Лабораторна робота №4 (py-4)

Побудова графіків та розв'язання нелінійного рівняння

Робота складається з **двох частин**

1 частина роботи

2 частина роботи

---

1 частина роботи

У першій частині роботи необхідно використовуючи пакет matplotlib і можливо numpy (див. наприклад, "Популярні_модулі_та_пакети_в_Python_") побудувати графіки заданих функцій. Зберегти малюнки графіків на окремий файл. Вставити цей файл у звіт роботи

Приклад рішення-1

Варіанти завдань:

---

1. Побудувати графіки лінійної функції
y(x) = k*(x-x0)+в для k=0.1, 0.5, 1, в=-1, 0, 1.0., x0=-2, 0, 2

Значення області визначення x і значення вивести як легенду на графік.

---

2. Побудувати графіки функцій:

а) $y = 3x^2$; б) $y = -6x^2 + 3x$;
в) $y = x^3 + 2x^2 + x$; г) $y = x^5$;
д) $y = \sin x$; е) $y = \cos(x - 1) + |x|$.

Значення області визначення x задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

---

3 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

а) $y = \frac{1}{x}$; б) $y = \frac{x+3}{x-2}$; в) $y = 3 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$;

г) $y = 3 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}$; д) $y = \frac{1}{3x^2 + 2x + 1}$;

Значення області визначення x задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

---

4 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

е) $y = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$; ж) $y = \frac{1}{x^2 + 3x + 1}$;

Значення області визначення x задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

---

5 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

а) X (t) = R1 * cos (t), y (t) = R1 * sin (t), t = 0 .... 4 * PI (PI = 3.1415926 ....)

б) X (t) = R2 * cos (2 * t), y (t) = R2 * sin (2 * t), t = 0 .... 4 * PI (PI = 3.1415926 ....)

Значення R1 і R2 встановити з консолі і вивести як легенду на графік. Розглянути випадки R1 != R2 і R1 == R2

---

6 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

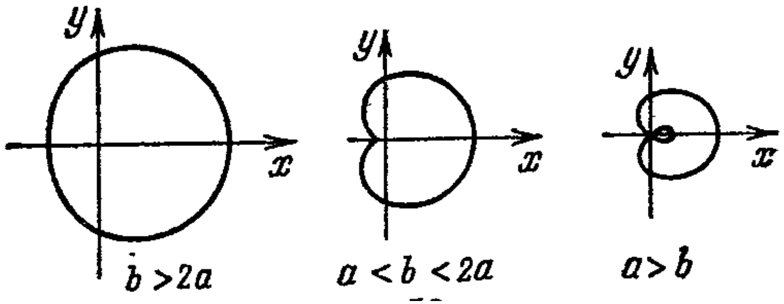
Равлик Паскаля

$$x = a \cdot \cos^2 t + b \cdot \cos t, \quad y = a \cdot \cos t \cdot \sin t + b \cdot \sin t,$$

$$a > 0, \quad b > 0, \quad t \in [0, 2\pi).$$

Розглянути випадки, коли $b \geq 2a, \quad a < b < 2a, \quad a > b.$

Значення a і b вивести як легенду на графік.



---

7 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

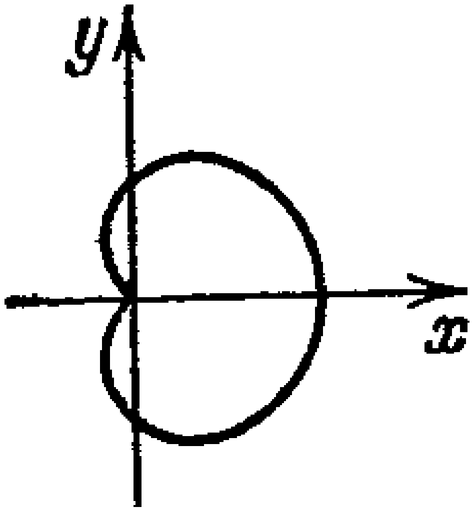
Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

Кардіоїда:

$$x = a \cdot \cos t \cdot (1 + \cos t), \quad).$$

$$y = a \cdot \sin t \cdot (1 + \cos t),$$

$$a > 0, \quad t \in [0, 2\pi)$$



Значення а встановити з консолі і вивести як легенду на графік.

---

8 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

Епіциклоїда

$$x=(a+b)\cos t-a\cos((a+b)t/a),$$

$$y=(a+b)\sin t-a\sin((a+b)t/a),$$

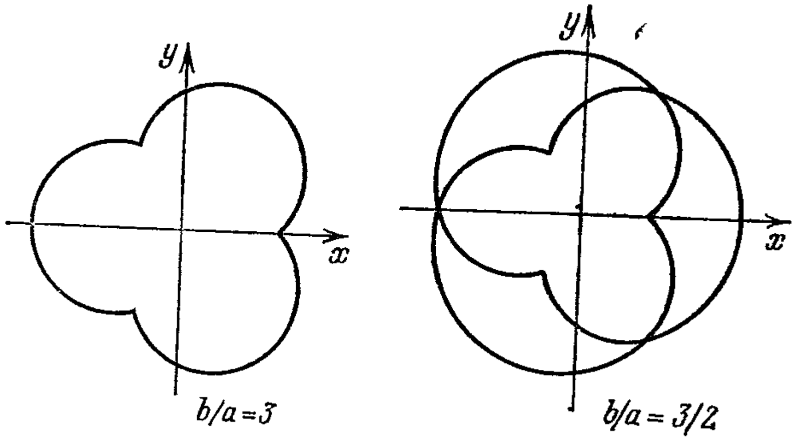
$$a>0,\ b>0.$$

Розглянути такі випадки:

1) якщо b/a є ціле позитивне число. $t \in [0,\ 2\pi)$;

2) якщо $b/a = p/q$, де p и q -позитивні цілі взаємно прості числа,

$t \in [0,\ 2q\pi)$.



Значення a і b вивести як легенду на графік.

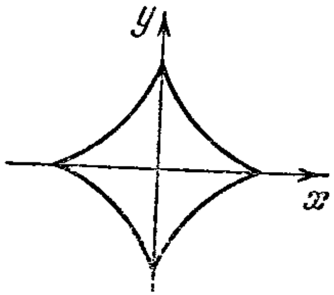
---

9 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

Астроїда

$$x = b\cos^3 t, \quad y = b\sin^3 t, \quad t \in [0, 2\pi).$$



Значення b встановити з консолі і вивести як легенду на графік.

---

10 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

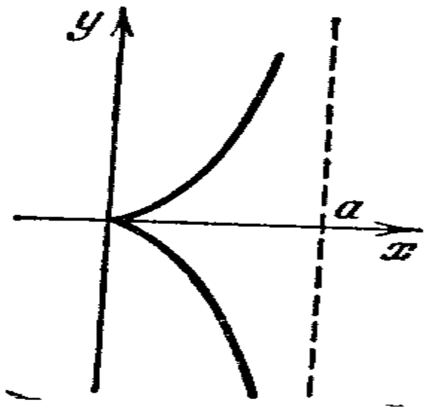
Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

Ціссоїда

$$x = at^2/(1 + t^2),$$

$$y = at^3/(1 + t^2),$$

$$t \in (-\infty, \infty), \quad a > 0.$$



Значення а встановити з консолі і вивести як легенду на графік. Розглянути кілька варіантів значення а

---

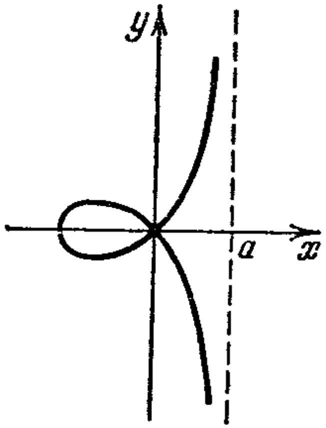
11 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

Строфоїда

$$x = a(t^2 - 1)/(t^2 + 1),\ y = \ = at\,(t^2 - 1)/(t^2 + 1),$$

$$t \in (-\infty,\ \infty),\ a > 0.$$



Значення а встановити з консолі і вивести як легенду на графік. Розглянути кілька варіантів значення а

---

12 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

Конхоїда Нікомеда:

$$x = a + l\cos t, \quad y = a\,\mathrm{tg}\,t + l\sin t.$$

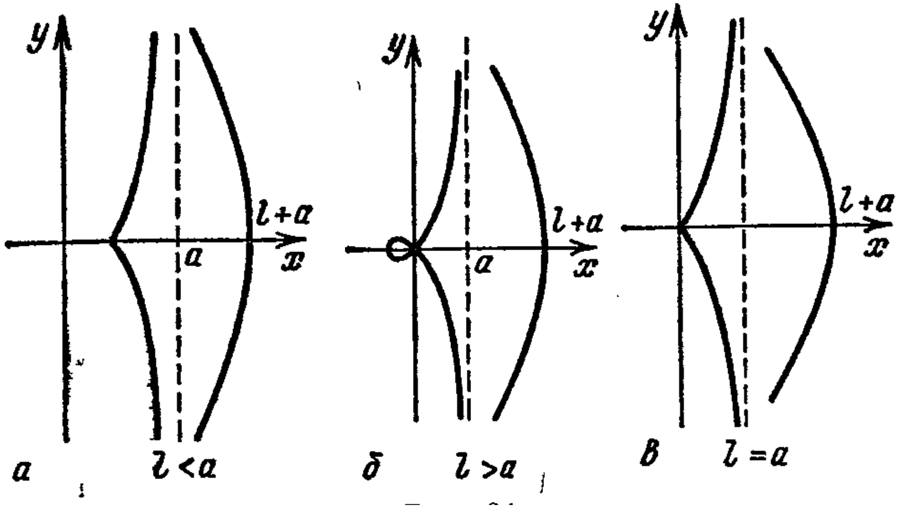
$t \in (-\pi/2, \ \pi/2)$ **- Права гілка,**

$t \in (\pi/2, \ 3\pi/2)$ **- ліва гілка,**

$a > 0, \ l > 0.$

Розглянути випадки, коли

$l < a,\ l > a,\ l = a.$



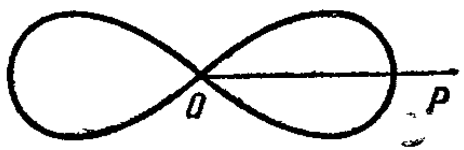
Значення a і l встановити з консолі і вивести як легенду на графік. Розглянути кілька варіантів значення a та l

---

13 Побудувати криві за рівняннями в полярних координатах.

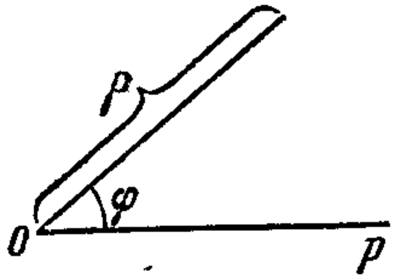
Лемніскату:

$$\rho = a\sqrt{2\cos 2\varphi},\ \ a > 0.$$



Значення параметра а встановити з консолі і вивести як легенду на графік. Розглянути кілька варіантів значення а

Полярні координати ρ, φ крапки M на площині - це відстань $\rho = OM$ від фіксованої точки О (полюса) до точки M та кут $\varphi = \angle POM$ між OM і полярною віссю (напівпрямий) OP



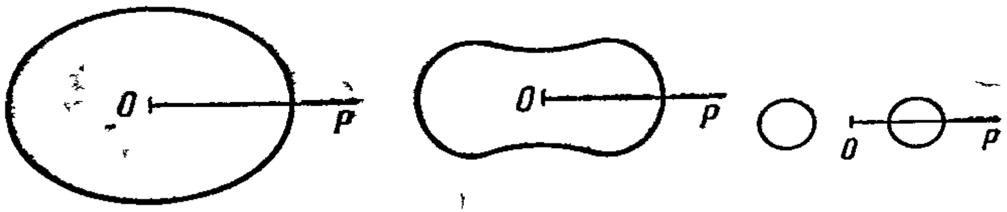
14 Побудувати криві за рівняннями в полярних координатах.

Овали Кассіні:

$$\rho^2 = c^2 \cos 2\varphi \pm \sqrt{c^4 \cos^2 2\varphi + (a^4 - c^4)}.$$

Розглянути випадки, коли

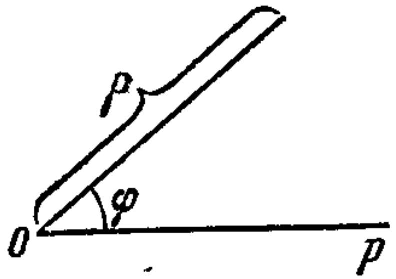
$$a > c\sqrt{2} > 0, \quad 0 < c < a < c\sqrt{2}, \quad 0 < a < c.$$



$a > c\sqrt{2}$ $c < a < \sqrt{2}$ $a < c$

Значення а і з встановити з консолі і вивести як легенду на графік. Розглянути кілька варіантів значення а та с

Полярні координати ρ, φ **крапки** M **на площині - це відстань** $\rho = OM$ **від фіксованої точки О (полюса) до точки** M **та кут** $\varphi = \angle POM$ **між** OM **і полярною віссю (напівпрямий)** OP



---

15 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

а) $y=\frac{1}{x}$; б) $y=\frac{x+3}{x-2}$; в) $y=3+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}$;

г) $y=3-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}$; д) $y=\frac{1}{3x^2+2x+1}$;

Значення області визначення х задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік

---

16 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

а) X (t) = R1 * cos (t), y (t) = R1 * sin (2 * t), t = 0 .... 4 * PI (PI = 3.1415926 ....)

б) X (t) = R2 * cos (2 * t), y (t) = R2 * sin (t), t = 0 .... 4 * PI (PI = 3.1415926 ....)

Значення R1 і R2 встановити з консолі і вивести як легенду на графік. Розглянути випадки R1 != R2 і R1 == R2

---

17 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

y1(x)=100*exp(-10*x)+10*sin(2*x)

y2(x)=10*cos(2*x)+0.1*x

Значення області визначення x задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

---

18 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

а) $y=\frac{1}{x}$; б) $y=\frac{x+3}{x-2}$; в) $y=3+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}$;

г) $y=3-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}$; д) $y=\frac{1}{3x^2+2x+1}$;

Значення області визначення x задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

---

19 Побудувати криві за заданим параметричним уявленням.

Параметричне уявлення кривої L на площині з координатами x, y - це дві функції x = x (t), y = y (t), визначені на тому самому числовому множині.

$$\left.\begin{aligned} x &= a(t - \sin t), \\ y &= a(1 - \cos t). \end{aligned}\right\}$$

Значення a встановити з консолі і вивести як легенду на графік.

---

20 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

$$y(x) = \sqrt{(36 - x^2)}$$

Врахуйте, що $y(x) = \sqrt{f(x)}$ **- це два графіки** $y(x) = +\sqrt{f(x)}$ **і** $y(x) = -\sqrt{f(x)}$

Значення області визначення x задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

---

21 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

$$y(x) = \frac{\sqrt{(81 - x^2)}}{1 + \sin(x)}$$

Значення області визначення x задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

Врахуйте, що $y(x)=\sqrt{f(x)}$ **- це два графіки** $y(x)=+\sqrt{f(x)}$ **і** $y(x)=-\sqrt{f(x)}$

---

22 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

$$y(x)=\sqrt{(36-x^2)}$$

Врахуйте, що $y(x)=\sqrt{f(x)}$ **- це два графіки** $y(x)=+\sqrt{f(x)}$ **і** $y(x)=-\sqrt{f(x)}$

Значення області визначення x задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

---

23 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

$$y(x)=10\sin(100x)*\cos(x)$$

Значення області визначення x встановити параметрами і ввести з консолі і ввести як легенду на графік.

---

24 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

$$y(x)=\sin(x)^2\sqrt{(25-x^2)}$$

Врахуйте, що $y(x) = \sqrt{f(x)}$ **- це два графіки** $y(x) = +\sqrt{f(x)}$ **і** $y(x) = -\sqrt{f(x)}$

Значення області визначення х встановити параметрами і ввести з консолі і ввести як легенду на графік.

---

25 Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

$$y(x) = \cos(x)^2 + \sqrt{(25 - x^2)}$$

Врахуйте, що $y(x) = \sqrt{f(x)}$ **- це два графіки** $y(x) = +\sqrt{f(x)}$ **і** $y(x) = -\sqrt{f(x)}$

Значення області визначення х задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

---

2 частина роботи

У другій частині роботи необхідно використовуючи пакет matplotlib і можливо numpy (див. на приклад, "Популярні_модулі_та_пакети_в_Python_") графічно дослідити рішення нелінійного рівняння та отримати все (якщо можливо) рішення. Зберегти малюнки графіків на окремий файл. Вставити цей файл у звіт роботи

Рішення уточнити шляхом половинного поділу з точністю eps=10-8. Для цього скласти програму.

Приклад рішення-2

Варіанти

1) $\sqrt{(25 - x^2)} = arctg\ (2x)$

2) $(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) = 2\cos(2x + 1)$

3) $arctg 2x - \frac{(x-1)^4}{(5)} + \sin^2(5x) = 0$

4) $\sin^2 x \cdot \sqrt{(81 - x^2)} = 5e^{-x^2}$

5) $\frac{(x^2-9)}{(x^2+4)} = \sqrt{x^2+1}e^{x\cos x}$

6) $\ln^2(x-1) = 3\cos(2x)+1$

7) $\sin(x)\sqrt{(81-x^2)} = 5arctg(x)$

8) $\frac{10}{(1+x^2)} - 2\cos 2x + x$ $= 0$

9) $\frac{(10x-2)}{(3+x^2)} - 2\cos 2x \cdot \sqrt[4]{x}$ $=0$

10) $\frac{10}{\left(1 - x^{2}\right)} = 2\sin(2x \quad) + x$

11) $\sqrt{\left(25 - x^{2}\right)} = arctg \left(2x\right)$

12) $\left(x^{3} - 2x^{2} - 3x + 4\right) = 2\cos(2x + 1)$

13) $arctg\,2x - \frac{(x-1)^{4}}{(5)} + \sin^{2}(5\mathrm{x}) = 0$

14) $\sin^{2} x \cdot \sqrt{\left(81 - x^{2}\right)} = 5e^{-x^{2}}$

15) $\frac{\left(x^{2} - 9\right)}{\left(x^{2} + 4\right)} = \sqrt{x^{2} + 1}\mathrm{e}^{x\cos x}$

16) $\ln^2(x-1) = 3\cos(2x) + 1$

17) $\left| \sin x \cdot \sqrt{(81 - x^2)} - 5arctgx \right.$ =0

18) $\frac{10}{(1+x^2)} - 2\cos 2x + x$ =0

19) $\frac{(10x-2)}{(3+x^2)} - 2\cos 2x \cdot \sqrt[4]{x}$ = 0

20) $\frac{10}{(1-x^2)} = 2\sin(2x) + x$

21) $\sqrt{\left(25 - x^2\right)} = arctg\ (2x)$

22) $\sin^2 x \cdot \sqrt{\left(81 - x^2\right)} = 5e^{-x^2}$

23) $\left(x^3 - 2x^2 - 3x + 4\right) = 2\cos(2x + 1)$

24) $\cos(x)^2 \sqrt{(81 - x^2)} = 5arctg(x)$

25) $4\cos(x)^2 = \sqrt{(25 - x^2)}$

****

Приклади вирішення варіанта роботи

Приклад рішення-1

Дослідити область визначення та побудувати графіки наступних функцій;

$$y(x) = \cos(x)^2 + \sqrt{(25 - x^2)}$$

Значення області визначення x задати параметрами та ввести з консолі та вивести як легенду на графік.

Рішення

Т.к. підкорене вираз $\sqrt{(25 - x^2)}$ **має бути більше нуля, то**

$25 - x^2 \geq 0$ **звідки слідує** $x \in [-5, +5]$

Враховуючи що $y(x) = \sqrt{f(x)}$ - це два графіки $y(x) = +\sqrt{f(x)}$ і $y(x) = -\sqrt{f(x)}$

Необхідно побудувати такі графіки однією малюнку.

$$y1(x) = \cos(x)^2 + \sqrt{(25 - x^2)}$$

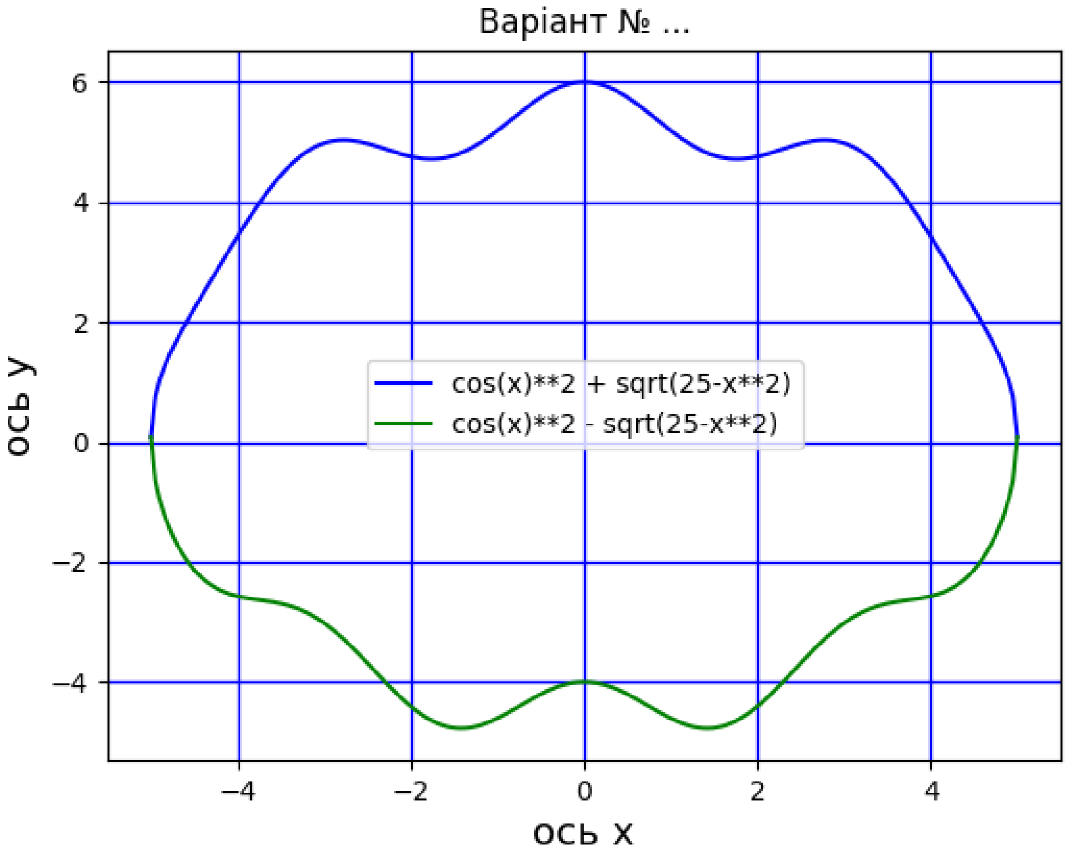
$$y2(x) = \cos(x)^2 - \sqrt{(25 - x^2)}$$

Використовуючи рекомендовану літературу (наприклад "Популярні_модулі_та_пакети_в_Python_") запишемо програму

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
# незалежна змінна
```

```
x = np.linspace(-5, +5, 200) # 200 точек
# назва осей
xlab='ось x'
ylab='ось y'
# перший графік
y1= np.cos(x)**2 + np.sqrt(25-x**2)
# легенда
leg1='cos(x)**2 + sqrt(25-x**2)'
# другий графіку2
y2= np.cos(x)**2 - np.sqrt(25-x**2)
leg2='cos(x)**2 - sqrt(25-x**2)'
# Включаємо сітку по осі X і осі Y.
plt.grid(color = 'b',linewidth = 1)
# Задаємо підписи до осей X та осі Y та розмір шрифту
plt.xlabel(xlab, fontsize = 'x-large')
plt.ylabel(ylab, fontsize = 'x-large')
# Задаємо заголовок діаграми
plt.title('Варіант № …')
# строим графики
plt.plot(x,y1,'b-',label=leg1)
plt.plot(x,y2,'g-',label=leg2)
# задаем вывод легенды и ее расположение
plt.legend(loc='best')
#Включаємо сітку
plt.grid(True)
# Збережемо файл
# Задаем имя файла и его тип
plt.savefig('var25.png', format = 'png')
# візуалізуємо графіки
plt.show()
```

Вигляд файлу var25.png



Приклад рішення-2

Графічно дослідити рішення нелінійного рівняння та отримати всі (якщо можливо) рішення.

Зберегти малюнки графіків на окремий файл.

Рішення уточнити шляхом половинного поділу з точністю eps=10-8. Для цього скласти програму.

$$4\cos(x)^2 = \sqrt{(25 - x^2)}$$

Рішення

Для рівняння Ф1(x)=Ф2(x) значення x буде розв'язанням у точці перетину графіків функцій y1(x)=Ф1(x) та y2(x)=Ф2(x)

Для нашого випадку Ф1(x) – це графік функцій

$$y1(x) = 4\cos(x)^2$$

Ф2(x) – це графік функцій

$$y2a(x) = +\sqrt{(25 - x^2)}$$

$$y2b(x) = -\sqrt{(25 - x^2)}$$

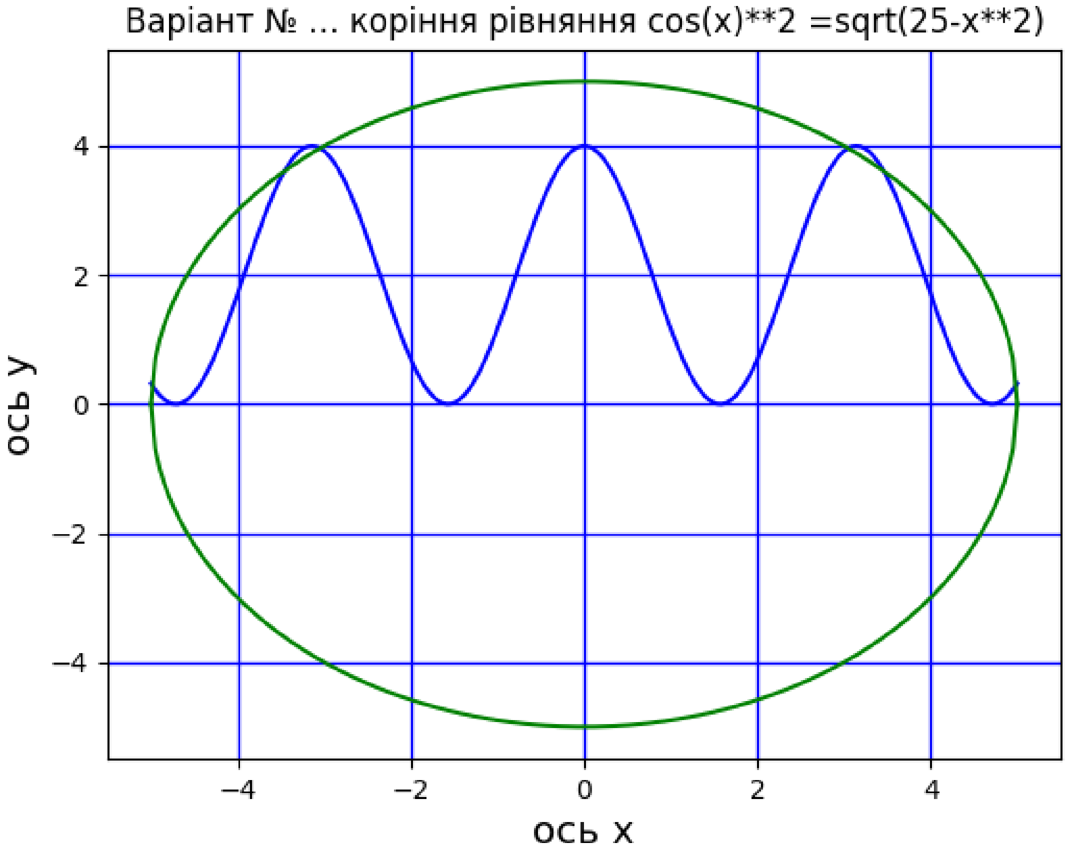
Т.к. підкорене вираз $\sqrt{(25 - x^2)}$ має бути більше нуля, то $25 - x^2 \geq 0$ звідки слідує $x \in [-5,+5]$

Використовуючи рекомендовану літературу (наприклад"Популярні_модулі_та_пакети_в_Python_") запишемо програму

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
# незалежна змінна
x = np.linspace(-5, +5, 200) # 200 точок
# назва осей
xlab='ось x'
ylab='ось y'
# перший графік
y1= 4*np.cos(x)**2
# легенда
leg1='cos(x)**2'
# другий графік - a
y2a= +np.sqrt(25-x**2)
leg2a='+sqrt(25-x**2)'
# другий графік - b
y2b= -np.sqrt(25-x**2)
leg2b='-sqrt(25-x**2)'
# Включаємо сітку по осі X та осі Y.
# Задаємо колір товщини.
plt.grid(color = 'b',linewidth = 1)
# Задаємо підписи до осей X та осі Y та розмір шрифту
plt.xlabel(xlab, fontsize = 'x-large')
plt.ylabel(ylab, fontsize = 'x-large')
# Задаємо заголовок діаграми
plt.title('Варіант № … коріння рівняння cos(x)**2 =sqrt(25-x**2)')
# будуємо графіки
plt.plot(x,y1,'b-') # ,label=leg1)
plt.plot(x,y2a,'g-') #,label=leg2a)
plt.plot(x,y2b,'g-') #,label=leg2b)
# задаємо висновок легенди і її розташування
# plt.legend(loc='best')
# Включаємо сітку
plt.grid(True)
```

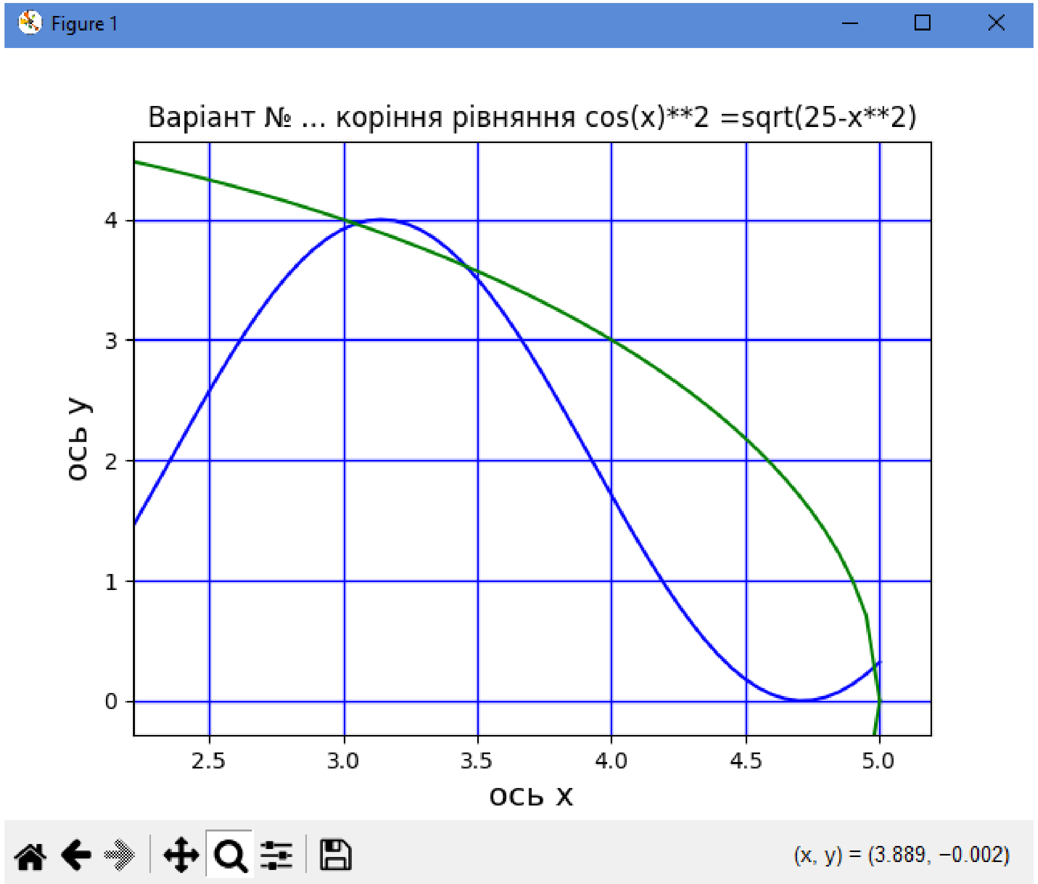
```
# Зберігаємо побудовану діаграму у файл
# Задаємо ім'я файлу та його тип
plt.savefig('var25.png', format = 'png')
# візуалізуємо графіки
plt.show()
```

Результат роботи програми



Бачимо ШІСТЬ точок перетину графіків

використовуючи ZOOM 



знаходимо

$x1 \in [3.0, \quad 3.25]$

$x2 \in [3.25, \quad 3.5]$

$x3 \in [4.75, \quad 5.0]$

Значення x4, x5 і x6 з симетрії дорівнюють -x1, -x2 і -x3

Складемо програму уточнення коренів методом половинного поділу

```
import math
def f(x):
   return 4*math.cos(x)**2 - math.sqrt(25-x**2)

############
def pd(a, b, eps=1e-8):
   if f(a)*f(b) >0:
      print("error f(a)*f(b) > 0")
      return -1
   if a >= b:
      print("error a < b")
      return -1
   while True:
      x=a+(b-a)/2
      fx=f(x)
      #print(a,b,x,f(a), fx, f(b)); input()
      if abs(fx) < eps:
          return x
      if f(a)*fx < 0:
          b=x
      else:
          a=x
      pass

##############

x1=pd(3.0, 3.25)
x2=pd(3.25, 3.5)
x3=pd(4.75, 5.0)
print('x1=', x1)
print('x2=', x2)
print('x3=', x3)
x4=-x1; x5=-x2; x6=-x3;
```

```
print('x4=', x4)
print('x5=', x5)
print('x6=', x6)
print(10*'-')
for x in [x1,x2,x3,x4,x5,x6]:
print('f(',x,')=',f(x) )

=====RESTART: D:/Test/Python/lab3_pd.py

x1= 3.04699943959713
x2= 3.4589415714144707
x3= 4.990856625139713
x4= -3.04699943959713
x5= -3.4589415714144707
x6= -4.990856625139713
----------
f( 3.04699943959713 )= -4.768277772626561e-09
f( 3.4589415714144707 )= -5.146310044779057e-10
f( 4.990856625139713 )= 8.167858944752027e-09
f( -3.04699943959713 )= -4.768277772626561e-09
f( -3.4589415714144707 )= -5.146310044779057e-10
f( -4.990856625139713 )= 8.167858944752027e-09
>>>
```