ЗМІСТ

Лекція 6. Методологічні відмінності ісходних (вихідних) систем – систем нульового епістемологічного рівня

Мета лекції: сформувати уявлення про методологічні відмінності змінних і параметрів; набути навичок визначення типів систем; навчитись визначати методологічні відмінності ісходних систем нульового епістемологічного рівня для виділення системних задач.

План лекції

6.1 Методологічні відмінності змінних і параметрів.
6.2 Типи систем.
6.3 Методологічні відмінності систем нульового епістемологічного рівня.

Перелік ключових термінів і понять з теми: *методологічна відмінність; типи впорядкованості множини станів та параметричної множини; метричні та номінальні змінні; діаграма Хассе; вхідні та вихідні змінні; спрямована та нейтральна системи; визначник входу-виходу; спрямована ісходна система; кількість методологічних відзнак систем нульового епістемологічного рівня.*

6.1 Методологічні відмінності змінних і параметрів

Термін ***методологічна відмінність*** використовується для опису особливостей задач, за якими відрізняються різні типи системних задач усередині одного епістемологічного рівня.

Методологічні відмінності стосуються як систем, так і вимог, що висуваються до них.

Типи задач, які відрізняються тільки деякими методологічними відмінностями, вимагають різних методів розв’язання, але мають один і той самий статус в ієрархії типів моделей систем.

Отже, ***методологічні відмінності*** являють собою вторинні критерії класифікації задач наукових досліджень.

Розглянемо методологічні *відмінності, що відносяться до змінних і параметрів* [4, 5]. Оскільки змінні і параметри є компонентами будь-якої системи, незалежно від її типу і епістемологічного рівня, то ці відмінності є застосовними до систем всіх типів моделей.

Методологічні відмінності змінних і параметрів – це характеристики їх множин станів і, відповідно, параметричних множин.

Якщо змінна (або параметр) представляє властивість (або базу), то ці властивості не можуть бути довільними.

Всяка змінна пов'язана з одним або декількома параметрами, і зміни станів змінної спостерігаються на повній параметричній множині.

Комбінація властивостей множини станів і повної параметричної множини визначає *самий елементарний тип методологічних відмінностей*.

Якщо є більше одного параметра, то повна параметрична множина являє собою декартовий добуток параметричних множин. Для представлення розпізнаваних властивостей цього декартового добутку, властивості окремих параметрів мають поєднуватися відповідним чином.

Будемо спочатку для простоти вважати, що ми маємо справу з однією параметричною множиною незалежно від того, є вона окремою параметричною множиною або декартовим добутком декількох, і що виділеними властивостями володіє вся ця множина.

Однією з фундаментальних методологічних відмінностей є ***відсутність математичних властивостей*** у множині станів або відповідної параметричної множини. Це крайній випадок, і він не часто спостерігається при описі змінної або параметра. В теорії вимірювання змінні такого роду називають ***змінними з номінальною шкалою***.

Найбільш фундаментальною з виділених властивостей множин станів і параметричних множин є ***впорядкованість***.

Методологічно слід розрізняти **два типи впорядкованості**:

- ***часткова впорядкованість*** – бінарне відношення на множині (у нашому випадку на множині станів або параметричній множини), яке є рефлексивним, антисиметричним і транзитивним;
- ***лінійна впорядкованість*** (сильніше часткової) – часткова впорядкованість, яка володіє властивістю зв'язності (тобто будь-яка пара елементів множини так чи інакше впорядкована).

Формально часткова впорядкованість Q, наприклад, множини V_i – це бінарне відношення

$$Q \subset V_i \times V_i \,, \qquad (6.1)$$

яке задовольняє наступним вимогам:

- $(x, x) \in Q$ (рефлексивність);
- якщо $(x, y) \in Q$ та $(y, x) \in Q$, то $x = y$ (антисиметричність);
- якщо $(x, y) \in Q$ та $(y, z) \in Q$, то $(x, z) \in Q$ (транзитивність).

Якщо $(x,y) \in Q$ то x називається ***попередником*** y, а y – ***наступником*** x. Якщо $(x,y) \in Q$ та не існує, $z \in Q$, такого, що $(x,z) \in Q$ та $(z,x) \in Q$, то x називається ***безпосереднім попередником*** y, а y – ***безпосереднім наступником*** x.

В доповнення до вимог рефлексивності, антисиметричності і транзитивності відношення лінійної впорядкованості задовольняє наступній вимогі зв'язності: для всіх $x, y \in V_i$, якщо $x \neq y$, то або $(x,y) \in Q$ або $(y,x) \in Q$.

Прикладом впорядкованості параметричної множини є час.

Змінні з лінійно впорядкованими множинами станів називаються ***змінними з упорядкованою шкалою.***

Однією з найбільш істотних властивостей є ***відстань між парою елементів*** досліджуваної множини. Ця міра визначається функцією, що ставить у відповідність будь-якій парі елементів цієї множини число, що визначає, на якій відстані один від одного знаходяться ці елементи з погляду деякого фундаментального упорядкування.

Для заданої множини, скажімо множини V_i, відстань визначається функцією виду

$$\delta : V_i \times V_i \to \mathrm{R} . \tag{6.2}$$

Однак для того, щоб ця функція відповідала інтуїтивному уявленню про відстань, вона має відповідати таким умовам для всіх $x, y, z \in V_i$:

- $(\delta 1)$ $\delta(x, y) \geq 0$ (*умова невід'ємності*);
- $(\delta 2)$ $\delta(x, y) = 0$ тоді і тільки тоді, коли $x=y$ (*умова нульової відстані*, зване також *умовою невиродженості*);
- $(\delta 3)$ $\delta(x, y) = \delta(y, x)$ (*симетричність*);
- $(\delta 4)$ $\delta(x, y) \leq \delta(x, y) + \delta(y, z)$ (*нерівність трикутника*).

Будь-яка функція, яка задовольняє умовам $(\delta 1)$-$(\delta 4)$, називається ***метричною відстанню*** на множині V_i, а пара (V_i, δ) – ***метричним простором***. Метричну відстань можна, звісно, визначити як на множині станів, так і на параметричній множині.

Прикладами змінних з вираженими і суттєвими метричними відстанями є майже всі змінні в фізиці, наприклад довжина, маса.

Цілком очевидно, що і простір, і час – це параметри, до яких цілком природно застосовне поняття метричної відстані. Проте рідкою вдається визначення метричної відстані на групах.

Одним з таких прикладів є група студентів, лінійно впорядкована за показниками їх успішності.

Змінні, з множиною станів яких пов'язане метрична відстань, зазвичай називаються ***метричними змінними***.

Ще однією властивістю множин станів і параметричних множин, які мають велике значення як методологічна відмінність, є ***неперервність***. Це поняття добре відомо з математичного аналізу, і немає необхідності розглядати його тут докладно.

Найкращим прикладом неперервного часткового упорядкування є відношення «менше або дорівнює», визначене на множині дійсних чисел або на його декартових добутках.

Фактично саме поняття *неперервної змінної* (або *неперервного параметра*) спирається на вимогу, щоб відповідна множина станів (або параметрична множина) була ізоморфною множині дійсних чисел.

З цього випливає, що множина станів будь-якої неперервної змінної або параметрична множина будь-якого параметра нескінченна і незліченна.

Альтернативою неперервним змінним і параметрам є змінні і параметри, задані на скінченних множинах або, можливо, на нескінченних рахункових множинах, що називаються ***дискретними змінними*** або ***параметрами***.

Отже, такі властивості, як впорядкованість, метрична відстань і неперервність множин станів і параметричних множин, представляють основу для визначення найбільш істотних методологічних відмінностей на рівні змінних і параметрів. Наведемо список перенумерованих альтернатив для цих властивостей (рис. 6.1).

Рисунок 6.1 – Список перенумерованих альтернатив для властивостей множин станів і параметричних множин

Статус будь-якої змінної (або параметра) для цих трьох властивостей може бути однозначно охарактеризований ***триплетом (впорядкованість, відстань, неперервність)***, в якому кожна властивість представляється його певним значенням (або його ідентифікатором).

Наприклад, триплет (2, 1, 0) описує дискретну змінну з лінійно впорядкованою множиною станів, на якому визначено метричну відстань.

Хоча наведені три властивості в принципі визначають 12 можливих комбінацій, три з них (0, 0, 1), (0, 1, 0) і (0, 1, 1) сенсу не мають і тому називаються ***виродженими***.

Справді, якщо на множині не визначена впорядкованість, то на ній не можна ні змістовно визначити метричну відстань, ні розглядати її як неперервну.

Отже, є дев'ять осмислених комбінацій. Будемо називати ці комбінації ***методологічними типами змінних і параметрів***. Вони можуть бути частково впорядкованими за допомогою відношення «бути методологічно більш визначеним ніж».

На рис. 6.2, а) наведене часткове впорядкування, утворююче решітку, яке представлено у вигляді ***діаграми Хассе***.

Спрощена решітка на рис. 6.2, б) задає схему для властивостей впорядкованості і відстані, але без неперервності. В цьому випадку статус будь-якої змінної (або параметра) для двох властивостей може бути однозначно охарактеризований ***дуплетом (упорядкованість, відстань)***, в якому кожна властивість представляється його певним значенням (або його ідентифікатором).

Наведені дві властивості в принципі визначають 6 можливих комбінацій, одна з них (0, 1) сенсу не має і тому є ***виродженою***. Отже, всього є п'ять осмислених комбінацій.

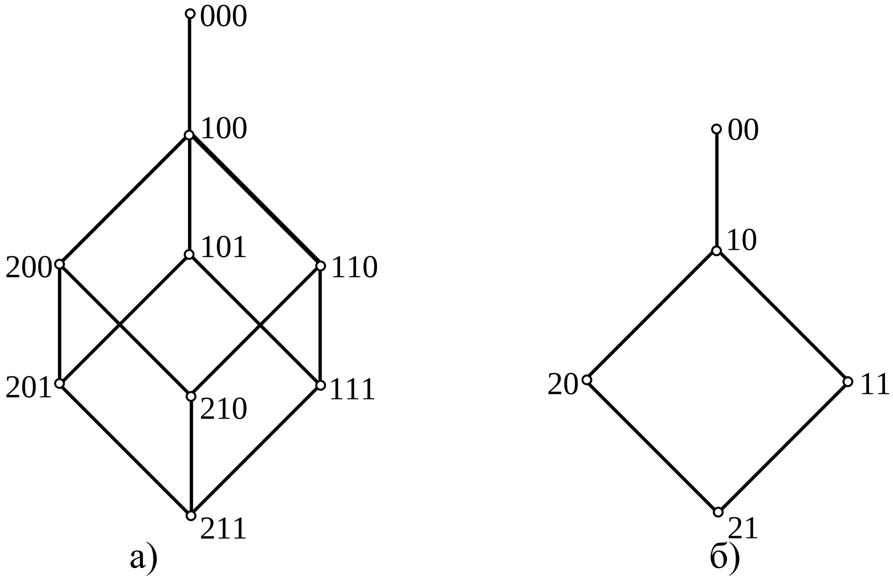

Рисунок 6.2 – Решітки методологічних типів змінних або параметрів:
а) для неперервних змінних (або параметрів);
б) для дискретних змінних (або параметрів)

Тепер визначимо кількість методологічних відмінностей, якими можуть володіти змінні і параметри, враховуючи безперервність

$$S_{vw\text{б}} = \sum_{i=1}^{k}\binom{9}{i} \times \sum_{j=1}^{m}\binom{9}{j}, \tag{6.3}$$

де $k = \min\{9, n\}$; $m \le 9$ – число параметрів; $\binom{9}{i} \equiv C_9^i$ – кількість поєднань з 9 по *i*; $\binom{9}{j} \equiv C_9^j$ – кількість поєднань з 9 по *j*.

Визначимо кількість методологічних відмінностей, якими можуть володіти змінні і параметри, не враховуючи безперервність

$$S_{vw\text{д}} = \sum_{i=1}^{k}\binom{5}{i} \times \sum_{j=1}^{m}\binom{5}{j}, \tag{6.4}$$

де $k = \min\{5, n\}$; $m \le 5$ – число параметрів; $\binom{5}{i} \equiv C_5^i$ – кількість поєднань з 5 по *i*; $\binom{5}{j} \equiv C_5^j$ – кількість поєднань з 5 по *j*.

6.2 Типи систем

6.2.1 Системи з вхідними та вихідними змінними

Вихідні змінні ісходної системи розглядаються дослідником як змінні, значення яких при відповідних значеннях параметрів визначаються всередині системи, на відміну від ***вхідних змінних***, значення яких задаються ззовні.

Всі фактори, що впливають на визначення вхідних змінних, зазвичай називаються ***середовищем системи***.

Системи з вхідними та вихідними змінними будемо називати ***спрямованими системами***, а системи, у яких змінні не класифіковані таким чином, – ***нейтральними***.

Нехай, наприклад, для деякої системи зроблено оголошення за допомогою функції виду

$$u: N_n \to \{0,1\}, \tag{6.5}$$

такій, що якщо $u(i) = 0$ або, $u(i) = 1$, то це означає, що змінна v_i є відповідно вхідною чи вихідною.

Будь-який *n*-вимірний вектор-рядок

$$u = \big(u(1), u(2), \dots, u(n)\big), \tag{6.6}$$

що задає певний статус для всіх змінних системи, назвемо ***визначником входу-виходу***. Для *n* змінних всього може бути 2^n оголошень входів-виходів.

Позначимо спрямовані аналоги нейтральних систем тими ж символами, але з додаванням знаку ^. Тоді

$$\hat{O} = \big(\{(a_i, A_i) | i \in N_n\} u \{(b_j, B_j) | j \in N_m\}\big), \tag{6.7}$$

$$\hat{\dot{I}} = \big(\{(\dot{v}_i, \dot{V}_i) | i \in N_n\} u \{(\dot{w}_j, \dot{W}_j) | j \in N_m\}\big), \tag{6.8}$$

$$\hat{I} = \big(\{(v_i, V_i) | i \in N_n\} u \{(w_j, W_j) | j \in N_m\}\big), \tag{6.9}$$

де $\hat{O}, \hat{\dot{I}}, \hat{I}$ – спрямовані аналоги нейтральних систем $O, \dot{I}, I$.

Спрямована ісходна система визначається п'ятіркою

$$\hat{S} = \big(\hat{O}, \hat{\dot{I}}, \hat{I}, Q, E\big). \tag{6.10}$$

Відмінність вхідних і вихідних змінних на рівні вихідних систем виражене не дуже явно. Воно стає більш явним для більш високих епістемологічних рівнів, на яких описуються різного роду відношення між змінними.

6.2.2 Вироджені типи спрямованих систем

Вихідні змінні спрямованої системи також можуть впливати на її вхідні змінні, але цей вплив, якщо він має місце, здійснюється не через систему, а, як це показано на рис. 6.3, а), через середовище.

Існує **два типи вироджених спрямованих систем** [4].

1 *тип* – ***спрямовані системи без вихідних змінних*** (рис. 6.3, б)), тобто системи з $u = (0, 0, \dots, 0)$. Такі системи є методологічно безкорисними. Справді, будь-яка така система має тільки вхідні змінні, які за визначенням повністю задаються середовищем, і, отже, їх властивості неможливо уявити і досліджувати всередині самої системи. Отже, у системі нічого описувати і вивчати. Будь-яке твердження, яке можна сформулювати усередині системи, є безглуздим, оскільки воно містить тільки умову, але не слідство. Отже, для *n* змінних є тільки $2^n - 1$ осмислених оголошень входу-виходу.

2 *тип* – ***спрямовані системи без вхідних змінних*** (рис. 6.3, в)), тобто системи з $u = (1, 1, \dots, 1)$. Такі системи є методологічно цікавими, оскільки для них можна сформулювати змістовні твердження. Однак ці твердження не можуть бути умовними, оскільки в таких системах немає вхідних змінних, на яких можна було б сформулювати ці умови.

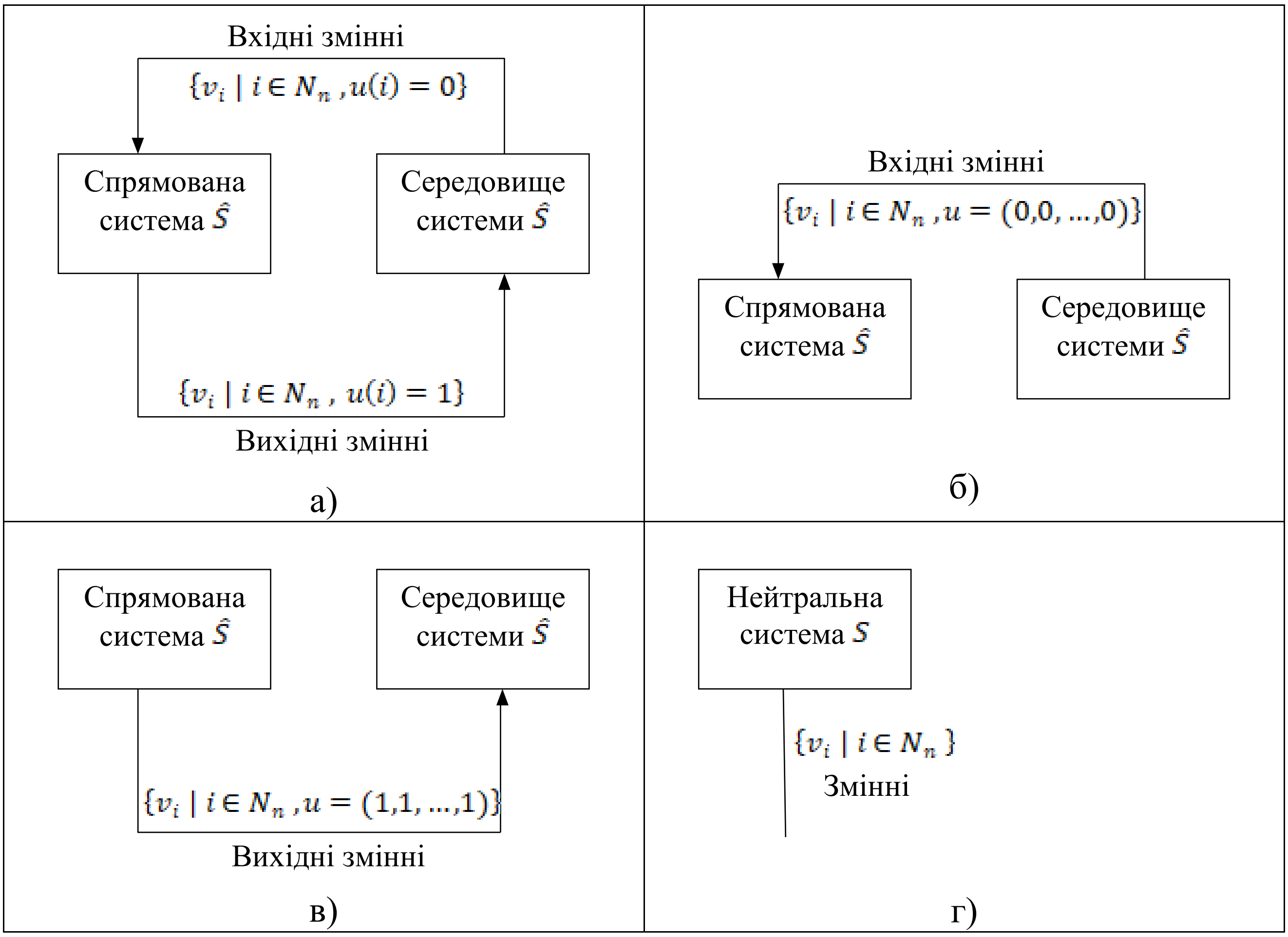

Рисунок 6.3 – Структурні схеми та методологічні відмінності спрямованих і нейтральних вихідних систем

Для нейтральних систем ніякого середовища немає (рис. 6.3, г)).

При заміні нейтральної системи на спрямовану вводиться середовище, і якщо $u \neq (1, 1, \dots, 1)$, якась інформація, яка містилася в системі, переміщується в середовище.

Отже, отримана спрямована система містить менше інформації, ніж ісходна нейтральна.

6.3 Методологічні відмінності систем нульового епістемологічного рівня

Відмінності між нейтральними і спрямованими системами і між чіткими і нечіткими каналами спостереження – це ще дві методологічних відмінності вихідних систем. Будь-яка ісходна система є або нейтральною, або спрямованої, а канали спостереження її змінних або всі чіткі, або всі нечіткі, або різних типів (змішані – частина є чіткими, а частина – нечіткими).

Отже, методологічні відмінності становлять 2×3 = 6 можливостей.

Крім того, в ісходну систему можуть входити змінні різних методологічних типів.

Позначимо загальне число методологічних відмінностей, визначених для рівня ісходних систем, через S_{MO}. Тоді при цілком розумному припущенні, що число параметрів не перевищує 9 $(m \le 9)$ з урахуванням неперервності, ми отримаємо

$$S_{MO} = 6 \times \sum_{i=1}^{k} \binom{9}{i} \times \sum_{j=1}^{m} \binom{9}{j}, \qquad (6.11)$$

де $k = \min\{9, n\}$; $m \le 9$ – число параметрів.

Кількість методологічних відзнак систем нульового епістемологічного рівня з урахуванням лише дискретних змінних та параметрів визначаються наступним виразом

$$S_{MO} = 6 \times \sum_{i=1}^{k} \binom{5}{i} \times \sum_{j=1}^{m} \binom{5}{j}, \qquad (6.12)$$

де $k = \min\{5, n\}$; $m \le 5$ – число параметрів.

Методологічні відмінності, визначені для вихідних систем, вельми важливі, оскільки вони можуть бути застосовані і до всіх систем більш високих типів.

Питання для самоконтролю

1. Що визначається терміном «методологічні відмінності»?
2. Наведіть типи впорядкованості множини станів та параметричної множини.
3. Які змінні називаються метричними?
4. Наведіть діаграму Хассе для змінних з урахуванням неперервності. Поясніть наведену діаграму.
5. Які змінні називаються вхідними та вихідними?
6. Наведіть визначення спрямованої та нейтральної систем.
7. Як визначається визначник входу-виходу?
8. Як визначається спрямована ісходна система?
9. Наведіть структурні схеми вироджених вихідних систем.
10. Як знайти кількість методологічних відзнак систем нульового епістемологічного рівня з урахуванням лише дискретних змінних та параметрів?