

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ЗАТВЕРДЖУЮ



Декан математичного факультету

С.І. Гоменюк
(ініціали та прізвище)

2025 р.

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

АНАЛІТИЧНА ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ

підготовки бакалавра
денної форми здобуття освіти
освітньо-професійна програма Математика
спеціальності 111 Математика
галузі знань 11 Математика та статистика

ВИКЛАДАЧІ: Спиця О.Г., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри загальної математики

Обговорено та ухвалено
на засіданні загальної математики

Протокол № 1 від «29» серпня 2025 р.
Завідувач кафедри загальної математики


(підпис)

І.В. Зіновєєв
(ініціали, прізвище)

Погоджено
Гарант освітньо-професійної програми


(підпис)

М.О. Гречнева
(ініціали, прізвище)

2025 рік

Зв'язок з викладачем: *Спиця Оксана Геннадіївна*

E-mail: *spytsa.o.g@gmail.com*

Сезн ЗНУ повідомлення: *<https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=1766>*

Телефон: *(061)289-12-54*

Інші засоби зв'язку: *Moodle (форум курсу, приватні повідомлення)*

Кафедра: загальної математики, 1-й корп. ЗНУ, ауд. 21а (1^й поверх)

1. Опис навчальної дисципліни

Аналітична теорія чисел – це розділ теорії чисел, який вивчає кількісні аспекти різних об'єктів арифметичного походження за допомогою аналітичних методів, до яких, зокрема, відноситься метод комплексного інтегрування та метод тригонометричних сум. Ми обговоримо доведення таких класичних фактів, як асимптотичний закон розподілу простих чисел і теорема Діріхле про прості в арифметичних прогресіях, розглянемо зв'язок між дзета-функцією Рімана та розподілом простих, навчимося використовувати метод комплексного інтегрування. Вивчимо основні властивості тригонометричних сум і з їхньою допомогою доведемо класичні результати про розподіл квадратичних відрахувань та першоподібних коренів, а також досліджуємо деякі питання, пов'язані з відхиленням послідовностей від рівномірного розподілу. Також ми зрозуміємо, як теорія чисел може використовуватись для наближених методів (теоретико-числовий метод Коробова).

Метою викладання навчальної дисципліни «Аналітична теорія чисел» є освоєння методів математичного аналізу для розв'язання теоретико-числових задач, зокрема вивчення розподілу простих чисел, асимптотичних законів та функцій, що базуються на застосуванні комплексного аналізу.

Основним **завданням** вивчення дисципліни «Алгебра та теорія чисел» є:

- ознайомлення з основними поняттями теоретико-числових функцій;
- вивчення основних формул та методів підсумовування;
- набуття вмінь і навичок виводити асимптотичні формули для сум;
- засвоєння студентами методів дослідження рівномірного розподілу послідовностей;
- набуття вмінь і навичок отримувати точні оцінки арифметичних функцій, а також отримання асимптотичних формул та оцінок для сум значень арифметичних функцій;
- оволодіння вміннями досліджувати складності теоретико-числових алгоритмів.

Паспорт навчальної дисципліни

Нормативні показники	денна форма здобуття освіти	заочна форма здобуття освіти
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Статус дисципліни	Вибіркова	
Семестр	5-й	
Кількість кредитів ECTS	3	
Кількість годин	90	
Лекційні заняття	14 год.	
Практичні заняття	14 год.	
Самостійна робота	62 год.	
Консультації	https://us05web.zoom.us/j/8936770070?pwd=R2RhRnU2TTVnTmREL1dEbG9mckhOdz09 код доступу: 123456	
Вид підсумкового семестрового контролю:	залік	
Посилання на електронний курс у СЕЗН ЗНУ (платформа Moodle)	https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=1766	

2. Методи досягнення запланованих освітньою програмою компетентностей і результатів навчання

Компетентності / результати навчання	Методи навчання	Форми і методи оцінювання
Компетентності		
ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.	– інтегральні методи; – словесні методи викладення матеріалу на лекціях; – методи аналізу й систематизації; – навчальні дискусії; – самостійна робота студентів; – контроль, самоконтроль і корекція, самокорекція при виконанні робіт поточного, підсумкового контролю, індивідуальних завдань; – методи комунікації на заняттях, при захисті виконаних робіт; – методи колективної роботи під час практичних занять; – практичні методи: досліди, вправи, навчальна праця; – індуктивні та дедуктивні методи; – репродуктивні та точні методи; – проблемно-пошукові методи.	Поточний контроль: захист самостійних робіт, опитування, тестування Підсумковий контроль: захист індивідуального завдання, тестування
ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях		
СК-1. Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання		
СК-2. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі		
СК-3. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок		
СК-8. Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів		
Програмні результати навчання		
РН-3. Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.	– дослідницький метод спрямований на залучення студентів до самостійного розв'язання задач; – метод проблемного викладу навчального матеріалу і створення проблемних ситуацій;	Поточний контроль: захист самостійних робіт, оцінювання участі в дискусії, опитування, тестування Підсумковий контроль: захист індивідуального завдання, тестування

Компетентності / результати навчання	Методи навчання	Форми і методи оцінювання
РН-4. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.	– стимулювання до генерації оригінальних ідей при розв'язанні теоретичних і практичних задач; – частково-пошуковий (евристичний) метод спрямований на залучення студентів до самостійного розв'язання пізнавальних завдань з використанням різних джерел інформації; – пояснювально-ілюстративний метод; – репродуктивний метод; – активні методи навчання: послідовна й цілеспрямована постановка перед студентами завдань, розв'язуючи які вони активно засвоюють нові знання і отримують вміння і навички.	
РН-10. Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.		
РН-18. Знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії функцій комплексної змінної.		

3. Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Основні поняття та задачі аналітичної теорії чисел

Історія виникнення аналітичної теорії чисел. Принцип «ящиків Дирихле». Означення найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного скінченного числа цілих чисел в термінах теорії ідеалів. Основні властивості конгруенцій. Арифметичні функції та добуток Дирихле.

Змістовий модуль 2. Арифметичні функції та добуток Дирихле

Середнє значення арифметичної функції. Формула підсумовування Ойлера–Сонина. Формула підсумовування Абеля. Властивості рядів Белля. Узагальнений добуток Дирихле та його властивості.

Змістовий модуль 3. Асимптотичні формули для сум

Суматорна функція дільників. Метод гіперболи отримання асимптотичної формули для числа цілих точок у колі, шарі. Ряди Дирихле. Основні властивості характерів Дирихле. Структурний опис характеру Дирихле за модулем m . Асимптотичний закон розподілу простих чисел. Залишковий член в асимптотичному законі розподілу простих чисел. Прості числа в арифметичних прогресіях.

Змістовий модуль 4. Тригонометричні суми

Лінійні тригонометричні суми, деякі їх застосування. Суми Гаусса. Розподіл квадратичних лишків в натуральному ряду. Сума Клостермана. Неповні тригонометричні суми.

4. Структура навчальної дисципліни

Вид заняття / роботи	Назва теми	Кількість годин		Згідно з розкладом
		о/д.ф.	з.ф.	
Лекція 1	Тема. Елементарна теорія чисел	2		один раз на два тижні
Лекція 2	Тема. Арифметичні функції	2		
Лекція 3	Тема. Добуток Дирихле та деякі його застосування	2		
Лекція 4	Тема. Суматорна функція дільників. Асимптотичні оцінки сум	2		
Лекція 5	Тема. Асимптотичний закон розподілу простих чисел. Залишковий член в асимптотичному законі розподілу простих чисел	2		
Лекція 6	Тема. Лінійні тригонометричні суми, деякі їх застосування	2		
Лекція 7	Тема. Неповні тригонометричні суми	2		
Практичне заняття 1	Тема. Елементарна теорія чисел	2		один раз на два тижні
Практичне заняття 2	Тема. Арифметичні функції	2		
Практичне заняття 3	Тема. Добуток Дирихле та деяк його застосування	2		
Практичне заняття 4	Тема. Суматорна функція дільників. Асимптотичні оцінки сум	2		
Практичне заняття 5	Тема. Асимптотичний закон розподілу простих чисел. Залишковий член в асимптотичному законі розподілу простих чисел	2		
Практичне заняття 6	Тема. Лінійні тригонометричні суми, деякі їх застосування	2		
Практичне заняття 7	Тема. Неповні тригонометричні суми	2		
Самостійна робота 1	Тема. Принцип «ящиків Дирихле»	4		
Самостійна робота 2	Тема. Арифметичні функції та добуток Дирихле	4		
Самостійна робота 3	Тема. Середнє значення арифметичної функції	4		
Самостійна робота 4	Тема. Основні властивості характерів Дирихле. Структурний опис характеру Дирихле за модулем m	4		
Самостійна робота 5	Тема. Прості числа в арифметичних прогресіях	4		
Самостійна робота 6	Виконання ІДЗ 1: Отримання асимптотичної формули., асимптотичної оцінки	10		
Самостійна робота 7	Тема. Розподіл квадратичних лишків в натуральному ряду	4		
Самостійна робота 8	Тема. Суми Гаусса	4		

Вид заняття / роботи	Назва теми	Кількість годин		Згідно з розкладом
		о/д.ф.	з.ф.	
Самостійна робота 9	Тема. Сума Клостермана	4		
Самостійна робота 10	Виконання ІДЗ 2: Методи комплексного інтегрування та тригонометричних сум	10		
Самостійна робота 11	Підготовка до підсумкового контролю	10		

5. Види і зміст контрольних заходів

Вид заняття/ роботи	Вид контрольного заходу	Зміст контрольного заходу	Критерії оцінювання та термін виконання*	Усього балів
Поточний контроль				
Домашня робота 1	Самостійна робота	Розв'язання завдань з теми Елементарна теорія чисел. Арифметичні функції	Виконання завдань: Правильно виконана робота – 10	10
Домашня робота 2	Самостійна робота	Розв'язання завдань з теми Добуток Дирихле та деякі його застосування	Виконання завдань: Правильно виконана робота – 10	10
Домашня робота 3	Самостійна робота	Розв'язання завдань з теми Суматорна функція дільників. Асимптотичні оцінки сум	Виконання завдань: Правильно виконана робота – 10	10
Домашня робота 4	Самостійна робота	Розв'язання завдань з теми Асимптотичний закон розподілу простих чисел. Залишковий член в асимптотичному законі розподілу простих чисел	Виконання завдань: Правильно виконана робота – 10	10
Домашня робота 5	Самостійна робота	Розв'язання завдань з теми Лінійні тригонометричні суми, деякі їх застосування	Виконання завдань: Правильно виконана робота – 10	10
Домашня робота 6	Самостійна робота	Розв'язання завдань з теми Неповні тригонометричні суми	Виконання завдань: Правильно виконана робота – 10	10
Усього за поточний контроль	9			60
Підсумковий контроль				
Залік	2 індивідуальних завдання	Завдання з усіх тем курсу	Повністю і правильно розв'язане 1 індивідуальне завдання – 10	20
	Практичне завдання	10 багатоваріантних питань; 2 відкритих практичних завдання	Правильна відповідь на 1 багатоваріантне питання – 1; правильна відповідь на 1 відкрите практичне завдання – 5	20
Усього за підсумковий контроль				40

Шкала оцінювання ЗНУ: національна та ECTS

За шкалою ECTS	За шкалою університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	незараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов’язковим повторним курсом)		

6. Основні навчальні ресурси

1. Авдєєва Т. В., Горбачук В. М. Алгебра. Основи алгебраїчних структур. Навчальний посібник. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 79 с.
2. Алгебра і теорія чисел : метод. рек. до проведення практ. занять та організації самостійної роботи студентів предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика). Полтава : ПНПУ імені В. Г. Короленка, 2021. 96 с.
3. Верпатова Н. Алгебра і теорія чисел. Основні факти та алгоритми (дидактичні матеріали для самостійної роботи студентів). Київ : УДУ імені Михайла Драгоманова, 2023. 130 с.
4. Гарвацький В. С., Кулик В. Т., Рокіцький І. О., Рокіцький Р. І., Ясінський В. А. Збірник задач з теорії чисел. Вінниця : ДОВ "Вінниця", 2003. 140с
5. Гиря Н. П., Заварзіна О. О., Каролінський Є. О., Полякова Л. Ю. Елементи теорії чисел : навчально-методичний посібник з елементів алгебри та теорії чисел. Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024. 48 с
6. Горбачук О. Л., Комарницький М. Я., Матурін Ю. П. Навчально-методичний посібник з алгебри і теорії чисел. Львів : Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2006. 106 с.
7. Москаленко Ю. Д., Редчук К. С. Алгебра і теорія чисел : Тренувальні вправи та контрольні роботи для студентів 2 курсу напряму підготовки "Математика". Полтава : ПНПУ імені В. Г. Короленка, 2009. 60 с.
8. Погоруй А. О., Фонарюк О. В. Алгебра і теорія чисел : навч.-метод. посіб. Житомир : ЖДУ ім. Івана Франка, 2024. 86 с. URL : <https://files.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi82/0062289.pdf>
9. Требенко Д. Я., Требенко О. О. Алгебра і теорія чисел. Ч. 1. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2009. 420 с.
10. Burton D. Elementary Number Theory, McGraw-Hill, 2005.
11. Ireland K., Rosen M. A. A Classical Introduction to Modern Number Theory. Springer, 1990.

7. Регуляції і політики курсу

Відвідування занять. Регуляція пропусків.

Відвідування усіх занять є обов'язковим. Студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів робіт, передбачених даною дисципліною. Пропуски та запізнення на заняття є недопустимими.

Політика академічної доброчесності

Недопустимо списування та плагіат, а також несвоєчасне виконання поставленого завдання. При використанні інформації необхідно дотримуватися норм цитування. Неприпустиме складання роботи, виконаної іншою особою.

Використання комп'ютерів/телефонів на занятті

Використання мобільних телефонів, ноутбуків та інших гаджетів під час лекційних та лабораторних занять дозволяється виключно у навчальних цілях (з активованим режимом «без звуку»).

Під час виконання поточних тестів та підсумкового контролю використання гаджетів заборонено.

Комунікація

Комунікація викладача зі студентами здійснюється на заняттях, через Telegram і в СЕЗН Moodle (форум курсу, приватні повідомлення)

ДОДАТКОВА ІНФОРМАЦІЯ

ГРАФІК ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ 2025-2026 н. р. доступний за адресою:
https://sites.znu.edu.ua/navchalnyj_viddil/1635.ukr.html.

НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЦЕС ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ. Перевірка набутих студентами знань, навичок та вмінь (атестації, заліки, іспити та інші форми контролю) є невід'ємною складовою системи забезпечення якості освіти і проводиться відповідно до Положення про організацію та методику проведення поточного та підсумкового семестрового контролю навчання студентів ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9tve4lk>.

ПОВТОРНЕ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІН, ВІДРАХУВАННЯ. Наявність академічної заборгованості до 6 навчальних дисциплін (в тому числі проходження практики чи виконання курсової роботи) за результатами однієї екзаменаційної сесії є підставою для надання студенту права на повторне вивчення зазначених навчальних дисциплін. Порядок повторного вивчення визначається Положенням про порядок повторного вивчення навчальних дисциплін та повторного навчання у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9pkmmp5>. Підстави та процедури відрахування студентів, у тому числі за невиконання навчального плану, регламентуються Положенням про порядок переведення, відрахування та поновлення студентів у ЗНУ: <https://tinyurl.com/ycds57la>.

ВИРІШЕННЯ КОНФЛІКТІВ. Порядок і процедури врегулювання конфліктів, пов'язаних із корупційними діями, зіткненням інтересів, різними формами дискримінації, сексуальними домаганнями, міжособистісними стосунками та іншими ситуаціями, що можуть виникнути під час навчання, регламентуються Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/57wha734>. Конфліктні ситуації, що виникають у сфері стипендіального забезпечення здобувачів вищої освіти, вирішуються стипендіальними комісіями факультетів, коледжів та університету в межах їх повноважень, відповідно до: Положення про порядок призначення і виплати академічних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/yd6bq6p9>; Положення про призначення та виплату соціальних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9r5dpwh>.

ПСИХОЛОГІЧНА ДОПОМОГА. Телефон довіри практичного психолога **Марті Ірини Вадимівни** (061) 228-15-84, (099) 253-78-73 (щоденно з 9 до 21).

УПОВНОВАЖЕНА ОСОБА З ПИТАНЬ ЗАПОБІГАННЯ ТА ВИЯВЛЕННЯ КОРУПЦІЇ
Запорізького національного університету: **Банах Віктор Аркадійович**
Електронна адреса: v_banakh@znu.edu.ua
Гаряча лінія: тел. (061) 227-12-76, факс 227-12-88

РІВНІ МОЖЛИВОСТІ ТА ІНКЛЮЗИВНЕ ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ. Центральні входи усіх навчальних корпусів ЗНУ обладнані пандусами для забезпечення доступу осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення. Допомога для здійснення входу у разі потреби надається черговими охоронцями навчальних корпусів. Якщо вам потрібна спеціалізована допомога, будь ласка, зателефонуйте (061) 228-75-11 (начальник охорони). Порядок супроводу (надання допомоги) осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення у ЗНУ: <https://tinyurl.com/ydhcsagx>.

РЕСУРСИ ДЛЯ НАВЧАННЯ

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА: <http://library.znu.edu.ua>. Графік роботи абонементів: понеділок-п'ятниця з 08.00 до 16.00; вихідні дні: субота і неділя.

СИСТЕМА ЕЛЕКТРОННОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ (MOODLE):
<https://moodle.znu.edu.ua>

Якщо забули пароль/логін, направте листа з темою «Забув пароль/логін» за адресою:
moodle.znu@znu.edu.ua.

У листі вкажіть: прізвище, ім'я, по-батькові українською мовою; шифр групи; електронну адресу. Якщо ви вказували електронну адресу в профілі системи Moodle ЗНУ, то використовуйте посилання для відновлення паролю <https://moodle.znu.edu.ua/mod/page/view.php?id=133015>.

ЦЕНТР ІНТЕНСИВНОГО ВИВЧЕННЯ ІНОЗЕМНИХ МОВ: <http://sites.znu.edu.ua/child-advance/>