ЗМІСТ

Лекція 11. Методологічні відмінності систем другого епістемологічного рівня

Мета лекції: опанувати методологічні відмінності систем другого епістемологічного рівня та їх застосування до уточнення типу системної задачі в межах другого епістемологічного рівня.

Перелік ключових термінів і понять з теми: *нечітка міра; ступінь правдоподібності; властивості нечітких мір; класи нечітких мір; ймовірнісна міра; можливостна міра; методологічні відмінності; міра можливості*; *чітка функція розподілу можливостей.*

Нагадаємо, що параметрично інваріантне обмеження на множину вибіркових змінних може бути охарактеризовано різними способами. Простий опис, розглянутий раніше може обмежитися заданням функції вибору, визначеної на відповідній множині станів. При цьому для визначення обмежень у детермінованих системах, у яких породження даних зручно описувати за допомогою функції $f_{GB}:\overline{\mathbf{G}}\to\mathbf{G}$, відповідним формальним апаратом є функція вибору. Для роботи з недетермінованими системами функції вибору не використовують, а працюють методами теорії ймовірностей [1, 3, 6].

При цьому основним поняттям в описі обмежень на змінні є ***поняття ймовірнісної міри***. Незважаючи на те, що це найбільш розвинений і найважливіший математичний інструмент для роботи з недетермінованими системами, в даний час імовірнісна міра розглядається лише як окремий випадок загального класу мір, які називаються ***нечіткими мірами***.

Будь-яка міра ставить у відповідність підмножинам заданої множини якісь дійсні числа, що характеризують (вимірюють) кількість певної властивості, пов'язаної з кожною підмножиною.

Під ***множиною*** розумітимемо множину всіх станів вибіркових змінних і розглядатимемо таку властивість як ***ступінь правдоподібності*** того, що може мати місце будь-який із станів для кожної певної підмножини.

Ступінь правдоподібності зазвичай визначається дійсним числом з одиничного інтервалу; чим більшим э число, тим вищою буде ступінь правдоподібності.

Будь-який клас мір визначається через деякі математичні характеристики, що задаються набором правил обчислення, які належать до відповідного класу мір. Для співвіднесення цих математичних властивостей із загальноприйнятими поняттями різним класам мір були надані змістовні назви, такі як ймовірність, можливість, правдоподібність, довіра. Незважаючи на те, що ці назви дозволяють швидко зорієнтуватися в зазначених мірах, буквально їх розуміти не слід. Питання про те, чи підходить якась міра для даного застосування (та аналогічні питання), має вирішуватися виходячи з математичних властивостей цієї міри, а не за загальноприйнятим значенням її назви.

В нашому випадку міри визначаються на підмножинах декартового добутку C. Звідси міра визначається функцією

$$\mu : \wp(C) \to [0,1], \qquad (11.1)$$

де $\wp(C)$ – потужність множини C.

Щоб функція була мірою, вона має мати такі ***властивості нечітких мір***:

$(\mu1)$: $\mu(\emptyset) = 0$; $\mu(C) = 1$;

$(\mu2)$: *властивість монотонності*: якщо $x_1 \subseteq x_2$, то $\mu(X_1) \leq \mu(X_2)$; така властивість не допускає, щоб підмножина іншої підмножини C мала більшу міру, ніж включаюча підмножина

$(\mu3)$: *властивість неперервності*: якщо $X_1 \subseteq X_2 \subseteq \ldots$ або $X_1 \supseteq X_2 \supseteq \ldots$,то $\lim\limits_{i \to \infty} \mu(X_i) = \mu \lim(X_i)$; за цією властивістю визначається, що межа мір нескінченної монотонної послідовності підмножин C має збігатися з мірою межі цієї послідовності. До дискретних систем, у яких C є кінцевою множиною, вимога неперервності, природно, не застосовується.

У літературі описані різні ***класи нечітких мір***, що мають різні властивості [5]. На рис. 11.1 наведено діаграму, що зображує відношення включення для деяких мір.

Так, наприклад, клас ймовірнісних мір входить до класу мір правдоподібності і до класу мір довіри, але не перетинається з класами мір можливості або необхідності.

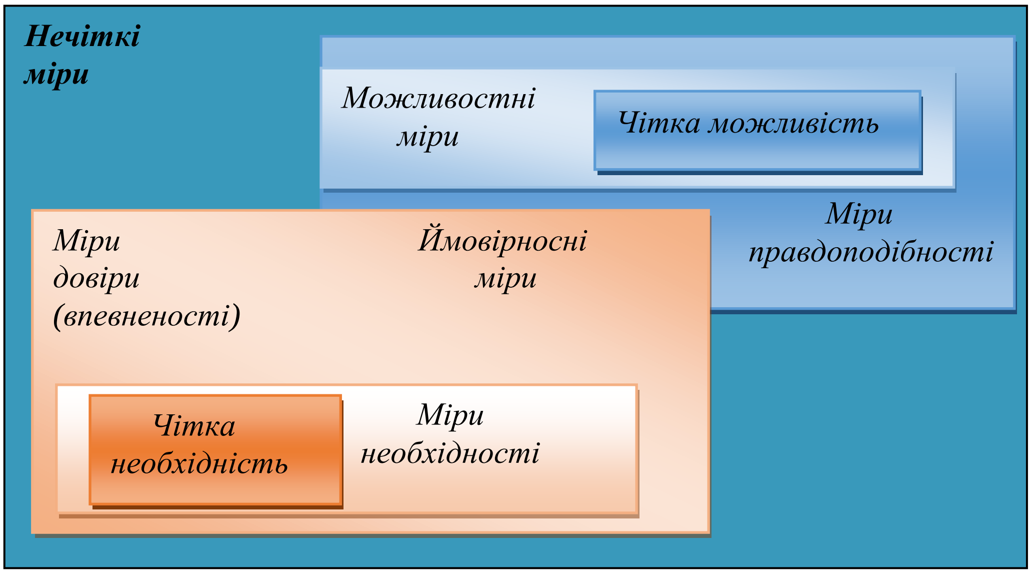

Рисунок 11.1 – Деякі класи нечітких мір

Класи нечітких мір сприймаються як *методологічні відмінності*. Вони використовуються в породжуючих системах та в усіх системах більш високих епістемологічних рівнів. В контексті різних системних задач розглядатимемо ***два класи нечітких мір***:

– *клас ймовірнісних мір* (класичний і добре розроблений);
– *клас можливостних мір*, які можна застосовувати тільки до кінцевих множин і до деяких окремих випадків нескінченних множин; загалом ці міри не задовольняють вимозі неперервності, а, отже, можуть бути застосовані до дискретних, але не до неперервних систем.

З теорії ймовірностей добре відомо, що будь-яка ймовірнісна міра, скажімо міра p, однозначно визначається функцією розподілу

$$f_B : C \to [0,1], \tag{11.2}$$

яка повинна задовольняти відповідні вимоги згідно з формулою

$$p(X) = \sum_{c \in X} f_B(c), \tag{11.3}$$

де $X \in \wp(C)$.

Те, яка з двох функцій використовується у кожному конкретному випадку, має випливати з методологічних відмінностей конкретної постановки задачі.

Міра можливості – це функція

$$\pi : \wp(\mathbf{C}) \to [0,1], \tag{11.4}$$

яка задовольняє наступним вимогам:

$(\pi 1)$ $\pi(0) = 0;$ $\pi(\mathbf{C}) = 1;$

$(\pi 2)$ $\pi\left(\bigcup_i X_i\right) = 0;$ $\max_i \pi(X_i).$

Очевидно, що з $(\pi 2)$ випливає *монотонність нечітких мір*. При цьому π не завжди задовольняє вимозі неперервності і, отже, не підходить для систем з неперервними змінними.

Добре відомо, що *міра можливості* π однозначно визначається *функцією розподілу можливостей* f_B та визначається формулою

$$\pi(X) = \max_{c \in X} f_B(\mathbf{c}). \tag{11.5}$$

З тих самих міркувань, що й для функцій розподілу ймовірностей, ми знову використовували позначення f_B.

Функція вибору $f_B : \mathbf{C} \to \{0,1\}$ є окремим випадком функції розподілу можливостей, але не функції розподілу ймовірностей. Це функція розподілу можливостей, у якій ступінь можливості $f_B(\mathbf{c})$ для будь-якого $\mathbf{c} \in \mathbf{C}$ дорівнює або 0, або 1. Цей окремий випадок зазвичай називають ***чіткою функцією розподілу можливостей*** (рис. 11.1).

При цьому породжуюча функція поведінки f_{GB} має вигляд

$$f_{GB} : \overline{\mathbf{G}} \times \mathbf{G} \to [0,1], \tag{11.6}$$

де $f_{GB}(\overline{\mathbf{g}}, \mathbf{g})$ – умовна ймовірність або відповідно умовна можливість за умови $\overline{\mathbf{g}}$.

Щоб підкреслити, що f_{GB} задає умовні ймовірності або умовні можливості для позначення ймовірності (або можливості) $\mathbf{g}$ при заданому $\mathbf{g}$ замість $f_{GB}(\overline{\mathbf{g}}, \mathbf{g})$ використовується стандартне позначення $f_{GB}(\mathbf{g} \mid \overline{\mathbf{g}})$.

Функцію вибору $f_{\mathbf{GB}} : \overline{\mathbf{G}} \times \mathbf{G} \to \{0,1\}$, можна розглядати як окремий (чіткий) випадок можливої інтерпретації функції $f_{GB} : \overline{\mathbf{G}} \times \mathbf{G} \to [0,1]$, але не як окремий випадок її імовірнісної інтерпретації.

Однак для детермінованих систем породжуюча функція поведінки у вигляді $f_{GB}:\overline{\mathbf{G}} \rightarrow \mathbf{G}$ представляє методологічний інтерес та, отже, має сенс методологічно відрізняти цю форму від можливостної.

Застосування або незастосування функції $f_{GB}:\overline{\mathbf{G}} \rightarrow \mathbf{G}$ – це питання, що стосується реалізації автоматизованої системи. З погляду користувача автоматизованої системи достатньо, щоб відрізнялися лише ймовірнісна і можливостна інтерпретації та, можливо, деякі інші корисні класи нечітких мір.

Питання для самоконтролю

1. Назвіть класи нечітких мір.
2. Охарактеризуйте ймовірністну міру.
3. Як визначається ймовірнісна міра?
4. Яким вимогам має задовольняти ймовірнісна міра?
5. Охарактеризуйте можливостну міру.
6. Як визначається та яким вимогам задовольняє міра можливості?
7. Що розуміється під ступенем правдоподібності?
8. Сформулюйте та охарактеризуйте властивості нечітких мір.
9. Що розуміється під чіткою функцією розподілу можливостей?
10. Сформулюйте методологічні відмінності систем другого епістемологічного рівня.