3. Основні кількісні характеристики надійності об'єктів.

3.1. Характеристики надійності невідновлюваних технічних об'єктів.

Спочатку про те, що таке відновлюваний та невідновлюваний технічний об'єкт, зв'язок цих понять з поняттям ремонтуємого і неремонтуемого об'єктів.

Неремонтуємий об'єкт завжди невідновлюваний; ремонтуємий об'єкт може бути і невідновлюваним і відновлюваним.

Невідновлювані об'єкти працюють до першої відмови, після якої вони знімаються з експлуатації чи іспитів.

Для оцінки їхньої надійності використовують імовірнісні характеристики випадкової величини, в якості якої приймають наробіток на відмову.

Під наробітком у загальному випадку розуміють обсяг роботи, виконаної об'єктом у різних одиницях виміру (км, квт·г і т.д.), але найчастіше його виражають в одиницях часу (годинах, місяцях, роках).

Тому домовимося поточний наробіток об'єкта позначити літерою t, а конкретну реалізацію наробітку на відмову – T.

Показники надійності можуть бути функціональними або числовими. Відомо, що повною функціональною характеристикою будь-якої випадкової величини є закон її розподілу, тобто співвідношення між значеннями цієї величини і відповідними цим значенням імовірностями їхньої появи.

Розподіл наробітку на відмову невідновлюваного об'єкта може бути описаний за допомогою різних показників. До числа таких основних функціональних характеристик відноситься:

- функція надійності або імовірність безвідмовної роботи P(t);
- функція ненадійності (імовірність відмови) Q(t);
- щільність розподілу наробітку на відмову f(t);
- інтенсивність відмов (t).

3.1.1. Функції надійності і ненадійності.

Функція надійності (імовірність безвідмовної роботи) виражає імовірність того, що в межах заданого наробітку (0, t) відмов об'єкта не виникає.

Нехай t – заданий наробіток від початку експлуатації;

T– випадкова реалізація наробітку на відмову.

Тоді, відповідно до визначення, функція надійності:

$$P(t) = p(T \geq t), \tag{2.1}$$

показує імовірність того, що випадкова величина T буде більше заданого наробітку t.

Назвемо деякі очевидні властивості P(t):

P(0)=1, тобто в момент вмикання на початку експлуатації будь-який об'єкт повинен бути працездатний;

P(t) є монотонно спадаючою функцією наробітку t (в окремому випадку – часі), тобто $\frac{dP(t)}{dt} < 0$;

$P(t) \to 0$ при $t \to \infty$ (тому що будь-який об'єкт зрештою згодом відмовить).

Виходячи з цих властивостей у загальному випадку функція надійності має вигляд:

Дане вище визначення функції надійності є строго імовірносним.

Для визначення імовірності безвідмовної роботи зі статистичних даних використовують вираз:

$$P^*(t) = \frac{N(t)}{N(0)} = \frac{N(0) - n(t)}{N(0)} = 1 - \frac{n(t)}{N(0)}, \tag{2.2}$$

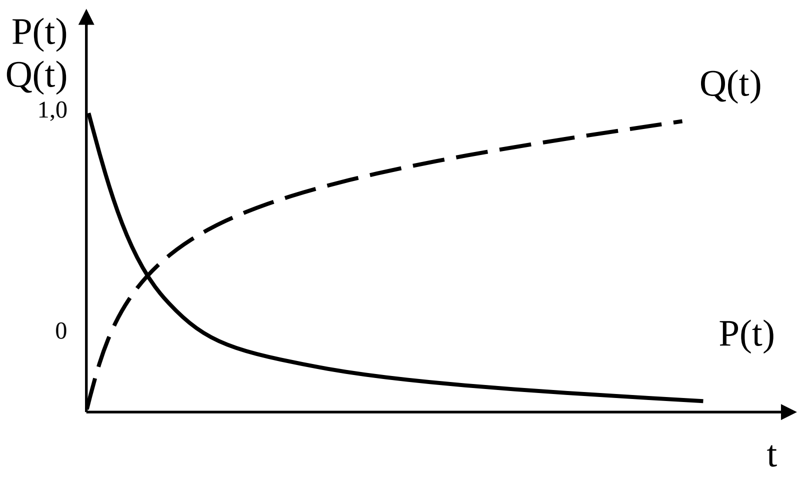

Рис. 2.3 Графік надійності і ненадійності.

де N(0) - число справних об'єктів на початку експлуатації при t=0;

N(t) - число об'єктів що справно проробили до наробітку t;

n(t) - число об'єктів, що відмовили на інтервалі від 0 до t.

При збільшенні кількості об'єктів N(0) статистична оцінка $P*(t)$ стає стійкою і мало відрізняється від правдивого значення імовірності безвідмовної роботи, тобто можна вважати $P(t) \approx P^*(t)$, при $N(0) \to \infty$.

Практично часто зручніше скористатися не функцією надійності, а протилежною їй функцією ненадійності, що характеризує імовірність виникнення відмов на інтервалі (0, t). Ця функція позначається Q(t) і визначається як:

$$Q(t) = 1 - P(t) = p(T < t). \tag{2.3}$$

З цього визначення видно, що функція ненадійності є інтегральною формою розподілу випадкової величини T, що у загальній теорії імовірностей позначається F(x), тобто Q(t)=F(t).

Тому що P(t) і Q(t) характеризують імовірність протилежних і неспільних подій їхні властивості цілком протилежні, що добре видно при накладенні їх на одному графіку, причому P(t)+Q(t)=1,0.

Статистична оцінка Q(t) випливає з даної вище у формулі (2.2) оцінки $P(t)$:

$$Q(t) = 1 - P(t) = \frac{n(t)}{N(0)}. \tag{2.4}$$

Дуже часто необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи (або імовірність відмови) не на інтервалі (0, t) від початку експлуатації до наробітку t, а на будь-якому заданому інтервалі від наробітку t1 до наробітку t2 (див. мал.). При цьому виникає необхідність визначення умовної імовірності P(t1, t2) безвідмовні роботи від t1 до t2 за умови, що при наробітку t1 об'єкт був працездатний.

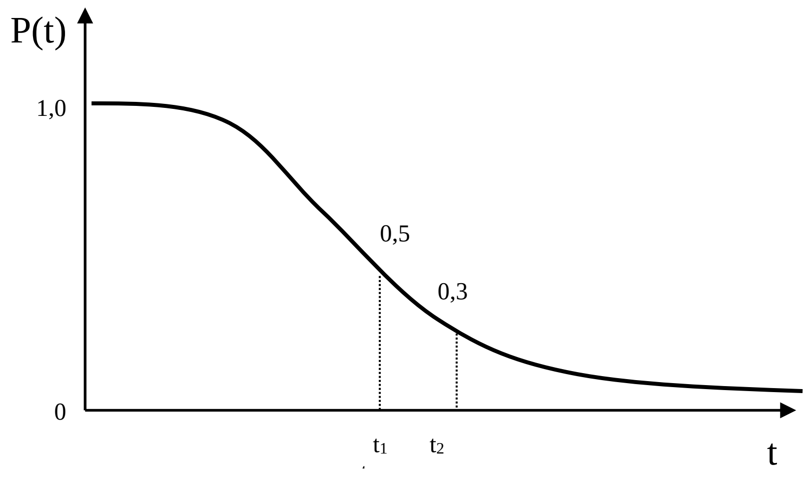

Рис. 2.4. Графік функції надійності.

Для рішення цієї задачі розглянемо два інтервали роботи об'єкта (0, t_1) і (t1, t2). Подія, що складається в безвідмовній роботі на протязі сумарного інтервалу від 0 до t_2, є збігом двох подій:

Об'єкт працював безвідмовно на інтервалі (0, t_1);

Будучи працездатним до моменту t_1, об'єкт продовжував безвідмовно працювати на інтервалі (t_1, t_2).

Тому відповідно до правила множення ймовірностей:

$$P(t_2) = P(t_1) \cdot P(t_1, t_2),$$

звідки

$$P(t_1, t_2) = \frac{P(t_2)}{P(t_1)}. \tag{2.5}$$

Умовна імовірність безвідмовної роботи на інтервалі (t_1, t_2) дорівнює відношенню значень функцій надійності наприкінці і на початку інтервалу

Наприклад, якщо на нашому графіку

$P(t_1)= 0,5$, а $P(t_2)= 0,3$, то $P(t_1, t_2)= 0,3/0,5= 0,6$

Статистичну оцінку $P^*(t_1, t_2)$ знайдемо підстановкою в (2.7) значень $P^*(t_1)$ і $P^*(t_2)$ з (2.2), виражених через $N(t_1)$ і $N(t_2)$. Після перетворень одержимо:

$$P(t_1, t_2) = \frac{N(t_2)}{N(t_1)}. \tag{2.6}$$

де $N(t_1)$ і $N(t_2)$ - кількість об'єктів, що безвідмовно пробили відповідно до моментів t_1 і t_2.

Використовуючи (2.7) знайдемо умовну імовірність відмови в інтервалі наробітків (t_1, t_2) за умови, що до моменту t_1 об'єкт був працездатним:

$$Q(t_1, t_2) = 1 - P(t_1, t_2) = 1 - \frac{P(t_2)}{P(t_1)} = \frac{P(t_1) - P(t_2)}{P(t_1)} = \frac{Q(t_2) - Q(t_1)}{P(t_1)}. \tag{2.7}$$

Чисельник отриманого виразу представляє собою безумовну імовірність відмови на інтервалі (t_1, t_2). Отже, умовна імовірність відмови об'єкта на даному інтервалі наробітків дорівнює безумовній імовірності відмови на цьому інтервалі, діленої на значення функції надійності на початку інтервалу.

Статистичну оцінку $Q(t_1, t_2)$ можна отримати так:

$$Q^*(t_1,t_2)=1-P^*(t_1,t_2)=1-\frac{N(t_2)}{N(t_1)}=\frac{N(t_1)-N(t_2)}{N(t_1)}=\frac{N(0)-n(t_1)-N(0)+n(t_2)}{N(t_1)},$$

тобто

$$Q^*(t_1,t_2)=\frac{n(t_2)-n(t_1)}{N(t_1)}. \tag{2.8}$$

Звідси випливає, що статистично умовна імовірність відмови в заданому інтервалі дорівнює відношенню числа відмов на цьому інтервалі до числа працездатних об'єктів на початку інтервалу.

2.3.1.2. Щільність розподілу наробітку на відмову.

З теорії ймовірностей, відомо, що щільність розподілу деякої випадкової величини X позначається f(x), виражає диференціальний закон її розподілу і визначається як похідна від інтегральної функції розподілу, тобто

$$f(x)=F'(x)=\frac{dF(x)}{dx}.$$

Для цікавлячої нас щільності розподілу наробітків до відмов T з обліком $\mathrm{F(t)=Q(t)=1-P(t)}$ одержимо

$$f(t)=\frac{dQ(t)}{dt}=-\frac{dP(t)}{dt}, \tag{2.9}$$

де Q(t) і P(t) – відповідно функція ненадійності і функція надійності (або імовірність відмов і ймовірність безвідмовної роботи).

З формули (2.10) ясно, що f(t) характеризує швидкість зміни функції ненадійності (функції надійності, узятої зі зворотнім знаком) і являє собою щільність імовірності відмов в момент часу t.

З цієї ж формули слідує, що функції надійності і ненадійності зв'язані з щільністю розподілу наробітку на відмову наступним співвідношеннями:

$$Q(t) = \int_0^t f(x) \cdot dx, \tag{2.10}$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(x) \cdot dx. \tag{2.11}$$

З (2.11) виходить, що при $t \to \infty$, Q (t)$\to$1 і Q (∞)=1, тоді:

$$Q(\infty) = \int_0^\infty f(x) \cdot dx = 1$$

Це значить, що площа під кривої f(t) у межах від 0 до ∞ завжди дорівнює 1.
З обліком цього з (2.12)

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(x) \cdot dx = \int_t^\infty f(x) \cdot dx. \tag{2.12}$$

Графічна ілюстрація викладеного приведена на малюнку

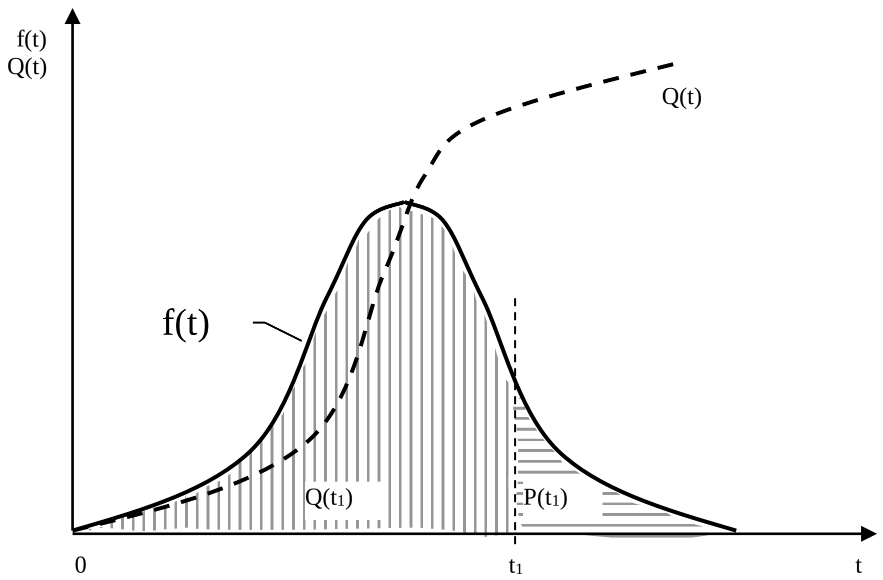

Рис. 2.5. Графіки показників надійності

Таким чином, будь-яка ордината поділяє площу під кривою щільності розподілу на дві частини, чисельно рівні: ліворуч від ординати Q(t), а праворуч – P(t).

Статистично під щільністю розподілу наробітку на відмову $f^*(t)$ розуміють відношення числа відмов в одиницю наробітку (часу) на інтервалі (t, t+Δt) до спочатку узятого під спостереження загального числа об'єктів за умови, що об'єкти, які відмовили, не заміняються, тобто

$$f^*(t) = \frac{\dfrac{n(t+\Delta t) - n(t)}{\Delta t}}{N(0)}. \tag{2.13}$$

З цього визначення і формули (2.13) виходить, що щільність розподілу наробітку на відмову визначається статистично як частота відмов у момент (t), віднесена до початкового числа об'єктів. При цьому, тому що об'єкти, що відмовили, не тільки не відновлюються, але і не заміняються справними, кількість працюючих об'єктів згодом зменшується. Відповідно знижується загальне число можливих їх відмов в одиницю часу. Але одночасно зі збільшенням наробітку діє протилежний фактор – ріст імовірності відмови кожного з об'єктів, що залишилися в роботі . Судити по f(t) про закономірності зміни справжньої частоти відмов у розрахунку на один об'єкт важко. Тому f(t), будучи зручною характеристикою для обчислення інших показників (наприклад P(t) або Q(t)), сама по собі, як самостійний показник надійності, застосовується рідко. Частіше застосовують інший показник – інтенсивність відмов.

2.3.1.3. Інтенсивність відмов невідновлюваного об'єкта.

Інтенсивність відмов λ(t)- це умовна щільність імовірності виникнення відмови невідновлюваного об'єкта, обумовлена для розглянутого наробітку (момент часу t), за умови, що до цього наробітку відмов не виникло. Об'єкти, що відмовили до моменту t, з розгляду виключаються.

Статистично під інтенсивністю відмовлень об'єкта $\lambda^*(t)$ розуміють відношення числа відмов в одиницю наробітку на інтервалі (t, t+Δt) до кількості працездатних об'єктів у момент t, що відповідає початку інтервалу, тобто:

$$\lambda^*(t)=\frac{\dfrac{n(t+\Delta t)-n(t)}{\Delta t}}{N(t)}=-\frac{N(t+\Delta t)-N(t)}{N(t)\Delta t} \qquad (2.14)$$

Тут враховуємо n(t)=N(0)-N(t).

Відмінність від $f^*(t)$: N(t) замість N(0).

Переробивши (2.15), з обліком $N(t)=P^*(t)\cdot N(0)$,одержимо:

$$\lambda^*(t)=-\frac{N(0)\left[P^*(t+\Delta t)-P^*(t)\right]}{N(0)\cdot P^*(t)\cdot\Delta t}=-\frac{P^*(t+\Delta t)-P^*(t)}{P^*(t)\cdot\Delta t}. \qquad (2.15)$$

Спрямовуючи Δt до нуля і переходячи до межі маємо:

$$\lambda(t)=-\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P(t+\Delta t)-P(t)}{P(t)\cdot\Delta t}=-\frac{P'(t)}{P(t)}=\frac{f(t)}{P(t)}. \qquad (2.16)$$

З нього випливає, що $\lambda(t)$ дорівнює щільності імовірності виникнення відмови, поділеної на значення функції надійності при тому ж наробітку на відмову, поділеної на значення функції надійності при тому ж наробітку t.

Як зі статистичного, так і з теоретичного визначень інтенсивності відмов видно, що $\lambda(t)$ характеризує фактичну закономірність зміни частоти відмов у часі.

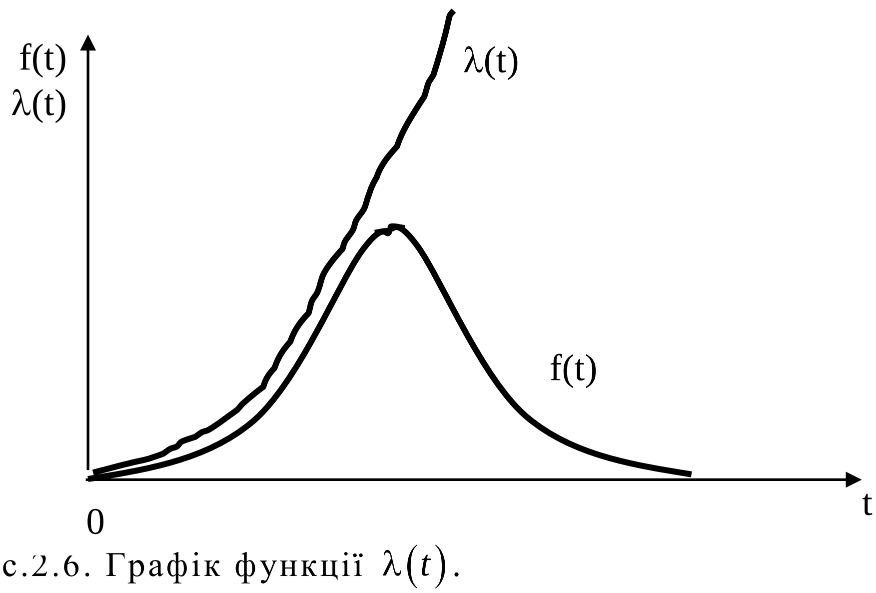

Рис.2.6. Графік функції $\lambda(t)$.

Раніше було наведено, що на цій кривій виділяють 3 характерних періодичності відмов. Видно, що $\lambda(t)$ характеризує фактичну закономірність зміни частоти відмов у часі.

Типова залежність інтенсивності відмов від тривалості експлуатації більшості технічних об'єктів має вид:

Ми вже знаємо, що на цьому графіку виділяють 3 характерних періоди:

0-t_1 – період приробітку;

t_1-t_2 – сталий період нормальної експлуатації;

t_2-∞ – період старіння й інтенсивного зносу.

На кожній з цих ділянок діють свої закони розподілу наробітків на відмову.

Інтегруючий вираз для $\lambda(t)$, після перетворень, виразимо функцію надійності через інтенсивність відмов.

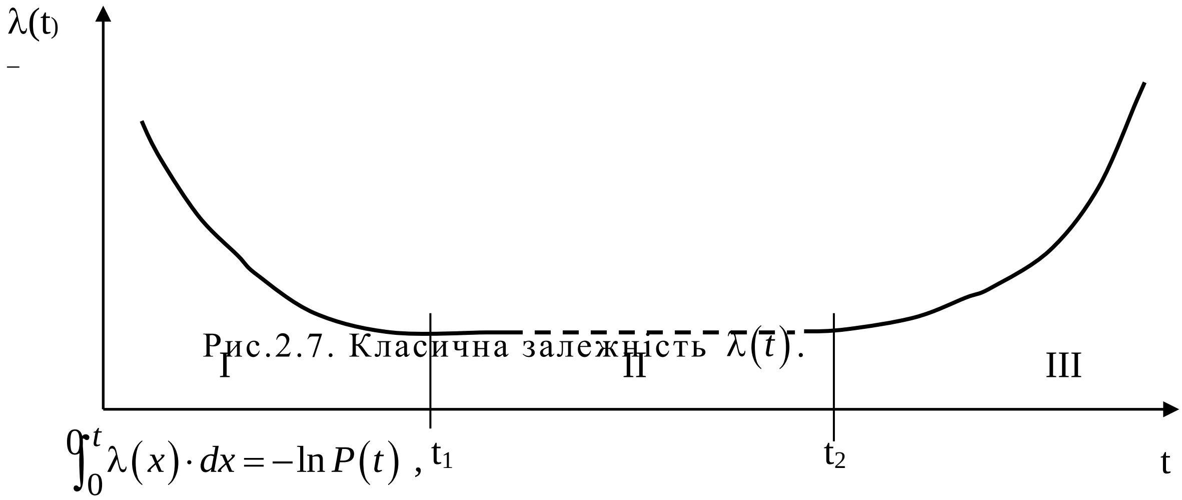

Рис.2.7. Класична залежність $\lambda(t)$.

$$\int_0^t \lambda(x) \cdot dx = -\ln P(t),$$

звідки:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(x) \cdot dx}. \qquad (2.17)$$

Формула (2.17) справедлива для будь-якого закону розподілу наробітків на відмову.

Умовна імовірність безвідмовної роботи об'єкта протягом наробітку (t_1,t_2), за умови його працездатності до початку інтервалу t_1, визначається підстановкою в знайому нам формулу $P(t_1,t_2)= P(t_2)/ P(t_1)$ виразу функції надійності з (2.18) з межами інтегрування 0-t_2 і 0-t_1, відповідно. Після перетворень одержимо

$$P(t_1,t_2)=e^{-\int\limits_{t_1}^{t_2}\lambda(x)dx}. \qquad (2.18)$$

В окремому випадку λ=const (експонентний закон надійності) формули (2.18) і (2.19) істотно спрощуються і приймають вигляд:

$$P(t)=e^{-\lambda\cdot t}$$
$$P(t_1,t_2)=e^{-\lambda(t_2-t_1)}. \qquad (2.19)$$

Отже ми розглянули 4 найважливіші функціональні характеристики надійності невідновлюваних (неремонтованих) об'єктів.

Ці характеристики зв'язані між собою таким чином, що знання однієї з них дозволяє визначити три інші (див. таблицю 2.1).

Зв'язок між функціональними показниками надійності невідновлюваних об'єктів.

Таблиця 2.1

Зв'язок між основними показниками надійності

Відома функція	Формули для визначення трьох інших			
	P(t)	Q(t)	f(t)	λ(t)
P(t)	–	1-P(t)	$-\frac{dP(t)}{dt}$	$-\frac{dP(t)}{dt}\cdot\frac{1}{P(t)}$
Q(t)	1-Q(t)	–	$\frac{dQ(t)}{dt}$	$\frac{dQ(t)}{dt}\cdot\frac{1}{(1-Q(t))}$
f(t)	$\int\limits_t^{\infty} f(x)\cdot dx$	$\int\limits_0^{t} f(x)\cdot dx$	–	$\frac{f(t)}{\int\limits_t^{\infty} f(x)\cdot dx}$
λ(t)	$\exp\left[-\int\limits_0^{t}\lambda(x)\cdot dx\right]$	$1-\exp\left[-\int\limits_0^{t}\lambda(x)\cdot dx\right]$	$\lambda(t)\cdot\exp\left[-\int\limits_0^{t}\lambda(x)\cdot dx\right]$	–

Крім розглянутих функціональних характеристик невідновлюваних об'єктів практичний інтерес для нас представляють числові характеристики випадкової величини – наробітку на відмову. Найважливіші з них – середній наробіток. Середній наробіток на відмову дуже легко визначається зі статистичних даних, як середньоарифметичне з усіх наробітків.

2.3.1.4. Числові характеристики.

Середній наробіток на відмову. Є найважливішою числовою характеристикою випадкової величини Т.

Позначається $T_{ср}$ M [T] чи m_T, а при визначенні статистичних оцінок, відповідно, M*[T] і m^*_T

Середній наробіток на відмову дуже легко визначається зі статистичних даних, як середньоарифметичне з усіх наробітків. У цих умовах можна і потрібно скористатися наближеною формулою, що забезпечує при правильному її використанні достатню точність. При цьому статистичний ряд значень Ті поділяється на “К ” інтервалів.

Для цього достатньо знати загальне число об'єктів узятих під спостереження N(0) і наробітку до і-ї відмови кожного з них T_i. Тоді:

$$\grave{O}^{*}_{\tilde{n}\eth} = m^{*}_{T} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N(0)} T_i}{N(0)} \text{, т.ч. середнє арифметичне} \qquad (2.20)$$

При великому числі об'єктів N(0) розрахунки по формулі (2.21) стають громіздкими. У цих умовах можна і потрібно користатися наближеною формулою, що забезпечує при правильному її використанні достатню точність. При цьому статистичний ряд значень T_i поділяється на “ДО” інтервалів:

$$m^{*}_{T} \approx \frac{\sum\limits_{j=1}^{K} n^{*}_{j} \cdot t_j}{N(0)} = \sum_{j=1}^{K} p^{*}_{j} \cdot t_j \,, \qquad (2.21)$$

де n_j*- число об'єктів, що відмовили в j-м інтервалі наробітків;

t_j - середнє значення наробітку до відмову в j-м інтервалі;

К- прийняте число інтервалів: 1,2...j...к;

$$p^{*}_{j} = \frac{n_j}{N(0)}$$ - статистична імовірність влучення в j-й інтервал.

Обчислення m_T* по цих формулах тим точніше, чим більше N(0) в межі при N(0)→ ∞ $m_T^* \to m_T$.

Для одержання строгого математичного вираження m_T треба було б згадати теорію імовірностей. Але якщо без висновку,

$$m_T = \int_0^\infty P(t) \cdot dt \ , \qquad (2.22)$$

Звідси видно, що середній наробіток на відмову (її математичне очікування) чисельно дорівнює площі під кривою функції надійності (імовірності безвідмовної роботи).

З огляду на отриманий раніше вираз для обчислення функції надійності:

$$P(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(x)dx\right] ,$$

маємо:

$$m_T = \int_0^\infty \exp\left[-\int_0^t \lambda(x)dx\right] \cdot dt . \qquad (2.23)$$

При λ=const це досить складний вираз спрощується до:

$m_T = \int_0^\infty \exp(-\lambda t) \cdot dt$, відкіля одержують зв'язок m_T і λ

$$m_T = \frac{1}{\lambda} \qquad (2.24)$$

Перевага m_T , як числової характеристики випадкової величини наробітку на відмов – наочність і простота обчислення по експериментальним даним.

Недолік - математичне очікування випадкової величини саме по собі не може цілком охарактеризувати наробіток на відмову. За відомим значенням D_T неважко визначити середньоквадратичне відхилення наробітку на відмову.

Згадаємо, що дисперсією випадкової величини в загальному випадку називається математичне очікування квадрата центрованої випадкової величини, тобто квадрата різниці всіх значень цієї випадкової величини і її математичного очікування:

$$D_T = M\left[(T - m_T)^2\right]$$

Статистична оцінка D_t для ряду дискретних значень T_i може бути отримана по формулах:

$$D^*_T = \frac{\sum_{i=1}^{N(0)} (T_i - m^*_T)^2}{N(0) - 1}\ , \qquad (2.25)$$

чи простіше, але приблизно:

$$D_T \approx \frac{\sum_{i=1}^{N(0)} T_i^2}{N(0)} - m_T^{*2} \approx \sum_{j=1}^{k} (t_j^2 \cdot P_j^*) - m_T^{*2}\ , \qquad (2.26)$$

За відомим значенням D_T неважко визначити середньоквадратичне відхилення наробітку на відмову:

$$\sigma_T = \sqrt{D_T}.\ , \qquad (2.27)$$

Отримані функціональні і числові характеристики надійності **невідновлюваних** об'єктів можуть використовуватися і для відновлюваних об'єктів, якщо обмежити аналіз надійності останніх розглядом наробітку лише до 1-ї відмови.

Для аналізу потоку відмов і відновлень, ремонтованих і відновлюваних об'єктів необхідно використовувати інші характеристики і показники.

2.3.2. Характеристики надійності ремонтованих об'єктів.

Як ми вже говорили, у залежності від умов застосування і конкретної ситуації ремонтовані об'єкти можуть бути як відновлюваними, так і невідновлюваними у процесі застосування по призначенню. Ця ознака об'єкта - відновленість у процесі застосування і визначає вибір показників його надійності.

2.3.2.1. Ремонтований об'єкт, невідновлюваний у процесі і на місці застосування.

Такий об'єкт після відмови заміняється новим і відправляється для централізованого ремонту. Після відновлення він знову готовий до застосування, а після поновлення експлуатації і наступної відмови знову відправляється в ремонт.

Показники надійності такого об'єкта обчислюються тільки по наробітку.

Реалізація випадкового процесу його експлуатації і наробітків схематично виглядає так:

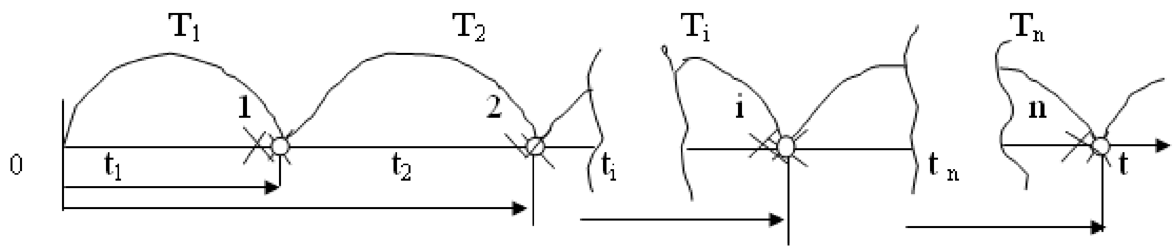

Рис.2.8 Реалізація випадкового процесу його експлуатації і наробітків

Тут : х - відмова; об - поновлення експлуатації

На схемі хрестиками в кружках показані моменти виникнення відмов і поновлення експлуатації, що у даному випадку збігаються (на час ремонту об'єкт виключається з експлуатації).

Сумарний наробіток до n-ї відмови:

$$t_n = T_{\sum}^{(n)} = T_1 + T_2 + ...T_i + ...T_n = \sum_{i=1}^{n} T_i \ , \qquad (2.28)$$

де T_i – наробіток між 1-ою та і -ою відмовою того самого об'єкта.

Таким чином, за час тривалої експлуатації виникає потік відмов ремонтованого об'єкта. Можливі 2 шляхи оцінки надійності таких об'єктів:

- обчислення умовних розподілів наробітку між відмовами;

- використання характеристик потоку відмов.

Перший шлях використовується рідше.

Зупинимося докладніше на характеристиках потоку відмов.

З теорії масового обслуговування відомо, що потік випадкових подій (у нашому випадку відмов) можна характеризувати ведучою функцією потоку – Ω(t).

Ведуча функція потоку відмов – це математичне очікування числа відмов об'єкта на інтервалі напрацювань від 0 до t, тобто:

$$\Omega(t) = M\left[n(0,t)\right] = M\left[n(t)\right]. \tag{2.29}$$

Параметр потоку відмов - це щільність імовірності виникнення відмов ремонтованого об'єкта, обумовлена для розглянутого моменту сумарного напрацювання t.

Цей широко використовуваний показник надійності визначається як межа відношення середнього числа відмов ремонтованого об'єкта за довільно малий його напрацювання до значення цього напрацювання, тобто:

$$\varpi(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{M\left[n(t+\Delta t)\right] - M\left[n(t)\right]}{\Delta t} = \Omega'(t). \tag{2.30}$$

Звідси видно, що параметр потоку відмов **характеризує частоту відмов ремонтованого об'єкта** і являє собою першу похідну від ведучої функції потоку.

Найважливішою особливістю будь-якого потоку відмов є його ординарність. Це означає, що імовірність виникнення в той самий момент за нескінченно малий проміжок часу двох і більше відмов об'єкта зневажливо мала.

Це єдина загальна ознака потоків відмов будь-якого виду.

Вид потоку відмов визначає інші його ознаки, умови існування й аналітичні залежності між кількісними характеристиками надійності, методи її розрахунку й іспитів.

Найбільш розповсюдженим і найчастіше використовуваним є, так званий, найпростіший потік відмов.

Найпростіший потік відмов одночасно задовольняє 3-м умовам: ординарність, відсутність післядії і стаціонарність.

Ординарність потоку відмов очевидна і вже повинна бути ясна.

Відсутність післядії означає, що імовірність появи відмови об'єкта в будь-якому інтервалі наробітків не залежить від того скільки було відмов і як вони розподілялися раніше в попередніх інтервалах наробітку.

Ця властивість для систем з великим числом елементів говорить про те, що відмови одних елементів не впливають на імовірність відмов інших.

Інакше кажучи, відсутність післядії означає, що відмови елементів – події випадкові і незалежні.

Допущення про відсутність наслідку зручно і часто використовується для спрощення розрахунків, однак воно рідко правдоподібно. Так при поступових відмовах одних елементів погіршення їхніх параметрів довгостроково впливає на режим роботи інших і змінює імовірність їхніх відмов. У складних резервованих системах навіть раптова відмова одних елементів, що не порушує працездатність усієї системи, може істотно вплинути на умови роботи інших (наприклад: обрив гілки вентильної секції, обрив струнки контактної підвіски і т.п.). Якщо ж така, раптова відмова елемента, приводить до відмов всієї системи, або швидко виявляється вбудованими засобами беззупинного діагностування об'єкта (наприклад УКРТ вентильної секції), то потік раптових відмов буде без наслідків.

Іноді замість грубого допущення про відсутність наслідків використовують модель потоку відмов з обмеженими наслідками.

Стаціонарність випадкового процесу виникнення відмов означає, що на будь-якому проміжку Δt імовірність виникнення «n» відмов залежить тільки від «n» і величини інтервалу Δt, але не змінюється від зрушення проміжку (t по осі наробітку. Для цього:

а) елементи працюють одночасно;

б) період приробляння закінчений;

в) період старіння ще не наступив .

Це властивість стаціонарного процесу має важливе значення при оцінці надійності за статистичною інформацією: якщо доведена стаціонарність потоку відмов, то можна накопичувати статистику, проводячи експеримент над обмеженою кількістю зразків за час тривалого їхнього наробітку.

Отже, якщо елементи системи введені в експлуатацію і працюють одночасно, їхні відмови мають раптовий характер, відмова будь-якого елемента веде до відмови всієї системи чи відразу ж сигналізується, старіння елементів відсутнє і період приробітку закінчений, то потік відмов системи можна вважати найпростішим.

Такий потік володіє кількома важливими властивостями:

- параметр потоку відмов $\omega(t)=\omega=const$.

У найпростішому потоці відмови розподілені за законом Пуасона, тобто:

$$P_n(0,t)=\frac{(\omega t)^n}{n!}\cdot e^{-\omega t}\ , \qquad (2.31)$$

де $P_n(0,t)$ – імовірність виникнення «n» відмов за наробіток від 0 до t.

Закон розподілу наробітку між відмовами показовий, тобто:

$$P(t)=e^{-\omega t}, \qquad (2.32)$$

імовірність безвідмовної роботи на інтервалі

$$\Delta t=t_1-t_2$$
$$P(t_1,t_2)=e^{-\omega\Delta t}=e^{-\omega(t_2-t_1)}, \qquad (2.33)$$

сума великого числа найпростіших потоків утворить також найпростіший потік з параметром ω_c , рівним сумі параметрів ω_j складових потоків, тобто:

$$\omega_c=\sum_{j=1}^{K}\omega_j\ , \qquad (2.34)$$

де K- число складових потоків;

ω_j- параметр j-го складеного потоку відмов.

Через недолік часу ми не можемо докладно розглядати потоки з обмеженим наслідком. Підкреслимо лише випливаючий з них вивід:

Якщо сумарний потік складається з великого числа незалежних потоків випадкових подій малої інтенсивності, кожний з який задовольняє умовам ординарності і стаціонарності, то він дуже близький до найпростішого.

Це найважливіша властивість широко використовується в теорії надійності. Складна ремонтована система складається з великого числа N елементів, потоки відмов яких мають параметри $\omega_j=const$, тому що вони ординарні і близькі до стаціонарного. Незважаючи на наявність наслідку в потоках відмов елементів системи, на підставі вище зазначеної властивості, можна вважати потік відмов усієї складної системи найпростішим з параметром ω_c і використовувати усі властивості і формули експонентного закону надійності. При цьому:

$$\omega_c = \sum_{j=1}^{N} \omega_j . \tag{2.35}$$

Усе це дозволяє ще на етапі проектування складної системи за відомим значенням параметрів потоків відмов елементів оцінити основні показники надійності системи.

Необхідні для цього значення ω_j елементів визначають попередньо на підставі стендових іспитів чи за даними експлуатації як відношення сумарного числа відмов елементів j-го виду до їх сумарного наробітку на розрахунковому інтервалі наробітків, тобто:

$$\omega_j^* = \frac{n_{j\Delta t}}{N_j \cdot \Delta t}, \tag{2.36}$$

де $n_{j\Delta t}$ – сумарне число відмов елементів j-го виду на інтервалі наробітку Δt;

N_j – кількість елементів j-го виду, випробовуваних (працюючих) одночасно на інтервалі Δt.

При проведенні таких іспитів завжди одночасно працюють N_j елементів, тому що відмовивші практично «миттєво» (у порівнянні з тривалістю іспитів) заміняються справними.

Наробіток на відмову

Поряд з параметром потоку відмов ремонтованих об'єктів широко використовується показник, що характеризує їхній середній наробіток між відмовами, що називається – «наробіток на відмову». (Не плутати з наробітком на відмову неремонтованих об'єктів)

Наробітком на відмову ремонтованого об'єкта називають відношення його сумарного наробітку до математичного очікування числа його відмов за період цього наробітку.

Наробіток на відмову позначається $M[T_0]$, m_{To} або $T_{0порівн.}$ Відповідно до визначення:

$$m_{To}^{*} = \frac{T_{\sum}^{(n)}}{n}, \qquad (2.37)$$

де $T^{(n)}_{\Sigma}$ - сумарний наробіток об'єкта до n-ї його відмови.

Якщо випробується (перебуває під спостереженням в експлуатації) 1 об'єкт, то $T_{\sum}^{(n)} = \sum_{i=1}^{n} T_i$ і наробіток на відмову:

$$m_{To}^{*} = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{n}. \qquad (2.38)$$

Якщо ж випробують N об'єктів і усі вони працюють одночасно в часі наробітку Δt , а відмовивші «миттєво» заміняються справними, то:

$$T_{\sum}^{(n)} = N \cdot \Delta t,$$

$$m_{To}^{*} = \frac{N \cdot \Delta t}{n_{\Delta t}}, \qquad (2.39)$$

де $n_{\Delta t}$ - сумарне число відмовлень усіх N об'єктів за інтервал наробітку Δt.

При ω=const (експонентний закон надійності) наробіток на відмову і параметр потоку відмов – величини взаємно зворотні, тобто:

$$m_{To} = \frac{1}{\omega}, \qquad (2.40)$$

3.2.2. Показники надійності ремонтованих об'єктів, які відновлюються у процесі застосування

Для таких об'єктів показники надійності обчислюються тільки в календарному часі (незалежно від того в яких одиницях обчислюється наробіток). Такі об'єкти поділяються на дві підгруп.

До першої підгрупи відносяться об'єкти, для яких у течії заданого часу роботи допускаються відмови і викликані ними короткочасні перерви в роботі для відновлення працездатності. Наприклад, будь-який пристрій тягової підстанції або ТП у цілому. Тут першочергове значення має властивість готовності об'єкта, тобто його здатність знаходитися якнайбільше часу в працездатному і готовому до застосування стані (а не в змозі простою, зв'язаним з відновленням).

До другої підгрупи відносять об'єкти, відмови яких «у цілому» у течії заданого часу роботи неприпустимі. Звичайно такі об'єкти (системи) надлишкові, мають резервні елементи, що забезпечують працездатність всього об'єкта при відмові основних елементів. Ремонт елементів, що відмовили, виконується в процесі застосування об'єкта по призначенню без перерви його функціонування. Наприклад, резервована система живлення тягової мережі. Елементи такої системи можна віднести до 1-й підгрупи об'єктів.

Перш ніж почати детальне вивчення кожної з цих двох підгруп об'єктів, необхідно розглянути загальні для них основні характеристики відновлюваності - показники ремонтопридатності.

До них відносяться:

- Імовірність відновлення;
- Середній час відновлення;
- Інтенсивність відновлення.

Процес відновлення, що полягає у виявленні й усуненні відмов, **є випадковим**. Як випадкова величина тут виступає час відновлення T_B, що у загальному випадку залежить від наступних факторів:

- характеру і наслідків відмов;
- пристосованості об'єкта до швидкого виявлення відмови і її причин;
- кваліфікації обслуговуючого персоналу;
- пристосованості об'єкта до заміни (ремонту) елементів, що відмовили, і т.д.

Серед цих факторів головні – пристосованість об'єкта до швидкого виявлення відмови і кваліфікація обслуговуючого персоналу. Досвід показує, що на пошук причин відмов іде до 80–90% загального часу відновлення.

Підкреслимо, що T_B відраховується щораз від початку чергового процесу відновлення, тобто від моменту виникнення чергової відмови. На тимчасовій діаграмі це виглядає так:

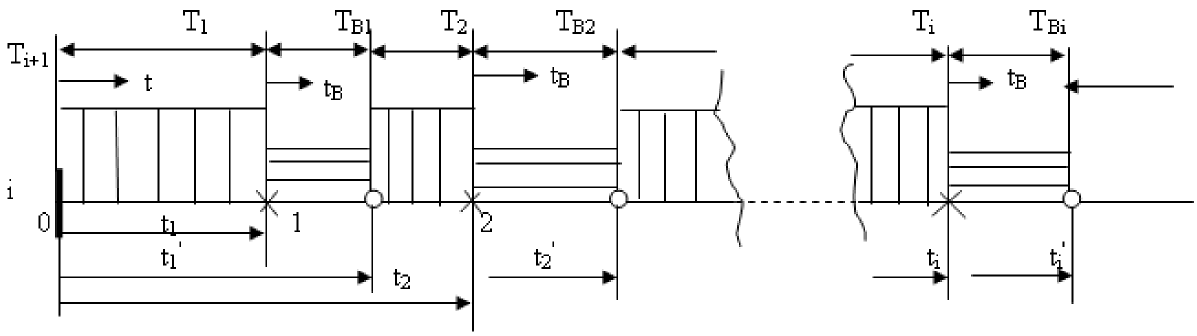

Рис.2.9 Реалізація експлуатації об'єкту з відмовою

х – момент відмови; 0 – закінчення відновлення; T_i – час безвідмовної роботи; T_{Bi} – час відновлення;

1. <u>Імовірність відновлення G(t).</u>

Під G(t) розуміють **імовірність** того, що після відмови об'єкт буде відновлений у визначених умовах ремонту за заданий час.

Інакше кажучи G(t) показує імовірність того, що випадковий час відновлення об'єкта T_B буде не більше заданого часу t, тобто

$$G(t) = p\{T_B \le t\}. \tag{2.41}$$

З цього визначення ясно, що G(t) є інтегральною функцією часу відновлення.

2. <u>Середній час відновлення.</u>

Позначається ТВср або mТв, M[TB].

Являє собою математичне очікування часу відновлення об'єктів даного виду.

Якщо відомі часи Тві всіх n відновлень, що мали місце за розрахунковий період експлуатації, то статистична оцінка середнього часу відновлення може бути отримана як середньоарифметичне значення:

$$T^*_{B\text{ср}} = m^*_{T_B} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} T_{Bi}}{n}\text{, ч} \tag{2.42}$$

Цей показник дає представлення про те, скільки у середньому затрачається часу на виявлення й усунення наслідків чергової відмови при існуючих умовах ТО і ремонту. Він наочно і просто характеризує ремонтнопридатність об'єкта (звичайно разом з $\sigma_{Тв}$).

3. Інтенсивність відновлення $\mu(t)$.

Імовірносне визначення. Інтенсивність відновлення - це умовна щільність імовірності відновлення об'єкта в момент часу t, відлічуваного від початку відновлення, за умови, що до моменту t відновлення не було закінчено.

За аналогією з отриманим раніше виразом для інтенсивності відмов

$\lambda(t) = \dfrac{f(t)}{1 - Q(t)}$, можна записати:

$$\mu(t) = \frac{g(t)}{1 - G(t)} , \tag{2.43}$$

де g(t) -щільність розподілу часу відновлення.

Статистично під інтенсивністю відновлення розуміють число відновлень в одиницю часу, тобто

$$\mu^*(t) \approx \mu^* = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} T_{Bi}} \text{ , 1/год} \tag{2.44}$$

Цей показник характеризує продуктивність відбудовних робіт.

З порівняння випливає:

$$\mu^* = \frac{1}{m^*_{T_B}} . \tag{2.45}$$

На цьому ми закінчуємо розгляд загальних показників ремонтопридатності відновлюваних у процесі застосування об'єктів .

Перейдемо до вивчення особливостей кожної з двох названих раніше підгруп таких об'єктів. Нагадую:

Перша підгрупа - об'єкти, у процесі експлуатації яких допускаються короткочасні перерви в роботі для відновлення після відмов.

Виникаюча при цьому послідовність періодів безвідмовної роботи і відновлень уже проілюстрована раніше на тимчасовій діаграмі .Випадковий час між закінченням двох суміжних чергових відновлень позначимо Тові=Ті+Тві

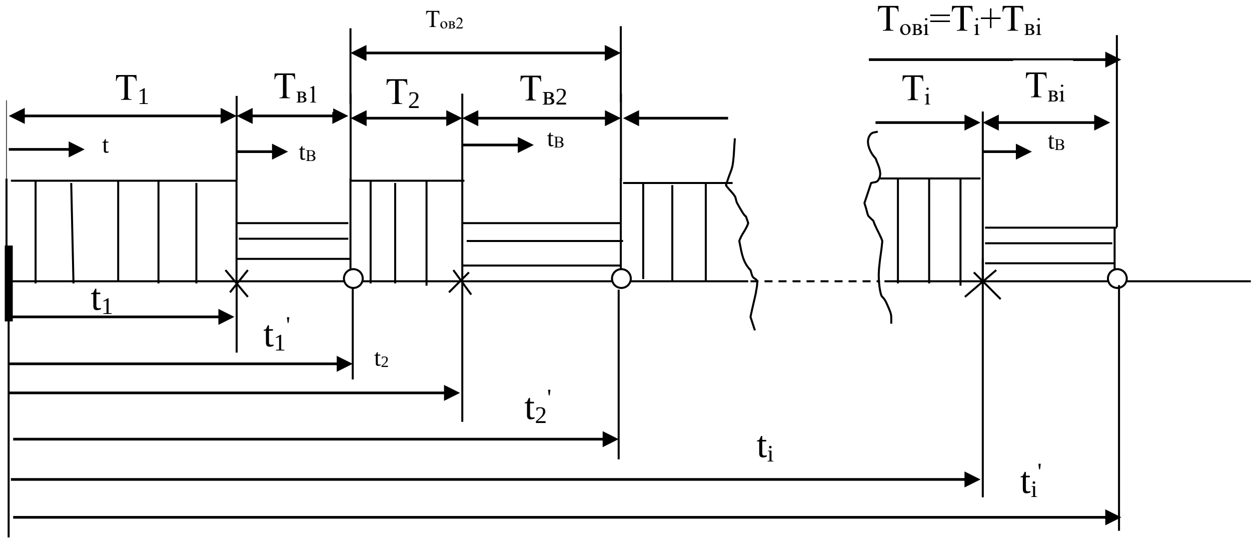

Рис.2.10 Реалізація експлуатації відновлюваного об'єкту

Відзначимо, що планові перерви в роботі об'єкта, коли він не відмовляє і не відновлюється, поки не враховуються .

Отже, у процесі експлуатації поряд з потоком відмов виникає **потік відновлень**. Випадковий час між черговими відновленнями:

$$T_{\hat{\imath}\,\hat{a}^{3}} = \grave{O}_{3} + \grave{O}_{\hat{a}^{3}}. \qquad (2.46)$$

Математичне чекання цієї випадкової величини дорівнює сумі математичних чекань доданків, тобто :

$$m_{T_{OB}} = m_{T_0} + m_{T_B} \qquad (2.47)$$

За аналогією з потоком відмов можна розглядати потік відновлень з параметром $\omega_{OB}(t)$.

Однак, звичайно для відновлюваних об'єктів 1-ої підгрупи як комплексну характеристику надійності використовують **функцію готовності** Г(t)-імовірність застати об'єкт готовим до застосування (працездатним, а не відновлюваним) у довільний момент часу t (простої на планових ремонтах не враховуються).

Протилежна Г(t) функція називається <u>**функцією простою**</u>

$$П(t) = 1 - Г(t). \quad (2.48)$$

Функція простою характеризує імовірність того, що в довільний момент часу t об'єкт виявиться в непрацездатному стані (у стані змушеного простою).

Як Г(t),так і П(t) знаходять з умови, що при t=0 об'єкт працездатний, тобто Г(0)=1, а П(0)=0.

У теорії надійності мається доказ того, що монотонно знижується залежність функції готовності від часу при досить великому видаленні від початку експлуатації (у межі при $t \to \infty$) прагне до деякому сталому значенню, що називають <u>коефіцієнтом готовності </u>і позначають $К_г$, графічно це значить:

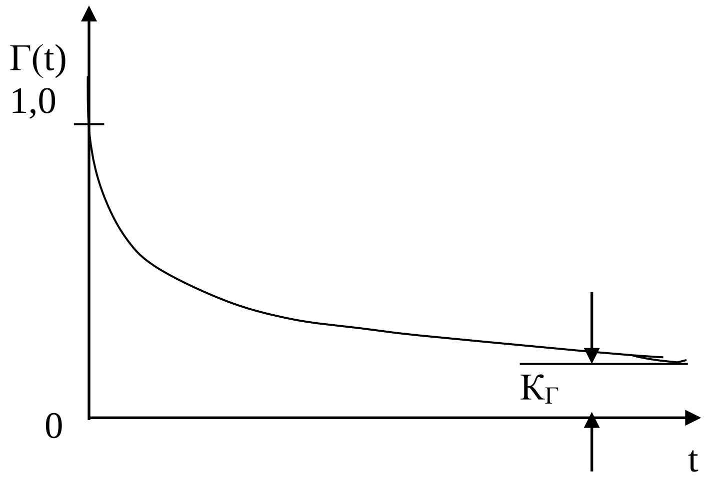

Рис.2.11 Графік функції Г(t)

Аналітично:

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{A}(t) = const = K_{\tilde{A}}\,. \quad (2.49)$$

При цьому

$$K_г = \frac{m_{t_O}}{m_{t_O}+m_{t_B}}\,, \quad (2.50)$$

де m_{to} і $m_{tв}$ – математичні чекання часу безвідмовної роботи і часу відновлення.

З формул випливає, що при $t \to \infty$ імовірність Г(t) застати об'єкт у працездатному стані чисельно дорівнює коефіцієнту готовності $К_г$, значення якого не залежить від законів розподілу випадкових величин часу безвідмовної роботи і часу відновлення .

З останньої формули (2.51) видно також, що коефіцієнт готовності є важливим комплексним показником, тому що він одночасно характеризує дві властивості технічного об'єкта: його безвідмовність (m_{To}) і ремонтопридатність ($m_{Tв}$).

Очевидно також, що $К_г$ можна розуміти як частку загального часу експлуатації об'єкта ,протягом якого він був працездатний (без обліку планових перерв для ТО і ремонту). З обліком цього, статистично $К_г$ визначається як відношення сумарного часу безвідмовної роботи до суми часів безвідмовної роботи і відновлення об'єкта, узятих за той самий календарний період, тобто

$$K_г^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{\sum_1^n T_i + \sum_1^n T_{Bi}}, \qquad (2.51)$$

де T_i – наробіток між 1-ою та і -ою відмовою;

T_{Bi}–время відновлення після і -ї відмови;

n-число відмов за розглянутий період.

Розділивши чисельник і знаменник на n, одержимо:

$$K_г^* = \frac{m_{To}^*}{m_{To}^* + m_{Tв}^*},$$

тобто те ж, що і (2.51), але отримане за даними іспитів або експлуатаційних спостережень.

Якщо в (2.51) чисельник і знаменник розділити на m_{To},то

$$K_г = \frac{1}{1 + \frac{m_{Tв}}{m_{To}}};$$

Позначивши відношення $\frac{m_{T\hat{a}}}{m_{To}} = \rho$, маємо:

$$K_{\text{ã}} = \frac{1}{1+\rho}. \tag{2.52}$$

При цьому:

$$K_{\text{ï}} = 1 - \hat{E}_{\text{ã}} = \frac{\rho}{1+\rho} \tag{2.53}$$

Тому що звичайно $m_{То}$>>$m_{Тв}$, ρ<<1.

Отже, звичайно можна вважати $К_п \approx \rho$.

Тому що, $К_г$ – імовірність працездатного стану об'єкта в довільний момент часу на досить великому видаленні від початку експлуатації, необхідно щоб ця імовірність була по можливості більше. Аналіз формули показує: щоб $К_г \to 1$, потрібно щоб $\rho \to 0$, тобто потрібно, щоб $m_{То}$ збільшувалось, а $m_{Тв}$ зменьшувалось. Це зрозуміло інтуїтивно і відомо на практиці. Важливо, що $К_г$ дає нам комплексно кількісну оцінку всього цього.

$К_г$ – найважливіший показник ремонтованих і відновлюваних на місці застосування об'єктів і систем. Для системи ЕЛП залізн. $К_г \approx 0{,}998$.

Поряд з коефіцієнтом готовності важливе практичне значення має ще один комплексний показник надійності – коефіцієнт технічного використання об'єкта Кт.в.

Дотепер процес експлуатації ремонтованого об'єкта ми розглядали без обліку перерв для планового технічного обслуговування і ремонтів. В окремих випадках такий режим експлуатації застосовується – без профілактики до відмов. Потім відновлення і знову робота до відмов.

Але в більшості випадків така стратегія не прийнятна, тому що як правило, відмови, що випадково виникають у довільний момент часу приводять до значно більшого збитку, чим витрати на планове ТО і ремонт (буває і навпаки, це питання економічне і тут існує оптимум). Про це розмова нижче, а поки візьмемо випадок, що часто зустрічається, коли процес експлуатації складається з періодів безвідмовної роботи, що чергуються між собою, відновлень після відмов і планового технічного обслуговування.

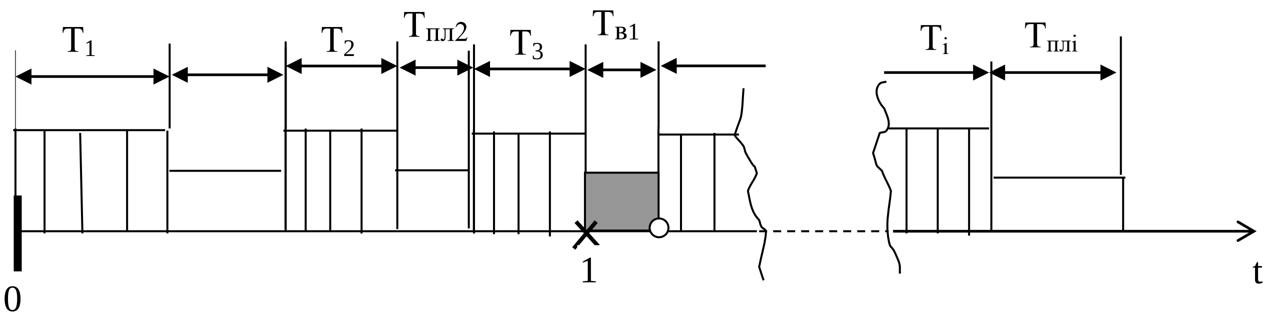

Рис.2.12 Реалізація експлуатації об'єкту з відмовою і з плановими ремонтами

Для такої стратегії експлуатації Кт.в. визначається як відношення математичного очікування сумарного часу перебування об'єкта в працездатному стані (за деякий період експлуатації) до суми математичних очікувань сумарного часу безвідмовної роботи і часу всіх простоїв, викликаних відновленням працездатності після відмов, а також плановим технічним обслуговуванням і ремонтом за той же період експлуатації.

Або інакше:

Кт.в. показує імовірність застання об'єкту у працездатному стані з обліком планового технічного обслуговуванням і ремонту. Очевидно, що Кт.в.$\leq$ Кг.

Якщо число відмов за період експлуатації (t_1, t_2) дорівнює Ω, то загальний час експлуатації складається з трьох доданків :

1) Час перебування в працездатному стані - $\Omega \cdot m_{To}$.

2) Час перебування в аварійних ремонтах загальною тривалістю - $\Omega \cdot m_{Tв}$.

3)Час перебування на планових ТО і ремонтах-ΣТпл.

Т.е. $t_1 - t_2 = \Omega_{m_{To}} + \Omega_{m_{TB}} + \sum T_{\text{ПЛ}}$. (2.54)

Тоді коефіцієнт технічного використання:

$$K_{\text{Т.И.}} = \frac{\Omega m_{To}}{\Omega m_{To} + \Omega m_{Tв} + \sum T_{\text{ПЛ}}} \quad (2.55)$$

Звідси випливає, що Кт.в. дорівнює відношенню сумарного часу безвідмовної роботи за розглянутий період експлуатації до календарної тривалості цього періоду.

Розділимо чисельник і знаменник на сумарний час безвідмовної роботи і відбудовних аварійних ремонтів

$$K_{\text{Т.И.}} = \frac{\frac{\Omega m_{To}}{\Omega m_{To}+\Omega m_{Tв}}}{1+\frac{\sum T_{\text{ПЛ}}}{\Omega m_{To}+\Omega m_{Tв}}} = \frac{\frac{m_{To}}{m_{To}+m_{Tв}}}{1+\frac{\sum T_{\text{ПЛ}}}{\Omega(m_{To}+m_{Tв})}}.$$

Чисельник цього вираження є Кг. Позначивши в знаменнику відношення сумарного часу на планове ТО і ремонти до сумарного часу безвідмовної роботи і відновлень через $\gamma = \frac{\sum T_{\text{ПЛ}}}{\Omega(m_{\text{То}}+m_{\text{Тв}})}$, одержимо:

$$K_{\text{Т.И.}} = \frac{K_{Г}}{1+\gamma}. \tag{2.56}$$

Ця формула дає зв'язок Кт.в. і Кг. ясно, що Кт.в.$\leq$ Кг. Добре видно, що чим більше γ ,тим менше Кт.в. в порівнянні з Кг.

На цьому ми закінчуємо з першою підгрупою відновлюваних на місці застосування об'єктів.

У другій підгрупі відновлюваних на місці застосування об'єктів(або систем) їхні відмови в цілому і простої на відновленні не припустимі; при відмовах окремих елементів система продовжує функціонувати за рахунок резервних елементів і ремонт що відмовили роблять при працюючій системі.

Надійність таких об'єктів найчастіше оцінюють за допомогою умовної імовірності безвідмовної роботи $P(t_i, t_j)$ у течії заданого інтервалу часу від t_i до t_j за умови, що в початковий момент часу t_i всі елементи об'єкта працездатні.

Відмінність $P(t_i, t_j)$ від відповідного показника неремонтуємих або невідновлюваних на місці застосування об'єктів у тому, що при обчисленні $P(t_i, t_j)$ враховується можливість відмов і ремонт елементів, що відмовили, при працездатній системі в цілому. При цьому технічна ефективність функціонування системи може трохи знижуватися. Важливе значення, тому, здобуває показник технічної ефективності функціонування $E_{ф}=\frac{A_0}{A}=\frac{A-a}{A}$, де

А – максимально можливий вихідний ефект системи;

A_0 - реальний вихідний ефект з урахуванням відмов;

а - збиток від відмов.

Для об'єктів цієї підгрупи, як показники надійності можуть також використовуватися параметр потоку відмов $\omega(t)$, наробіток на відмову $m_{То}$ й інші характеристики. Але при цьому знову ж мова йде про відмову елементів при працюючій системі.

Оцінка всіх цих перерахованих показників при проектуванні проводиться звичайно при допущенні про експонентний розподіл часів безвідмовної роботи і відновленні елементів.

На цьому ми завершуємо розгляд розділу , присвяченого кількісним характеристикам і показникам надійності.