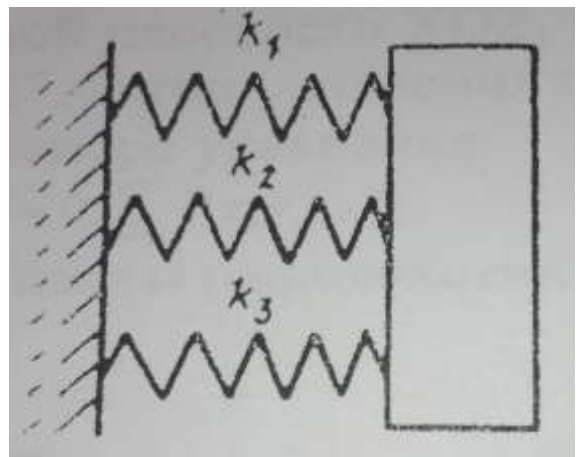
Схема монтажу амортизаторів вибирається залежно від умов експлуатації та конструктивних можливостей амортизаторів. Визначення статистичних навантажень на амортизатори і координати їх розташувань для деяких схем амортизаторів розглянуті нижче. Центр тяжкості об'єкта приймається за початок прямокутної системи координат  $X, Y, Z$ , осі якої спрямовані по головним центральним осям інерції об'єкта. Передбачається, що об'єкт монтується на амортизаторах таким чином, що координатна площина  $XOZ$  розташована горизонтально, а вісь  $Y$ , отже, вертикально.

Для різних комбінацій з'єднання амортизаторів в схемі (рис. 1.1) їх сумарна жорсткість може бути визначена за наступним чином



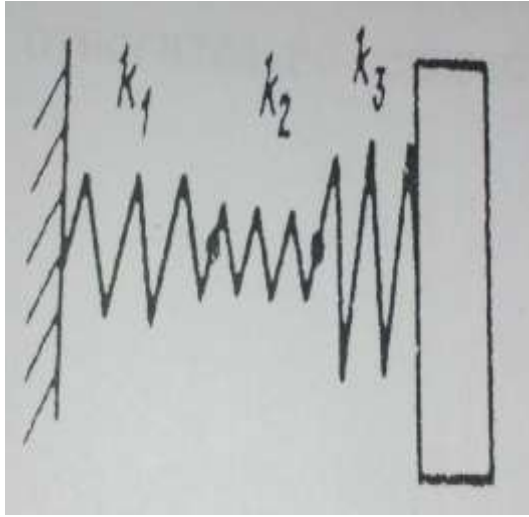
$$k_{\Sigma} = k_1 + k_2;$$

*Послідовне з'єднання*

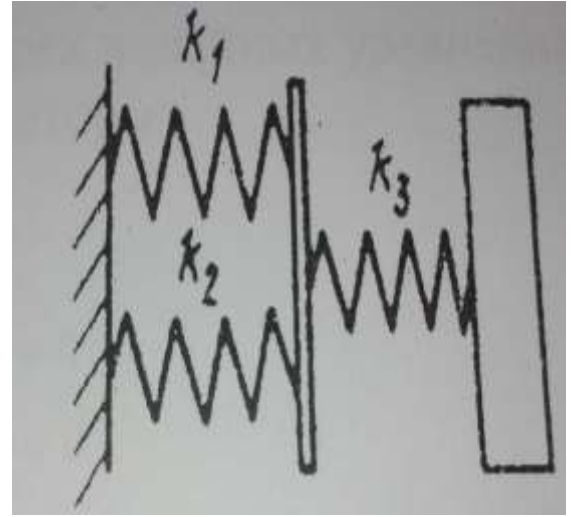


$$k_{\Sigma} = k_1 + k_2 + k_3$$

*Паралельне з'єднання*



$$k_{\Sigma} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}};$$



$$k_{\Sigma} = \frac{1}{\frac{1}{k_1 + k_2} + \frac{1}{k_3}};$$

Змішане з'єднання

Рис. 1.1. Схеми з'єднання амортизаторів.

З'єднання амортизаторів паралельно робить систему більш жорсткою, а з'єднання їх послідовно - м'якшою. Цей висновок може бути поширений на довільне число амортизаторів, з'єднаних між собою будь-яким чином. Якщо, наприклад з'єднані послідовно  $p$  амортизаторів з однаковими статистичними прогибами  $\delta_1$  і  $q$  таких груп з'єднані між собою паралельно, то загальний статистичний прогин при тому ж навантаженні дорівнює  $\delta = (p/q)\delta_1$ .

## 2. Схема віброзахисту з чотирьма амортизаторами розташованими в горизонтальній площині. Рациональний монтаж.

Якщо амортизатори розташовані в горизонтальній площині XOZ, то вертикальна координата  $y = 0$ . і розрахунок провдється за чотирьма наступними рівняннями:

$$\sum P_i = G; \sum P_i \sum z_i = 0; \sum P_i x_i = 0; \sum P_i z_i x_i = 0 \quad (1.1)$$

Розглянемо деякі найбільш цікаві варіанти розташування амортизаторів.

**Система, що складається з чотирьох амортизаторів.**

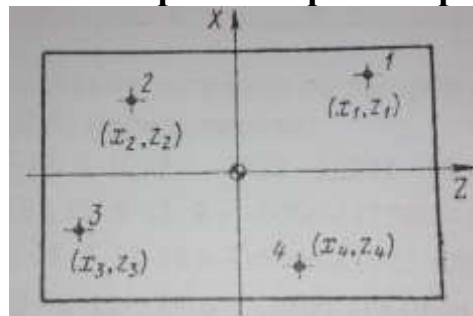


Рис. 1.2 Схема розташування чотирьох амортизаторів в горизонтальній площині.

Задаючись значеннями координат  $x_i, z_i$  точок кріплення амортизаторів (рис. 1.2) з рівнянь (1.1) отримуємо систему чотирьох лінійних рівнянь щодо невідомих навантажень на амортизатори:

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 + P_3 + P_4 &= G; \\ z_1 P_1 + z_2 P_2 + z_3 P_3 + z_4 P_4 &= 0; \\ x_1 P_1 + x_2 P_2 + x_3 P_3 + x_4 P_4 &= 0; \\ z_1 x_1 P_1 + z_2 x_2 P_2 + z_3 x_3 P_3 + z_4 x_4 P_4 &= 0; \end{aligned}$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь знаходимо статичні навантаження на амортизатори:

$$P_1 \frac{D_1}{D} G; P_2 \frac{D_2}{D} G; P_3 \frac{D_3}{D} G; P_4 \frac{D_4}{D} G; \quad (1.2)$$

де визначник системи

$$D = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 \neq 0, \quad (1.3)$$

а визначники  $D_1, D_2, D_3, D_4$  обчислюються з виражень

$$\begin{aligned} D_1 &= z_2 z_4 x_3 (x_4 - x_2) + z_2 z_3 x_4 (x_2 - x_3) + z_3 z_4 x_2 (x_3 - x_4) \\ D_2 &= z_1 z_4 x_3 (x_4 - x_1) + z_1 z_3 x_4 (x_1 - x_3) + z_3 z_4 x_1 (x_3 - x_4) \\ D_3 &= z_1 z_4 x_2 (x_4 - x_1) + z_1 z_2 x_4 (x_1 - x_2) + z_2 z_4 x_1 (x_2 - x_4) \\ D_4 &= z_1 z_3 x_2 (x_3 - x_1) + z_1 z_2 x_3 (x_1 - x_2) + z_2 z_3 x_1 (x_2 - x_3) \end{aligned} \quad (1.4)$$

**Приклад 1.1** Нехай блок встановлений на амортизаторах, точки кріплення яких розташовані в площині XOZ, що проходить через його центр ваги (табл. 1.1)

Таблиця 1.1

| Номер амортизатора | Координати, см |     |     |
|--------------------|----------------|-----|-----|
|                    | $x$            | $y$ | $z$ |
| 1                  | 12             | 0   | 15  |
| 2                  | 10             | 0   | -8  |
| 3                  | -6             | 0   | -12 |
| 4                  | -8             | 0   | 5   |

Щоб визначити статистичні навантаження на амортизатори, спочатку обчислимо за формулами (1.4) визначники:

$$\begin{aligned} D_1 &= -8 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 18 - 8 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 16 - 12 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 2 = -4320 - 12288 - 1200 = -17818 \\ D_2 &= -15 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 20 - 15 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 18 + 12 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 2 = -9000 - 17280 - 1440 = -24840 \\ D_3 &= -15 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 20 + 15 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 2 - 8 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 18 = -15000 + 1920 - 8640 = -21720 \\ D_4 &= -15 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 18 - 15 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 2 - 8 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 16 = 32400 - 1440 - 18432 = -52272 \end{aligned}$$

Потім, відповідно до формули (1.3) отримаємо

$$D = -116650.$$

Тоді навантаження можна визначити за формулами (1.2):

$$P_1 = \frac{17818}{116650} G = 0,153G; P_2 = \frac{24840}{116650} G = 0,213G;$$

$$P_3 = \frac{21720}{116650} G = 0,185G; P_4 = \frac{52272}{116650} G = 0,448G.$$

Розглянемо деякі окремі випадки розташування чотирьох амортизаторів в площині XOZ.

***Випадок симетричного розташування амортизаторів.***

В окремому випадку симетричного розташування амортизаторів щодо однієї з осей, наприклад осі X, коли

$$z_1 = -z_2 = a, \quad x_1 = x_2 = c,$$

$$z_3 = -z_4 = -b, \quad x_3 = x_4 = -d,$$

навантаження на амортизатори визначаються за формулами

$$P_1 = P_2 = \frac{d}{c+d} \frac{G}{2}, \quad P_3 = P_4 = \frac{c}{c+d} \frac{G}{2}.$$

***Випадок антисиметричного розташування амортизаторів.***

В окремому випадку антисиметричного розташування амортизаторів щодо осей Z і X коли

$$z_1 = -z_3 = a, \quad x_1 = -x_3 = c,$$

$$z_1 = -z_4 = -b, \quad x_2 = x_4 = -d,$$

навантаження на амортизатори визначаються за формулами

$$P_1 = P_3 = \frac{bd}{ac+bd} \frac{G}{2}, \quad P_2 = P_4 = \frac{ac}{ac+bd} \frac{G}{2}.$$

***Випадок рівнонапруженості амортизаторів.***

Якщо припустити, що всі чотири амортизатора однаково навантажені

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = G/4,$$

то залишаться три рівняння

$$\sum z_i = 0; \quad \sum x_i = 0; \quad \sum z_i x_i = 0.$$

Прийнявши за невідомі координати  $x_3, z_4, x_4$  і вважаючи інші координати заданими, отримуємо наступні рівняння :

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0;$$

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 0;$$

$$z_1 x_1 + z_2 x_2 + z_3 x_3 + z_4 x_4 = 0.$$

Розв'язуючи ці рівняння щодо заданих невідомих  $x_3, z_4, x_4$  знаходимо

$$x_3 = -\frac{x_2(z_3 + 2z_2 + z_1) + x_1(z_3 + z_2 + 2z_1)}{2z_3 + z_2 + z_1};$$

$$x_4 = \frac{x_2(z_2 - z_3) + x_1(z_1 - z_3)}{2z_3 + z_2 + z_1};$$

$$z_4 = -(z_3 + z_2 + z_1)$$
(1.5)

Отже, за результатами статистичного розрахунку системи віброзахисту (амортизації) отримано значення навантажень на кожний амортизатор та

шукані координати кріплення амортизаторів до об'єкту захисту при вибраній схемі системи віброзахисту.

### Завдання до лабораторної роботи №1

Визначити статистичні навантаження на амортизатори, точки кріплення яких розташовані в горизонтальній площині XOZ, що проходить через центр ваги блоку захисту, якщо вони мають наступні задані координати:

#### ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ

Варіант 1.

| Номер амортизатора | Координати, см |   |     |
|--------------------|----------------|---|-----|
|                    | x              | y | z   |
| 1                  | 11             | 0 | 16  |
| 2                  | 11             | 0 | -7  |
| 3                  | -5             | 0 | -11 |
| 4                  | -7             | 0 | 6   |

Варіант 2.

| Номер амортизатора | Координати, см |   |     |
|--------------------|----------------|---|-----|
|                    | x              | y | z   |
| 1                  | 14             | 0 | 17  |
| 2                  | 12             | 0 | -6  |
| 3                  | -4             | 0 | -10 |
| 4                  | -2             | 0 | 11  |

Варіант 3.

| Номер амортизатора | Координати, см |   |    |
|--------------------|----------------|---|----|
|                    | x              | y | z  |
| 1                  | 15             | 0 | 18 |
| 2                  | 15             | 0 | -5 |
| 3                  | -1             | 0 | -7 |
| 4                  | -3             | 0 | 10 |

Варіант 4.

| Номер амортизатора | Координати, см |   |    |
|--------------------|----------------|---|----|
|                    | x              | y | z  |
| 1                  | 16             | 0 | 19 |
| 2                  | 14             | 0 | -4 |
| 3                  | -2             | 0 | -8 |
| 4                  | -4             | 0 | 9  |

Варіант 5.

| Номер амортизатора | Координати, см |   |   |
|--------------------|----------------|---|---|
|                    | x              | y | z |

|          |    |   |    |
|----------|----|---|----|
| <b>1</b> | 17 | 0 | 20 |
| <b>2</b> | 15 | 0 | -3 |
| <b>3</b> | -1 | 0 | -7 |
| <b>4</b> | -3 | 0 | 10 |

Варіант 6.

| <b>Номер амортизатора</b> | <b>Координати, см</b> |          |          |
|---------------------------|-----------------------|----------|----------|
|                           | <b>x</b>              | <b>y</b> | <b>z</b> |
| <b>1</b>                  | 18                    | 0        | 21       |
| <b>2</b>                  | 16                    | 0        | -2       |
| <b>3</b>                  | -1                    | 0        | -6       |
| <b>4</b>                  | -2                    | 0        | 11       |

Варіант 7.

| <b>Номер амортизатора</b> | <b>Координати, см</b> |          |          |
|---------------------------|-----------------------|----------|----------|
|                           | <b>x</b>              | <b>y</b> | <b>z</b> |
| <b>1</b>                  | 19                    | 0        | 22       |
| <b>2</b>                  | 17                    | 0        | -1       |
| <b>3</b>                  | -2                    | 0        | -5       |
| <b>4</b>                  | -1                    | 0        | 12       |

Варіант 8.

| <b>Номер амортизатора</b> | <b>Координати, см</b> |          |          |
|---------------------------|-----------------------|----------|----------|
|                           | <b>x</b>              | <b>y</b> | <b>z</b> |
| <b>1</b>                  | 20                    | 0        | 23       |
| <b>2</b>                  | 18                    | 0        | -1       |
| <b>3</b>                  | -3                    | 0        | -4       |
| <b>4</b>                  | -1                    | 0        | 13       |

Варіант 9.

| <b>Номер амортизатора</b> | <b>Координати, см</b> |          |          |
|---------------------------|-----------------------|----------|----------|
|                           | <b>x</b>              | <b>y</b> | <b>z</b> |
| <b>1</b>                  | 11                    | 0        | 14       |
| <b>2</b>                  | 9                     | 0        | -9       |
| <b>3</b>                  | -7                    | 0        | -13      |
| <b>4</b>                  | -9                    | 0        | 4        |

Варіант 10.

| <b>Номер амортизатора</b> | <b>Координати, см</b> |          |          |
|---------------------------|-----------------------|----------|----------|
|                           | <b>x</b>              | <b>y</b> | <b>z</b> |
| <b>1</b>                  | 10                    | 0        | 13       |
| <b>2</b>                  | 8                     | 0        | -10      |
| <b>3</b>                  | -8                    | 0        | -14      |
| <b>4</b>                  | -10                   | 0        | 3        |

Варіант 11.

| Номер амортизатора | Координати, см |     |     |
|--------------------|----------------|-----|-----|
|                    | $x$            | $y$ | $z$ |
| 1                  | 9              | 0   | 12  |
| 2                  | 7              | 0   | -11 |
| 3                  | -9             | 0   | -15 |
| 4                  | -11            | 0   | 2   |

Варіант 12.

| Номер амортизатора | Координати, см |     |     |
|--------------------|----------------|-----|-----|
|                    | $x$            | $y$ | $z$ |
| 1                  | 8              | 0   | 20  |
| 2                  | 6              | 0   | -13 |
| 3                  | -10            | 0   | -17 |
| 4                  | -12            | 0   | 1   |

Варіант 13.

| Номер амортизатора | Координати, см |     |     |
|--------------------|----------------|-----|-----|
|                    | $x$            | $y$ | $z$ |
| 1                  | 7              | 0   | 10  |
| 2                  | 5              | 0   | -13 |
| 3                  | -11            | 0   | -17 |
| 4                  | -13            | 0   | 1   |

Варіант 14.

| Номер амортизатора | Координати, см |     |     |
|--------------------|----------------|-----|-----|
|                    | $x$            | $y$ | $z$ |
| 1                  | 6              | 0   | 9   |
| 2                  | 4              | 0   | -14 |
| 3                  | -12            | 0   | -18 |
| 4                  | -14            | 0   | 2   |

Варіант 15.

| Номер амортизатора | Координати, см |     |     |
|--------------------|----------------|-----|-----|
|                    | $x$            | $y$ | $z$ |
| 1                  | 5              | 0   | 8   |
| 2                  | 3              | 0   | -15 |
| 3                  | -13            | 0   | -19 |
| 4                  | -15            | 0   | 3   |

Варіант 16.

| Номер амортизатора | Координати, см |     |     |
|--------------------|----------------|-----|-----|
|                    | $x$            | $y$ | $z$ |
| 1                  | 4              | 0   | 7   |

|   |     |   |     |
|---|-----|---|-----|
| 2 | 2   | 0 | -16 |
| 3 | -14 | 0 | -20 |
| 4 | -16 | 0 | 4   |

Варіант 17.

| Номер амортизатора | Координати, см |          |          |
|--------------------|----------------|----------|----------|
|                    | <i>x</i>       | <i>y</i> | <i>z</i> |
| 1                  | 3              | 0        | 6        |
| 2                  | 1              | 0        | -17      |
| 3                  | -15            | 0        | -21      |
| 4                  | -17            | 0        | 5        |

Варіант 18.

| Номер амортизатора | Координати, см |          |          |
|--------------------|----------------|----------|----------|
|                    | <i>x</i>       | <i>y</i> | <i>z</i> |
| 1                  | 2              | 0        | 5        |
| 2                  | 1              | 0        | -18      |
| 3                  | -16            | 0        | -22      |
| 4                  | -18            | 0        | 6        |

Варіант 19.

| Номер амортизатора | Координати, см |          |          |
|--------------------|----------------|----------|----------|
|                    | <i>x</i>       | <i>y</i> | <i>z</i> |
| 1                  | 1              | 0        | 4        |
| 2                  | 2              | 0        | -19      |
| 3                  | -17            | 0        | -23      |
| 4                  | -19            | 0        | 7        |

Варіант 20.

| Номер амортизатора | Координати, см |          |          |
|--------------------|----------------|----------|----------|
|                    | <i>x</i>       | <i>y</i> | <i>z</i> |
| 1                  | 1              | 0        | 3        |
| 2                  | 3              | 0        | -20      |
| 3                  | -18            | 0        | -24      |
| 4                  | -20            | 0        | 8        |

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

### Статистичний розрахунок системи віброізоляції (амортизації) з трьома амортизаторами розташованими в горизонтальній площині. Раціональний монтаж.

Теоретичні відомості.

#### Статистичний розрахунок системи віброізоляції, що складається з трьох амортизаторів.

У такій системі (рис 2.1) за невідомі приймаються навантаження  $P_1, P_2, P_3$  і координата  $x_3$ , інші координати вважаються заданими.

Із системи рівнянь виду

$$\begin{aligned}P_1 + P_2 + P_3 &= G; \\x_1 P_1 + x_2 P_2 + x_3 P_3 &= 0; \\z_1 P_1 + z_2 P_2 + z_3 P_3 &= 0; \\z_1 x_1 P_1 + z_2 x_2 P_2 + z_3 x_3 P_3 &= 0;\end{aligned}$$

визначається координата

$$x_3 = \frac{x_1 x_2 z_3 (z_1 - z_2)}{z_1 x_2 (z_3 - z_2) - x_1 z_2 (z_3 - z_1)} \quad (2.1)$$

та навантаження

$$\begin{aligned}P_1 &= \frac{z_3 x_2 - x_3 z_2}{(z_3 - z_1)(x_2 - x_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1)} G; \\P_2 &= \frac{z_1 x_3 - x_1 z_3}{(z_3 - z_1)(x_2 - x_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1)} G; \\P_3 &= \frac{z_2 x_1 - x_2 z_1}{(z_3 - z_1)(x_2 - x_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1)} G;\end{aligned} \quad (2.2)$$

**Приклад 2.1.** Амортизується блок, що встановлюється на три амортизатори, координати двох з них визначені конструктивно

$$x_1 = 10; x_2 = -8; z_1 = 10; z_2 = 5 \text{ см}$$

Третій амортизатор може бути встановлений на відстані  $z_3 = -8 \text{ см}$  від осі, що проходить через центр тяжіння блоку.

Потрібно визначити навантаження на амортизатори, а також вибрати положення третього амортизатора таким чином, щоб були забезпечені умови раціонального монтажу системи.

За формулою (2.1) обчислюється координата

$$x_3 = \frac{10 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 5}{10 \cdot 8 \cdot 13 + 10 \cdot 5 \cdot 18} = \frac{3200}{1040 + 900} = \frac{3200}{1940} = 1,65 \text{ см.}$$

Тепер за формулами (2.2) можна визначити величини вагового навантаження на амортизатори:

$$P_1 = \frac{8 \cdot 8 - 1,65 \cdot 5}{18 \cdot 18 - 1,65 \cdot 5} G = \frac{55,75}{282,25} G = 0,198G,$$

$$P_2 = \frac{10 \cdot 1,65 + 10 \cdot 8}{282,25} G = \frac{96,75}{282,25} G = 0,342G,$$

$$P_3 = \frac{5 \cdot 10 + 10 \cdot 8}{282,25} G = \frac{130}{282,25} G = 0,460G.$$

Розглянемо деякі окремі випадки розташування трьох амортизаторів в площині XOZ.

***Випадок симетричного розташування амортизаторів.***

Якщо прийняти що

$$x_1 = -x_2 = a; z_1 = z_2 = b; z_3 = -c,$$

то координата  $x_3 = 0$  і навантаження на амортизатори визначаються наступним чином

$$P_1 = P_2 = \frac{c}{b+c} \frac{G}{2}; P_3 = \frac{b}{b+c} G$$

***Випадок рівно навантажених амортизаторів.***

Припускаючи, що всі три амортизатора навантажені однаково

$$P_1 = P_2 = P_3 = G/3,$$

і вважаючи заданими координати  $x_1, z_1, z_2$ , то інші координати знаходяться за формулами

$$x_3 = x_1(z_1 - z_2)/(2z_2 + z_1);$$

$$z_3 = -(z_1 + z_2);$$

$$x_2 = -x_1(2z_1 + z_2)/(2z_2 + z_1).$$

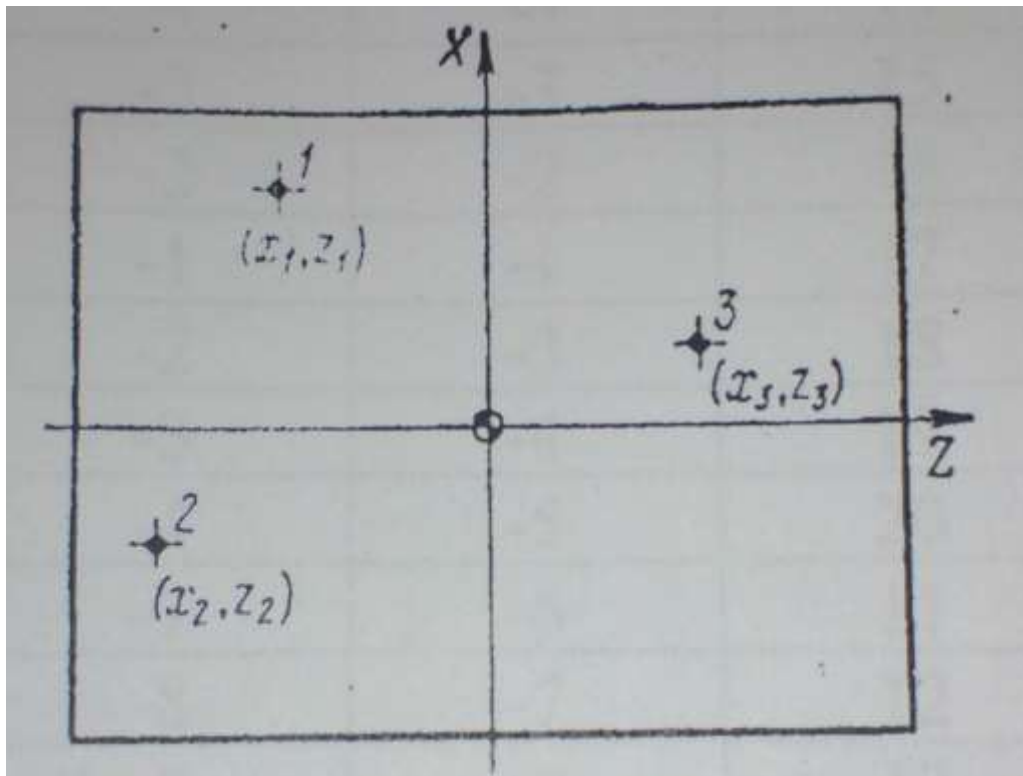


Рис 2.1. Схема розташування трьох амортизаторів в горизонтальній площині

## Завдання до лабораторної роботи №2

Об'єкт (блок) захисту встановлюється на три амортизатора, координати двох з яких визначені. Третій амортизатор може бути встановлений на відстані  $z_3$  від осі, яка проходить через центр тяжіння блоку. Потрібно визначити навантаження на амортизатори, а також вибрати положення третього амортизатора таким чином, щоб були забезпечені умови раціонального монтажу системи віброзахисту.

### ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ

| варіант | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $z_1$ | $z_2$ |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1       | 11    | -7    | -7    | 11    | 6     |
| 2       | 12    | -6    | -6    | 12    | 7     |
| 3       | 13    | -5    | -5    | 13    | 8     |
| 4       | 14    | -4    | -4    | 14    | 9     |
| 5       | 15    | -3    | -3    | 15    | 10    |
| 6       | 16    | -2    | -2    | 16    | 11    |
| 7       | 17    | -1    | -1    | 17    | 12    |
| 8       | 18    | -2    | -3    | 18    | 13    |
| 9       | 19    | -3    | -4    | 19    | 14    |
| 10      | 20    | -4    | -5    | 20    | 15    |

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 10 | -7 | -6 | 11 | 5  |
| 12 | 11 | -8 | -7 | 12 | 6  |
| 13 | 12 | -9 | -8 | 13 | 7  |
| 14 | 13 | -1 | -2 | 14 | 8  |
| 15 | 14 | -2 | -3 | 15 | 9  |
| 16 | 10 | -3 | -4 | 9  | 10 |
| 17 | 9  | -4 | -5 | 8  | 11 |
| 18 | 8  | -5 | -6 | 7  | 12 |
| 19 | 7  | -6 | -7 | 6  | 13 |
| 20 | 6  | -7 | -8 | 5  | 14 |

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

**Статистичний розрахунок системи віброізоляції (амортизації) з шестю амортизаторами розташованими в горизонтальній площині. Рациональний монтаж.**

Теоретичні відомості.

**Статистичний розрахунок системи віброізоляції, що складається з шести амортизаторів.** За невідомих приймаються навантаження  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , заданими вважаються координати всіх шести амортизаторів, а також навантаження  $P_5, P_6$ . Тоді система рівнянь матиме вигляд

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \alpha;$$

$$x_1 P_1 + x_2 P_2 + x_3 P_3 + x_4 P_4 = \beta;$$

$$z_1 P_1 + z_2 P_2 + z_3 P_3 + z_4 P_4 = \gamma;$$

$$z_1 x_1 P_1 + z_2 x_2 P_2 + z_3 x_3 P_3 + z_4 x_4 P_4 = \delta,$$

$$\text{де } \alpha = G - P_5 - P_6; \quad \beta = -x_5 P_5 - x_6 P_6; \quad \gamma = -z_5 P_5 - z_6 P_6; \quad \delta = -z_5 x_5 P_5 - z_6 x_6 P_6.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, шукані навантаження можуть бути отримані з визначників:

$$\begin{aligned}
P_1 &= \frac{1}{a^2 D} \begin{vmatrix} \alpha x_2 - \beta & \alpha x_3 - \beta & \alpha x_4 - \beta \\ \alpha z_2 - \gamma & \alpha z_3 - \gamma & \alpha z_4 - \gamma \\ \alpha z_2 x_2 - \delta & \alpha z_3 x_3 - \delta & \alpha z_4 x_4 - \delta \end{vmatrix}, \\
P_2 &= \frac{1}{a^2 D} \begin{vmatrix} \alpha x_1 - \beta & \alpha x_3 - \beta & \alpha x_4 - \beta \\ \alpha z_1 - \gamma & \alpha z_3 - \gamma & \alpha z_4 - \gamma \\ \alpha z_1 x_1 - \delta & \alpha z_3 x_3 - \delta & \alpha z_4 x_4 - \delta \end{vmatrix}, \\
P_3 &= \frac{1}{a^2 D} \begin{vmatrix} \alpha x_1 - \beta & \alpha x_2 - \beta & \alpha x_4 - \beta \\ \alpha z_1 - \gamma & \alpha z_2 - \gamma & \alpha z_4 - \gamma \\ \alpha z_1 x_1 - \delta & \alpha z_2 x_2 - \delta & \alpha z_4 x_4 - \delta \end{vmatrix}, \\
P_4 &= \frac{1}{a^2 D} \begin{vmatrix} \alpha x_1 - \beta & \alpha x_2 - \beta & \alpha x_3 - \beta \\ \alpha z_1 - \gamma & \alpha z_2 - \gamma & \alpha z_3 - \gamma \\ \alpha z_1 x_1 - \delta & \alpha z_2 x_2 - \delta & \alpha z_3 x_3 - \delta \end{vmatrix}.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

У виразі (3.1) визначник системи D має вигляд

$$D = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 & x_4 - x_1 \\ z_2 - z_1 & z_3 - z_1 & z_4 - z_1 \\ z_2 x_2 - z_1 x_1 & z_3 x_3 - z_1 x_1 & z_4 x_4 - z_1 x_1 \end{vmatrix}.$$

Якщо прийняти що всі шість амортизаторів навантажені рівномірно:

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = G/6,$$

а невідомі координати  $x_1, z_1, x_2$ , то їх значення можуть бути визначені наступним чином

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{x_3(z_3 - z_2) + x_4(z_4 - z_2) + x_5(z_5 - z_2) + x_6(z_6 - z_2)}{2z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6}, \\
x_2 &= -(x_3 + x_4 + x_5 + x_6) - \frac{x_3(z_3 - z_2) + x_4(z_4 - z_2) + x_5(z_5 - z_2) + x_6(z_6 - z_2)}{2z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6}, \\
z &= -(z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6).
\end{aligned}$$

Нехай відомі координати амортизаторів, розташованих симетрично щодо площини, перпендикулярної осі Z, причому всі амортизатори мають однакову вільну висоту. Положення займане амортизаторами під навантаженням показано на рис. 3.1

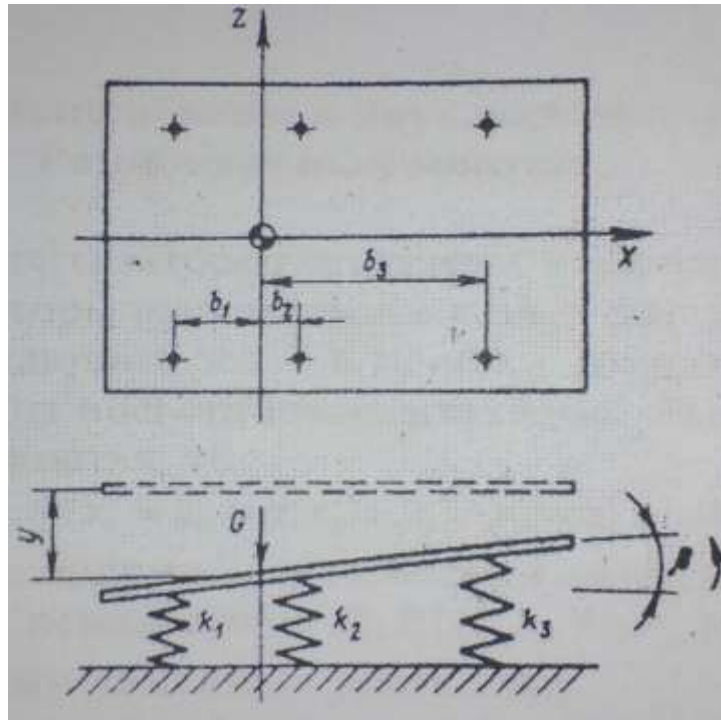


Рис. 3.1. Схема розташування шести амортизаторів в горизонтальній площині.

Оскільки вважається, що амортизуємий об'єкт абсолютно жорсткий, то прогин будь-якого з амортизаторів буде

$$\delta_i = y - b_i \beta, \quad (3.3)$$

де  $b$  и  $\beta$  мають позитивні значення в напрямку вказаному на рис. 3.1.

Рівняння статичної рівноваги для об'єкта, що амортизується утворюються, якщо підсумувати вертикальні сили і моменти щодо осі  $Z$ :

$$\sum k_i \delta_i = G, \quad \sum b_i k_i \delta_i = 0. \quad (3.3)$$

Беручи до уваги рівність (2.9), перетворимо рівняння (3.3) до виду

$$y \sum k_i - \beta \sum b_i k_i = G, \quad (3.4)$$

$$y \sum b_i k_i - \beta \sum b_i^2 k_i = 0 \quad (3.5)$$

Розв'язуючи спільно рівняння (3.4) і (3.5) щодо  $y$  і  $\beta$ , отримуємо

$$y = \frac{G \sum b_i^2 k_i}{\sum k_i \sum b_i^2 k_i - (\sum b_i k_i)^2};$$

$$\beta = \frac{G \sum b_i k_i}{\sum k_i \sum b_i^2 k_i - (\sum b_i k_i)^2}. \quad (3.6)$$

Необхідною умовою рівності прогину всіх амортизаторів, при якому  $\beta = 0$ , буде

$$\sum b_i k_i = 0$$

в рівнянні (3.6).

### Завдання до лабораторної роботи №3

Знайти навантаження  $P_1, P_2, P_3, P_4$  якщо відомі координати точок кріплення всіх шести амортизаторів, а також відомі навантаження  $P_5, P_6$

#### ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ

| Вар. | $(x_1, z_1)$ | $(x_2, z_2)$ | $(x_3, z_3)$ | $(x_4, z_4)$ | $(x_5, z_5)$ | $(x_6, z_6)$ | $P_5$ | $P_6$ |
|------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------|-------|
| 1    | (7,9)        | (1,1)        | (-2,8)       | (9,-3)       | (4,-5)       | (-5,-5)      | 0,2G  | 0,3G  |
| 2    | (8,8)        | (2,2)        | (-1,9)       | (8,-2)       | (1,-9)       | (-4,-6)      | 0,26G | 0,31G |
| 3    | (9,7)        | (3,3)        | (-3,7)       | (7,-1)       | (2,-8)       | (-3,-7)      | 0,27G | 0,32G |
| 4    | (9,9)        | (4,4)        | (-4,6)       | (6,-1)       | (3,-7)       | (-2,-8)      | 0,28G | 0,33G |
| 5    | (1,2)        | (5,5)        | (-5,5)       | (5,-2)       | (4,-6)       | (-1,-9)      | 0,29G | 0,34G |
| 6    | (2,3)        | (6,6)        | (-6,4)       | (4,-3)       | (5,-5)       | (-6,-6)      | 0,05G | 0,35G |
| 7    | (3,4)        | (7,7)        | (-7,3)       | (3,-4)       | (6,-4)       | (-7,-4)      | 0,06G | 0,1G  |
| 8    | (4,5)        | (8,8)        | (-8,2)       | (2,-5)       | (7,-3)       | (-8,-3)      | 0,07G | 0,12G |
| 9    | (5,6)        | (9,9)        | (-9,9)       | (1,-6)       | (8,-2)       | (-9,-2)      | 0,08G | 0,13G |
| 10   | (6,7)        | (1,2)        | (-8,7)       | (1,-1)       | (9,-1)       | (-1,-1)      | 0,09G | 0,14G |
| 11   | (7,8)        | (2,3)        | (-7,6)       | (2,-2)       | (5,-6)       | (-9,-3)      | 0,4G  | 0,15G |
| 12   | (9,7)        | (3,4)        | (-6,5)       | (3,-3)       | (6,-5)       | (-8,-2)      | 0,45G | 0,01G |
| 13   | (8,6)        | (4,5)        | (-1,1)       | (4,-4)       | (7,-8)       | (-7,-3)      | 0,46G | 0,02G |
| 14   | (7,5)        | (5,6)        | (-2,2)       | (5,-5)       | (8,-7)       | (-6,-4)      | 0,47G | 0,03G |
| 15   | (6,4)        | (6,7)        | (-3,3)       | (6,-6)       | (3,-2)       | (-5,-6)      | 0,48G | 0,04G |
| 16   | (5,3)        | (7,8)        | (-4,4)       | (7,-7)       | (2,-3)       | (-7,-7)      | 0,49G | 0,05G |
| 17   | (4,2)        | (8,9)        | (-6,6)       | (8,-8)       | (3,-3)       | (-1,-2)      | 0,3G  | 0,2G  |
| 18   | (3,1)        | (9,8)        | (-7,7)       | (9,-9)       | (2,-5)       | (-2,-1)      | 0,35G | 0,21G |
| 19   | (5,8)        | (8,7)        | (-8,8)       | (6,-7)       | (5,-2)       | (-3,-4)      | 0,36G | 0,22G |
| 20   | (1,5)        | (7,6)        | (-3,8)       | (9,-5)       | (8,-9)       | (-4,-3)      | 0,37G | 0,23G |

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

**Статистичний розрахунок системи віброізоляції (амортизації), коли амортизатори розташовані в двох вертикальних площинах. Раціональний монтаж.**

Теоретичні відомості.

Система віброізоляції (амортизації), коли амортизатори розташовані в двох вертикальних площинах відноситься до випадку просторового монтажу.

Нехай амортизатори розташовані в двох площинах, перпендикулярно перетинають вісь  $X$  в точках з координатами  $a$  і  $-b$ .

Розглянемо випадок, коли система складається з восьми амортизаторів.

Оскільки амортизатори розташовані в двох площинах, то маємо

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = -b.$$

Заданими вважаються координати всіх восьми амортизаторів і навантаження  $P_8$ . Для визначення семи невідомих  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$  можна побудувати систему, що складається з семи лінійних рівнянь:

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 &= G - P_8; \\ a(P_1 + P_2 + P_3 + P_4) - b(P_5 + P_6 + P_7 + P_8) &= 0; \\ y_1 P_1 + y_2 P_2 + y_3 P_3 + y_4 P_4 + y_5 P_5 + y_6 P_6 + y_7 P_7 + y_8 P_8 &= 0; \\ a(y_1 P_1 + y_2 P_2 + y_3 P_3 + y_4 P_4) - b(y_5 P_5 + y_6 P_6 + y_7 P_7 + y_8 P_8) &= 0; \\ y_1 z_1 P_1 + y_2 z_2 P_2 + y_3 z_3 P_3 + y_4 z_4 P_4 + y_5 z_5 P_5 + y_6 z_6 P_6 + y_7 z_7 P_7 + y_8 z_8 P_8 &= 0; \\ a(z_1 P_1 + z_2 P_2 + z_3 P_3 + z_4 P_4) - b(z_5 P_5 + z_6 P_6 + z_7 P_7 + z_8 P_8) &= 0. \end{aligned}$$

Ця система рівнянь може бути розділена на дві, перша з них складається з трьох рівнянь.

$$\begin{aligned} P_5 + P_6 + P_7 &= G \frac{a}{a+b} - P_8 = \beta; \\ y_5 P_5 + y_6 P_6 + y_7 P_7 &= -y_8 P_8 = \gamma; \\ z_5 P_5 + z_6 P_6 + z_7 P_7 &= -z_8 P_8 = 0. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Друга система містить чотири рівняння:

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 + P_3 + P_4 &= G \frac{a}{a+b} - P_8 = a; \\ y_1 P_1 + y_2 P_2 + y_3 P_3 + y_4 P_4 &= 0; \\ z_1 P_1 + z_2 P_2 + z_3 P_3 + z_4 P_4 &= 0; \\ y_1 z_1 P_1 + y_2 z_2 P_2 + y_3 z_3 P_3 + y_4 z_4 P_4 &= -(y_5 z_5 P_5 + y_6 z_6 P_6 + y_7 z_7 P_7 + y_8 z_8 P_8) = \delta \end{aligned} \tag{4.2}$$

З рівнянь (4.1) визначаємо навантаження:

$$\begin{aligned} P_5 &= \frac{1}{D} \begin{vmatrix} \beta & 1 & 1 \\ \gamma & y_6 & y_7 \\ \theta & z_6 & z_7 \end{vmatrix}; \\ P_6 &= \frac{1}{D} \begin{vmatrix} 1 & \beta & 1 \\ y_5 & \gamma & y_7 \\ z_5 & \theta & z_7 \end{vmatrix}; \\ P_7 &= \frac{1}{D} \begin{vmatrix} 1 & 1 & \beta \\ y_5 & y_6 & \gamma \\ z_5 & z_6 & \theta \end{vmatrix}. \end{aligned} \tag{4.3}$$

де визначник

$$D = \begin{vmatrix} y_6 - y_5 & y_7 - y_5 \\ z_6 - z_5 & z_7 - z_5 \end{vmatrix}.$$

Обчисливши величину  $\delta$  можна знайти з системи рівнянь (4.2) інші невідомі:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{D_1} \begin{vmatrix} y_2 & y_3 & y_4 \\ z_2 & z_3 & z_4 \\ ay_2z_2 - \delta & ay_3z_3 - \delta & ay_4z_4 - \delta \end{vmatrix}; \\ P_2 &= \frac{1}{D_1} \begin{vmatrix} y_1 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_3 & z_4 \\ ay_1z_1 - \delta & ay_3z_3 - \delta & ay_4z_4 - \delta \end{vmatrix}; \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} P_3 &= \frac{1}{D_1} \begin{vmatrix} y_1 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_3 & z_4 \\ ay_1z_1 - \delta & ay_2z_2 - \delta & ay_4z_4 - \delta \end{vmatrix}; \\ P_4 &= \frac{1}{D_1} \begin{vmatrix} y_1 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_3 & z_4 \\ ay_1z_1 - \delta & ay_2z_2 - \delta & ay_3z_3 - \delta \end{vmatrix} \end{aligned}$$

де визначник системи

$$D_1 = \begin{vmatrix} y_2 - y_1 & y_3 - y_1 & y_4 - y_1 \\ z_2 - z_1 & z_3 - z_1 & z_4 - z_1 \\ y_2z_2 - y_1z_1 & y_3z_3 - y_1z_1 & y_4z_4 - y_1z_1 \end{vmatrix}. \quad (4.5)$$

Розглянемо деякі окремі випадки розташування амортизаторів в двох вертикальних площинах.

***Випадок симетричного розташування амортизаторів.***

Нехай амортизатори встановлені симетрично щодо координатної площині ZOХ, а інша частина амортизаторів - нижче цієї площини (рис 4.1)

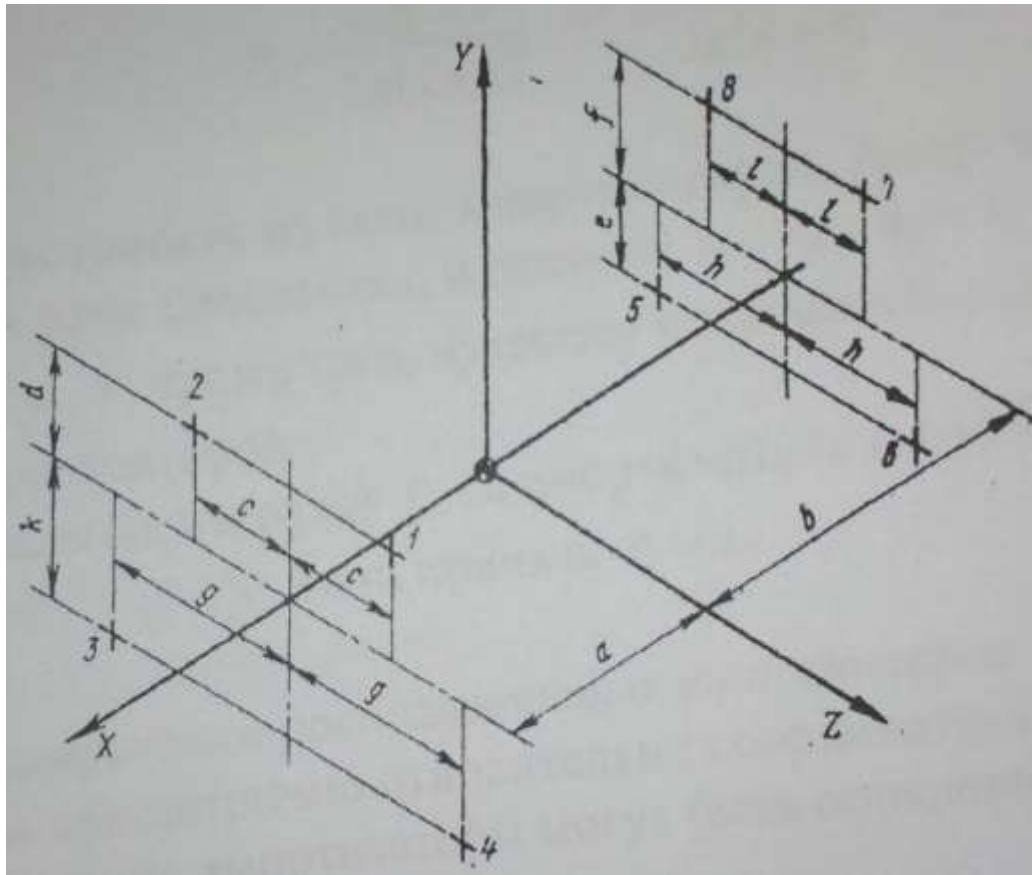


Рис 4.1 Схема розташування восьми амортизаторів в двох вертикальних площинах.

Величина навантаження  $P_8$  і координати розташування амортизаторів задані:

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = a; \quad x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = -b;$$

$$y_1 = y_2 = d; \quad y_3 = y_4 = -k; \quad y_5 = y_6 = -e; \quad y_7 = y_8 = f;$$

$$z_1 = z_2 = c; \quad z_3 = z_4 = g; \quad z_5 = z_6 = h; \quad z_7 = z_8 = l;$$

обчислюючи вираз  $A = Ga/(a+b)$ ,  $a = Gb/(a+b)$ , а також враховуючи, що

$$\beta = A - P_8, \quad \gamma = fP_8; \quad \theta = lP_8,$$

підставляємо ці вирази в формули  $D$  (4.3) і  $D_1$  (4.5) і в результаті отримуємо

$$D = -2h(e+f), \quad D_1 = -4cg(d+k)^2.$$

Тепер можна визначити навантаження  $P_5, P_6, P_7$  за формулами (4.3). Після елементарних перетворень вирази для навантажень приймають такий вигляд:

$$\begin{aligned} P_5 &= \frac{A(el + hf) - 2P_8(e+f)l}{2h(e+f)}; \\ P_6 &= \frac{A(el + hf) + 2P_8(e+f)l}{2h(e+f)}; \\ P_7 &= \frac{2Aeh + 2P_8(e+f)l}{2h(e+f)}; \end{aligned} \tag{4.6}$$

Тепер може бути визначена величина

$$\delta = -(y_5 z_5 P_5 + y_6 z_6 P_6 + y_7 z_7 P_7 + y_8 z_8 P) = l[-Ae + 2P_8(l + f)],$$

після нескладних перетворень виразів (4.4) навантаження можуть бути визначені з виразів.

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{ack + \delta}{2c(d+k)}; & P_2 &= \frac{ack - \delta}{2c(d+k)}; \\ P_3 &= \frac{adg + \delta}{2g(d+k)}; & P_4 &= \frac{adg - \delta}{2g(d+k)} \end{aligned} \quad (4.7)$$

**Система складається з семи амортизаторів.** Амортизатори розташовані в двох площинах, і тому

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = a; \quad x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = -b;$$

крім того, відомі координати  $y_i, z_i$  всіх семи точок кріплення амортизаторів.

Сім невідомих навантажень  $P_i$  на амортизатори можуть бути визначені з рівнянь (4.3) - (4.5), якщо прийняти  $P_8 = 0$ .

**Випадок симетричного розташування амортизаторів.** Якщо амортизатори розташовані симетрично щодо координатної площини XOY (рис. 4.2), то навантаження на амортизатори можуть бути визначені з виразів (4.6) і (4.7) за умови

$$P_8 = 0, l = 0, \delta = 0.$$

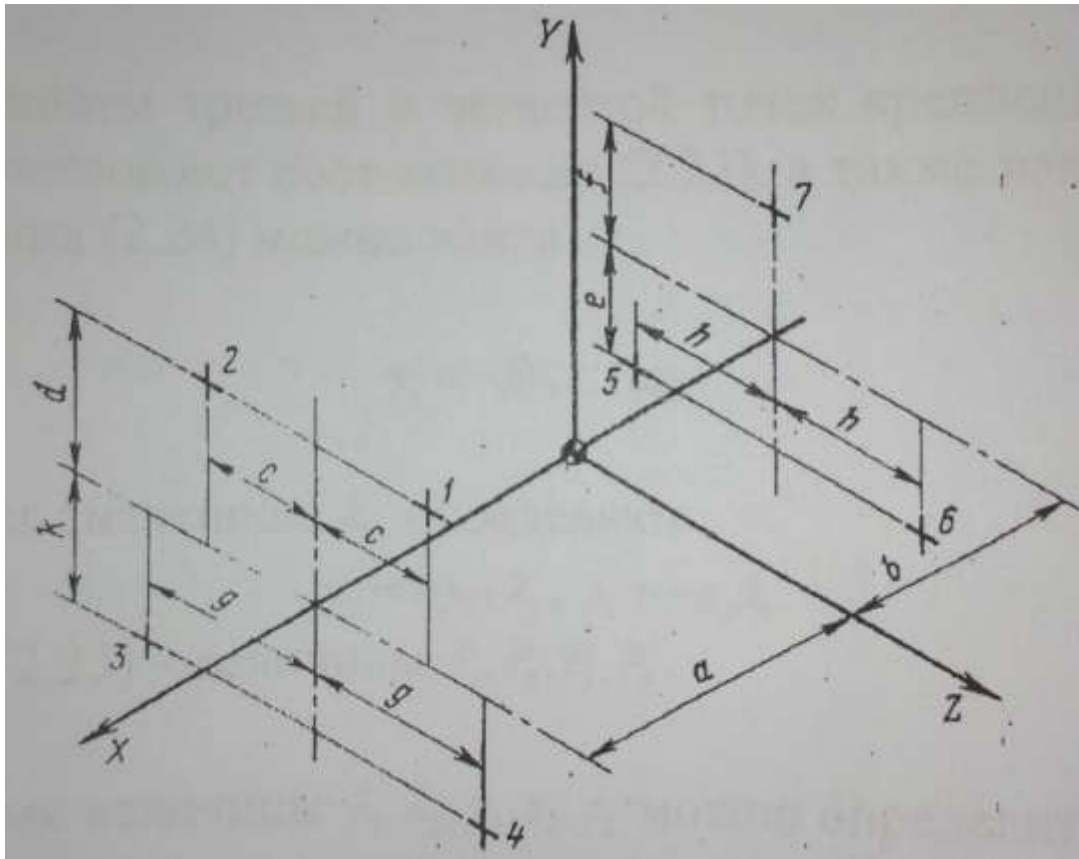


Рис. 4.2 Схема симетричного розташування семи амортизаторів в двох вертикальних площинах.

#### Завдання до лабораторної роботи №4

За заданими координатами точок кріплення амортизаторів, розташованих в двох вертикальних площинах, таких що  $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = -b$ , і відомому навантаженні  $P_8$ , потрібно знайти невідомі статичні навантаження

$$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7.$$

#### ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ

| В<br>а<br>р | $I_1$   | $I_2$    | $I_3$     | $I_4$    | $I_5$      | $I_6$     | $I_7$    | $I_8$     | $P_8$ |
|-------------|---------|----------|-----------|----------|------------|-----------|----------|-----------|-------|
| 1           | (5,5,5) | (5,5,-5) | (5,-3,-6) | (5,-3,6) | (-6,-2,-2) | (-6,-2,2) | (-6,5,5) | (-6,5,-5) | 0,3G  |
| 2           | (6,6,6) | (6,6,-6) | (6,-4,-7) | (6,-4,7) | (-7,-3,-3) | (-7,-3,3) | (-7,6,6) | (-7,6,-6) | 0,2G  |
| 3           | (7,7,7) | (7,7,-7) | (7,-5,-8) | (7,-5,8) | (-8,-4,-4) | (-8,-4,4) | (-8,7,7) | (-8,7,-7) | 0,1G  |
| 4           | (8,8,8) | (8,8,-8) | (8,-6,-9) | (8,-6,9) | (-9,-5,-5) | (-9,-5,5) | (-9,8,8) | (-9,8,-8) | 0,4G  |
| 5           | (9,9,9) | (9,9,-9) | (9,-7,10) | (9,-7,8) | (-9,-6,-6) | (-9,-6,6) | (-9,9,9) | (-9,9,-9) | 0,2G  |
| 6           | (1,1,1) | (1,1,-1) | (1,-2,-4) | (1,-2,4) | (-1,-3,-3) | (-1,-3,3) | (-1,4,4) | (-1,4,-4) | 0,1G  |
| 7           | (2,2,2) | (2,2,-2) | (2,-3,-5) | (2,-3,5) | (-2,-4,-4) | (-2,-4,4) | (-2,5,5) | (-2,5,-5) | 0,3G  |
| 8           | (3,3,3) | (3,3,-3) | (3,-4,-6) | (3,-4,6) | (-3,-5,-5) | (-3,-5,5) | (-3,6,6) | (-3,6,-6) | 0,4G  |
| 9           | (4,4,4) | (4,4,-4) | (4,-5,-7) | (4,-5,7) | (-4,-6,-6) | (-4,-6,6) | (-4,7,7) | (-4,7,-7) | 0,5G  |
| 10          | (1,2,3) | (1,2,-3) | (1,-2,-3) | (1,-2,3) | (-2,-3,-5) | (-2,-3,5) | (-2,4,3) | (-2,4,-3) | 0,1G  |

|        |            |             |              |             |               |              |             |              |      |
|--------|------------|-------------|--------------|-------------|---------------|--------------|-------------|--------------|------|
| 1<br>1 | (2,3,4)    | (2,3,-4)    | (2,-3,-4)    | (2,-3,4)    | (-3,-4,-5)    | (-3,-4,6)    | (-3,5,4)    | (-3,5,-4)    | 0,3G |
| 1<br>2 | (3,4,5)    | (3,4,-5)    | (3,-4,-5)    | (3,-4,5)    | (-4,-5,-6)    | (-4,-5,6)    | (-4,6,5)    | (-4,6,-5)    | 0,2G |
| 1<br>3 | (4,5,6)    | (4,5,-6)    | (4,-5,-6)    | (4,-5,6)    | (-5,-6,-7)    | (-5,-6,7)    | (-5,7,6)    | (-5,7,-6)    | 0,4G |
| 1<br>4 | (5,6,7)    | (5,6,-7)    | (5,-6,-7)    | (5,-6,7)    | (-6,-7,-8)    | (-6,-7,8)    | (-6,8,7)    | (-6,8,-7)    | 0,3G |
| 1<br>5 | (6,7,8)    | (6,7,-8)    | (6,-7,-8)    | (6,-7,8)    | (-7,-8,-9)    | (-7,-8,9)    | (-7,9,8)    | (-7,9,-8)    | 0,1G |
| 1<br>6 | (7,8,9)    | (7,8,-9)    | (7,-8,-9)    | (7,-8,9)    | (-8,-9,-10)   | (-8,-9,10)   | (-8,10,9)   | (-8,10,-9)   | 0,3G |
| 1<br>7 | (8,9,10)   | (8,9,-10)   | (8,-9,-10)   | (8,-9,10)   | (-9,-10,-11)  | (-9,-10,11)  | (-9,11,10)  | (-9,11,-10)  | 0,4G |
| 1<br>8 | (9,10,11)  | (9,10,-11)  | (9,-10,-11)  | (9,-10,11)  | (-10,-11,-12) | (-10,-11,12) | (-10,12,11) | (-10,12,-11) | 0,2G |
| 1<br>9 | (10,11,12) | (10,11,-12) | (10,-11,-12) | (10,-11,12) | (-11,-12,-13) | (-11,-12,13) | (-11,13,12) | (-11,13,-12) | 0,1G |
| 2<br>0 | (11,12,13) | (11,12,-13) | (11,-12,-13) | (11,-12,13) | (-12,-13,-14) | (-12,-13,14) | (-12,14,13) | (-12,14,-13) | 0,5G |

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

**Статистичний розрахунок системи віброізоляції (амортизації), коли система складається з чотирьох амортизаторів, які розташовані в двох вертикальних площинах. Рациональний монтаж.**

Теоретичні відомості.

Для проведення статистичного розрахунку системи віброізоляції (амортизації), коли система складається з чотирьох амортизаторів, які розташовані в двох вертикальних площинах, повинні бути задані наступні координати

$$x_1 = x_2 = a, x_3 = x_4 = -b, \\ z_2, y_3, z_3, y_4, z_4$$

Потрібно визначити навантаження  $P_1, P_2, P_3, P_4$  і координати  $y_1, z_1, y_2$ , а система рівнянь при цьому буде мати вигляд

$$\begin{aligned}
P_1 + P_2 &= G \frac{b}{b+a} = \alpha; & P_3 + P_4 &= G \frac{b}{b+a} \beta; \\
y_1 P_1 + y_2 P_2 &= 0; & y_3 P_3 + y_4 P_4 &= 0; \\
z_1 P_1 + z_2 P_2 &= 0; & z_3 P_3 + z_4 P_4 &= 0; \\
y_1 z_1 P_1 + y_2 z_2 P_2 + y_3 z_3 P_3 + y_4 z_4 P_4 &= 0.
\end{aligned} \tag{5.1}$$

З рівнянь (2.21) випливає, що повинні виконуватися співвідношення

$$\frac{y_3}{y_4} = \frac{z_3}{z_4} = -\lambda_2; \quad \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = -\lambda_1, \tag{5.2}$$

в результаті чого отримуємо наступні навантаження

$$P_1 = \frac{a}{1 + \lambda_1}, \quad P_2 = \frac{a\lambda_1}{1 + \lambda_1}, \quad P_3 = \frac{\beta}{1 + \lambda_2}, \quad P_4 = \frac{\beta\lambda_2}{1 + \lambda_2}, \tag{5.3}$$

підставляючи отримані вирази в останнє рівняння системи (5.1), можна отримати

$$\alpha\lambda_1 y_2 z_2 = \beta\lambda_2 y_4 z_3$$

або

$$\alpha y_1 z_2 = -\beta y_3 z_4 \tag{5.4}$$

або

$$\alpha y_2 z_1 = -\beta y_4 z_3. \tag{5.5}$$

Оскільки координати третьої і четвертої точок кріплення амортизаторів відомі і задовольняють співвідношенню (5.3), а також відома координата  $z_2$ , то з виразу (5.4) можна знайти наступну координату

$$y_1 = -\beta y_3 z_4 / \alpha z_2.$$

Далі, задаючись значенням  $\lambda_1$ , визначають шукані координати

$$y_2 = -y_1 / \lambda_1, \quad z_1 = -z_2 \lambda_1.$$

Вважаючи відомими величини величини  $\lambda_1, \lambda_2, y_4, z_4, z_2$  можна визначити

$$\begin{aligned}
y_3 &= -\lambda_2 y_4, \quad z_3 = -\lambda_2 z_4, \quad z_1 = -\lambda_1 y_2, \\
y_1 &= -\frac{\beta y_3 z_4}{\alpha z_2} = -\frac{\alpha y_3 z_4}{b z_2}; \\
y_2 &= -y_1 / \lambda_1.
\end{aligned} \tag{5.6}$$

З виразів (5.3) визначають навантаження  $P_1, P_2, P_3, P_4$ .

Співвідношення (5.2) показують, що в площинах  $x = a, x = -b$  відрізки, що з'єднують амортизатори, які розташовані в точках 1 та 2, 3 та 4, перетинають вісь X (рис. 5.1).

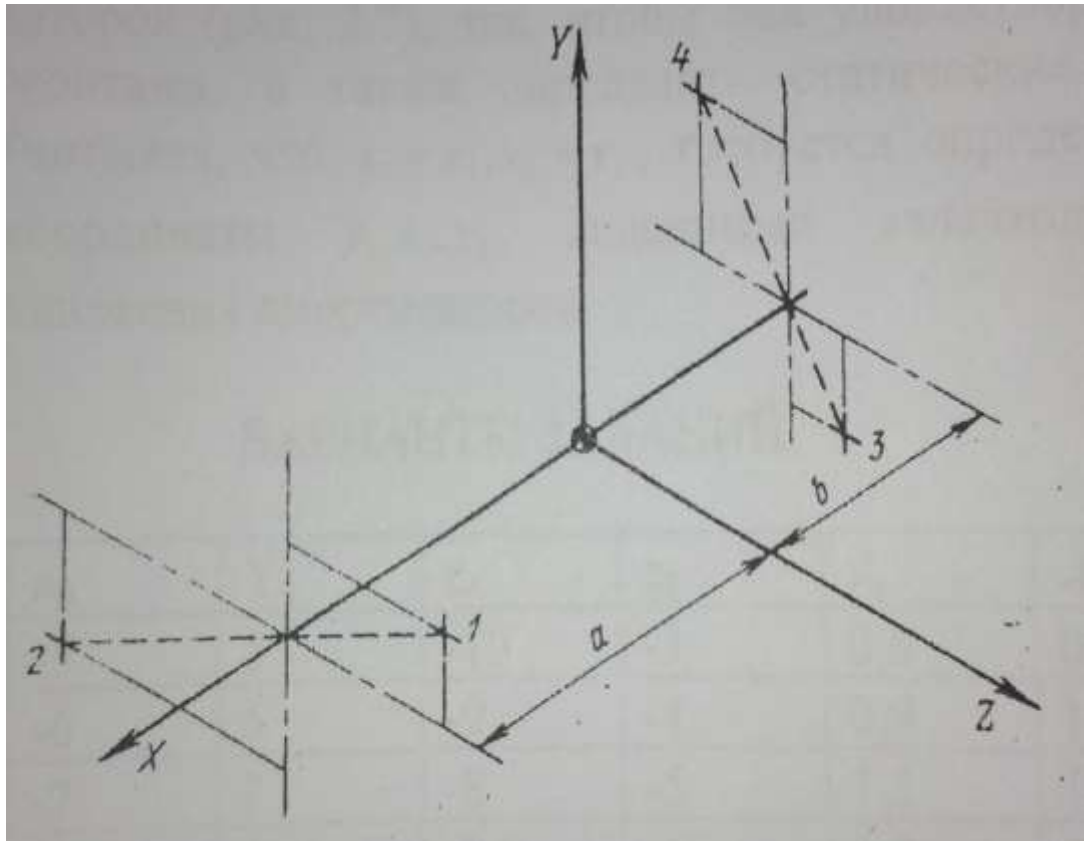


Рис 5.1. Схема розташування чотирьох амортизаторів в двох вертикальних площинах.

**Приклад 5.1.** Потрібно спроектувати просторову систему, що складається з чотирьох амортизаторів (рис 5.1), так, щоб вона задовольняла умовам раціонального монтажу, а також визначити статичні навантаження на амортизатори. Заданими є наступні координати розташування амортизаторів:

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 10, \quad x_3 = x_4 = -15, \\ y_4 = 8, \quad z_4 = -12 \quad z_2 = -7 \text{ см.} \end{aligned}$$

Приймаємо співвідношення  $\lambda_1 = 1,2l$ ;  $\lambda_2 = 1,6$ .

З формул (5.6) визначаємо координати:

$$y_3 = -1,6 \cdot 8 = -12,8 \quad z_3 = -1,6 \cdot 1,2 = -19,2, \quad z_1 = -1,2 \cdot 7 = -8,4 \text{ см,}$$

$$y_1 = -\frac{10 \cdot 12,8 \cdot 12}{15 \cdot 7} = 14,6 \qquad y_2 = -\frac{14,6}{1,2} = 12,2 \text{ см.}$$

Визначивши значення  $\alpha = 15G / (10 + 15) = 0,6G$ ;  $\beta = 10G / (10 + 15) = 0,4G$ ,

по формулам (5.3) можна обчислити значення шуканих навантажень:

$$P_1 = 0,6G / (1 + 1,2) = 0,273G,$$

$$P_2 = 0,6G \cdot 1,2G / (1 + 1,2) = 0,327G,$$

$$P_3 = 0,4G / (1 + 1,6) = 0,154G,$$

$$P_4 = 0,6G \cdot 1,6G / (1 + 1,6) = 0,246G.$$

**Розглянемо окремі випадки.**

Якщо припустити що навантаження

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = G / 4,$$

то повинні виконуватися умови

$$a = b, \lambda_1 = \lambda_2 = 1, \quad (5.7)$$

і тоді маємо

$$\begin{aligned} y_1 &= -y_2, \quad y_3 = -y_4, \\ z_1 &= -z_2, \quad z_3 = -z_4. \end{aligned} \quad (5.8)$$

З рівнянь (5.4) слідує, що

$$y_1 / y_3 = -z_3 / z_1. \quad (5.9)$$

Отже координати амортизаторів в даному випадку повинні задовольняти умовам (5.7) - (5.9).

Якщо відомі координати першої точки

$$x_1 = a; y_1; z_1,$$

то координати другої точки будуть

$$x_2 = a; y_2 = -y_1; z_2 = -z_1.$$

Крім того, нехай задано  $y_3$ , тоді

$$y_4 = -y_3.$$

Остаються умови  $a = b, z_1 = -z_2, z_3 = -z_4$ .

В практиці конструювання не завжди вдається повністю забезпечити установку амортизаторів, що задовольняє всім умовам раціонального монтажу, але виконання розглянутих умов забезпечує надійний захист об'єсту, що встановлюється на рухомому носії від механічних навантажень, і тим самим підвищує надійність при експлуатації.

## Завдання до лабораторної роботи №5

Потрібно спроектувати просторову систему, що складається з чотирьох амортизаторів (рис 5.1), так, щоб вона задовольняла умовам раціонального монтажу, а також визначити статичні навантаження на амортизатори. Враховуючи, що  $x_1 = x_2, x_3 = x_4$ , потрібно визначити навантаження  $P_1, P_2, P_3, P_4$  і координати  $y_1, z_1, y_2$ . Заданими є наступні координати розташування амортизаторів:

### ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ

| Вар | $x_1$ | $x_3$ | $y_4$ | $z_4$ | $z_2$ | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|-------------|
| 1   | 1     | -5    | 5     | -10   | -3    | 0,8         | 0,7         |
| 2   | 2     | -6    | 6     | -9    | -4    | 0,9         | 1,2         |
| 3   | 3     | -7    | 7     | -8    | -5    | 1,1         | 1,3         |
| 4   | 4     | -8    | 8     | -7    | -6    | 1,2         | 0,5         |
| 5   | 5     | -9    | 9     | -6    | -7    | 1,25        | 0,6         |
| 6   | 6     | -10   | 10    | -5    | -8    | 1,3         | 0,7         |
| 7   | 7     | -1    | 8     | -4    | -9    | 0,75        | 0,8         |

|    |    |     |    |    |     |      |     |
|----|----|-----|----|----|-----|------|-----|
| 8  | 8  | -3  | 6  | -3 | -10 | 0,25 | 0,9 |
| 9  | 9  | -5  | 4  | -2 | -1  | 0,5  | 1,1 |
| 10 | 10 | -7  | 2  | -1 | -2  | 0,6  | 1,2 |
| 11 | 2  | -9  | 10 | -1 | -3  | 0,7  | 1,3 |
| 12 | 4  | -11 | 9  | -2 | -4  | 1,75 | 1,4 |
| 13 | 6  | -2  | 7  | -3 | -5  | 1,4  | 1,5 |
| 14 | 8  | -4  | 5  | -4 | -6  | 1,5  | 1,6 |
| 15 | 1  | -6  | 3  | -5 | -7  | 1,6  | 1,7 |
| 16 | 3  | -8  | 1  | -6 | -8  | 1,8  | 1,8 |
| 17 | 5  | -10 | 2  | -7 | -9  | 1,9  | 1,9 |
| 18 | 7  | -3  | 4  | -8 | -10 | 0,3  | 0,2 |
| 19 | 9  | -5  | 6  | -9 | -2  | 0,4  | 0,5 |
| 20 | 11 | -7  | 8  | -8 | -5  | 1,25 | 0,8 |