

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Декан математичного факультету



С.І. Гоменюк  
(ініціали та прізвище)

2025 р.

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**ОСНОВИ ВЕКТОРНОГО І ТЕНЗОРНОГО АНАЛІЗУ**

підготовки бакалавра  
денної форми здобуття освіти  
освітньо-професійна програма Математика  
спеціальності 111 Математика  
галузі знань 11 Математика та статистика

**ВИКЛАДАЧ:** Красікова І.В., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики

Обговорено та ухвалено  
на засіданні кафедри фундаментальної та  
прикладної математики

Протокол № 1 від «28» серпня 2025 р.  
Завідувач кафедри фундаментальної та  
прикладної математики

С.М. Гребенюк  
(ініціали, прізвище)

Погоджено  
Гарант освітньо-професійної програми

М.О. Гречнєва  
(ініціали, прізвище)

2025 рік

**Зв'язок з викладачем:**

**E-mail:** [studfmznu@gmail.com](mailto:studfmznu@gmail.com)

**Сезн ЗНУ повідомлення:** *Красікова Ірина Володимирівна*

**Телефон:** (050) 514-54-85

**Інші засоби зв'язку:** *Telegram* – (050) 514-54-85

**Кафедра фундаментальної та прикладної математики:** – *I корпус, ауд. 21*

## 1. Опис навчальної дисципліни

Векторний і тензорний аналіз є математичним апаратом, що дозволяє представити в найбільш загальній і компактній аналітичній формі основні операції над багатокомпонентними величинами, які застосовуються при дослідженні різних проблем геометрії й фізики. Особливе значення векторний і тензорний аналіз має в механіці і фізиці, де за його допомогою основні рівняння й закони набувають вигляд, незалежний від системи координат. Застосування тензорного апарату дозволяє уникнути основних труднощів, що виникають при постановці просторових задач механіки, пов'язаних з необхідністю повторення складних і громіздких викладок у кожному окремому випадку, і більш того, цей апарат допомагає узагальнити методи розв'язання задач. Це дозволяє створити універсальні методи, алгоритми й програми для вирішення різних проблем не тільки механіки, а й багатьох прикладних наук таких як гідромеханіка, аеродинаміка, електротехніка, радіоелектроніка, біохімія, електромагнетизм, хімія. Крім того, треба зауважити, що всі тензорні операції дуже легко й ефективно програмуються на універсальних алгоритмічних мовах для ЕОМ. Це обумовлює застосування тензорного апарату в чисельних методах.

**Метою** вивчення навчальної дисципліни «Основи векторного і тензорного аналізу» є:

- оволодіння основними поняттями та методами векторного і тензорного аналізу, необхідними для застосування у ряді галузей знань;
- засвоєння основних теоретичних відомостей і набуття практичних вмінь і навичок розв'язування основних типів задач;
- опанування навичками знаходити науково-технічну інформацію з різних джерел з використанням сучасних інформаційних технологій.

Дисципліна розрахована на 1 семестр. Здобувачам в пригоді стануть дисципліни «Математичний аналіз-1», «Математичний аналіз-2», «Лінійна алгебра».

## Паспорт навчальної дисципліни

Нормативні показники	заочна форма здобуття освіти
Статус дисципліни	Вибіркова
Семестр	7 -й
Кількість кредитів ECTS	7
Кількість годин	210
Лекційні заняття	30 год.
Практичні заняття	30 год.
Самостійна робота	150 год.



Консультації	Дистанційно, Zoom
Вид підсумкового семестрового контролю:	залік
Посилання на електронний курс у СЕЗН ЗНУ (платформа Moodle)	<a href="https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=4954">https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=4954</a>

## 2. Методи досягнення запланованих освітньою програмою компетентностей і результатів навчання

КОМПЕТЕНТНОСТІ/ результати навчання	Методи навчання	Форми і методи оцінювання
<b>ЗК1.</b> Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу	<ul style="list-style-type: none"> <li>– проблемно-орієнтоване навчання;</li> <li>– лекційно-демонстраційний метод</li> <li>– практично-дослідницький метод</li> <li>– індуктивні та дедуктивні методи</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– виконання контрольних завдань;</li> <li>– тестування;</li> <li>– виконання індивідуального завдання.</li> </ul>
<b>СК1.</b> Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання <b>СК8.</b> Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів	<ul style="list-style-type: none"> <li>– лекційно-демонстраційний метод</li> <li>– практично-дослідницький метод</li> <li>– індуктивні та дедуктивні методи</li> <li>– проблемно-пошукові методи</li> <li>– репродуктивні методи</li> <li>– самостійна робота студентів</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– виконання контрольних завдань;</li> <li>– тестування;</li> <li>– виконання індивідуального завдання.</li> </ul>
<b>РН 3.</b> Знати принципи <i>modus ropens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень <b>РН11.</b> Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– лекційно-демонстраційний метод</li> <li>– практичні заняття</li> <li>– проблемно-пошуковий метод</li> <li>– самостійна робота студентів</li> <li>– тренувальні вправи</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– виконання контрольних завдань;</li> <li>– підсумковий контроль (виконання індивідуального завдання);</li> <li>– підсумковий контроль (залік).</li> </ul>



### 3. Зміст навчальної дисципліни

#### **Змістовий модуль 1.** *Основні елементи векторної алгебри.*

Основні операції над векторами та їх властивості. Лінійна залежність векторів. Векторний базис. Розклад вектора за базисними векторами. Поняття ортонормованого базису. Взаємні базиси та їх властивості. Контраваріантні і коваріантні компоненти вектора. Закон перетворення компонент вектора як основа аналітичного визначення вектора. Зв'язок між коваріантними й контраваріантними компонентами вектора. Метричний тензор та його властивості. Ортогональні базиси. Прямокутна декартова система координат.

#### **Змістовий модуль 2.** *Поняття тензора. Закон перетворення компонент тензора. Приклади тензорів. Властивості тензорів.*

Часткові випадки тензорів у тривимірному просторі. Скаляр і вектор як тензори нульового і першого рангу. Означення тензора в загальному випадку. Закон перетворення компонент тензора. Розклад тензора за векторами. Фізичні компоненти тензора. Тензор напружень та тензор моментів інерції як фізичні приклади тензорів другого рангу. Метричний тензор.

#### **Змістовий модуль 3.** *Криволінійні координати. Ортогональні системи координат.*

Радіус-вектор точки. Способи завдання координат у просторі. Координатні поверхні та координатні лінії. Поняття криволінійних координат. Локальний базис криволінійної системи координат. Елементи простору в криволінійних координатах. Ортогональні системи координат. Коефіцієнти Ламе та їх геометричний зміст. Циліндрична та сферична системи координат як приклади ортогональних криволінійних систем координат.

#### **Змістовий модуль 4.** *Операції над тензорами. Головні осі тензора. Інваріанти тензора.*

Визначення операцій додавання, множення, згортки, симетрування та альтернування тензорів. Головні осі та інваріанти тензора другого рангу. Приведення тензора до головних осей. Шаровий тензор і девіатор тензора другого рангу.

#### **Змістовий модуль 5.** *Тензорні поля. Скалярні і векторні поля та їх характеристики.*

Поняття тензорного поля. Стаціонарні і нестаціонарні тензорні поля. Фізичні та геометричні приклади тензорних полів. Тензор-функція скалярного аргументу та її похідна. Скалярні поля та їх характеристики. Поверхні рівня скалярного поля. Градієнт скалярного поля в точці. Властивості градієнта. Векторні поля та їх характеристики. Потік, дивергенція, циркуляція та ротор векторного поля.

#### **Змістовий модуль 6.** *Інтегральні теореми векторного аналізу. Диференціальні операції першого і другого порядку. Дії з оператором «набла».*

Теореми Остроградського та Стокса у векторному вигляді. Диференціальні операції першого і другого порядків. Оператор Лапласа і гармонічні функції. Оператор Гамільтона набла та його властивості. Застосування оператора набла до добутків скалярних і векторних полів.

#### **Змістовий модуль 7.** *Спеціальні види векторних полів.*

Потенціальне векторне поле. Критерій потенціальності векторного поля. Визначення скалярного потенціалу поля. Фізичні приклади потенціальних полів. Соленоїдальне векторне поле. Критерій соленоїдальності. Визначення векторного потенціалу поля. Лапласове векторне поле. Критерій гармонічності поля. Основна теорема векторного аналізу.

#### **Змістовий модуль 8.** *Елементи тензорного аналізу.*

Поле тензора другого рангу. Потік тензорного поля. Приклади обчислення потоку тензорного поля. Похідна тензорного поля в точці за напрямом.

### 4. Структура навчальної дисципліни

Вид заняття /роботи	Назва теми	Кількість годин	Згідно з розкладом

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Силабус навчальної дисципліни



Лекція 1	<p>Тема. Вектори та основні операції над ними</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Поняття вектора. Геометричне та аналітичне визначення</li> <li>• Скалярні та вільні вектори</li> <li>• Додавання і віднімання векторів</li> <li>• Множення вектора на число та його властивості</li> <li>• Скалярний добуток векторів та його фізичний зміст</li> </ul>	2	<i>Тиждень 1</i>
Лекція 2	<p>Тема. Векторний та мішаний добуток</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Векторний добуток векторів</li> <li>• Геометричний зміст векторного добутку</li> <li>• Мішаний добуток векторів</li> <li>• Орієнтований об'єм паралелепіпеда</li> <li>• Застосування векторних добутків у фізиці</li> </ul>	2	<i>Тиждень 2</i>
Лекція 3	<p>Тема. Лінійна залежність векторів. Векторний базис</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Лінійна комбінація векторів</li> <li>• Лінійна залежність і незалежність</li> <li>• Поняття векторного базису</li> <li>• Розклад вектора за базисними векторами</li> <li>• Координати вектора в базисі</li> </ul>	2	<i>Тиждень 3</i>
Лекція 4	<p>Тема. Ортонормовані та взаємні базиси</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ортогональні та ортонормовані базиси</li> <li>• Взаємні (спряжені) базиси</li> <li>• Властивості взаємних базисів</li> <li>• Геометричний зміст ортонормування</li> <li>• Застосування базисів у механіці</li> </ul>	2	<i>Тиждень 4</i>
Лекція 5	<p>Тема. Контраваріантні та коваріантні компоненти вектора</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Контраваріантні компоненти вектора</li> <li>• Коваріантні компоненти вектора</li> <li>• Закон перетворення компонент вектора</li> <li>• Аналітичне визначення вектора</li> <li>• Фізичний зміст компонент вектора</li> </ul>	2	<i>Тиждень 5</i>
Лекція 6	<p>Тема. Метричний тензор. Ортогональні системи координат</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Поняття метричного тензора</li> <li>• Властивості метричного тензора</li> <li>• Ортогональні базиси</li> <li>• Прямокутна декартова система координат</li> <li>• Зв'язок між метрикою та довжиною вектора</li> </ul>	2	<i>Тиждень 6</i>
Лекція 7	<p>Тема. Поняття тензора та його ранг</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Загальне означення тензора</li> <li>• Ранг тензора</li> <li>• Скаляр і вектор як тензори нульового та першого рангу</li> <li>• Приклади тензорів у фізиці</li> <li>• Алгебраїчні властивості тензорів</li> </ul>	2	<i>Тиждень 7</i>
Лекція 8	<p>Тема. Закон перетворення компонент тензора</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Необхідність закону перетворення</li> <li>• Контраваріантні, коваріантні та змішані тензори</li> <li>• Закон перетворення компонент тензора</li> <li>• Фізичні компоненти тензора</li> <li>• Приклади перетворень</li> </ul>	2	<i>Тиждень 8</i>

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Силабус навчальної дисципліни



Лекція 9	Тема. Тензори другого рангу та їх фізичні приклади <ul style="list-style-type: none"> <li>• Тензор другого рангу</li> <li>• Тензор напружень</li> <li>• Тензор моментів інерції</li> <li>• Геометричний зміст компонент</li> <li>• Метричний тензор як приклад</li> </ul>	2	<i>Тиждень 9</i>
Лекція 10	Тема. Криволінійні координати <ul style="list-style-type: none"> <li>• Радіус-вектор точки</li> <li>• Способи задання координат у просторі</li> <li>• Координатні поверхні та лінії</li> <li>• Поняття криволінійних координат</li> <li>• Локальний базис криволінійної системи</li> </ul>	2	<i>Тиждень 10</i>
Лекція 11	Тема. Ортогональні криволінійні системи координат <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ортогональні системи координат</li> <li>• Коефіцієнти Ламе</li> <li>• Геометричний зміст коефіцієнтів Ламе</li> <li>• Циліндрична система координат</li> <li>• Сферична система координат</li> </ul>	2	<i>Тиждень 11</i>
Лекція 12	Тема. Операції над тензорами <ul style="list-style-type: none"> <li>• Додавання та множення тензорів</li> <li>• Згортка тензорів</li> <li>• Симетрування та альтернування</li> <li>• Властивості тензорних операцій</li> <li>• Фізичні приклади</li> </ul>	2	<i>Тиждень 12</i>
Лекція 13	Тема. Головні осі та інваріанти тензора <ul style="list-style-type: none"> <li>• Головні осі тензора другого рангу</li> <li>• Інваріанти тензора</li> <li>• Приведення тензора до головних осей</li> <li>• Шаровий тензор</li> <li>• Девіатор тензора</li> </ul>	2	<i>Тиждень 13</i>
Лекція 14	Тема. Тензорні, скалярні та векторні поля <ul style="list-style-type: none"> <li>• Поняття тензорного поля</li> <li>• Стаціонарні і нестаціонарні поля</li> <li>• Скалярні поля та поверхні рівня</li> <li>• Градієнт скалярного поля</li> <li>• Векторні поля та їх характеристики</li> </ul>	2	<i>Тиждень 14</i>
Лекція 15	Тема. Диференціальні оператори та інтегральні теореми <ul style="list-style-type: none"> <li>• Потік, дивергенція та ротор</li> <li>• Теорема Остроградського</li> <li>• Теорема Стокса</li> <li>• Оператор набла та його властивості</li> <li>• Основна теорема векторного аналізу</li> </ul>	2	<i>Тиждень 15</i>
Практичне заняття 1	Тема. Вектори та операції над ними <ul style="list-style-type: none"> <li>• Обчислення суми та різниці векторів</li> <li>• Множення вектора на число</li> <li>• Знаходження довжини вектора</li> <li>• Обчислення скалярного добутку</li> <li>• Кут між двома векторами</li> </ul>	2	<i>Тиждень 1</i>
Практичне заняття 2	Тема. Векторний і мішаний добутки <ul style="list-style-type: none"> <li>• Обчислення векторного добутку</li> <li>• Геометричне тлумачення результату</li> <li>• Обчислення мішаного добутку</li> </ul>	2	<i>Тиждень 2</i>

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Силабус навчальної дисципліни



	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знаходження об'єму паралелепіпеда</li> <li>• Перевірка компланарності векторів</li> </ul>		
Практичне заняття 3	<p>Тема. Лінійна залежність. Базис</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Перевірка лінійної залежності векторів</li> <li>• Знаходження базису системи векторів</li> <li>• Розклад вектора за базисом</li> <li>• Знаходження координат вектора</li> <li>• Заміна базису</li> </ul>	2	<i>Тиждень 3</i>
Практичне заняття 4	<p>Тема. Ортонормовані та взаємні базиси</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Перевірка ортогональності базису</li> <li>• Ортонормування системи векторів (метод Грама–Шмідта)</li> <li>• Побудова взаємного базису</li> <li>• Обчислення скалярних добутків у базисі</li> <li>• Геометрична інтерпретація результатів</li> </ul>	2	<i>Тиждень 4</i>
Практичне заняття 5	<p>Тема. Контраваріантні та коваріантні компоненти</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Знаходження контраваріантних компонент</li> <li>• Знаходження коваріантних компонент</li> <li>• Перехід між компонентами за допомогою метрики</li> <li>• Перевірка закону перетворення</li> <li>• Фізичне тлумачення результатів</li> </ul>	2	<i>Тиждень 5</i>
Практичне заняття 6	<p>Тема. Метричний тензор</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Обчислення метричного тензора</li> <li>• Знаходження оберненого метричного тензора</li> <li>• Обчислення довжини вектора через метрику</li> <li>• Обчислення кута між векторами</li> <li>• Перевірка ортогональності базису</li> </ul>	2	<i>Тиждень 6</i>
Практичне заняття 7	<p>Тема. Скаляр і вектор як тензори</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Визначення рангу тензора</li> <li>• Запис скаляра як тензора нульового рангу</li> <li>• Запис вектора як тензора першого рангу</li> <li>• Перевірка тензорного характеру величин</li> <li>• Аналіз фізичних прикладів</li> </ul>	2	<i>Тиждень 7</i>
Практичне заняття 8	<p>Тема. Закон перетворення тензорів</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Перетворення компонент тензора</li> <li>• Робота зі змішаними тензорами</li> <li>• Перехід між системами координат</li> <li>• Перевірка інваріантності</li> </ul>	2	<i>Тиждень 8</i>
Практичне заняття 9	<p>Тема. Тензори другого рангу</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Запис тензора у матричному вигляді</li> <li>• Обчислення компонент тензора</li> <li>• Аналіз симетрії тензора</li> <li>• Фізичні приклади тензорів</li> </ul>	2	<i>Тиждень 9</i>
Практичне заняття 10	<p>Тема. Криволінійні координати</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Перехід від декартових координат до криволінійних</li> <li>• Запис радіус-вектора</li> <li>• Побудова локального базису</li> <li>• Обчислення елементів довжини</li> <li>• Аналіз геометричних властивостей</li> </ul>	2	<i>Тиждень 10</i>

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Силабус навчальної дисципліни



Практичне заняття 11	Тема. Ортогональні криволінійні системи <ul style="list-style-type: none"> <li>• Обчислення коефіцієнтів Ламе</li> <li>• Застосування в циліндричній системі</li> <li>• Застосування в сферичній системі</li> <li>• Перехід між системами координат</li> <li>• Геометричне тлумачення</li> </ul>	2	<i>Тиждень 11</i>
Практичне заняття 12	Тема. Операції над тензорами <ul style="list-style-type: none"> <li>• Додавання та множення тензорів</li> <li>• Згортка тензорів</li> <li>• Симетрування та альтернування</li> <li>• Перевірка властивостей операцій</li> <li>• Приклади з фізики</li> </ul>	2	<i>Тиждень 12</i>
Практичне заняття 13	Тема. Головні осі та інваріанти <ul style="list-style-type: none"> <li>• Знаходження власних значень тензора</li> <li>• Побудова головних осей</li> <li>• Обчислення інваріантів</li> <li>• Розклад на шаровий тензор і девіатор</li> <li>• Аналіз фізичного змісту</li> </ul>	2	<i>Тиждень 13</i>
Практичне заняття 14	Тема. Поля <ul style="list-style-type: none"> <li>• Знаходження градієнта скалярного поля</li> <li>• Обчислення дивергенції</li> <li>• Обчислення ротора</li> <li>• Обчислення потоку векторного поля</li> <li>• Геометрична інтерпретація</li> </ul>	2	<i>Тиждень 14</i>
Практичне заняття 15	Тема. Інтегральні теореми <ul style="list-style-type: none"> <li>• Застосування теореми Остроградського</li> <li>• Застосування теореми Стокса</li> <li>• Обчислення інтегралів</li> <li>• Перевірка умов застосування теорем</li> <li>• Розв'язання задач</li> </ul>	2	<i>Тиждень 15</i>
Самостійна робота	Тема 1. Вектори та основні операції над ними <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дати означення вектора та пояснити його геометричний зміст.</li> <li>• Описати основні операції над векторами та їх властивості.</li> <li>• Пояснити фізичний зміст скалярного добутку.</li> <li>• Навести приклади використання векторів у фізиці та геометрії.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	Тема 2. Лінійна залежність векторів. Векторний базис <ul style="list-style-type: none"> <li>• Пояснити поняття лінійної комбінації векторів.</li> <li>• Сформулювати умови лінійної залежності та незалежності.</li> <li>• Дати означення векторного базису.</li> <li>• Пояснити поняття розмірності векторного простору.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	Тема 3. Ортонормований та взаємний базиси <ul style="list-style-type: none"> <li>• Що таке ортогональний та ортонормований базис.</li> <li>• У чому полягає необхідність введення взаємного базису.</li> <li>• Навести властивості взаємних базисів.</li> </ul>	8	

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Силабус навчальної дисципліни



	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Пояснити геометричний зміст ортонормування.</li> </ul>		
Самостійна робота	<p>Тема 4. Контраваріантні та коваріантні компоненти вектора</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Пояснити різницю між коваріантними та контраваріантними компонентами.</li> <li>• Навести приклади використання обох типів компонент.</li> <li>• Сформулювати закон перетворення компонент вектора.</li> <li>• Пояснити роль закону перетворення у визначенні вектора.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 5. Метричний тензор. Ортогональні базиси</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дати означення метричного тензора.</li> <li>• Навести основні властивості метричного тензора.</li> <li>• Пояснити зв'язок між коваріантними та контраваріантними компонентами.</li> <li>• Охарактеризувати декартову систему координат.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 6. Поняття тензора. Тензори різних рангів</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Пояснити поняття тензора та його ранг.</li> <li>• Чому скаляр і вектор є частковими випадками тензорів.</li> <li>• Навести приклади тензорів різних рангів.</li> <li>• Описати роль тензорів у фізиці та механіці.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 7. Закон перетворення компонент тензора</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Сформулювати закон перетворення компонент тензора.</li> <li>• Пояснити відмінність між тензором і матрицею.</li> <li>• Охарактеризувати мішані тензори.</li> <li>• Пояснити поняття інваріантності тензора.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 8. Тензори другого рангу. Фізичні приклади</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дати означення тензора другого рангу.</li> <li>• Пояснити спосіб розкладу тензора за базисними векторами.</li> <li>• Описати тензор напружень як фізичний об'єкт.</li> <li>• Описати тензор моментів інерції.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 9. Криволінійні координати</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Пояснити поняття криволінійних координат.</li> <li>• Дати означення координатних поверхонь і ліній.</li> <li>• Пояснити роль радіус-вектора.</li> <li>• Описати локальний базис криволінійної системи.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 10. Ортогональні криволінійні системи координат</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дати означення ортогональної системи координат.</li> <li>• Пояснити геометричний зміст коефіцієнтів Ламе.</li> <li>• Охарактеризувати циліндричну систему</li> </ul>	8	

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Силабус навчальної дисципліни



	<p>координат.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Охарактеризувати сферичну систему координат.</li> </ul>		
Самостійна робота	<p>Тема 11. Операції над тензорами</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Описати операції додавання та множення тензорів.</li> <li>Пояснити операцію згортки тензорів.</li> <li>Що таке симетрування тензора.</li> <li>Що таке альтернування тензора.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 12. Головні осі та інваріанти тензора</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Пояснити поняття головних осей тензора.</li> <li>Описати процес приведення тензора до головних осей.</li> <li>Дати означення інваріантів тензора.</li> <li>Пояснити поняття шарового тензора та девіатора.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 13. Тензорні, скалярні та векторні поля</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Дати означення тензорного поля.</li> <li>Пояснити різницю між стаціонарними та нестаціонарними полями.</li> <li>Описати основні характеристики скалярного поля.</li> <li>Навести приклади векторних полів.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 14. Диференціальні характеристики полів</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Пояснити поняття градієнта скалярного поля.</li> <li>Навести властивості градієнта.</li> <li>Дати означення дивергенції та ротора.</li> <li>Пояснити фізичний зміст потоку та циркуляції.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Тема 15. Інтегральні теореми та спеціальні векторні поля</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Сформулювати теорему Остроградського.</li> <li>Сформулювати теорему Стокса.</li> <li>Пояснити зміст оператора набла.</li> <li>Описати потенціальні та соленоїдальні векторні поля.</li> </ul>	8	
Самостійна робота	<p>Підготовка до підсумкового контролю:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Виконання індивідуального завдання</li> <li>Підготовка до заліку</li> </ol>	30	

### 5. Види і зміст контрольних заходів

Вид заняття/роботи	Вид поточного контрольного заходу	Зміст контрольного заходу*	Критерії оцінювання та термін виконання**	Усього балів
1	2	3	4	5
<b>Поточний контроль</b>				
Практичне	Тест 1	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	Містить 6 питань по 1	<b>6</b>

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Силабус навчальної дисципліни



заняття 3		Охоплює теми змістового модулю 1	балу	
Практичне заняття 4	Практична самостійна робота	Розміщено в СЕЗН ЗНУ Охоплює теми змістового модулю 2	Містить 4 задачі по 2 бали. Повне розв'язання задачі оцінюється в 2 бали, часткове розв'язання – 1 бал, неправильне розв'язання або його відсутність – 0 балів	<b>8</b>
Практичне заняття 7	Тест 2	Розміщено в СЕЗН ЗНУ Охоплює теми змістових модулів 3-4	Містить 6 питань по 1 балу	<b>6</b>
Практичне заняття 8	Контрольна робота 1	Розміщено в СЕЗН ЗНУ Охоплює теми змістових модулів 1-4	Містить 5 задач по 2 бали. Повне розв'язання задачі оцінюється в 2 бали, часткове розв'язання – 1 бал, неправильне розв'язання або його відсутність – 0 балів	<b>10</b>
Практичне заняття 11	Тест 3	Розміщено в СЕЗН ЗНУ Охоплює теми змістового модулю 5	Містить 6 питань по 1 балу	<b>6</b>
Практичне заняття 12	Практична самостійна робота	Розміщено в СЕЗН ЗНУ Охоплює теми змістового модулю 6	Містить 2 задач по 2 бали. Повне розв'язання задачі оцінюється в 2 бали, часткове розв'язання – 1 бал, неправильне розв'язання або його відсутність – 0 балів	<b>4</b>
Практичне заняття 14	Тест 4	Розміщено в СЕЗН ЗНУ Охоплює теми змістових модулів 7-8	Містить 5 питань по 1-2 бали	<b>8</b>
Практичне заняття 15	Контрольна робота 2	Розміщено в СЕЗН ЗНУ Охоплює теми змістових модулів 5-8	Містить 4 задачі по 3 бали. Повне розв'язання задачі оцінюється в 3 бали, часткове розв'язання – 1-2 бал, неправильне розв'язання або його відсутність – 0 балів	<b>12</b>
<b>Усього поточний контроль</b>				<b>60</b>
<b>Підсумковий контроль</b>				
<b>Залік</b>	Теоретичне завдання: тестування	Питання для підготовки розміщено в СЕЗН ЗНУ <a href="https://moodle.znu.edu.ua/mod/resource/view.php?id=533434">https://moodle.znu.edu.ua/mod/resource/view.php?id=533434</a> Заліковий тест містить 10 питань.	Тест виконується за розкладом сесії. Містить 10 питань, кожне питання оцінюється в 2 бали	<b>20</b>
	Практичне завдання: Індивідуальне практичне завдання	Індивідуальне завдання. Студент виконує завдання свого варіанту.	Індивідуальне завдання містить 12 задач. Виконується в окремому	<b>20</b>



		Докладний зміст завдання розташований в СЕЗН ЗНУ <a href="https://moodle.znu.edu.ua/mod/resource/view.php?id=533431">https://moodle.znu.edu.ua/mod/resource/view.php?id=533431</a>	зошиті та надається на перевірку. Термін виконання – до залікового тижня. Бали розподіляються пропорційно між кількістю задач	
<b>Усього підсумковий контроль</b>				<b>40</b>

### Шкала оцінювання ЗНУ: національна та ECTS

За шкалою ECTS	За шкалою університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)		
E	60 – 69 (достатньо)	3 (задовільно)	Не зараховано
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)		

## 6. Основні навчальні ресурси

### Рекомендована література

1. Гребенюк С.М., Стреляєв Ю.М., Клименко М.І. Тензорний аналіз: навчальний посібник для студентів освітнього ступеня «бакалавр» напряму підготовки «Математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2015. 90 с.
2. Разумова М.А., Хотяїнцев В.М. Основи векторного і тензорного аналізу. К. Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2011. 216 с.
3. Киричевський В.В., Кудря В.І., Стреляєв Ю.М. Основи тензорного аналізу: навчально-методичний посібник для студентів математичного факультету. Запоріжжя: ЗНУ, 2005. 88 с.
4. Стреляєв Ю.М., Клименко М.І. Основи векторного і тензорного аналізу: навчальний посібник для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки «Фізика». Запоріжжя: ЗНУ, 2012. 69 с.
5. Сеньків М.Т. Векторний і тензорний аналіз. Львів: вид-во Львів. ун-ту, 1990, 148 с.
6. M. Corral. Vector Calculus. Schoolcraft College. 2008. 213 p.
7. Emil de Souza Sa'nchez Filho. Tensor Calculus for Engineers and Physicists. Springer. 2016. 341 p.

### Інформаційні ресурси

1. Система електронного забезпечення навчання ЗНУ. URL: <https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=4954>
2. Наукова бібліотека Запорізького національного університету. URL : <http://library.znu.edu.ua/>
3. Онлайн-курс з векторного аналізу. URL : <https://surl.li/icldgj>
4. Сайт Wolfram Mathematica, демонстраційні проєкти. <https://demonstrations.wolfram.com/topics/mathematics>

## 7. Регуляції і політики курсу



### **Відвідування занять. Регуляція пропусків.**

*Відвідування усіх занять є обов'язковим. У разі поважної причини відсутності студента на занятті, студент має розібратися з матеріалом самостійно та за потреби задати питання викладачу на консультації.*

### **Політика академічної доброчесності**

*Кожний студент мусить виконувати завдання поточного та підсумкового контролю самостійно та відповідно свого індивідуального варіанту. Якщо студент виконує інший варіант завдання, така робота не зараховується та підлягає перевиконанню. За умови підозри на несамотійне виконання завдання (онлайн-ресурси, ChatGPT) студент запрошується на відеоконференцію на платформі Zoot, де відповідає на питання стосовно виконаного завдання. В разі відмови надати пояснення стосовно своєї роботи, робота не зараховується.*

### **Використання комп'ютерів/телефонів на занятті**

*Використання технічних засобів (мобільних телефонів, ноутбуків, планшетів та інших персональних гаджетів) під час лекційних і практичних занять дозволено лише в навчальних цілях. Використання мобільних телефонів для спілкування протягом лекційних або лабораторних занять заборонено. Під час проведення заходів поточного і підсумкового контролю використання власних технічних засобів також заборонено.*

### **Комунікація**

*Комунікація студентів з викладачем здійснюється під час аудиторних занять та на консультаціях. За потреби – через Telegram, Moodle, електронну пошту. Термінові повідомлення надсилаються студентам в групу в Telegram. Запрошення на відеоконференції на платформі Zoot розміщено на сторінці в СЕЗН ЗНУ.*

## **ДОДАТКОВА ІНФОРМАЦІЯ**

**ГРАФІК ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ 2025-2026 н. р.** доступний за адресою: <https://tinyurl.com/yckze4jd>.

**НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЦЕС ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ.** Перевірка набутих студентами знань, навичок та вмінь (атестації, заліки, іспити та інші форми контролю) є невід'ємною складовою системи забезпечення якості освіти і проводиться відповідно до Положення про організацію та методику проведення поточного та підсумкового семестрового контролю навчання студентів ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9tve4lk>.

**ПОВТОРНЕ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІН, ВІДРАХУВАННЯ.** Наявність академічної заборгованості до 6 навчальних дисциплін (в тому числі проходження практики чи виконання курсової роботи) за результатами однієї екзаменаційної сесії є підставою для надання студенту права на повторне вивчення зазначених навчальних дисциплін. Порядок повторного вивчення визначається Положенням про порядок повторного вивчення навчальних дисциплін та повторного навчання у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9pkmmp5>. Підстави та процедури відрахування студентів, у тому числі за невиконання навчального плану, регламентуються Положенням про порядок переведення, відрахування та поновлення студентів у ЗНУ: <https://tinyurl.com/ycds57la>.

**ВИРІШЕННЯ КОНФЛІКТІВ.** Порядок і процедури врегулювання конфліктів, пов'язаних із корупційними діями, зіткненням інтересів, різними формами дискримінації, сексуальними домаганнями, міжособистісними стосунками та іншими ситуаціями, що можуть виникнути під час навчання, регламентуються Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/57wha734>. Конфліктні ситуації, що виникають у сфері стипендіального забезпечення здобувачів вищої освіти, вирішуються стипендіальними комісіями факультетів, коледжів та університету в межах їх повноважень, відповідно до: Положення про

## ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Силабус навчальної дисципліни



порядок призначення і виплати академічних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/yd6bq6p9>;  
Положення про призначення та виплату соціальних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9r5dpwh>.

**ПСИХОЛОГІЧНА ДОПОМОГА.** Телефон довіри практичного психолога **Марті Ірини Вадимівни** (061) 228-15-84, (099) 253-78-73 (щоденно з 9 до 21).

### **УПОВНОВАЖЕНА ОСОБА З ПИТАНЬ ЗАПОБІГАННЯ ТА ВИЯВЛЕННЯ КОРУПЦІЇ**

Запорізького національного університету: **Банах Віктор Аркадійович**

Електронна адреса: [v\\_banakh@znu.edu.ua](mailto:v_banakh@znu.edu.ua)

Гаряча лінія: Тел. +380612271276

**РІВНІ МОЖЛИВОСТІ ТА ІНКЛЮЗИВНЕ ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ.** Центральні входи усіх навчальних корпусів ЗНУ обладнані пандусами для забезпечення доступу осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення. Допомога для здійснення входу у разі потреби надається черговими охоронцями навчальних корпусів. Якщо вам потрібна спеціалізована допомога, будь ласка, зателефонуйте (061) 228-75-11 (начальник охорони). Порядок супроводу (надання допомоги) осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення у ЗНУ: <https://tinyurl.com/ydhcsagx>.

### **РЕСУРСИ ДЛЯ НАВЧАННЯ**

**НАУКОВА БІБЛІОТЕКА:** <http://library.znu.edu.ua>. Графік роботи абонементів: понеділок-п'ятниця з 08.00 до 16.00; вихідні дні: субота і неділя.

**СИСТЕМА ЕЛЕКТРОННОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ (MOODLE):**  
<https://moodle.znu.edu.ua>

Якщо забули пароль/логін, направте листа з темою «Забув пароль/логін» за адресою: [moodle.znu@znu.edu.ua](mailto:moodle.znu@znu.edu.ua).

У листі вкажіть: прізвище, ім'я, по-батькові українською мовою; шифр групи; електронну адресу. Якщо ви вказували електронну адресу в профілі системи Moodle ЗНУ, то використовуйте посилання для відновлення паролю <https://moodle.znu.edu.ua/mod/page/view.php?id=133015>.

**ЦЕНТР ІНТЕНСИВНОГО ВИВЧЕННЯ ІНОЗЕМНИХ МОВ:** <http://sites.znu.edu.ua/child-advance/>