Тема 2 ЗАГАЛЬНА ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ТА МЕТОДИ ЇЇ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

2.1 Вступні зауваження щодо задач лінійного програмування

На практиці для випуску асортименту своєї продукції виробничі підприємства мають у своєму розпорядженні деякий запас, як правило, обмежених ресурсів (сировинних, трудових, енергетичних, паливних, грошових), деякий набір взаємозамінних технологій, устаткування і т.п. Транспортна фірма, що здійснює постачання від підприємств-виробників до замовників-споживачів, має можливість вибору в розподілі вантажу. Координатор з логістики повинен скласти такий план випуску продукції, при якому досягається найкращий (оптимальний) результат: або підприємство максимізує прибуток, або максимізує випуск продукції, або мінімізує витрати на випуск продукції, або мінімізує виробничі відходи і т.п.

Зазначений клас задач дослідження операцій є найбільш поширеним і відноситься до задач лінійного програмування (ЗЛП); розгляду методів розв'язання деяких із них присвячені перші теми курсу.

Спочатку вивчається графічний метод розв'язання ЗЛП, що дозволяє наочно представити як суть математичної постановки задачі, так і її результат. Потім вивчається розв'язання задачі з використанням убудованого в Microsoft Excel for Windows інструмента «Solver». Цей інструмент дозволяє розв'язувати більш складні задачі не тільки лінійного програмування. Традиційний симплексний метод розв'язання ЗЛП дозволяє одержати багато результатів, корисних для економічного аналізу рентабельності випуску окремих видів продукції, аналізу дефіцитності ресурсів, що використовуються, їхньої взаємозамінності. Однак цей метод досить трудомісткий. Вирішити цю проблему дозволяє Microsoft Excel із своєю вбудованою можливістю модифікації формул.

Також вивчається розв'язання транспортної задачі, модель якої лінійна, однак розв'язання цієї задачі симплексним методом є досить трудомістким. Для розв'язання цієї задачі розроблений зручний і наочний метод потенціалів, що став класичним. Крім цього методу, розглянуто розв'язок транспортної задачі з використанням інструмента «Solver».

2.2 Аналітичні методи розв'язування задач лінійного програмування

2.2.1 Різні форми подання задач лінійного програмування

Загальною задачею ЛП називається задача, яка полягає у визначенні максимального (мінімального) значення функції:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (2.1)$$

за умов:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \le b_i, \quad i = \overline{1,k}, \qquad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \ \geq b_i\,, \quad i = \overline{k+1, l}, \tag{2.3}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \ = \ b_i\,, \quad i = \overline{l+1,\ m}, \tag{2.4}$$

$$x_j \ \geq \ 0, \quad j = \overline{1,\ s}, \quad s \leq \ n, \tag{2.5}$$

де a_{ij}, b_i, c_j – задані постійні величини, а $k \leq m$.

Функція (2.1) називається ***цільовою функцією*** (ЦФ) задачі лінійного програмування (2.1) – (2.5), а умови (2.2) – (2.5) – ***системою обмежень*** (СО) даної задачі.

Розрізняють ще дві основні форми задач ЛП залежно від наявності обмежень різного типу: стандартну та канонічну.

Стандартною (або ***симетричною) ЗЛП*** називається завдання, яке полягає у визначенні максимального значення функції (2.1) при виконанні умов (2.2) та (2.5), де $k = m,\ s = n$, тобто

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \ max,$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \ \leq \ b_i\,, \quad i = \overline{1,\ m}, \tag{2.6}$$

$$x_j \ \geq \ 0, \quad j = \overline{1,\ n}.$$

Канонічною (або ***основною) ЗЛП*** називається задача, яка полягає у визначенні максимального значення цільової функції (2.1) при виконанні умов (2.4) та (2.5), де $s = n$, тобто

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \ max,$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \ = \ b_i\,, \quad i = \overline{1,\ m}, \tag{2.7}$$

$$x_j \ \geq \ 0, \quad j = \overline{1,\ n}.$$

2.2.2 Розв’язання задач лінійного програмування графічним методом

Розберемо розв’язок однієї *задачі оптимального виробничого планування (або задачі про використання ресурсів)*.

Приклад 1.1 ***<u>Змістовна постановка задачі</u>***. Для виготовлення взуття двох моделей на фабриці використовується два сорти шкіри. Тижневі ресурси робочої сили і матеріалу, витрати праці і матеріалу для виготовлення кожної пари взуття, а також прибуток від реалізації одиниці продукції наведені в таблиці:

Ресурси	Норми витрат ресурсів на один виріб		Загальний запас ресурсів
	№1	№2	
Рабочий час (люд.-год.)	1	2	900
Шкіра I сорту (шмат.)	3	1	900
Шкіра II сорту (шмат.)	–	1	400
Прибуток (у.г.о.)	50	70	

Скласти план випуску взуття в асортименті, що максимізує щотижневий прибуток (в умовних грошових одиницях).

Розв'язання. Спочатку складемо <u>*математичну модель*</u> поставленої задачі. Вона містить у собі змінні задачі, цільову функцію і систему обмежень.

Змінні задачі. Оскільки в задачі потрібно скласти тижневий план випуску взуття, то змінними задачі є:

x_1 пар взуття – тижневий план випуску моделі №1,

x_2 пар взуття – тижневий план випуску моделі №2.

Цільова функція задачі. Оскільки прибуток від випуску 1 пари взуття моделі №1 складає 50 у.г.о., а моделі №2 – 70 у.г.о., то загальний тижневий прибуток від випуску x_1 пар взуття моделі №1 і x_2 пар взуття моделі №2 складатиме $50x_1 + 70x_2$ (у.г.о.). Таким чином, цільова функція задачі, яку необхідно максимізувати, має вигляд

$$F(x_1, x_2) = 50x_1 + 70x_2 \to max.$$

Система обмежень задачі. З урахуванням наведених у таблиці даних можна скласти такі обмеження у вигляді нерівностей.

- *робочий час*, затрачуваний на випуск запланованого взуття, складає $x_1 + 2x_2$ (люд.-год.). З урахуванням загального фонду робочого часу в 900 люд.-год., який не можна перевищити, одержимо нерівність:

$$x_1 + 2x_2 \leq 900\ ;$$

- *витрата шкіри I сорту* (у шматках) на виготовлення запланованої партії взуття представиться за аналогією з попередньою нерівністю:

$$3x_1 + x_2 \leq 900\ ;$$

- *витрата шкіри II сорту* (у шматках) – відповідно:

$$x_2 \leq 400\ ;$$

- план випуску взуття за смислом не може набувати від'ємних значень, тому останнє *обмеження невід'ємності змінних*:

$$x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0\ .$$

Таким чином, <u>*математична модель*</u> задачі має вигляд:

x_1 пар взуття – тижневий план випуску моделі №1,

x_2 пар взуття – тижневий план випуску моделі №2,

$$F(x_1, x_2) = 50x_1 + 70x_2 \to max; \qquad (2.8)$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 900; \\ 3x_1 + \quad x_2 \leq 900; \\ \qquad\quad x_2 \leq 400; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases} \tag{2.9}$$

Математична модель виражається через дві змінні, тому для розв'язання задачі можна застосовувати графічний метод.

На координатній площині x_1Ox_2 зобразимо множину точок Ω, координати яких задовольняють системі обмежень. Ця множина називається *областю допустимих розв'язків* (*областю допустимих значень*).

Спочатку зауважимо, що система обмежень містить нерівності $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$, які означають, що шукана область Ω лежить у першій чверті. Далі побудуємо прямі

$$x_1 + 2x_2 = 900 \quad (1),$$
$$3x_1 + \quad x_2 = 900 \; (2),$$
$$x_2 = 400 \quad (3).$$

Для цього знайдемо по дві пари точок, через які проходить кожна з цих прямих:

1) $x_1 + 2x_2 = 900$: (0, 450), (900, 0);
2) $3x_1 + \quad x_2 = 900$: (0, 900), (300, 0);
3) $x_2 = 400$: (0, 400), (500, 400).

Ці прямі з відповідними мітками зображені на рис. 2.1.

Множина точок, які задовольняють нерівність $x_1 + 2x_2 \leq 900$, являє собою півплощину, що обмежена прямою $x_1 + 2x_2 = 900$ (1). Оскільки точка O(0,0) задовольняє нерівності ($0 + 2 \cdot 0 \leq 900$ – вірно), то шукана півплощина містить цю точку; це зображено на рис. 2.1 за допомогою стрілок. Аналогічно, точка O(0,0) задовольняє кожній із нерівностей $3x_1 + x_2 \leq 900$ і $x_2 \leq 400$, тому ця точка міститься у відповідних півплощинах (див. рис. 2.1). З урахуванням розташування в першій чверті область допустимих розв'язків Ω являє собою заштрихований многокутник OABCD.

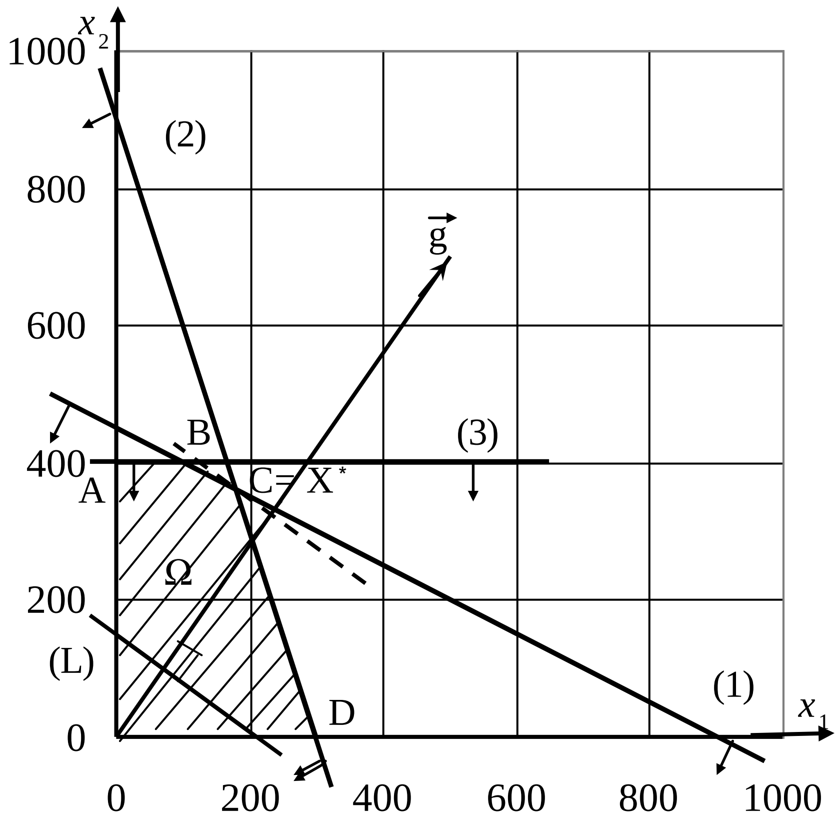

Рис. 2.1 – Розв’язання задачі лінійного програмування графічним методом

Тепер зобразимо вектор $\vec{g}$ найшвидшого росту цільової функції $F(x_1, x_2) = 50x_1 + 70x_2$, яким є вектор, співспрямований її *градієнту*. Координатами вектора градієнта (для лінійної відносно змінних функції) є коефіцієнти при змінних цільової функції, тобто $\overrightarrow{grad} = (50{,}70)$. Як вектор $\vec{g}$ оберемо для зручності побудови вектор

$$\vec{g} = 10 \cdot \overrightarrow{grad} = (500,\ 700)\ .$$

Для зображення цього вектора з’єднуємо спрямованим відрізком точки з координатами (0, 0) і (500, 700). Довільна *лінія рівня цільової функції* (L) проходить перпендикулярно до вектора $\vec{g}$.

Для пошуку точки області допустимих розв’язків, у якій цільова функція досягає свого максимуму (мінімуму), необхідно лінію рівня пересувати в напрямку вектора градієнта (відповідно у зворотному напрямку). Крайня точка X^* області Ω при такому русі буде відповідати *оптимальному розв’язку*. У даній задачі такою точкою X^* буде точка C. Знайдемо її координати, зауваживши, що вона є точкою перетинання прямих (1) і (2). Тому розв’яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 900; \\ 3x_1 + \ x_2 = 900. \end{cases}$$

Із першого рівняння виразимо x_1:

$$x_1 = 900 - 2x_2. \tag{2.10}$$

Потім підставимо знайдений вираз у друге рівняння:

$$3 \cdot (900 - 2x_2) + x_2 = 900,$$

звідки одержимо

$$2700 - 6x_2 + x_2 = 900;$$

$$5x_2 = 1800;$$
$$x_2 = 360.$$
Знаючи x_2, за допомогою (2.10) знаходимо x_1:
$$x_1 = 900 - 2 \cdot 360 = 180.$$
У результаті дійдемо висновку, що $x_1^* = 180$, $x_2^* = 360$, а точка, яка відповідає оптимальному розв’язку, має координати $X^* = C(180,\ 360)$. Максимальне значення цільової функції:
$$F_{\max}(X) = F(X^*) = 50x_1^* + 70x_2^* = 50 \cdot 180 + 70 \cdot 360 = 34200 \text{ (у.г.о.)}.$$
Відповідь. Для одержання максимального тижневого прибутку, що складає 34200 у.г.о., фабрика повинна випускати 180 пар взуття моделі №1 і 360 пар взуття моделі №2 за тиждень.

2.2.3 Розв’язання задач лінійного програмування симплексним методом

Крок 1. Випишемо математичну модель вихідної задачі:
x_1 пар взуття – тижневий план випуску моделі №1,
x_2 пар взуття – тижневий план випуску моделі №2,
$$F(x_1, x_2) = 50x_1 + 70x_2 \to max;$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 900; \\ 3x_1 + \quad x_2 \le 900; \\ \qquad\quad x_2 \le 400; \\ x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0. \end{cases}$$
Крок 2. Зведемо математичну модель вихідної задачі до *канонічного виду*, уводячи додаткові невід’ємні змінні $x_3,\ x_4,\ x_5$. Помітимо, що кількість додаткових змінних відповідає кількості нерівностей у системі обмежень. Оскільки всі нерівності системи обмежень виражаються знаком «≤», то додаткові змінні в систему обмежень увійдуть з коефіцієнтом «+1». У цільову ж функцію вони ввійдуть з коефіцієнтом «0». *Канонічний вид запису даної задачі:*
$$F(x_1, x_2) = 50 \cdot x_1 + 70 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 \to max;$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 900; \\ 3x_1 + x_2 + x_4 = 900; \\ x_2 + x_5 = 400; \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \ge 0. \end{cases} \tag{2.11}$$
Крок 3. Побудуємо *первинний базис* системи обмежень (*початковий опорний план задачі*).

По-перше, усі вільні елементи системи (2.11) – невід’ємні. По-друге, основна матриця системи (5)
$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$
містить одиничну підматрицю, якій відповідають змінні $x_3,\ x_4,\ x_5$. Тому ці змінні є *базисними,* а їхня кількість дорівнює кількості рівнянь системи (2.11), отже система (2.11) має первинний базис, який утворено тривимірними одиничними векторами (1; 0; 0), (0; 1; 0), (0; 0; 1), що відповідають базисним змінним $x_3,\ x_4,\ x_5$. У результаті одержано: кількість основних змінних $n = 2$, базисних – $m = 3$.

Крок 4. Складаємо ***першу симплексну таблицю***.

- заносимо вихідні дані в таблицю Excel (див. першу симплексну таблицю на рис. 2.2 і 2.3):
  1) у комірки D3:H3 вносимо найменування змінних;
  2) у комірки D2:H2 – коефіцієнти цільової функції при відповідних змінних;
  3) у комірки D4:H6 – основну матрицю системи (2.11);
  4) у комірки A4:A6 – найменування базисних змінних;
  5) у комірки B4:B6 – коефіцієнти цільової функції при базисних змінних;
  6) у комірки C4:C6 – стовпець вільних елементів;
- знайдемо опорний план, що відповідає побудованій симплексній таблиці. Для цього ставимо у відповідність змінній базису те значення, що знаходиться у стовпці «b_i» того ж рядка. Якщо змінна не входить у базис, то її значення дорівнює нулю. У даному випадку
$$x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 900,\ x_4 = 900,\ x_5 = 400;$$
- заповнюємо комірки C7:H7:
  1) комірка C7 повинна містити *значення цільової функції* на зазначеному опорному плані:
  $$F(X) = \Delta_0 \ = \sum_{i=n+1}^{n+m} c_i b_i,$$
  тому вносимо формулу в цю комірку, як показано на рис. 2.3, а на рис. 2.2 бачимо результат обчислення за цією формулою, тобто $F(X) = \Delta_0 = 0$ у.г.о.;
  2) комірки D7:H7 повинні містити значення *оцінок оптимальності* для зазначеного опорного плану:
  $$\Delta_j \ = \sum_{i=n+1}^{n+m} c_i a_{ij} - c_j,\ \ j = 1, \dots, n+m,$$
  тому в комірку D7 вносимо формулу (див. рис. 2.3)
  SUMPRODUCT($B$4:$B$6;D4:D6)– D2,
  у який комірки B4:B6 мають абсолютні значення, з тієї причини, що у формулі для Δ_j коефіцієнти цільової функції c_i $(i = \overline{n+1, n+m})$, що містяться в сумі добутків не залежать від j. Потім копіюємо формулу з модифікаціями в комірки E7:H7; результати обчислень у цих комірках показані на рис. 2.2;
- ***перевірка оптимальності опорного плану***. Оцінки оптимальності Δ_j містять від'ємні значення (див. першу симплексну таблицю на рис. 2.2), тому зазначений опорний план не є оптимальним. Вибираємо серед оцінок оптимальності найбільше за модулем від'ємне значення. У даному випадку це «–70». Стовпець, що відповідає цьому значенню оптимальності, є *розв'язувальним стовпцем*; виділимо його;
- у комірки I4:I6 вносимо значення *оцінних обмежень*. Для i $^{\text{го}}$ рядка оцінне обмеження дорівнює $\frac{b_i}{a_{ik}}$, де b_i – вільний елемент цього рядка, а a_{ik} – елемент матриці, що знаходиться в розв'язувальному стовпці i $^{\text{го}}$ рядка (див. рис. 2.3). Якщо a_{ik}=0 або $\frac{b_i}{a_{ik}} \leq 0$, то оцінне обмеження такого рядка

не розглядаємо. Серед додатних оцінних обмежень вибираємо найменше. У даному випадку – це «400» (див. рис. 2.2). Рядок, що відповідає цьому значенню, є розв’язувальним рядком; виділимо його. Елемент, що стоїть на перетині розв’язувального рядка і розв’язувального стовпця, називається *розв’язувальним елементом*.

<u>Крок 5.</u> *Побудова наступної симплексної таблиці*. У загальному випадку, якщо розв’язувальний стовпець має номер k, а розв’язувальний рядок – r, то подальший алгоритм полягає в наступному.

По-перше, змінну x_k вводимо до базису замість змінної x_r.

По-друге, робимо перетворення, за яких нова матриця буде мати $k^{\underline{й}}$ стовпець, що містить нулі на всіх місцях, окрім $r^{\underline{го}}$. Для цього елементи нової симплексної таблиці $a_{ij}^{'}$, $b_i^{'}$ виражаємо через елементи a_{ij}, b_i попередньої симплексної таблиці за формулами:

– елементи розв’язувального рядка ділимо на розв’язувальний елемент і записуємо у відповідному за номером рядку нової таблиці:

$$a'_{rj} = \frac{a_{rj}}{a_{rk}},\ b'_r = \frac{b_r}{a_{rk}},\ \text{при } i = r; \qquad (*)$$

– усі інші елементи нової таблиці розраховуємо за формулами:

$$a'_{ij} = a_{ij} - \frac{\boxed{a_{ik}} \cdot a_{rj}}{a_{rk}},\ \ b'_i = b_i - \frac{\boxed{a_{ik}} \cdot b_r}{a_{rk}} \text{ при } i \neq r. \qquad (**)$$

Тут a_{rk} – *розв’язувальний елемент*, він міститься в обох формулах (*) і (**) незалежно від i чи j, тому йому потрібно привласнити абсолютне значення, тобто після його введення натиснути функціональну клавішу F4. Формула (**) містить a_{ik} для усіх j, тому цьому елементу також привласнюється абсолютне значення.

Відповідно до зазначеного алгоритму будуємо ***другу симплексну таблицю***.

– заповнюємо таблицю Excel (див. другу симплексну таблицю на рис. 2.2 і 2.3):
  1) перші два рядки симплексної таблиці не змінюються;
  2) змінну x_2 вводимо до базису замість змінної x_5;
  3) у комірках B11:B13 поміщаємо коефіцієнти при базисних змінних;
  4) для заповнення комірок C11:H13 формулами (див. рис. 2.3) відповідно до співвідношень (*) і (**) вносимо спочатку формули у комірки C11:C13 і копіюємо їх з модифікаціями.

Зауважимо, що в комірки C14:H14 можна внести як формули, аналогічні коміркам C11:H11 чи C12:H12 (див. рис. 2.3), так і формули, аналогічні C7:H7. Результат буде той самий.

– опорний план, що відповідає другій симплекс-таблиці:

$$x_1 = 0,\ x_2 = 400,\ x_3 = 100,\ x_4 = 500,\ x_5 = 0,$$

а значення цільової функції на ньому $F(X) = 28000$ у.г.о.;

– аналогічно першій симплексній таблиці в другій симплексній таблиці вибираємо розв’язувальний стовпець, що відповідає найбільшій за модулем від’ємній оцінці Δ_j оптимальності (див. другу симплексну таблицю рис. 2.2). Потім обчислюємо оцінні обмеження, за якими вибираємо розв’язувальний рядок.

Ітераційний процес симплексного методу продовжуємо доти, поки оцінки оптимальності Δ_j ($j=1,\ldots,n+m$) містять від'ємні елементи. У даному випадку вже четверта симплексна таблиця не містить від'ємних оцінок оптимальності, тому опорний план, що відповідає їй, є оптимальним:

$$x_1^* = 180,\ x_2^* = 360,\ x_3^* = 0,\ x_4^* = 0,\ x_5^* = 40,$$

а значення цільової функції на ньому $F(X^*) = 34200$ у.г.о. – максимальним.

Відповідь. Для одержання максимального тижневого прибутку, що складає 34200 у.г.о., фабрика повинна випускати 180 пар взуття моделі №1 і 360 пар взуття моделі №2 за тиждень.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1				Перша симплекс-таблиця					
2				50	70	0	0	0	
3	базис	сб	bi	x1	x2	x3	x4	x5	bi/aik
4	x3	0	900	1	2	1	0	0	450
5	x4	0	900	3	1	0	1	0	900
6	x5	0	400	0	1	0	0	1	400
7		Δj	0	-50	-70	0	0	0	
8				Друга симплекс-таблиця					
9				50	70	0	0	0	
10	базис	сб	bi	x1	x2	x3	x4	x5	bi/aik
11	x3	0	100	1	0	1	0	-2	100
12	x4	0	500	3	0	0	1	-1	166,6667
13	x2	70	400	0	1	0	0	1	
14		Δj	28000	-50	0	0	0	70	
15				Третя симплекс-таблиця					
16				50	70	0	0	0	
17	базис	сб	bi	x1	x2	x3	x4	x5	bi/aik
18	x1	50	100	1	0	1	0	-2	
19	x4	0	200	0	0	-3	1	5	40
20	x2	70	400	0	1	0	0	1	400
21		Δj	33000	0	0	50	0	-30	
22				Четверта симплекс-таблиця					
23				50	70	0	0	0	
24	базис	сб	bi	x1	x2	x3	x4	x5	bi/aik
25	x1	50	180	1	0	-0,2	0,4	0	
26	x5	0	40	0	0	-0,6	0,2	1	
27	x2	70	360	0	1	0,6	-0,2	0	
28		Δj	34200	0	0	32	6	0	
29				y4	y5	y1	y2	y3	

Рис. 2.2 – Результати розрахунків симплексним методом

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1				Перша симплекс-таблиця					
2				50	70	0	0	0	
3	базис	сб	bi	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**bi/aik**
4	x3	0	900	1	2	1	0	0	=C4/E4
5	x4	0	900	3	1	0	1	0	=C5/E5
6	x5	0	400	0	1	0	0	1	=C6/E6
7		Δj	=SUMPRODUCT($B$4:$B$6;C4:C6	=SUMPRODUCT($B$4:$B$6;D4:D6)-D2	=SUMPRODUCT($B$4:$B$6;E4:E6)-E2	=SUMPRODUCT($B$4:$B$6;F4:F6)-F2	=SUMPRODUCT($B$4:$B$6;G4:G6)-G2	=SUMPRODUCT($B$4:$B$6;H4:H6)-H2	
8				Друга симплекс-таблиця					
9				50	70	0	0	0	
10	базис	сб	bi	x1	x2	x3	x4	x5	bi/aik
11	x3	0	=C4-C6*$E$4/$E$6	=D4-D6*$E$4/$E$6	=E4-E6*$E$4/$E$6	=F4-F6*$E$4/$E$6	=G4-G6*$E$4/$E$6	=H4-H6*$E$4/$E$6	=C11/D11
12	x4	0	=C5-C6*$E$5/$E$6	=D5-D6*$E$5/$E$6	=E5-E6*$E$5/$E$6	=F5-F6*$E$5/$E$6	=G5-G6*$E$5/$E$6	=H5-H6*$E$5/$E$6	=C12/D12
13	x2	70	=C6/$E$6	=D6/$E$6	=E6/$E$6	=F6/$E$6	=G6/$E$6	=H6/$E$6	
14		Δj	=C7-C6*$E$7/$E$6	=D7-D6*$E$7/$E$6	=E7-E6*$E$7/$E$6	=F7-F6*$E$7/$E$6	=G7-G6*$E$7/$E$6	=H7-H6*$E$7/$E$6	
15				Третя симплекс-таблиця					
16				50	70	0	0	0	
17	базис	сб	bi	x1	x2	x3	x4	x5	bi/aik
18	x1	50	=C11/$D$11	=D11/$D$11	=E11/$D$11	=F11/$D$11	=G11/$D$11	=H11/$D$11	
19	x4	0	=C12-C11*$D$12/$D$11	=D12-D11*$D$12/$D$11	=E12-E11*$D$12/$D$11	=F12-F11*$D$12/$D$11	=G12-G11*$D$12/$D$11	=H12-H11*$D$12/$D$11	=C19/H19
20	x2	70	=C13-C11*$D$13/$D$11	=D13-D11*$D$13/$D$11	=E13-E11*$D$13/$D$11	=F13-F11*$D$13/$D$11	=G13-G11*$D$13/$D$11	=H13-H11*$D$13/$D$11	=C20/H20
21		Δj	=C14-C11*$D$14/$D$11	=D14-D11*$D$14/$D$11	=E14-E11*$D$14/$D$11	=F14-F11*$D$14/$D$11	=G14-G11*$D$14/$D$11	=H14-H11*$D$14/$D$11	
22				Четверта симплекс-таблиця					
23				50	70	0	0	0	
24	базис	сб	bi	x1	x2	x3	x4	x5	bi/aik
25	x1	50	=C18-C19*$H$18/$H$19	=D18-D19*$H$18/$H$19	=E18-E19*$H$18/$H$19	=F18-F19*$H$18/$H$19	=G18-G19*$H$18/$H$19	=H18-H19*$H$18/$H$19	
26	x5	0	=C19/$H$19	=D19/$H$19	=E19/$H$19	=F19/$H$19	=G19/$H$19	=H19/$H$19	
27	x2	70	=C20-C19*$H$20/$H$19	=D20-D19*$H$20/$H$19	=E20-E19*$H$20/$H$19	=F20-F19*$H$20/$H$19	=G20-G19*$H$20/$H$19	=H20-H19*$H$20/$H$19	
28		Δj	=C21-C19*$H$21/$H$19	=D21-D19*$H$21/$H$19	=E21-E19*$H$21/$H$19	=F21-F19*$H$21/$H$19	=G21-G19*$H$21/$H$19	=H21-H19*$H$21/$H$19	
29				**y4**	**y5**	**y1**	**y2**	**y3**	

Рис. 2.3 – Формули розрахунку симплексного методу в таблицях Excel

Питання для самоконтролю до теми 2 і лабораторної роботи №1

1. Викласти алгоритм розв'язання задачі лінійного програмування з двома змінними графічним методом.
2. Викласти алгоритм розв'язання ЗЛП симплексним методом.
3. Викласти алгоритм розв'язання ЗЛП за допомогою інструмента «Solver» MS Excel.