



**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ МОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Кафедра «Управління логістичними системами і проектами»

# ЛОГІСТИКА

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до практичних занять  
для здобувачів першого рівня вищої освіти  
(бакалавр)**

**Галузь знань**  
**Спеціальність**  
**Освітньо-професійна програма**  
**Форма навчання**  
**Мова навчання**

07 Управління та адміністрування  
073 Менеджмент  
Проектний менеджмент  
очна (денна), заочна  
українська



2025 рік

Методичні вказівки з навчальної дисципліни "Логістика" розроблено на основі освітньо-професійної програми Проектний менеджмент та відповідних навчальних планів для здобувачів очної, заочної форм навчання рівня вищої освіти бакалавр за спеціальністю 073 Менеджмент, галузі знань 07 Управління та адміністрування.

Розробник: ст.викл., Наталія ПІДДУБНА

Методичні вказівки схвалено на засіданні кафедри «Управління логістичними системами і проектами».

Протокол від «07» 03 2025 р. № 7 .

Завідувач кафедри «УЛСП»

«\_07\_» 03 2025 р.

\_\_\_\_\_ (Інна  
ЛАПКІНА)

Погоджено:

ГАРАНТ ОСВІТНЬОЇ ПРОГРАМИ

Доктор технічних наук, професор кафедри УЛСП

вчений ступень, вчене звання, посада, кафедра

«07» 03 2025 р.

\_\_\_\_\_ Алла БОНДАР.

## Зміст

		стор
	ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1.	ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ТА МЕТОДИ ВИРІШЕННЯ ЗАВДАНЬ	6
Тема 1	Логістика – інструмент ринкової економіки. Об’єкти логістичного управління	6
1.1	Основні поняття логістичного управління	6
1.2	Характеристика логістичного та традиційного підходів	7
1.3	Практичне застосування логістики у повсякденному житті	7
1.4	Запитання для закріплення теретичних матеріалів	9
1.5	Тести для самоконтролю	9
Тема 2	Моделювання в логістиці. Мережеві моделі	10
2.1	Теоретичні відомості	10
2.2	Завдання про мінімізацію мережі	11
2.3.1	Знаходження найкоротшого маршруту (мережа без циклів)	13
2.3.2	Знаходження найкоротшого (оптимального) маршруту (мережа без циклів) у середовищі Excel	15
2.4.1	Знаходження найкоротшого шляху у мережах з циклами	18
2.4.2	Знаходження найкоротшого (оптимального) маршруту (мережа з циклами) у середовищі Excel	24
2.5	Завдання про знаходження максимального потоку в мережі	27
Тема 3	Транспортна логістика	32
3.1	Теоретичні відомості	32
3.2	Транспортне завдання класичного типу	33
3.2.1	Розв'язання задачі методом потенціалів	33
3.2.2	Використання EXCEL для розв'язання транспортної задачі	41
3.3	Багатоетапне (двохетапне) транспортне завдання	43
3.3.1	Алгоритм та рекомендації до рішення	47
3.3.2	Використання EXCEL для розв'язання багатоетопного транспортного завдання	53
Тема 4	Методи вибору постачальника у логістиці постачання	55
4.1	Теоретичні відомості	55
4.2	Рейтинговий метод вибору постачальника (на прикладі вибору виробника напіввагону)	57
4.3	Використання Excel для розрахунку вибору постачальника	60
Тема 5	Модель Вільсона у визначенні економічної партії запасів	62
5.1	Теоретичні відомості	62

5.2	Приклад визначення оптимальної партії запасів	64
5.3	Визначення партії поставок за умови знижки за ціною зі збільшенням поставки від оптимального розміру	65
Тема 6	Завдання пошуку місця розташування розподільчого центру у розподільчій логістиці	66
6.1	Теоретичні відомості	66
6.2	Метод визначення центру ваги	66
6.3	Визначення місця розташування розподільного центру методом пробної точки	68
РОЗДІЛ 2	ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ	71
Тема 2	Мережеві моделі	71
2.1	Завдання про мінімізацію мережі	71
2.2	Знаходження найкоротшого маршруту (мережа без циклів)	72
2.3	Знаходження найкоротшого шляху у мережах з циклами	73
2.4	Завдання про знаходження максимального потоку в мережі	75
Тема 3	Транспортна логістика	75
3.1	Транспортне завдання класичного типу	75
3.2	Багатоетапне (двохетапне) транспортне завдання	80
Тема 4	Методи вибору постачальника у логістиці постачання	85
4.1	Рейтинговий метод	85
Тема 5	Модель Вільсона у визначенні економічної партії запасів	88
Тема 6	Завдання пошуку місця розташування розподільчого центру у розподільчій логістиці	90
6.1	Метод визначення центру ваги	90
6.2	Визначення місця розташування розподільного центру методом пробної точки	93
	Список використаних літературних джерел	94

## Вступ

Поступова трансформація ринків, яка відбувається під впливом низки еволюційних, інтелектуальних, інноваційних змін та випадкових подій, обумовили необхідність застосування нового підходу до організації системи забезпечення підприємства всіма видами матеріальних ресурсів, до побудови системи взаємодії з постачальниками таких ресурсів, до організації процесу виробництва, збуту готової продукції, її транспортування тощо. Таким новим підходом, який базується на принципі інтегрованості всіх процесів, які формують рух матеріального потоку від постачальника ресурсів до споживача товару, є логістичний підхід.

Реалізація логістичного підходу в управлінні матеріальними потоками вимагає відповідності та збалансованості управлінських рішень як між усіма логістичними функціями, так і між усіма учасниками логістичного ланцюга. Практична реалізація визначених принципів логістичної діяльності можлива лише при умові наявності достатніх професійних компетенцій всього персоналу, який прийматиме управлінські рішення та реалізуватиме логістичні функції та операції. Мова йде як про професійних логістів, така і про фахівців економічних спеціальностей, економічна оцінка яких служитиме підґрунтям для раціонального та ефективного вибору із наявних логістичних альтернатив.

Мета цих методичних вказівок полягає в практичному засвоєнні у здобувачів розуміння необхідності єдиного управління наскрізними матеріальними потоками, в орієнтації студентів на цілісне бачення процесів в логістиці. Перелік робіт, що пропонуються, відповідає структурі дисципліни «Логістика» для здобувачів освітньо-професійна програма «Проектний менеджмент».

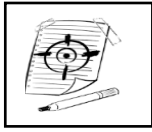
Застосування логістичного методу вивчається на задачах, що найбільш часто зустрічаються на практиці. Наприклад, визначення маршруту доставки, оптимальної партії поставок, місця розташування розподільчого центру, а також ряд інших задач.

Частина наведених робіт розрахована для вивчення на практичних заняттях. Інша частина матеріалів орієнтована на самостійне виконання завдань.

Оформлення робіт необхідно проводити з використанням персонального комп'ютеру.

## РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ТА МЕТОДИ ВИРІШЕННЯ ЗАВДАНЬ

### Тема 1 Логістика – інструмент ринкової економіки. Об'єкти логістичного управління



**Мета заняття:** вивчити основні поняття логістики.

#### 1.1 Основні поняття логістичного управління

*Системний підхід* - комплексне вивчення об'єкта дослідження як єдиного цілого з позиції системного аналізу.

*Матеріальний потік* - продукція, розглянута в процесі додатку до неї різних логістичних операцій і віднесена до тимчасового інтервалу. Матеріальний потік має розмірність «Обсяг (кількість, маса) / час». Кожному матеріальному потоку відповідає деякий інформаційний потік.

*Інформаційний потік* - сукупність циркулюючих в логістичній системі, між логістичною системою і зовнішнім середовищем повідомлень, необхідних для управління і контролю логістичних операцій. Інформаційний потік може існувати у вигляді паперових і електронних документів.

Матеріальні та інформаційні потоки взаємодіють в логістичних системах в різних варіантах:

1. інформаційний потік випереджає матеріальний.
2. інформаційний супроводжує матеріальний.
3. інформаційний пояснює після проходження матеріального.

*Фінансовий потік* - спрямований рух фінансових коштів, що циркулюють в ЛС, а також між ЛС і зовнішнім середовищем, необхідних для забезпечення ефективного руху певного матеріального потоку.

Види:

- Обумовлені процесом закупівлі товару;
- Виникають в процесі продажу товару;
- Пов'язані з формуванням матеріальних витрат у процесі виробництва (в формуванні собівартості);
- Інвестиційні фінансові потоки;
- По відтворенню робочої сили (з/п).

*Логістична операція* - це відособлена сукупність дій, спрямована на перетворення матеріального та / або інформаційного потоку (складування, транспортування, комплектація, навантаження, розвантаження, внутрішнє переміщення: збір, зберігання і обробка даних та ін.).

*Логістичні витрати* - витрати на виконання логістичних операцій (складування, транспортування та ін.; збір, зберігання і передача даних про замовлення, запаси, поставки та ін.).

## 1.2 Характеристика логістичного та традиційного підходів

### *Логістичний підхід:*

Зосереджений на оптимізації всього процесу постачання, включаючи управління запасами, транспортування, складування та доставки товарів до кінцевого споживача. Включає в себе інтеграцію всіх етапів у єдину систему, єдине управління матеріальним потоком по всьому шляху його прямування, що дозволяє зменшити витрати та час доставки, а також забезпечувати високу якість обслуговування клієнтів.

### *Традиційний підхід:*

Часто зосереджується на окремих функціях (наприклад, лише на транспортуванні або складуванні) без детального врахування взаємозв'язків між ними. Не обов'язково передбачає інтеграцію різних етапів постачання і отже має різні джерела управління, що означає, що об'єктом управління є не матеріальний потік, а діяльність окремо взятої організації, яка бере участь у переміщенні матеріального потоку.

## 1.3 Практичне застосування логістики у повсякденному житті

*Завдання 1:* Відштовхуючись від принципів логістики, пояснити її прояв в одному робочому дні.

### *Ранок.*

1. Пробудження та Сніданок: Я прокидаюся і встаю на сніданок. Тут логістика проявляється через можливість швидкого доступу до продуктів харчування, які були доставлені з магазину та розподілені заздалегідь продуманими місцями на кухні. Квартира це мікрологістична система. Прикладом макрологістичної системи у разі є ланцюг поставок товарів у магазин.

2. Поїздка на роботу: Залежно від способу пересування (громадський транспорт чи власний автомобіль) я використовую різні логістичні рішення. Якщо я їду автобусом, він працює за певним розкладом, який є результатом логістичного планування, що враховує завантаження, час та маршрути.

### *Денні години.*

3. Робота: На робочому місці логістика також має значення. Офісне обладнання (наприклад, комп'ютери, принтери) та канцелярське приладдя надходять через ланцюжок поставок, що забезпечує їх наявність у потрібний момент. Якщо ми проводимо зустріч, переконаємось, що всі необхідні матеріали доступні завдяки правильному управлінню запасами.

4. Обід: Коли я виходжу на обід, я можу відвідати кафе або ресторан, які отримали продукти від постачальників. Логістика забезпечує свіжість та надійність інгредієнтів, від фермерського господарства до кухонь ресторанів.

### *Вечір.*

5. Поїздка додому: Я повертаюся додому тим же маршрутом, що й уранці. Якщо по дорозі я заїду в магазин, щоб купити щось, це знову пов'язано з логістикою — від постачання до правильного розподілу товарів по полицях.

6. Покупка онлайн: Увечері я можу зробити покупки через інтернет. Замовлення товарів, які будуть доставлені мені додому, це яскравий приклад роботи логістики: від моменту розміщення замовлення до розподілу товарів на складі та подальшої доставки кур'єром.

*Висновок:* Таким чином, логістика пронизує кожен момент мого дня, починаючи з продуктів, які я споживаю, і до транспорту, який я використовую. Вона забезпечує ефективність, надійність і доступність товарів та послуг, що робить моє повсякденне життя більш зручним та комфортним. Логістичні процеси, що відбуваються за лаштунками, часто залишаються непомітними, але вони мають велике значення для нашого повсякденного життя.

*Завдання 2:* Застосування логістики для підготовки студента до іспиту.

Використання логістичного підходу під час підготовки до іспиту може допомогти зробити процес організованішим та ефективнішим.

#### 1. *Планування часу.*

- Створення розкладу: Я маю розклад для підготовки, розбивши матеріал на логічні частини. Це схоже на маршрутизацію — я визначаю, який час приділити кожному розділу, щоби оптимально розподілити зусилля.

#### 2. *Організація матеріалів.*

- Збір навчальних матеріалів: Я зберу всі необхідні книги, конспекти, тести та ресурси в одному місці. Це можна порівняти з управлінням запасами: агрегування всіх необхідних матеріалів допомагає уникнути втрати часу з їхньої пошук.

#### 3. *Пріоритезація завдань.*

- Визначення ключових тем: Я виділю найважливіші теми або розділи, які потрібно вивчити, і розставляю їх за пріоритетом. Це аналогічно до того, як логістика визначає критичні точки в ланцюжку поставок.

#### 4. *Використання технологій.*

- Програми та додатки для організації: Я можу використовувати спеціальні програми для планування, наприклад, Trello, щоб відстежувати свій прогрес та дедлайни. Trello — це хмарний сервіс для управління проектами (наприклад, проект підготовки до екзамену), який працює за принципом методології Kanban. Канбан - це система постановки завдань та організації робочих процесів для ефективного досягнення поставленої мети. Ця методологія передбачає прозорість просування роботи. Тобто застосування такої програми дозволяє оптимізувати процес підготовки та уникнути навантаження. Ну або застосувати старий, не зовсім логістичний підхід: встановити дедлайн на вивчення різних тем за ступенем їхньої складності та для сигналізації закінчення часу підготовки встановити сигнал на годиннику))))).

#### 5. Зворотній зв'язок та коригування.

• Тестування знань: Я періодично проводитиму самоперевірку за допомогою тестів, щоб оцінити, наскільки добре засвоєні теми. Це елемент перевірки якості, що дозволяє коригувати стратегію підготовки за необхідності.

#### 6. Управління стресом.

• Регулярні паузи: Я вкочу час для відпочинку та відновлення, щоб не перевантажувати себе. Це можна порівняти з керуванням потоком у логістиці, де важливо враховувати всі фактори для оптимізації загального процесу.

#### 7. Формування навчальних груп.

• Обговорення з іншими: Я можу організувати зустрічі з однокурсниками для обговорення важких тем. Це схоже на співпрацю в ланцюжку постачання, де обмін знаннями та ресурсами може збільшити загальний результат.

*Висновок.* Використовуючи логістичний підхід до підготовки до іспиту, я оптимізую свій час, ресурси та зусилля. Це допомагає мені більш цілеспрямовано та систематично готуватись, підвищуючи шанси на успішне проходження іспиту. Застосування таких принципів у навчальному процесі робить підхід більш практичним та ефективним.

### 1.4 Запитання для закріплення теретичних матеріалів

- 1) Що таке логістика та яке її визначення в контексті ринкової економіки?
- 2) Яка роль логістики в ланцюжку поставок?
- 3) Які ключові функції виконує логістика підвищення ефективності бізнесу?
- 4) Як логістика впливає вартість продукції і на загальну прибутковість підприємства?
- 5) У чому полягає зв'язок між логістикою та задоволеністю клієнтів?
- 6) Як зміни у споживчому попиті впливають на логістичні стратегії компаній?

### 1.5 Тести для самоконтролю

#### 1. Логістика – це наука про:

- а) управління матеріальними та інформаційними потоками;
- б) об'єктивні закони розвитку матеріальних ресурсів;
- в) професійну діяльність людини у сфері постачання та розподілу ресурсів.

#### 2. Об'єднання всіх учасників логістичного процесу, називається:

- а) інтеграцією;
- б) координацію;
- в) систематизацією

#### 3. Рух матеріальних та інформаційних потоків на макрорівні, називається:

- а) мікрологістикою;
- б) макрологістикою;
- в) глобальною логістикою

4. Якщо суб'єктом логістики є структурні підрозділи підприємства, така логістика називається:

- 1) мікрологістикою;
- 2) внутрішньою;
- 3) зовнішньою.

5. Чим займалися логісти, які перебувають на службі у Стародавній Греції?

- 1) розподілом продуктів харчування
- 2) доставкою готової продукції містами
- 3) державними розрахунками, обчисленнями

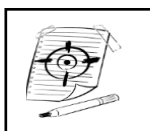
6. Оптимізаційний період у логістиці ґрунтується на розумінні ...

- 1) Взаємопов'язання сировини, що просуваються, і матеріалів в одну систему управління
- 2) Введення моделей для розрахунку задачі розподілу
- 3) Розв'язання задач управління запасами
- 4) Введення прогресивних методів упаковки та доставки

6. Що є змістом логістики?

- 1) Організація виробництва з мінімальними витратами
- 2) Доведення матеріалу потоку від сировинної бази через комплекс виробничо-складських операцій до кінцевого споживача у вигляді готової продукції
- 3) Організація доведення готової продукції зі складу виробника (дистриб'ютора) до кінцевого споживача.
- 4) Побудова логістичних систем розподілу готової продукції, необхідної ринком

## Тема 2. Моделювання в логістиці. Мережеві моделі



**Мета заняття:** навчитись будувати мережеві моделі логістичних задач і застосовувати засоби MS Excel для їх розв'язання

### 2.1 Теоретичні відомості

Мережеві транспортні завдання – це клас завдань у дослідницьких та математичних науках, які фокусуються на оптимізації транспортування ресурсів (таких як товари, інформація чи енергія) мережею. Основні характеристики та складові таких завдань можуть бути такими:

*Мережа:* Модель задається як графа, де вузли (вершини) є точки (наприклад, склади, магазини чи транспортні вузли), а ребра – канали чи маршрути, якими можна переміщати товари.

*Вантажі:* Кожне ребро має певну пропускну спроможність (максимальну кількість ресурсів), яка може бути перевезена через нього, та вартість переміщення, яка може змінюватись.

*Цілі:* Основне завдання може полягати в мінімізації загальних транспортних витрат, максимізації потоку від джерел до кінцевих споживачів або балансі попиту та пропозиції.

Мережеві транспортні завдання мають важливе значення у логістиці, управлінні ланцюгами поставок, телекомунікаціях і навіть у розподілі ресурсів у соціальних системах.

## 2.2 Завдання про мінімізацію мережі

*Мета:* визначити можливості застосування задачі мінімізації мережі на вирішення логістичних завдань, вивчити алгоритм рішення, отримати практичні навички.

*Постановка задачі:* Після реконструкції та модернізації виробнича потужність нафтопереробного заводу значно зросла. Внаслідок цього виникла необхідність розробки 10 раніше законсервованих свердловин.

Для постачання заводу сировою нафтою проектується будівництво нафтопроводу, який з'єднає з ним свердловини.

Необхідно вибрати проект, у якому будівництво нафтопроводу має мінімальну вартість (витрати на будівництво пропорційні довжині нафтопроводу). Відомі відстані між самими свердловинами і між ними і заводом (рис. 2.1).

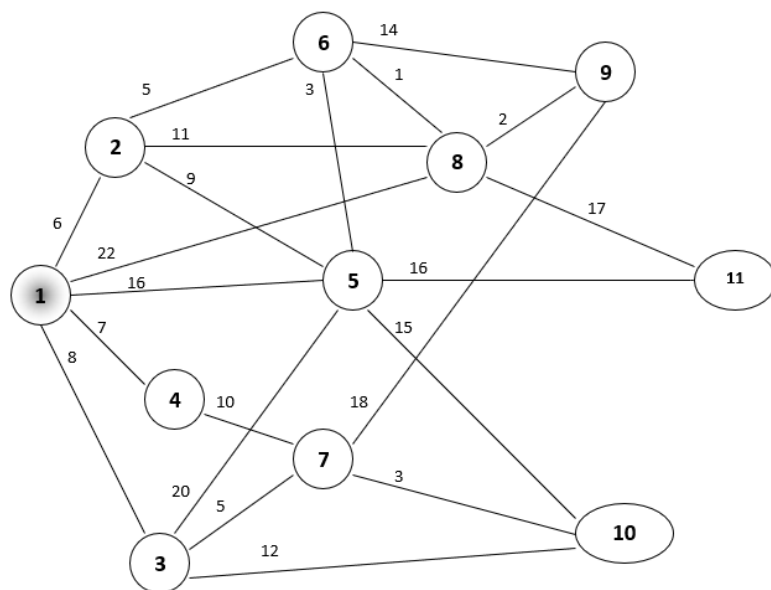


Рисунок 2.1 Мережа проекту нафтопроводу

Пояснення до рис. 2.1: Вузол 1 - нафтопереробний завод, вузли 2-11 - свердловини бурові; на ребрах показані відстані км. Відсутність ребра означає, що з'єднання відповідних об'єктів неможливе.

*Алгоритм і рекомендації до вирішення:* Мінімальна мережа не повинна містити циклів, що природно призвело до її назви - мінімальне дерево-остов. У будь-якій мережі мінімальне дерево остов можна визначити наступним ітеративним процесом. Почати з будь-якого вузла та з'єднати його з найближчим вузлом мережі. З'єднані два вузли утворюють тепер зв'язкове множини (C), а решта – незв'язну множини ( $\bar{C}$ ). Далі в нескладному множині вибрати вузол, який розташований ближче за інших (на найкоротшій відстані) до будь-якого з вузлів зв'язкової множини. Скоригувати відповідним чином зв'язне і незв'язне множини і повторювати процес до тих пір, поки в зв'язкове безліч не потраплять всі вузли мережі. У разі наявності однаково віддалених вузлів, вибрати будь-який з них, що вказує на неоднозначність мінімального дерева-остова.

*Приклад рішення:* Знайдемо мінімальну довжину нафтопроводу в мережі, наведеній на рис.2.1.

Почнемо побудова з вузла 1, тоді в початковий момент множина зв'язкових вузлів представлена вузлом 1, а множина незв'язних вузлів - вузлами 2-11:

$$C = \{1\}; \bar{C} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}.$$

*Ітерація 1:* вузол 1 з'єднуємо з вузлом 2 – найближчим до 1 у множені незв'язних вузлів:

$$C = \{1, 2\}; \bar{C} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}.$$

*Ітерація 2:* вузол 2 з'єднуємо з вузлом 6:

$$C = \{1, 2, 6\}; \bar{C} = \{3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11\}.$$

*Ітерація 3:* вузол 6 з'єднуємо з вузлом 8:

$$C = \{1, 2, 6, 8\}; \bar{C} = \{3, 4, 5, 7, 9, 10, 11\}.$$

*Ітерація 4:* вузол 8 з'єднуємо з вузлом 9:

$$C = \{1, 2, 6, 8, 9\}; \bar{C} = \{3, 4, 5, 7, 10, 11\}.$$

*Ітерація 5:* вузол 6 з'єднуємо з вузлом 5:

$$C = \{1, 2, 5, 6, 8, 9\}; \bar{C} = \{3, 4, 7, 10, 11\}.$$

*Ітерація 6:* вузол 1 з'єднуємо з вузлом 4:

$$C = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9\}; \bar{C} = \{3, 7, 10, 11\}.$$

*Ітерація 7:* вузол 1 з'єднуємо з вузлом 3:

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}; \bar{C} = \{7, 10, 11\}.$$

*Ітерація 8:* вузол 3 з'єднуємо з вузлом 7:

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}; \bar{C} = \{10, 11\}.$$

*Ітерація 9:* вузол 7 з'єднуємо з вузлом 10:

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}; \bar{C} = \{11\}.$$

Ітерація 10: вузол 5 з'єднуємо з вузлом 11:

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}; \bar{C} = \emptyset.$$

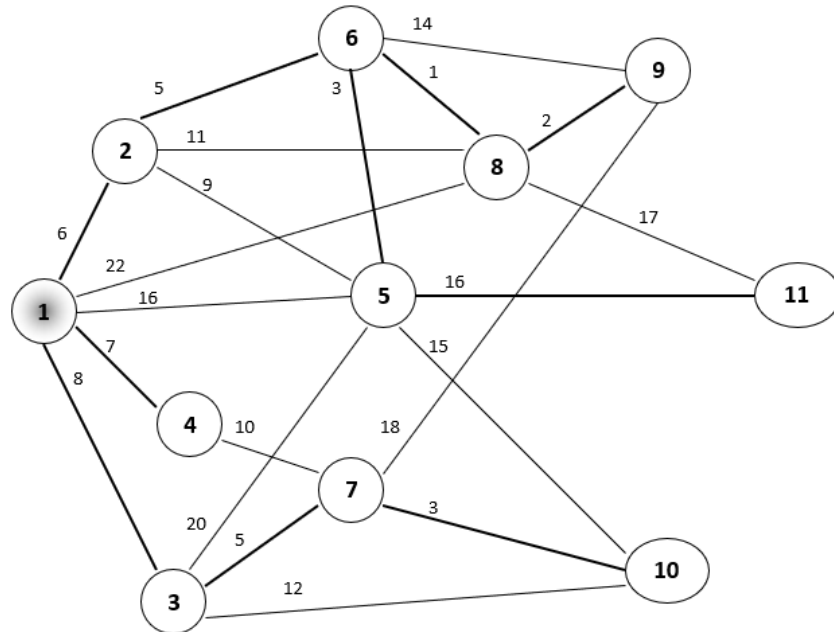


Рисунок 2.2 Розв'язання задачі (шлях прокладання нафтопроводу)

Мінімальна довжина нафтопроводу визначається як сума відстаней по виділених ребрах:

$$L = 6 + 5 + 3 + 1 + 2 + 16 + 7 + 8 + 5 + 3 = 56 \text{ (км.)}$$

### 2.3.1 Знаходження найкоротшого маршруту (мережа без циклів)

*Мета:* розглянути метод розв'язання задачі знаходження найкоротшого шляху в мережі без циклів, навести приклад.

Задача про найменший шлях — це задача пошуку найкоротшого шляху (ланцюга) між двома точками (вершинами) на графі, в якій мінімізується сума ваг ребер, що складають шлях. Завдання про найменший шлях є однією з найважливіших класичних задач теорії графів. Сьогодні відомо безліч алгоритмів для її вирішення. У цієї задачі є й інші назви: задача про мінімальний шлях або, в застарілому варіанті, задача про дилижанс. Значущість цієї задачі визначається її різними практичними застосуваннями. Наприклад, у GPS-навігаторах здійснюється пошук найменшого шляху між точкою відправлення та точкою призначення. В якості вершин виступають перехрестя, а дороги є ребрами, які лежать між ними. Якщо сума довжин доріг між перехрестями мінімальна, тоді знайдений шлях найкоротший.

Завдання полягає у знаходженні пов'язаних між собою доріг на транспортній мережі, які мають мінімальну довжину від вихідного пункту до пункту призначення.

*Алгоритм та рекомендації до вирішення:* Перш ніж описати процедуру рішення, введемо такі позначення:

$d_{ij}$  – відстань на мережі між суміжними вузлами  $i, j$ ;

$u_j$  - найкоротша відстань між вузлами  $i, j$ ;

Очевидно що  $u_1 = 0$ .

Формула для обчислення  $u_j$ :  $u_j = \min_i \{u_i + d_{ij}\}$ .

З цієї формули випливає, що найкоротша відстань  $u_j$  до вузла  $j$  можна обчислити лише після того, як визначено найкоротшу відстань до кожного попереднього вузла, з'єднаного дугою з вузлом  $j$ . Процедура завершується, коли отримано  $u_j$  останньої ланки.

*Приклад.* Нехай задано транспортну мережу (рис. 2.1). Необхідно доставити вантаж із пункту 1 до пункту 7 із мінімальними транспортними витратами. Значення на ребрах мережі означає відстань між проміжними населеними пунктами. Прийємо вартість доставки на ділянках пропорційно відстані (умовно рівними).

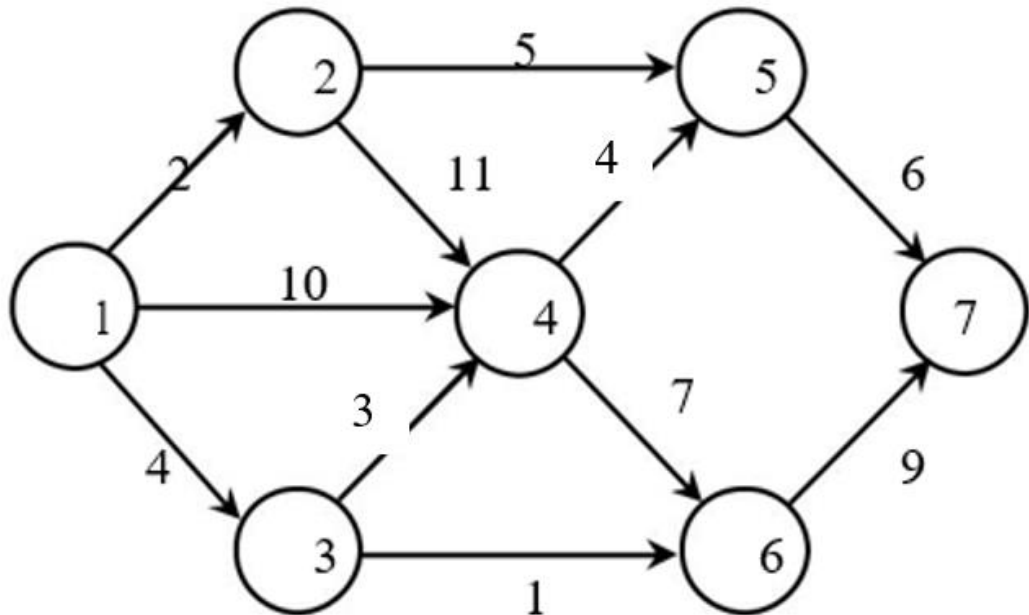


Рисунок 2.1 Транспортний граф

*Рішення.* Знайдемо мінімальні відстані:

$$u_1=0,$$

$$u_3=u_1 + d_{12}=0+2=2,$$

$$u_3=u_1+d_{13}=0+4=4,$$

$$u_4=\min\{u_1 + d_{14}; u_2+d_{24}; u_3+d_{34}\}=\min\{0+0;2+1;4+3\}=7,$$

$$u_5=\min\{u_2 + d_{25}; u_4 + d_{45}\}=\min\{2+5;7+8\}=7,$$

$$u_6=\min\{u_3+d_{36}; u_4+d_{46}\}=\min\{4 +1;7+7\}=5,$$

$$u_7=\min\{u_5 + d_{56}; u_6 + d_{67}\}=\min\{7+6;5+9\}=13.$$

Мінімальна відстань між вузлами 1 та 7 дорівнює 13, а відповідний маршрут містить вузли 1–2–5–7.

### 2.3.2 Знаходження найкоротшого (оптимального) маршруту (мережа без циклів) у середовищі Excel

*Мета:* розглянути математичну модель для вирішення задачі знаходження найкоротшого шляху в мережі без циклів, навести приклад її вирішення у середовищі Excel.

Розглянемо розв'язання попередньої задачі за допомогою оптимізаційних методів, які можна вирішити у середовищі Excel за допомогою функції "Пошук рішення"

Якщо умови транспортної задачі задані у вигляді графа (мережі), на якій умовно зображені постачальник, споживач і зв'язуючі їх дороги, вказані величини, що є показниками прийнятого в задачі критерію оптимальності (відстані), то говорять, що транспортна задача поставлена в мережевій формі.

Знаходження оптимального, з точки зору відстані, маршруту по формалізованій мережі можливе за допомогою математичної моделі (2.1) - (2.5) задача про знаходження найкоротшого шляху в ациклічних мережах.

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n c_{ik} x_{ik} \rightarrow \min \quad (2.1)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{1k} = 1 \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{in} = 1 \quad (2.3)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} - \sum_{i=1}^n x_{ki} = 0 \quad (\forall i \in \{2, \dots, n-1\}); \quad (2.4)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad (\forall i, k \in \{1,2, \dots, n\}) \quad (2.5)$$

У цій моделі змінні  $x_{ik}$  визначаються як булеві, тобто  $x_{ik} = 1$ , якщо дуга  $(i,k)$  входить в маршрут;  $x_{ik} = 0$  якщо дуга  $(i,k)$  не входить в маршрут. Таким чином, параметром управління моделі є дуги, що входять в маршрут доставки.

Пояснимо сенс цільової функції обмежень :

(2.1) - цільова функція, що мінімізує витрати при формуванні маршруту;

(2.2) - вимога, щоб шуканий шлях починався у вершині 1;

(2.3) - вимога щоб шуканий шлях закінчувався у вершині n;

(2.4) - вимога, щоб шуканий шлях був зв'язним, тобто проходив через вершини графа;

(2.5) - вимога, щоб усі змінні моделі були булевими.

Отже, для знаходження найкоротшої відстані між постачальником і споживачем, необхідно виконати наступне:

1. Економіко-математичну модель (2.1)-(2.5) представити в числовому виді.

Цільова функція  $Z = 2x_{12} + 4x_{13} + 10x_{14} + 5x_{25} + 11x_{24} + 3x_{34} + 1x_{36} + 4x_{45} + 7x_{46} + 6x_{57} + 9x_{67} \rightarrow \min$

обмеження для 1  
вузла  $x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$

обмеження для 7  
вузла  $x_{57} + x_{67} = 1$

обмеження для 2  
вузла  $x_{12} - x_{24} - x_{25} = 0$

обмеження для 3  
вузла  $x_{13} + x_{34} + x_{36} = 0$

обмеження для 4  
вузла  $x_{24} + x_{14} + x_{34} - x_{45} - x_{46} = 0$

обмеження для 5  
вузла  $x_{25} + x_{45} - x_{57} = 0$

обмеження для 6  
вузла  $x_{36} + x_{46} - x_{67} = 0$

обмеження за  
змінними  $x_{ik} \in \{0,1\} (\forall i, k \in \{1,2,\dots,7\})$

2. Сформувати таблицю (табл. 2.1) для вирішення задачі, тобто введення даних в Microsoft Excel.

Таблиця 2.1 – Матриця для введення даних у Excel

Пункт відправлення	Проміжний (кінцевий n) пункт призначення	Відстані	Змінні	Обмеження	
				вузол	програмування обмежень у Excel
<i>i</i>	<i>k</i>				
1	2	2	$x_{12}$	1	
1	3	4	$x_{13}$	7	
1	4	10	$x_{14}$	2	
2	4	11	$x_{24}$	3	
2	5	5	$x_{25}$	4	
3	4	3	$x_{34}$	5	
3	6	1	$x_{36}$	6	
4	5	4	$x_{45}$		
4	6	7	$x_{46}$		
5	7	6	$x_{57}$		
6	7	9	$x_{67}$		

В останній графі (обмеження) Excel розписати обмеження з посиланням на змінні. Це означає, що кожна змінна в Excel має ім'я - адресу комірки куди вона вписана.

3. Вирішити задачу за допомогою опції «Пошук рішень» і представити рішення задачі з додатком звіту про отриманий результат.

Для цього необхідно розписати обмеження та цільову функцію в окремих осередках. Після чого зайти в додаток "пошук рішення", вказати цільову функцію з орієнтацією на мінімізацію, показати осередки, де описані змінні, адреси обмежень та умови, до чого вони повинні дорівнювати, визначити значення змінних (бульові), вказати умови лінійності моделі.

На рисунку 2.2 показано таблицю в Excel з уточненням формул обмеження та цільової функції.

Введення даних у "пошук рішення" показано на рисунку 2.3.

Рішення показано на рисунку 2.4.

	A	B	C	D	E	F
1		Проміжний (кінцевий) пункт призначення	Відстані	Змінні	вузол	Обмеження програмування обмежень у Excel
2						
3	1	2	2		1	=D3+D4+D5
4	1	3	4		7	=D12+D13
5	1	4	10		2	=D3-D6-D7
6	2	4	11		3	=D4-D8-D9
7	2	5	5		4	=D6+D5+D8-D10-D11
8	3	4	3		5	=D7+D10-D12
9	3	6	1		6	=D9+D11-D13
10	4	5	4			
11	4	6	7			
12	5	7	6			
13	6	7	9			

$$Z = \text{=СУММПРОИЗВ}(C3:C13;D3:D13)$$

Рисунок 2.2 Введення даних на лист Excel

Панель меню: Файл, Главная, Вставка, Разметка страницы, Формулы, **Данные**, Рецензирование, Вид, Справка, Acrobat.

Получить Из текстового/CSV-файла Интернета Из таблицы/диапазона/источники Последние точки Существующие подключения Обновить все Изменить связи Запросы и подключения Запросы и подключения Сортировка и фильтр Сортировка и фильтр Очистить Повторить Дополнительно

Получить и преобразовать данные

Пункт отправления	Проміжний (кінцевий) пункт призначення	Відстані	Змінні	вузол	Обмеження програмування обмежень у Excel
1	2	2		1	0
1	3	4		7	0
1	4	10		2	0
2	4	11		3	0
2	5	5		4	0
3	4	3		5	0
3	6	1		6	0
4	5	4			
4	6	7			
5	7	6			
6	7	9			

15 Z = 0

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию: \$B\$515

До:  Максимум  Минимум  Значения: 0

Изменяя ячейки переменных: \$D\$3:\$D\$13

В соответствии с ограничениями:

\$D\$3:\$D\$13 = бинарное

SF53 = 1  
SF54 = 1  
SF55 = 0  
SF56 = 0  
SF57 = 0  
SF58 = 0  
SF59 = 0

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения: Поиск решения лин. задач симплекс-методом

Метод решения  
Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка Найти решение Закрыть

Рисунок 2.3 Введення даних у "Пошук рішення"

	A	B	C	D	Обмеження	
					вузол	обмеження програмування у Excel
1						
2						
3	1	2	2	1	1	1
4	1	3	4	0	7	1
5	1	4	10	0	2	0
6	2	4	11	0	3	0
7	2	5	5	1	4	0
8	3	4	3	0	5	0
9	3	6	1	0	6	0
10	4	5	4	0		
11	4	6	7	0		
12	5	7	6	1		
13	6	7	9	0		

Рисунок 2.4 Результати рішення (стовпець: змінні)

#### 4. Інтерпретувати отримані значення змінних

З отриманого рішення (рис. 2.4), видно що змінні  $x_{12}$ ,  $x_{25}$  і  $x_{57}$  дорівнюють 1. Це означає, що за допомогою цих змінних формується ланцюжок маршруту, а точніше найкоротша відстань з 1 в 7 проходить через вузли 2 і 5: 1 - 2 - 5 - 7

Як бачимо метод потенціалів та використання оптимізаційної моделі привели до однакового рішення. Розглянута задача має невелику розмірність, у разі більш складних мереж краще використовувати оптимізаційну модель

### 2.4.1 Знаходження найкоротшого шляху у мережах з циклами

*Мета:* розглянути метод знаходження найкоротшого шляху в мережах, де у прямому та зворотному напрямку однієї дуги можуть бути різні відстані, вивчити алгоритм рішення, отримати практичні навички

У реальній транспортній розв'язці часто зустрічаються маршрути з одностороннім рухом чи рухом під'земними трасами. Цей факт відбивається на відстані між двома пунктами, наприклад, у прямому напрямку відстань може бути більшою ніж у зворотному. У разі коли розглядається доставка вантажу в прямому напрямку та іншого вантажу у зворотному, використовують алгоритм знаходження маршруту в мережах з циклами.

*Алгоритм знаходження найкоротшого шляху* на мережі, що містить цикли, як і в попередньому прикладі заснований на рекурсивних обчисленнях, розглянемо кроки обчислювальної процедури.

Нехай потрібно визначити найкоротший маршрут між вузлом 1 та будь-яким іншим вузлом мережі  $j$ ,  $j = 2, \dots, n$ . Алгоритм зручно уявити, записавши

відстані  $d_{ij}$  між вузлами  $i$  та  $j$  у вигляді табл.2.1 (зауважимо, що  $d_{ij}$  можуть відрізнятися від  $d_{ji}$ ). Таким чином, рядок  $i$  (стовпець  $j$ ) представляє вузол  $i$  (вузол  $j$ ).

Таблиця 2.2 - Загальний вид заповнення транспортної матриці

	1	2	...	$n-1$	$n$	$u_j$
1	$d_{11}$	$d_{12}$	...	$d_{1, n-1}$	$d_{1n}$	$u_1$
2	$d_{21}$	$d_{22}$	...	$d_{2, n-1}$	$d_{2n}$	$u_2$
⋮			...			
$n$	$d_{n1}$	$d_{n2}$	...	$d_{n, n-1}$	$d_{nn}$	$u_n$
	$v_1$	$v_2$	...	$v_{n-1}$	$v_n$	

Кроки алгоритму можна подати так:

*Крок 1.* Нехай  $v_j$  – сума довжин дуг, що утворюють ланцюг, що веде із вузла 1 у вузол  $j$ . Покладемо  $v_1 = 0$  та  $u_i$  рівним  $v_j$ , якщо  $i = j$ . За умови, що  $i$  та  $j$  з'єднані дугою, величина  $v_j$  визначається як  $v_j = \min\{u_i + d_{ij}\}$ .

Процес починається з  $i=1$  та  $v_1=u_1=0$ .

Зауважимо, що  $u_i$  включає відстані до вузла  $i$ , яке помітимо, використовується для визначення найближчого вузла  $j$ . При цьому потрібно, щоб звернення до значення  $u_i (= v_j)$  для  $i = j$  відбувалося відразу після появи  $v_j$  і перш ніж обчислено яесь нове значення  $v_j$ .

*Крок 2.* Покласти  $i = 1$ .

1) Обчислити  $v_j$  і  $u_i$  для всіх  $j$ .

2) Якщо  $d_{ij} \geq v_j - u_i$  для всіх  $j$ , то між вузлами  $i$  та  $j$  не існує більш короткого шляху. Якщо  $i = n$ , перейти до п. 4. Інакше покласти  $i=i+1$  та перейти до п. 1.

3) Якщо  $d_{ij} < v_j - u_i$ , обчислити нові значення  $v_j$ ,  $v'_j$  використовуючи формулу:  $v'_j = u_i + d_{ij}$ .

Замінити  $v_j$  та  $u_i$  та для  $i = j$  на  $v'_j$ . Якщо  $i = n$ , перейти до п. 4, інакше покласти  $i=i+1$  і перейти до п. 1.

4) Якщо значення  $v_j$  змінювалося у п. 3, повторіть пункт 2, використовуючи змінене значення. В іншому випадку перейти до кроку 3.

*Крок 3* Отримані значення  $v_j$  визначають найкоротшу відстань між вузлами 1 та  $j = 2, 3, \dots, n$ . Для отримання відповідних ланцюгів остання дуга  $(i, j)$  у ланцюзі  $(i, j)$  повинна задовольняти умові  $v_{i1} = v_j - d_{ij}$ .

Після визначення  $i_1$  передостання вершина  $i_2$  має задовольняти рівність  $v_{i_2} = v_{i_1} - d_{i_2 i_1}$ . Процес триває, доки досягне вузол 1.

*Приклад:* Розглянемо мережу на рис. 2.5. Мережа містить цикли, що виникають через можливість двостороннього руху. Якщо дуга орієнтована (тобто рух одностороннє), відстань в іншому напрямку вважається рівною  $\infty$ . Позначення: Числа на комунікації записані через кому. Наприклад, 5,8. Це означає, що у прямому напрямку (від вузла з меншим номером до більшого) відстань 5, у зворотному 8.

*Постановка задачі.* Нехай фірма "Авто", представлена на мережі вузлом 1, здійснює постачання запасних частин для автомобілів і мотоциклів оптовий магазин (вузол 7). Необхідно знайти найкоротший маршрут з 1 до 7, за умови, що рух може бути двоспрямованим.

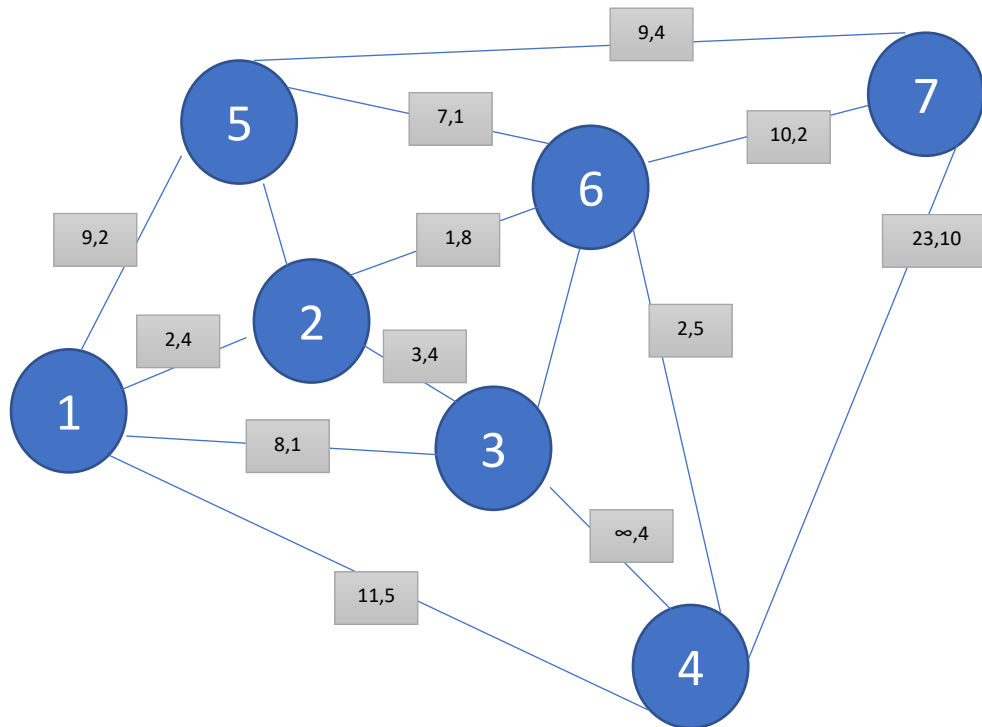


Рисунок 2.5 Мережа постачання запасних частин для автомобілів

Розглянемо як вирішується завдання, коли вихідні дані представлені як мережного графіка.

1. Занесемо транспортну мережу до транспортної матриці (рис. 2.4).

Пояснимо принцип заповнення матриці. Кількість рядків і стовпців дорівнює аолічності вузлів +1. Тобто якщо в нашому випадку 7 вузлів, то таблиця буде розмірністю 8x8.

*Зверніть увагу!* Кожен осередок ділиться на дві частини. Це потрібно для заповнення: у верхній сегмент записують відстань, у нижній - розрахунок  $v_j - u_i$ , для перевірки на потенційність клітини.

	1	2	3	4	5	6	7	$u_i$
<b>1</b>		2	8	11	9			
$v_j-u_1$								
<b>2</b>	4		3		5	1		
$v_j-u_2$								
<b>3</b>	1	4		$\infty$		2		
$v_j-u_3$								
<b>4</b>	5		9			2	23	
$v_j-u_4$								
<b>5</b>	2	$\infty$				7	9	
$v_j-u_5$								
<b>6</b>		8	3	5	1		10	
$v_j-u_6$								
<b>7</b>				10	4	2		
$v_j-u_7$								
$v_j$								

Рисунок 2.6 Транспорта матриця

2. Розрахуємо потенціали за допомогою формули:  $v_j = \min_i \{u_i + d_{ij}\}$

де,  $v_j$  - сума довжин дуг, ведучих з  $I$  в вузол  $j$

Розрахунок проводиться безпосередньо у таблиці (рис. 2.6).

	1	2	3	4	5	6	7	$u_i$
<b>1</b>		2	8	11	9			<b>0</b>
$v_j-u_1$								
<b>2</b>	4		3		5	1		<b>2</b>
$v_j-u_2$								
<b>3</b>	1	4		$\infty$		2		<b>5</b>
$v_j-u_3$								
<b>4</b>	5		9			2	23	<b>11</b>
$v_j-u_4$								
<b>5</b>	2	$\infty$				7	9	<b>7</b>
$v_j-u_5$								
<b>6</b>		8	3	5	1		10	<b>3</b>
$v_j-u_6$								
<b>7</b>				10	4	2		<b>13</b>
$v_j-u_7$								
$v_j$	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>11</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>13</b>	

Рисунок 2.6 Результати розрахунку потенціалів  $u_i$  і  $v_j$

Пояснимо розрахунок потенціалів.

Нехай  $v_i = u_i = 0$  для  $i=j$ , тобто, потенціали з однаковими індексами рівні або інакше: визначили потенціал  $v_j$ , таке ж значення присвоюємо потенціалу  $u_i$ .

$$v_2 = 0 + 2 = 2$$

$$v_3 = \{0 + 8; 2 + 3\} = 5$$

$$v_4 = 0 + 11 = 11$$

$$v_5 = \{0 + 9; 2 + 5\} = 7$$

$$v_6 = \{2 + 1; 5 + 2; 11 + 2; 7 + 7\} = 3$$

$$v_7 = \{11 + 23; 7 + 9; 3 + 10\} = 13$$

3. Перевіряємо план на потенційність згідно з умовою:  $v_j - u_i \leq d_{ij}$  (для першого рядка) якщо умова не виконується, клітина не оптимальна.

Розрахунок по таблиці показаний рисунку 2.7

	1	2	3	4	5	6	7	$U_i$
1		2	8	11	9			0
$V_j - U_1$		2	5	11	7			
2	4		3		5	1		2
$V_j - U_2$	-2		3		5	1		
3	1	4		$\infty$		2		5
$V_j - U_3$	-5	-3		6		-2		
4	5		9			2	23	11
$V_j - U_4$	-11		-6			-8	2	
5	2	$\infty$				7	9	7
$V_j - U_5$	-7	-5				-4	-6	
6		8	3	5	1		10	3
$V_j - U_6$		-1	2	8	4		10	
7				10	4	2		13
$V_j - U_7$				-5	-9	-10		
$V_j$	0	2	5	11	7	3	13	

Рисунок 2.7 Результати розрахунку  $v_j - u_i$

Приклад розрахунку для першого та другого рядка (першого та другого вузла).

Для вузла (рядка) 1:

$$v_2 - u_1 \leq d_{12} = 2 - 0 = 2$$

$$v_3 - u_1 \leq d_{13} = 5 - 0 = 5 < 8$$

$$v_4 - u_1 \leq d_{14} = 11 - 0 = 11 = 11$$

$$v_5 - u_1 \leq d_{15} = 7 - 0 = 7 < 11$$

Для вузла (рядка) 2:

$$v_1 - u_2 \leq d_{21} = 0 - 2 = -2 < 4$$

$$v_3 - u_2 \leq d_{23} = 5 - 2 = 3 = 3$$

$$v_5 - u_2 \leq d_{25} = 7 - 2 = 5 = 5$$

$$v_6 - u_2 \leq d_{26} = 3 - 2 = 1 = 1$$

Клітини 6:4 і 6:5 не потенційні, оскільки  $v_4 - u_6 > d_{46}$  і  $v_5 - u_6 > d_{56}$ .  
Робимо перерахунок для не потенційних  $v_4$  і  $v_5$  клітин за правилом:

$$v'_4 = u_6 + d_{64} = 3 + 5 = 8$$

$$v'_5 = u_6 + d_{65} = 3 + 1 = 4$$

Коригуємо таблицю (рис. 2.8).

	1	2	3	4	5	6	7	U <sub>I</sub>
1 V <sub>J</sub> -U <sub>1</sub>		2	8	11	9			0
		2	8	11	7			
2 V <sub>J</sub> -U <sub>2</sub>	4		3		5	1		2
	-2		3		5	1		
3 V <sub>J</sub> -U <sub>3</sub>	1	4		∞		2		5
	-5	-3		6		-2		
4 V <sub>J</sub> -U <sub>4</sub>	5		9			2	23	11/8
	-11		-6			-8	2	
5 V <sub>J</sub> -U <sub>5</sub>	2	∞				7	9	7/4
	-7	-5				-4	-6	
6 V <sub>J</sub> -U <sub>6</sub>		8	3	5	1		10	3
		-1	2	8	4		10	
7 V <sub>J</sub> -U <sub>7</sub>				10	4	2		13
				-5	-9	-10		
V <sub>J</sub>	0	2	5	11 8	7 4	3	13	

Рисунок 2.8 Виправлення значення потенціалів

Після виправлення потенціалів алгоритм повторюється, тобто необхідно перевірити план на оптимальність згідно з описаним алгоритмом вище.

Якщо всі клітини оптимальні, будуємо маршрут, слідуємо з кінця до початку таблиці.

4. Будуємо мінімальний маршрут з 1 до 7.

$v_7=13$  шукаємо клітинку де  $u_i + d_{ij}$  дорівнюватиме 13. У нашому випадку це клітина 6, значить у 7 вузол потрапляємо з вузла 6, і так далі.

В результаті отримано альтернативні маршрути:

$7 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  або  $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 7)$ ;

$7 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  або  $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 7)$ .

Як бачимо, було отримано два альтернативні маршрути. Відстань в обох випадках дорівнює 13.

## 2.4.2 Знаходження найкоротшого (оптимального) маршруту (мережа з циклами) у середовищі Excel

*Мета:* розглянути математичну модель для вирішення задачі знаходження найкоротшого шляху в мережі безциклів, навести приклад її вирішення у середовищі Excel

Розглянемо розв'язання попередньої задачі за допомогою оптимізаційних методів, які можна вирішити у середовищі Excel за допомогою функції "Пошук рішення" Розглянемо розв'язання попередньої задачі за допомогою оптимізаційних методів, які можна вирішити у середовищі Excel за допомогою функції "Пошук рішення".

Завдання може бути вирішене за допомогою модифікації моделі (2.1)-(2.5), шляхом введення додаткових обмежень, що не допускають входу або виходу з вершини двічі.

Цільова функція мінімізує відстань:	$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n c_{ik} x_{ik} \rightarrow \min$	(2.6)
вимога, щоб шуканий шлях починався у вершині 1:	$\sum_{k=1}^n x_{1k} = 1$	(2.7)
вимога щоб шуканий шлях закінчувався у вершині n:	$\sum_{i=1}^n x_{in} = 1$	(2.8)
вимога щоб шуканий шлях закінчувався у вершині n:	$\sum_{k=1}^n x_{ik} - \sum_{i=1}^n x_{ki} = 0$ ( $\forall i \in \{2, \dots, n-1\}$ )	(2.9)
вимога про неможливість двох і більше виходів із однієї вершини:	$\sum_{k=1}^n x_{ik} \leq 1 \quad (i = \overline{1, n})$	(2.10)
вимога про неможливість двох і більше входів в одну вершину:	$\sum_{i=1}^n x_{ik} \leq 1 \quad (k = \overline{1, n})$	(2.11)
вимога, щоб усі змінні моделі були булевими:	$x_{ik} \in \{0, 1\} \quad (\forall i, k \in \{1, 2, \dots, 7\})$	(2.12)

Як розглядалося вище завдання легко реалізується Excel.

Розглянемо приклад дещо інший варіант введення вихідних даних на робочий лист Excel.

Побудуємо в Excel транспортну матрицю ( $C_{ij}$ ), тобто перенесемо мережу в табличну форму.

Нижче на аркуші ексель скопіюємо таблицю, але відстані видалимо. Дана таблиця описуватиме змінні ( $x_{ij}$ ), які в результаті рішення приймуть значення 1 або 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	$c_{ij}$	1	2	3	4	5	6	7	$u_i$
3	1	100	2	8	11	9	100	100	
4	2	4	100	3	100	5	1	100	
5	3	1	4	100	100	100	2	100	
6	4	5	100	9	100	100	2	23	
7	5	2	100	100		100	7	9	
8	6	100	8	3	5	1	100	10	
9	7	100	100	100	10	4	2	100	
10									
11									
12									
13	$x_{ij}$	1	2	3	4	5	6	7	$u_i$
14	1								0
15	2								0
16	3								0
17	4								0
18	5								0
19	6								0
20	7								0
21		0	0	0	0	0	0	0	
22		=	=	=	=	=	=	=	

Рисунок 2.9 Вихідні дані

Зверніть увагу деякі клітинки отримали значення 100. Таким чином ми блокуємо клітини, куди доставка не можлива, тобто привласнюємо клітині значення в рази більше ніж вихідні дані. Ці клітини можуть мати значення 1000, 20000 тощо.

У таблиці зі значеннями  $x_{ij}$  вводимо обмеження в останньому стовпці та рядку (рис. 2.10)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
13	$x_{ij}$	1	2	3	4	5	6	7	$u_i$
14	1								=СУММ(B14:H14)
15	2								=СУММ(B15:H15)
16	3								=СУММ(B16:H16)
17	4								=СУММ(B17:H17)
18	5								=СУММ(B18:H18)
19	6								=СУММ(B19:H19)
20	7								=СУММ(B20:H20)
21		=СУММ(B14:B20)	=СУММ(C14:C20)	=СУММ(D14:D20)	=СУММ(E14:E20)	=СУММ(F14:F20)	=СУММ(G14:G20)	=СУММ(H14:H20)	
22		=	=	=	=	=	=		
23		=I15	=I16	=I17	=I18	=I19			
24									
25	Z=	=СУММПРОИЗВ(B3:H9;B							

Рисунок 2.10 Введення розрахункових формул  
Встановлюємо формат осередків B14:H20 – числовий.  
Наступний етап - введення формул та обмежень у "Пошук рішення".

На рисунку 2.11 показано яким чином вводиться: математична модель (цільова функція та ряд обмежень), спосіб розв'язання задачі (лінійна задача, симплекс метод) та обмеження, що накладаються на змінні.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
2	cij	1	2	3	4	5	6	7	u <sub>i</sub>
3	1	100	2	8	11	9	100	100	
4	2	4	100	3	100	10	20	100	
5	3	1	4	100	100	100	2	100	
6	4	5	100	9	100	100	2	23	
7	5	2	8	100	6	100	7	9	
8	6	100	8	3	5	1	100	10	
9	7	100	100	100	10	4	2	100	
13	xij	1	2	3	4	5	6	7	u <sub>i</sub>
14	1								0
15	2								0
16	3								0
17	4								0
18	5								0
19	6								0
20	7								0
21		0	0	0	0	0	0	0	0
22		=	=	=	=	=	=	=	0
23			0	0	0	0	0	0	
25	Z=	0							

Рисунок 2.11 Введення даних у параметри розв'язання задачі

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
2	cij	1	2	3	4	5	6	7	u <sub>i</sub>
3	1	100	2	8	11	9	100	100	
4	2	4	100	3	100	5	1	100	
5	3	1	4	100	100	100	2	100	
6	4	5	100	9	100	100	2	23	
7	5	2	100	100		100	7	9	
8	6	100	8	3	5	1	100	10	
9	7	100	100	100	10	4	2	100	
13	xij	1	2	3	4	5	6	7	u <sub>i</sub>
14	1	0	1	0	0	0	0	0	1
15	2	0	0	0	0	0	1	0	1
16	3	0	0	0	0	0	0	0	0
17	4	0	0	0	0	0	0	0	0
18	5	0	0	0	0	0	0	0	0
19	6	0	0	0	0	0	0	1	1
20	7	0	0	0	0	0	0	0	0
21		0	1	0	0	0	1	1	
22		=	=	=	=	=	=	=	
23			1	0	0	0	0	1	
25	Z=	13							

Рисунок 2.12 Вирішення завдання

Виділені осередки (де значення змінної дорівнює 1), формують оптимальний маршрут: 1→2→6→7.

Значення цільової функції Z=13, що означає мінімальну відстань з пункту 1 до пункту 7.

## 2.5 Завдання про знаходження максимального потоку в мережі

*Мета:* розглянути метод, за допомогою якого можна визначити кількість вантажу яке може бути перевезено через дорожню мережу в одиницю часу.

У даному випадку розглядається завдання визначення максимального потоку між двома виділеними вузлами зв'язкової мережі. Кожна дуга мережі має пропускні здібності в обох напрямках, які визначають максимальну кількість потоку, що проходить по даній дузі. Орієнтована (одностороння) дуга відповідає нульовій пропускній спроможності у забороненому напрямку.

*Алгоритм методу.*

1. Складаємо матрицю пропускних здібностей  $C$ .
2. Знаходимо ланцюг, що веде із джерела в стік ( $S \rightarrow t$ ) і помічаємо клітини даного шляху знаком «-». Клітини зворотного шляху з  $t$   $S$  позначаємо знаком «+».
3. Знаходимо мінімальну пропускну здатність ланцюга  $S \rightarrow t$  за формулою:

$$Q_i = \min(d_{ij}^-) \quad (2.6)$$

де  $i$  - попередній вузол,  $j$  - наступний.

4. З клітин, позначених знаком «-» віднімаємо  $i$  і додаємо до клітин, позначених «+».
5. Перевіряємо, чи можна побудувати новий ланцюг  $S \rightarrow t$ , якщо можна, переходимо на п. 3, якщо не можна переходимо на п.7.

Ланцюг побудувати не можна, якщо всі елементи рядка  $S$  або всі елементи стовпця  $t$  матриці  $D^*$  дорівнюють нулю.

6. Переходимо до побудови матриці максимального потоку  $x_{ij}$ .

$$x_{ij} = \begin{cases} c_{ij}^1 - c_{ij}^*, & \text{при } c_{ij}^1 - c_{ij}^* > 0 \\ 0, & \text{при } c_{ij}^1 - c_{ij}^* \leq 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

7. Величину максимального потоку визначаємо підсумовуванням рядка матриці або стовпця матриці або всіх мінімальних пропускних здібностей п.4

$$Q = \sum_{j=s}^t x_{sj} = \sum_{i=s}^t x_{it} = \sum_i Q_i \quad (2.8)$$

Розглянемо конкретний приклад та роботу алгоритму.

*Постановка задачі.* Фірма імпортер (вузол 1) закуповує зерно в країні, представленій вузлом 6. Доставка здійснюється транзитом через порти 2, 3, 4, 5. Перевезення здійснюється суднами, вільна пропускна спроможність яких в обох напрямках  $c_{ij}$  показано на ребрах мережі. Потрібно визначити, яким має бути обсяг закупівлі, щоб його доставка здійснювалася без затримки (вантаж не повинен зберігатися на складах у країні експортерів та у проміжних портах).

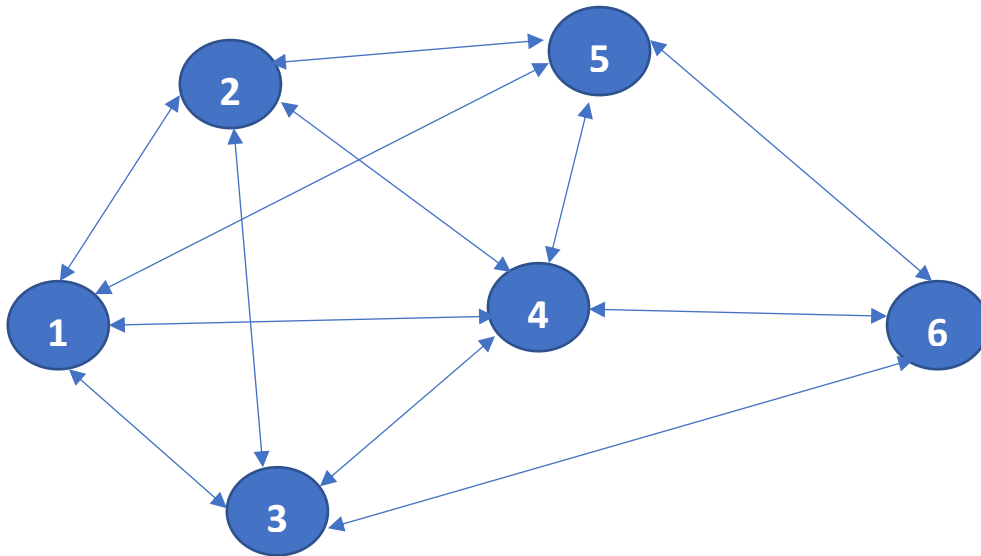


Рисунок 2.9 Умовна мережа доставки зернових

Відстань між вузлами у прямому та зворотному напрямках занесені до таблиці.

Таблиця 2.3 Матриця пропускних здібностей перевезення зернових

Матриця С	1	2	3	4	5	6
1		10	3	14	4	
2	5		5	9	5	
3	5	6		15		10
4	12	7	10		7	2
5	3	9		8		13
6			3	4	5	

1. Будуємо ланцюжки, що з'єднують 1 вузол з останнім (6) через проміжні або пряму. Наприклад, перший маршрут (ланцюжок) може бути: 1→2→4→3→6.

Клітини у прямому напрямку позначаємо знаком "-", у зворотному - "+"

Таблиця 2.4 Перша ітерація побудови ланцюга постачання від першого до останнього вузла

Матриця 1	1	2	3	4	5	6
1		10 -	3	14	4	
2	5+		5	9 -	5	
3	5	6		15+		10-
4	12	7+	10 -		7	2
5	3	9		8		13
6			3+	4	5	

Пропускна здатність визначається за мінімальною, розташованою на дузі:

$$Q = \min\{c_{ij}^-\} > 0: 1 \rightarrow_{10} 2 \rightarrow_9 4 \rightarrow_{10} 3 \rightarrow_{10} 6.$$

$$Q1 = \min\{10, 9, 10, 10\} = 9$$

Отже через заданий ланцюг може бути перевезено 9 одиниць вантажу.  
Коригуємо таблицю. Там, де «-» віднімаємо Q, де «+» додаємо, та отримана таблиця є основою для побудови наступного ланцюжка. Алгоритм продовжуємо доти, доки не обнулиться перший рядок або останній стовпець.  
Наступний ланцюг (за відкоригованою таблицею).

Таблиця 2.5 Другий ланцюг

Матриця 2	1	2	3	4	5	6
1		1	3	14 -	4	
2	14		5		5	
3	5	6		24		1
4	12+	16	1		7 -	2
5	3	9		8+		13 -
6			12	4	5+	

Ланки ланцюга з пропускними здібностями:  $1 \rightarrow_{14} 4 \rightarrow_7 5 \rightarrow_{13} 6$ .

$$Q2 = \min\{14, 7, 13\} = 7$$

Таблиця 2.6 Третій ланцюжок

Матриця 3	1	2	3	4	5	6
1		1	3	7	4 -	
2	14		5		5	
3	5	6		24		1
4	19	16	1			2
5	3+	9		15		6 -
6			12	4	12+	

Ланки ланцюга з пропускними здібностями:  $1 \rightarrow_4 5 \rightarrow_6 6$ .

$$Q3 = \min\{4, 6\} = 4$$

Таблиця 2.7 Четвертий ланцюжок

Матриця 4	1	2	3	4	5	6
1		1	3 -	7		
2	14		5		5	
3	5+	6		24		1 -
4	19	16	1			2
5	7	9		15		2 -
6			12+	4	16	

Ланки ланцюга з пропускними здібностями:  $1 \rightarrow_3 3 \rightarrow_1 6$ .

$$Q4 = \min\{3, 1\} = 1$$

Таблиця 2.8 П'ятий ланцюжок

<b>Матриця 5</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>		1	2	7 -		
<b>2</b>	14		5		5	
<b>3</b>	6	6		24		
<b>4</b>	19+	16	1			2 -
<b>5</b>	7	9		15		2
<b>6</b>			13	4+	16	

Ланки ланцюга з пропускними здібностями:  $1 \rightarrow_7 \rightarrow_4 \rightarrow_2 \rightarrow_6$ .

$$Q_5 = \min\{7,2\} = 2$$

Таблиця 2.9 Шостий ланцюжок

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>		1-	2	5		
<b>2</b>	14+		5		5 -	
<b>3</b>	6+	6 -		24		
<b>4</b>	21	16	1			
<b>5</b>	7	9+		15		2 -
<b>6</b>			13	6	17+	

Ланки ланцюга з пропускними здібностями:  $1 \rightarrow_1 \rightarrow_2 \rightarrow_5 \rightarrow_5 \rightarrow_2 \rightarrow_6$

$$Q_6 = \min\{1,5,2\} = 1$$

Таблиця 2.10 Сьомий ланцюжок

<b>Матриця 7</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>			2-	5		
<b>2</b>	15		5+		4-	
<b>3</b>	7+	5-		24		
<b>4</b>	21	16	1			
<b>5</b>	7	10+		15		1-
<b>6</b>			13	4	18+	

Ланки ланцюга з пропускними здібностями:  $1 \rightarrow_2 \rightarrow_3 \rightarrow_5 \rightarrow_2 \rightarrow_4 \rightarrow_5 \rightarrow_1 \rightarrow_6$

$$Q_7 = \min\{2,5,4,1\} = 1$$

Таблиця 2.11 Восьмий ланцюжок (остання матриця)

<b>Матриця 8*</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>			1	5		
<b>2</b>	15		6		3	
<b>3</b>	8	4		24		
<b>4</b>	21	16	1			
<b>5</b>	7	11		15		
<b>6</b>			13	4	19	

Обнулився останній стовпець, це означає, що всі потужності пункту приймання заповнені і побудова ланцюгів більше не можлива. Закінченням

побудови ланцюжків може бути обнулення першого рядка, що сигналізує у тому що весь вантаж вивезений із пункту поставок.

2. Переходимо до побудови матриці максимального потоку за формулою:

$$x_{ij} = \begin{cases} c_{ij}^1 - c_{ij}^*, & \text{при } c_{ij}^1 > c_{ij}^* \\ 0, & \text{при } c_{ij}^1 - c_{ij}^* \leq 0 \end{cases}$$

Розрахунки зручно проводити порівнюючи матрицю С та останню матрицю (\*), записуючи результати у матрицю рішення (рис.2.10).

<b>Матриця С</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>		10	3	14	4	
<b>2</b>	5		5	9	5	
<b>3</b>	5	6		15		10
<b>4</b>	12	7	10		7	2
<b>5</b>	3	9		8		13
<b>6</b>			3	4	5	

<b>Матриця 8*</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>			1	5		
<b>2</b>	15		6		3	
<b>3</b>	8	4		24		
<b>4</b>	21	16	1			
<b>5</b>	7	11		15		
<b>6</b>			13	4	19	

<b>Матриця С<sub>ij</sub> рішення</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>		10	2	9	4	
<b>2</b>					2	
<b>3</b>		2				10
<b>4</b>			9		7	2
<b>5</b>						13
<b>6</b>						

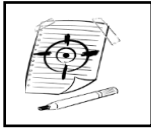
Рисунок 2.10 Приклад розв'язання задачі шляхом порівняння матриць

Зверніть увагу, виходячи з рішення, видно: скільки вантажу вийшло з пункту 1 стільки увійшло до пункту призначення:

$$Q = \sum 10 + 2 + 9 + 4 = \sum 10 + 2 + 13 = 25$$

Таким чином, через задану мережу, із зазначеними провізними здібностями, можна провести в одиницю часу (нехай буде рік) 25 одиниць вантажу.

### Тема 3. Транспортна логістика



**Мета заняття:** розглянути основні завдання транспортної логістики, методи вирішення класичної та багатоступенчастої транспортних завдань

#### 3.1 Теоретичні відомості

Сучасну місію транспортування у системі логістичного сервісу можна коротко сформулювати наступним чином: «доставляти необхідний товар необхідної якості та кількості у заданий час та з оптимальними витратами».

У структурі логістичних витрат транспортні витрати становлять значну частку – 20-40% і більше, тому оптимізація рішень у транспортуванні дозволить логістичному менеджменту отримати значну економію витрат, але вимагатиме й особливої уваги.

Транспорту належить особлива роль у становленні та розвитку логістики України. Вітчизняні транспортні та експедиторські підприємства, що беруть участь у міжнародних перевезеннях вантажів, першими побачили необхідність впровадження сучасних логістичних технологій транспортування та вантажопереробки: інтер-, мультимодальних та термінальних систем перевезення вантажів, технології перевезення «від дверей до дверей», сучасних телекомунікаційних систем супроводу вантажоперевезень і т.д.

Для підвищення конкурентоспроможності вітчизняних транспортних та експедиторських компаній, а також інших логістичних посередників у транспортуванні необхідно покращити якість транспортно-логістичного сервісу у таких напрямках:

- розвивати виробничо-технічну базу, інфраструктуру транспортного сервісу, інформаційні системи підтримки логістичного процесу для здійснення транспортування;
- удосконалити діючі системи документообігу та митних процедур оформлення вантажів;
- підвищувати рівень взаємодії та інформаційного зв'язку між учасниками перевізного процесу, терміналами, складами, митницями, іншими підприємствами та споживачами їхніх послуг;
- створювати єдину нормативно-правову базу, приймати сучасні закони у галузі транспортної логістики;
- впроваджувати сучасні логістичні технології транспортно-експедиційної діяльності.

Сучасне уявлення щодо транспортування вантажів в Україні стало суттєво змінюватися з розвитком ринкових відносин – від транспорту як галузі, прирівняної до промислових галузей, до сфери послуг – транспортного обслуговування. Тому споживачі транспортних послуг обирають такі види транспорту та способи транспортування, які забезпечують якість логістичного сервісу.

Транспортний сервіс у сучасних умовах включає не лише власне перевезення вантажів від постачальника споживачеві, а й велика кількість експедиторських, інформаційних та трансакційних операцій, послуг із вантажопереробки, страхування, охорони тощо. Тому *транспортування можна визначити як ключову логістичну функцію*, пов'язану із переміщенням продукції транспортним засобом (або засобами) за певною технологією у ланцюзі поставок і що складається з логістичних операцій та функцій, включаючи експедирування, вантажопереробку, упаковку, передачу прав власності на вантаж, страхування ризиків, митні процедури тощо.

На рівні логістичного менеджменту фірми управління транспортуванням складається з кількох основних етапів:

- 1) вибір способу транспортування;
- 2) вибір виду транспорту;
- 3) вибір транспортного засобу;
- 4) вибір перевізника та логістичних партнерів з транспортування;
- 5) оптимізація параметрів транспортного процесу.

На практичних заняттях розглянемо завдання оптимізації транспортних процесів, саме оптимізацію маршруту доставки вантажу.

### 3.2 Транспортне завдання класичного типу

*Мета:* Вивчити метод розв'язання транспортного завдання.

Під терміном «транспортні завдання» розуміється широке коло завдань не тільки транспортного характеру, загальним для них є, як правило, розподіл ресурсів, що знаходяться у виробників (постачальників), по  $n$  споживачам цих ресурсів. У логістичному управлінні найчастіше зустрічаються такі завдання, які стосуються транспортних:

- прикріплення споживачів ресурсу до виробників;
- прив'язка пунктів відправлення до пунктів призначення;
- взаємна прив'язка вантажопотоків прямого та зворотного напрямів;
- окремі завдання оптимального завантаження промислового обладнання;
- оптимальне розподілення обсягів випуску промислової продукції між заводами-виробниками.

#### 3.2.1 Розв'язання задачі методом потенціалів

Розглянемо економіко-математичну модель прикріплення пунктів відправлення до пунктів призначення.

*Постановка задачі.* Є  $m$  пунктів відправлення вантажу та обсяги відправлення по кожному пункту  $a_1, a_2, \dots, a_m$ . Відома потреба у вантажах  $b_1, b_2, \dots, b_n$  по кожному з  $n$  пунктів призначення. Задано матрицю вартості доставки за кожним варіантом  $c_{ij}$  ( $i=\overline{1, m}; j=\overline{1, n}$ ).

Необхідно розрахувати оптимальний план перевезень, тобто визначити, скільки вантажу має бути відправлено з кожного  $i$ -го пункту відправлення (від постачальника) до кожного  $j$ -го пункту призначення (до споживача) –  $x_{ij}$ , з мінімальними транспортними витратами.

У загальному вигляді вихідні дані подано у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 Загальний вид транспортної матриці

Постачальник	Споживач				Об'єм відправки (запаси)
	B1	B2	V <sub>ij</sub>	B <sub>n</sub>	
A1	c <sub>11</sub> x <sub>11</sub>	c <sub>12</sub> x <sub>12</sub>	...	c <sub>1n</sub> x <sub>1n</sub>	a <sub>1</sub>
A2	c <sub>21</sub> x <sub>21</sub>	c <sub>22</sub> x <sub>22</sub>	...	c <sub>2n</sub> x <sub>2n</sub>	a <sub>2</sub>
A <sub>ij</sub>	...	...	...	...	...
A <sub>m</sub>	c <sub>m1</sub> x <sub>m1</sub>	c <sub>m2</sub> x <sub>m2</sub>	...	c <sub>mn</sub> x <sub>mn</sub>	a <sub>m</sub>
Обсяг споживання	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>		b <sub>n</sub>	

Транспортне завдання називається закритим, якщо сумарний обсяг вантажів, що відправляються дорівнює сумарному обсягу потреби в цих вантажах за пунктами призначення:  $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ .

Якщо такої рівності немає (потреби вищі за запаси, або навпаки), завдання називають відкритим, тобто:  $\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$

Ми розглядатимемо варіант закритого (збалансованого) завдання, оскільки в логістиці поставки вантажів суворо обумовлені контрактом і не логічно щоб відправляли більше чи менше. У цьому випадку договір порушено.

Загальний вид економіко – математичної моделі транспортного завдання (класичний варіант):

Перевезення необхідно здійснити з мінімальними транспортними витратами (цільова функція):	$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$	(3.1)
Усі вантажі з $i$ -х пунктів мають бути відправлені, тобто.	$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, (i = \overline{1, m})$	(3.2)
Усі $j$ -і пункти (споживачі) повинні бути забезпечені вантажами в плановому обсязі:	$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, (j = \overline{1, n})$	(3.3)

Суммарные объемы отправления должны равняться суммарным объемам назначения:	$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$	(3.4)
Повинна виконуватися умова невід'ємності змінних:	$x_{ij} \geq 0, (i = \overline{1, m}), (j = \overline{1, n})$	(3.5)

Найбільш поширеним методом вирішення транспортних завдань визнається метод потенціалів. Розв'язання задачі методом потенціалів включає наступні етапи:

- 1) розроблення початкового плану (опорного рішення);
- 2) розрахунок потенціалів;
- 3) перевірку плану оптимальність;
- 4) пошук максимальної ланки неоптимальності (якщо умова третього пункту не досягнуто);
- 5) складання контуру нерозподілу ресурсів;
- 6) визначення мінімального елемента в контурі перерозподілу та перерозподіл ресурсів за контуром;
- 7) одержання нового плану.

Описана процедура повторюється кілька разів (ітерацій), поки не буде знайдено оптимальне рішення. Обчислювальний алгоритм для кожній ітерації не змінюється.

Для транспортної задачі існує кілька способів відшукування початкового плану (опорного рішення):

- метод північно-західного кута;
- метод мінімальної вартості;
- метод подвійної переваги тощо.

Розглянемо на числовому прикладі, як призначаються перевезення. Нехай задані вихідні дані (табл 3.2)

Таблиця 3.2 Вихідні дані

Постачальник	Споживач				Об'єм відправки (запаси)
	B1	B2	B3	Bn4	
A1	0	3	2	3	35
	$x_{11}$	$x_{12}$		$x_{1n}$	
A2	2	7	10	1	43
	$x_{21}$	$x_{22}$		$x_{2n}$	
A3	3	3	4	4	12
	$x_{m1}$	$x_{m2}$		$x_{mn}$	
Обсяг споживання	15	15	40	20	$\sum 90$

В результаті вирішення значення змінних  $x_{ij}$  набуде певних значень.

Розглянемо побудову опорного плану методом *мінімальної вартості*.

Цей метод полягає в тому, що з усієї таблиці вартостей обирається найменша і в клітці, яка їй відповідає, записується менше з чисел  $a_i$  і  $b_j$ .

З розгляду виключається або рядок, відповідний постачальнику, запаси якого вичерпані, або стовпець, відповідний споживач, потреби якого повністю задоволені, або рядок і стовпець, якщо вичерпані запаси постачальника і задоволені потреби споживача.

В частині таблиці, що залишилася, знову обирається найменша вартість, і процес розподілу запасів продовжується, доки всі запаси не будуть розподілені, а потреби задоволені.

*Побудова опорного плану.*

Перевіряємо рівність: всього відправлено і всього отримано.

$$\sum_{i=1}^m a_i = 35 + 43 + 12 = \sum_{j=1}^n b_j = 15 + 15 + 40 + 20$$

Шукаємо в таблиці (3.2) найменший елемент. У даному випадку він дорівнює 0 розміщений у клітці (1,1). У цю клітку записуємо найменше з чисел 35 і 15, тобто  $x_{11} = \min(35; 15) = 15$ .

Перший стовпець далі не розглядається. Записуємо в останні клітці цього стовпця нулі. У постачальника А1 залишилося  $35 - 15 = 20$  одиниць.

У частині таблиці, що залишилася, вибираємо знову найменший елемент. Таки мелемнтом є 1, клітина (2;4). В цю клітку записуємо менше з чисел 43 і 20, тобто  $x_{24} = \min(43; 20) = 20$  (рис 3.1)

Постач./Спожив.	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	15 0	3	2	3	20 5
$A_2$	2	7	10	20 1	23 43
$A_3$	3	3	4	4	12
	15	15	40	20	90

Рисунок 3.1 Результати розподілу вантажопотоку (2 кроки)

Четвертий стовпець далі не розглядається. Аналогічно, продовжуючи заповнення таблиці, одержуємо такий опорний план (рис. 3.2).

Постач./Спожив.	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	15 0	0 3	20 2	0 3	35
$A_2$	0 2	3 7	20 10	20 1	43
$A_3$	0 3	12 3	0 4	0 4	12
	15	15	40	20	90

Рисунок 3.2 Опорний план перевезень

*Знаходження оптимального плану.*

Перевіримо на оптимальність початковий опорний план. Якщо початковий опорний план транспортної задачі має  $m+n-1$  додатних перевезень, то він називається *невиродженим*, а якщо початковий опорний план має менше додатних перевезень, то він називається *виродженим*.

Якщо план транспортної задачі є оптимальним, то йому відповідає система з  $m+n$  чисел  $U_i$  і  $V_j$ , які задовольняють умови:  $V_j + U_i = c_{ij}$  для  $x_{ij} > 0$ .

Числа  $U_i$  і  $V_j$  називаються *потенціалами* постачальників і споживачів відповідно.

Для знаходження оптимального плану необхідно для кожного рядка (стовпця) знайти потенціали  $U_i$  і  $V_j$ , керуючись правилом:  $V_j - U_i = c_{ij}$ .

Далі перевіряємо отриманий розв'язок на оптимальність.

Якщо для всіх небазисних кліток таблиці виконується умова:

$V_j - U_i \leq c_{ij}$ , то знайдений розв'язок є оптимальним.

Якщо ця умова оптимальності розв'язку транспортної задачі не виконується, то цей розв'язок неоптимальний і він *може бути покращений* таким чином.

Серед клітинок, для яких ця умова порушується, вибираємо ту, для якої це порушення є найбільшим. Для неї будемо замкнутий *ланцюг (цикл)* з вершинами у базисних клітинках.

Далі перевіряємо отриманий розв'язок на оптимальність.

Якщо для всіх небазисних кліток таблиці виконується умова:

$V_j - U_i \leq c_{ij}$ , то знайдений розв'язок є оптимальним.

Якщо ця умова оптимальності розв'язку транспортної задачі не виконується, то цей розв'язок неоптимальний і він може бути покращений таким чином.

Серед клітинок, для яких ця умова порушується, вибираємо ту, для якої це порушення є найбільшим. Для неї будемо замкнутий *ланцюг (цикл)* з вершинами у базисних клітинках.

*Спосіб побудови замкнутого ланцюга.* Від вибраної небазисної клітинки переходимо по стрічці до однієї з базисних кліток. Після цього по стовпчику переходимо знову до базисної клітки. Такі переходи здійснюємо до тих пір, поки не повернемося у початкову вибрану клітку.

Поворот у базисній клітинці можливий лише на  $90^\circ$ . Для кожної такої вибраної клітинки завжди існує такий ланцюг, до того ж тільки один. Якщо ламані лінії, що утворюють ланцюг, перетинаються, то точка їх перетину не вважається вершиною.

Випадки найпростіших ланцюгів (рис.3.3)

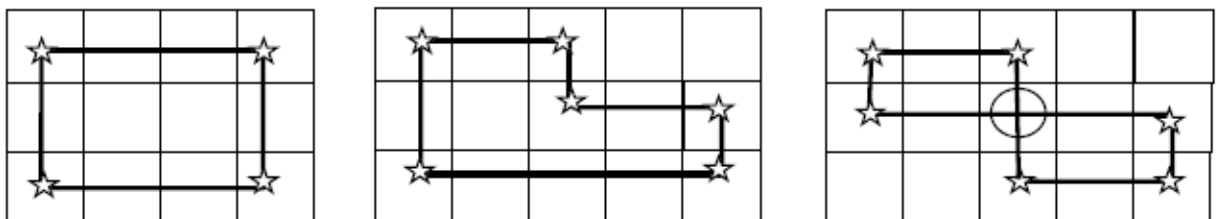


Рисунок 3.3 Можливі варіанти контурів (ланцюгів)

Вершини побудованого ланцюга позначаємо почергово, починаючи від вибраної клітки значками «+» та «-». Серед кліток ланцюга зазначених міткою «-» вибираємо ту, що містить найменший обсяг перевезення і позначимо цей обсяг величиною  $r$ .

Здійснюємо зсув по циклу. Для цього від значень обсягів перевезень, позначених міткою «-», слід відняти величину  $r$ , а до перевезень, позначених міткою «+», додати цю ж величину  $r$ . Клітинка ланцюга, не потенційна, стає вже зайнятою, ненульовою тобто *базисною*, а інша клітинка, стає незайнятою, тобто *небазисною*. Отриманий новий розв'язок задовольняє всім обмеженням задачі, в чому легко пересвідчитись. Після зсуву по циклу кількість зайнятих клітинок (базисних змінних) залишається сталою та дорівнює  $(n+m-1)$ .

Після теоретичного пояснення наведемо приклад розв'язання задачі.

*Приклад.* Постановка завдання: скласти оптимальний план доставки однорідного вантажу від постачальників до споживачів, з умовою мінімізації транспортних витрат. На транспортній матриці представлено структуру перевезення, вказано вартість доставки та об'ємну характеристику продажу та споживання (рис.3.4).

		$v_j$				
$u_i$		B1	B2	B3	B4	$\Sigma a_j$
	A1		1	2	6	9
	A2		3	4	5	3
	A3		8	12	6	2
	A4		10	1	3	7
	A5		4	8	1	5
	$\Sigma b_j$	25	20	35	30	110

Рисунок 3.4 Завдання вхідних даних та виділення осередків для розрахунку потенціалів

*Рішення.*

- 1) Проверяем баланс всего отправлено и всего прибыло  
 $\Sigma a_j = \Sigma b_j = 110$
- 2) Будуємо опорний план методом мінімального елемента (рис3.5).
- 3) Будуємо систему потенціалів, при цьому перевіримо кількість зайнятих клітин  $(m+n-1)$ . Має бути:  $5+4-1=8$ . У нас 7 вводимо явний нуль у клітину так, щоб не утворювався цикл.  
Визначимо  $U_2 = 0$ , далі розрахуємо інші потенціали, спираючись на рівняння:  $V_j - U_i = c_{ij}$  (рис. 3.6)

Vj						
Ji	B1	B2	B3	B4	Σaj	
A1	15	1	2	6	9	15 0
A2	10	3	4	10	5	3 20 10 0
A3		8	12		6	2 30 0
A4		10	1	20	3	7 40
A5		4	8	20	1	5 5 0
Σbj	25 10 0	20 0	35 30	30 0		110

Рисунок 3.5 Опорний план

Vj		3	3	5	11	
Ui	B1	B2	B3	B4	Σaj	
A1	15	1	2	6	9	15 0
A2	10	3	4	10	5*	3 20 10 0
A3		8	12		6	2 30 0
A4		10	1	20	3*	7 40
A5		4	8	20	1*	5 5 0
Σbj	25 10 0	20 0	35 30	30 0		110

Рисунок 3.6 Розрахунок потенціалів

Розрахуємо цільову функцію опорного плану:

$$Z = 1 \cdot 15 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 30 + 1 \cdot 20 + 3 \cdot 20 = 180 \text{ ден.од.}$$

Далі, при поліпшенні плану перевезення значення цільової функції зменшується або залишається незмінним, якщо перерозподіляється по клітинах нуль.

Для не базисних клітин (вільних) має виконуватися умова  $V_j - U_i \leq c_{ij}$ . У нашому випадку не потенційні клітини: (2,2), (2,4) та (2,5).

Робимо перерахунок, будуємо перерозподіл перевезень. Для цього вибираємо клітину з більшою різницею  $V_j - U_i - c_{ij} = 8$  - (2,4). Ці різниці вказані у нижній частині непотенційних клітин (рис. 3.7).

Будуємо цикл за зайнятими клітинами і робимо перерахунок (в клітинку з "+" додаємо мінімальне значення клітин, помічених "-":  $\theta = \min\{-\}$ ), в клітини з "-" віднімаємо це ж число (рис.3.7).

Vj		3	3	5	11		
Ui		B1	B2	B3	B4	Σaj	
	A1	+ 1	2	6	- 9	15	0
2		<b>15</b>			<b>0</b>		
	A2	- 3	4	5*	+ 3	20	10 0
0		<b>10</b>		<b>10</b>	<b>8</b>		
	A3	8	12	6	<b>30</b>	2	30 0
8							
	A4	10	1	3*	7	40	
2			<b>20</b>	<b>20</b>	<b>2</b>	20	0
	A5	4	8	1*	5	5	0
4				<b>5</b>	<b>2</b>		
	Σbj	25	10 0	20 0	35 30	30 0	110

Рисунок 3.7 Побудова контуру (циклу) для перерозподілу перевезень

Vj		3	2	5	3		
Ji		B1	B2	B3	B4	Σaj	
	A1	1	2	6	9	15	0
2		<b>15</b>					
	A2	3	4	5	<b>0</b>	3	20 10 0
0		<b>10</b>		<b>10</b>			
	A3	8	12	6	<b>30</b>	2	30 0
1							
	A4	10	1	3	7	40	
2			<b>20</b>	<b>20</b>		20	0
	A5	4	8	1	5	5	0
4				<b>5</b>			
	Σbj	25	10 0	20 0	35 30	30 0	110

Рисунок 3.8 Оптимальний план

Далі, розрахуємо нову систему потенціалів (розраховуються), перевіряємо порожні клітини на потенційність. В результаті отримуємо оптимальний план перевезень. Розраховує цільову функцію.

$$Z = 1 \cdot 15 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 30 + 1 \cdot 20 + 3 \cdot 20 + 5 \cdot 1 = 240$$

Як бачимо, її значення не зменшилося. Це пов'язано з тим, що на клітинах помічених "-" мінімальне значення дорівнює нулю і наш перерозподіл звелось до перенесення нуля з однієї клітини в іншу. Нагадаю, зайнята клітина зі значенням рівним нулю (нульове перевезення) з'являється якщо при розподілі вантажопотоку зайнятих клітин менше ніж  $m+n-1$ . Тобто для того, щоб кількість зайнятих клітин дорівнювала цьому числу вводять явні нулі.

Розпишемо математичну модель за числовими даними.

Цільова функція	$Z = 0 \cdot x_{11} + 3 \cdot x_{12} + 2 \cdot x_{13} + 3 \cdot x_{14} +$ $+ 2 \cdot x_{21} + 7 \cdot x_{22} + 10 \cdot x_{23} + 1 \cdot x_{24} +$ $+ 3 \cdot x_{31} + 33 \cdot x_{32} + 4 \cdot x_{33} + 4 \cdot x_{34} \rightarrow \min$	(3.6)
-----------------	--	-------

Сімейство обмежень щодо вивезення вантажу від усіх постачальників	$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 15$ $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 20$ $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 30$ $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 20$ $x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} = 5$	(3.7)
Сімейство обмежень щодо задоволення потреб замовника	$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 25$ $x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 20$ $x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 35$ $x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} = 15$ $x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} = 30$	(3.8)
Обмеження рівності відправленої кількості вантажу та отриманого	$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ $= b_1 + b_2 + b_3 + b_4$	(3.9)
Обмеження по невід'ємності змінних	$x_{ij} \geq 0, (i = \overline{1,5}), (j = \overline{1,4})$	(3.10)

### 3.2.2 Використання EXCEL для розв'язання транспортної задачі

Розв'яжемо задачу з пункту 3.1.1 у середовищі Excel.

Для цього на аркуші формуємо дві таблиці. У першу заносимо вихідні дані, друга описуватиме змінні (змінювані осередки) (рис. 3.9).

	A	B	C	D	E	F
1	<i>c<sub>ij</sub></i>	B1	B2	B3	B4	Σ
2	A1	1	2	6	9	15
3	A2	3	4	5	3	20
4	A3	8	12	6	2	30
5	A4	10	1	3	7	40
6	A5	4	8	1	5	5
7	Σ	25	20	35	30	110
8						
9						
10	<i>x<sub>ij</sub></i>	B1	B2	B3	B4	Σ
11	A1	0	0	0	0	15
12	A2	0	0	0	0	20
13	A3	0	0	0	0	30
14	A4	0	0	0	0	40
15	A5	0	0	0	0	5
16	Σ	25	20	35	30	110

Рисунок 3.9 Вихідні дані

Для вирішення завдання необхідно запровадити математичну модель (цільову функцію та обмеження) на аркуші Excel.

Введення формул показано на рисунку 3.10. Зверніть увагу, формули обмежень вводимо в другу таблицю, у додаткові осередки (останній рядок та останній стовпець)

1	$c_{ij}$	B1	B2	B3	B4	$\Sigma$	
2	A1	1	2	6	9	15	
3	A2	3	4	5	3	20	
4	A3	8	12	6	2	30	
5	A4	10	1	3	7	40	
6	A5	4	8	1	5	5	
7	$\Sigma$	25	20	35	30	110	
8							
9							
10	$x_{ij}$	B1	B2	B3	B4	$\Sigma$	Обмеження
11	A1	0	0	0	0	15	=СУММ(B11:F11)
12	A2	0	0	0	0	20	=СУММ(B12:F12)
13	A3	0	0	0	0	30	=СУММ(B13:F13)
14	A4	0	0	0	0	40	=СУММ(B14:F14)
15	A5	0	0	0	0	5	=СУММ(B15:F15)
16	$\Sigma$	25	20	35	30		=СУММ(F11:F15)
17	Обмеження	=СУММ(B11:B16)	=СУММ(C11:C16)	=СУММ(D11:D16)	=СУММ(E11:E16)	=СУММ(B16:E16)	
18							
19	Формула цільової функції $Z=$	=СУММПРОИЗВ(B2:E6;B11:E15)					

Рисунок 3.10 Введення формул

Далі заводимо математичну модель в "Пошук рішення", де вказуємо адресу цільової функції та її прагнення до мінімуму, комірки, що змінюються (шукані значення змінних) і заносимо ряд обмежень (рис. 3.11).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$c_{ij}$	B1	B2	B3	B4	$\Sigma$		
2	A1		1	2	6	9		15
3	A2		3	4	5	3		20
4	A3		8	12	6	2		30
5	A4		10	1	3	7		40
6	A5		4	8	1	5		5
7	$\Sigma$		25	20	35	30		110
8								
9								
10	$x_{ij}$	B1	B2	B3	B4	$\Sigma$	Обмеження	
11	A1		0	0	0	0		15
12	A2		0	0	0	0		20
13	A3		0	0	0	0		30
14	A4		0	0	0	0		40
15	A5		0	0	0	0		5
16	$\Sigma$		25	20	35	30		110
17	Обмеження		0	0	0	0		110
18								
19	Формула цільової функції $Z=$							0
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию: SBS19

До:  Максимум  Минимум  Значения: 0

Изменяя ячейки переменных: SBS11:SES15

В соответствии с ограничениями:

SBS17:SES17 = SBS16:SES16  
SFS16 = SFS17  
SGS11:SGS15 = SFS11:SFS15

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения: Поиск решения лин. задач симплекс-методом

Метод решения  
Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка

Рисунок 3.11 Введення даних у "Пошук рішення"

Зверніть увагу, як спосіб рішення вибираємо "лінійне завдання симплекс метод". Обмеження по невід'ємності змінних вказується шляхом виставлення галочки в полі "зробити змінні без обмеження невід'ємними".

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	$c_{ij}$	B1	B2	B3	B4	$\Sigma$			
2	A1	1	2	6	9	15			
3	A2	3	4	5	3	20			
4	A3	8	12	6	2	30			
5	A4	10	1	3	7	40			
6	A5	4	8	1	5	5			
7	$\Sigma$	25	20	35	30	110			
8									
9									
10	$x_{ij}$	B1	B2	B3	B4	$\Sigma$	Обмеження		
11	A1	15	0	0	0	15	15		
12	A2	10	0	10	0	20	20		
13	A3	0	0	0	30	30	30		
14	A4	0	20	20	0	40	40		
15	A5	0	0	5	0	5	5		
16	$\Sigma$	25	20	35	30	110			
17	Обмеження	25	20	35	30	110			
18									
19	Формула цільової функції	Z=	240						
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									
27									
28									
29									
30									
31									
32									

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Сохранить найденное решение  
 Восстановить исходные значения

Вернуться в диалоговое окно параметров поиска решения

Отчеты  
 Результаты  
 Устойчивость  
 Пределы  
 Отчеты со структурами

ОК      Отмена      Сохранить сценарий

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Если используется модуль ОПГ, то найдено по крайней мере локально оптимальное решение. Если используется модуль поиска решений линейных задач симплекс-методом, то найдено глобально оптимальное решение.

Рисунок 3.12 Вирішення завдання

### 3.3 Багатоетапне (двохетапне) транспортне завдання

*Мета:* Вивчити метод вирішення багатоетапних транспортних завдань.

У сучасних умовах перевезення продукції від постачальника до споживача здійснюється двома шляхами:

Постачальник → Споживач (найбільш економічно вигідний)

та

Постачальник → База → Споживач (вимагає більше транспортних та інших витрат).

Постачання продукції через базу до споживача вимагає побудови моделі багатоетапної транспортної задачі, в якій за критерій оптимальності зазвичай приймається мінімальне значення сукупних транспортних витрат.

Спосіб вирішення транспортних завдань із двома та більше етапами запропонований американським ученим А. Орденем. Згодом його назвали способом *фіктивної діагоналі*.

Припустимо, є  $m$  ( $i = \overline{1, m}$ ) пунктів виробництва,  $n$  ( $j = \overline{1, n}$ ) пунктів споживання і  $p$  ( $k = \overline{1, p}$ ) – проміжних баз. Як у звичайній транспортної задачі, позначимо через  $a_i$  і  $b_j$  відповідно обсяги постачань і споживання. Нехай  $d_k$  – потужність  $k$ -ої бази,  $c_{ik}$  і  $c_{kj}$  – відповідно вартість перевезення одиниці продукції від постачальників на бази і з баз до споживачів. Тоді модель задачі прийме вид.

Цільова функція	$Z = \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 C_{ik} \cdot x_{ik} + \sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^3 C_{kj} \cdot x_{kj} \rightarrow \min$	(3.11)
Умови повного вивезення вантажу від постачальників до пунктів складування	$\sum_{k=1}^p x_{ik} = a_i; \quad (i = \overline{1, m})$	(3.12)
умови ввезення вантажу на склади з пунктів відправлення (від постачальників) і свідчать про можливе недовикористання ємності складів	$\sum_{i=1}^m x_{ik} \leq d_k; \quad (k = \overline{1, p})$	(3.13)
умови ввезення вантажу споживачам з пунктів складування (по обов'язковому задоволенню замовлень покупців)	$\sum_{k=1}^p x_{kj} = b_j; \quad (j = \overline{1, n})$	(3.14)
умови вивезення вантажу з пунктів складування в пункти споживання і свідчать про можливе недовикористання ємності складів	$\sum_{j=1}^n x_{kj} \leq d_k; \quad (k = \overline{1, p})$	(3.15)
умови невід'ємності змінних	$x_{ik} \geq 0 \quad (i = \overline{1, m}; k = \overline{1, p})$	(3.16)
	$x_{kj} \geq 0 \quad (k = \overline{1, p}; j = \overline{1, n});$	(3.17)
	$x_{kk} \geq 0 \quad (k = \overline{1, p}); x_{kk} = 0 \quad (k \neq k; k = \overline{1, p});$	(3.18)

<p>вантаж не перевозиться за прямим варіантом від постачальників до покупців. вантаж не перевозиться за прямим варіантом від постачальників до покупців.</p>	$x_{ij} = 0 \quad (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$	<p>(3.19)</p>
--	---	---------------

Якщо сумарна пропускна потужність баз дорівнює сумарній потужності постачальників і сумарному попиту споживачів, тобто пропускні спроможності баз будуть використані повністю і, отже, схема перевезень з баз до споживачів не залежить від схеми перевезень від постачальників на бази. В таких умовах задачу можна вирішувати по частинах. Оптимальний план можна скласти об'єднанням плану поставок від постачальників до баз та плану поставок з баз до споживачів. Проте оптимальний план двоетапної транспортної задачі, взагалі кажучи, відмінний від плану, отриманого об'єднанням оптимальних планів вирішення транспортної задачі для кожного етапу окремо.

Двохетапну транспортну задачу легко звести до класичної транспортної задачі. Для цього бази будемо вважати одночасно постачальниками і споживачами. Для кожної бази в розширеній матриці (постачальники + бази) - (споживачі + бази) відведемо рядок і стовпець. Тоді матриця тарифів буде складатися з чотирьох блоків (табл. 3.3).

Таблиця 3.3 Матриця двоетапної транспортної задачі

		Споживачі і їх обсяги					
Постачальники	Потужності	D <sub>1</sub>	....	D <sub>p</sub>	B <sub>1</sub>	....	B <sub>n</sub>
		d <sub>1</sub>	....	d <sub>p</sub>	b <sub>1</sub>	....	b <sub>n</sub>
1	1	I			II		
m	m						
1	1	III			IV		
p	p						

У першому - лівому верхньому блоці будемо відображати зв'язки постачальників з базами, в четвертому - зв'язки баз із споживачами. Другий - правий верхній блок показує зв'язки постачальників зі споживачами. Оскільки за умовою завдання безпосередньо перевезення від постачальників до споживачів заборонені, то в цьому блоці всі тарифи вважають рівними  $M$  (де  $M$  - велике число, значно більше тарифів на перевезення). Третій - лівий нижній блок утворюється по рядках і стовпцях базами, має форму квадрата. Так як перевезення між базами забороняються, то відповідні показники також вважають рівними  $M$ . У клітинах третього квадрата, в яких відображаються зв'язок бази з самою собою, тарифи дорівнюють нулю. Поставки в цих клітинах показують величину невикористаної потужності бази. Діагональ з нульових тарифів, що відображає зв'язок бази з самою собою, називається фіктивною.

Рішення двохетапної транспортної задачі має деякі особливості. Основна з них - деяка зміна знаходження базисного рішення. Спочатку необхідно розподілити поставки в одному з блоків (першому чи четвертому). Потім заповнюється фіктивна діагональ, і тільки потім розподіляються поставки в іншому блоці (четвертому чи першому). Друга особливість полягає в тому, що якщо цикл перерахунку проходить через фіктивну діагональ, то він обов'язково проходить через неї двічі; одна вершина циклу, що знаходиться на діагоналі, буде завжди додатна, а інша - від'ємна.

*Постановка задачі.* Існує 3 ( $m=3$ ) постачальників ( $A_1, A_2, A_3$ ) із запасами ( $a_i$ ) однорідного вантажу. Їм необхідно доставити вантаж на склади ( $D_1, D_2, D_3$ ), а потім 4 покупцям ( $n=4$ ) ( $B_1, B_2, B_3, B_4$ ) з потребами ( $b_j$ ). Відомі пропускні спроможності кожного складу, вони однакові і рівні  $d_k$ . Також дані транспортні витрати за перевезення 1 т. вантажу від постачальників на склади і зі складів до покупців.

$A_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ) - постачальники;

$m$  - пункти відправлення ( $m=3$ );

$D_k$  ( $k = \overline{1, p}$ ) - склади;

$p$  - пункти складування ( $p=3$ );

$B_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) - споживачі;

$n$  - пункти призначення ( $n=4$ );

$c_{ik}$  - транспортні витрати за перевезення 1 т. вантажу від постачальників на склади (ціна перевезення з пункту  $i$  в пункт  $k$ ). ( $i = \overline{1, m}$ ); ( $k = \overline{1, p}$ )

$c_{kj}$  - транспортні витрати за перевезення 1 т. вантажу зі складів до покупців (ціна перевезення з пункту  $k$  в пункт  $j$ ). ( $k = \overline{1, p}$ ); ( $j = \overline{1, n}$ )

$x_{ik}$  - кількість вантажу, що перевозиться з пункту  $m$  в пункт  $p$ .

$x_{kj}$  - кількість вантажу, що перевозиться з пункту  $p$  в пункт  $n$ .

$a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) - запаси;

$b_j (j = 1, 2, \dots, n)$  – потреби;

$d_k (k = 1, 2, \dots, p)$  – ємності складів.

Необхідно скласти оптимальний план поставки вантажів, що мінімізує загальні витрати на перевезення.

### 3.3.1 Алгоритм та рекомендації до рішення

1) Якщо загальна пропускна спроможність складів  $\sum_{k=1}^p d_k$  дорівнює загальному обсягу запасів вантажу  $\sum_{i=1}^m a_i$  і загальному обсягу споживання  $\sum_{j=1}^n b_j$ , то ємність кожного складу в будь-якому плані перевезень однорідного вантажу буде використана повністю. При цих умовах варіантів недовикористання ємності складів немає, отже, схема перевезень вантажів на II етапі – від складу до споживачів – не залежить від схеми перевезень вантажів на I етапі – від пунктів виробництва до складів. У цьому випадку мають місце дві транспортні задачі з однорідним вантажем; оптимізацію плану перевезень слід проводити окремо на I і II етапах, а загальний оптимум значень цільової функції  $Z_{заг}$  дорівнює сумі приватних оптимумів, тобто:  $Z_{заг} = Z_I + Z_{II}$

2) Якщо  $\sum_{k=1}^p d_k > \sum_{i=1}^m a_i$  і  $\sum_{k=1}^p d_k > \sum_{j=1}^n b_j$  це говорить про те, що ємності складу недовикористовуються, таким чином схема перевезення вантажів на II етапі буде залежати від схеми доставки вантажів на I етапі. Тому необхідна оптимізація плану перевезень на I і II етапах в рамках єдиної моделі. Саме за таких умов виникає багатоетапна транспортна задача.

Поста- чальник <sup>□</sup>	Споживачі <sup>□</sup>							$a_i \cdot d_k$ <sup>□</sup>
	$D_1$ <sup>□</sup>	$D_2$ <sup>□</sup>	$D_3$ <sup>□</sup>	$B_1$ <sup>□</sup>	$B_2$ <sup>□</sup>	$B_3$ <sup>□</sup>	$B_4$ <sup>□</sup>	
$A_1$ <sup>□</sup>	$c_{11}$ <sup>□</sup> $x_{11}$ <sup>□</sup>	$c_{12}$ <sup>□</sup> $x_{12}$ <sup>□</sup>	$c_{13}$ <sup>□</sup> $x_{13}$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$a_1$ <sup>□</sup>
$A_2$ <sup>□</sup>	$c_{21}$ <sup>□</sup> $x_{21}$ <sup>□</sup>	$c_{22}$ <sup>□</sup> $x_{22}$ <sup>□</sup>	$c_{23}$ <sup>□</sup> $x_{23}$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$a_2$ <sup>□</sup>
$A_3$ <sup>□</sup>	$c_{31}$ <sup>□</sup> $x_{31}$ <sup>□</sup>	$c_{32}$ <sup>□</sup> $x_{32}$ <sup>□</sup>	$c_{33}$ <sup>□</sup> $x_{33}$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$a_3$ <sup>□</sup>
$D_1$ <sup>□</sup>	$0$ <sup>□</sup> $x_{41}$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$c_{44}$ <sup>□</sup> $x_{44}$ <sup>□</sup>	$c_{45}$ <sup>□</sup> $x_{45}$ <sup>□</sup>	$c_{46}$ <sup>□</sup> $x_{46}$ <sup>□</sup>	$c_{47}$ <sup>□</sup> $x_{47}$ <sup>□</sup>	$d_1$ <sup>□</sup>
$D_2$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$0$ <sup>□</sup> $x_{52}$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$c_{54}$ <sup>□</sup> $x_{54}$ <sup>□</sup>	$c_{55}$ <sup>□</sup> $x_{55}$ <sup>□</sup>	$c_{56}$ <sup>□</sup> $x_{56}$ <sup>□</sup>	$c_{57}$ <sup>□</sup> $x_{57}$ <sup>□</sup>	$d_2$ <sup>□</sup>
$D_3$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$m$ <sup>□</sup>	$0$ <sup>□</sup> $x_{63}$ <sup>□</sup>	$c_{64}$ <sup>□</sup> $x_{64}$ <sup>□</sup>	$c_{65}$ <sup>□</sup> $x_{65}$ <sup>□</sup>	$c_{66}$ <sup>□</sup> $x_{66}$ <sup>□</sup>	$c_{67}$ <sup>□</sup> $x_{67}$ <sup>□</sup>	$d_3$ <sup>□</sup>
$d_k$ <sup>□</sup>	$d_1$ <sup>□</sup>	$d_2$ <sup>□</sup>	$d_3$ <sup>□</sup>	$b_1$ <sup>□</sup>	$b_2$ <sup>□</sup>	$b_3$ <sup>□</sup>	$b_4$ <sup>□</sup>	
$b_j$ <sup>□</sup>								

Рисунок 3.13 Розташування параметрів управління і витрат на доставку в двоетапній транспортній матриці

Приклад рішення:

$a_1 = 200$  тис. тон;  $a_2 = 400$  тис. тон;  $a_3 = 300$  тис. тон.  $b_1 = 300$  тис. тон;  $b_2 = 150$  тис. тон;  $b_3 = 100$  тис. тон;  $b_4 = 350$  тис. тон.  $d_k = 500$  тис. тон.

Скласти оптимальний план постачання вантажів, який мінімізує загальні витрати на перевезення. Витрати на перевезення представлені в наступній матриці (рис.3.14):

Поста- чальники	Споживачі							$a_i, d_k$
	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	2	4	6	м	м	м	м	$a_1$ 200
$A_2$	5	3	1	м	м	м	м	$a_2$ 400
$A_3$	3	2	5	м	м	м	м	$a_3$ 300
$D_1$	0	м	м	6	4	2	1	$d_1$ 500
$D_2$	м	0	м	1	2	4	5	$d_2$ 500
$D_3$	м	м	0	5	3	6	3	$d_3$ 500
$d_k, b_j$	$d_1$ 500	$d_2$ 500	$d_3$ 500	$b_1$ 300	$b_2$ 150	$b_3$ 100	$b_4$ 350	

Рисунок 3.14 Початкові дані

Так як  $\sum_{k=1}^p d_k > \sum_{i=1}^m a_i$  і  $\sum_{k=1}^p d_k > \sum_{j=1}^n b_j$  тому будемо оптимізувати план перевезень на I і II етапах в рамках єдиної моделі.

Виходячи з умови задачі, цільова функція буде мати вигляд:

$$Z = 2x_{11} + 4x_{12} + 6x_{13} + 5x_{21} + 3x_{22} + 1x_{23} + 3x_{31} + 2x_{32} + 5x_{33} + 0x_{41} + 0x_{52} + 0x_{63} + 6x_{44} + 4x_{45} + 2x_{46} + 1x_{47} + 1x_{54} + 2x_{55} + 4x_{56} + 5x_{57} + 5x_{64} + 3x_{65} + 6x_{66} + 3x_{67} \rightarrow \min$$

1) Перша група обмежень по обов'язковому вивезенню продукції з кожного пункту відправлення і ввезення на склади має вигляд:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 200 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 400 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} &= 300 \end{aligned}$$

2) Друга група обмежень щодо ввезення вантажу на склади з пунктів відправлення (від постачальників) має вигляд:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} &= 500 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{52} &= 500 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{63} &= 500 \end{aligned}$$

3) Третя група обмежень з вивезення вантажу з пунктів кладування в пункти споживання має вигляд:

$$x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} = 500$$

$$x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} = 500$$

$$x_{64} + x_{65} + x_{66} + x_{67} = 500$$

4) Четверта група обмежень щодо ввезення вантажу споживачам з пунктів складування (по обов'язковому задоволенню замовлень покупців) має вигляд:

$$x_{44} + x_{54} + x_{64} = 300$$

$$x_{45} + x_{55} + x_{65} = 150$$

$$x_{46} + x_{56} + x_{66} = 100$$

$$x_{47} + x_{57} + x_{67} = 350$$

Для визначення опорного плану скористаємося методом мінімальної вартості.

Рішення багатоетапних ТЗ в таблицях розглянутої форми принципів особливостей не містить. Вихідний план можна скласти будь-яким з методів, заповнюючи спочатку клітини блоку I, потім клітини фіктивної діагоналі і тільки з урахуванням цього вносять дані в клітини блоку IV. Можлива при складанні плану і зворотна послідовність IV, III, I. При перевірці вихідного плану на виродженість кількість зайнятих клітин враховується для всієї матриці в цілому, а не для окремих блоків, при цьому  $m$  – число рядків,  $n$  – число стовпців. Розподіл почнемо з блоку IV (рис.3.15).

Поста- чальники	Споживачі								$a_i, d_k$
	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$		
$A_1$	2 200	4	6	м	м	м	м	$a_1$ 200	
$A_2$	5 250	3 150	1 0	м	м	м	м	$a_2$ 400	
$A_3$	3	2 300	5	м	м	м	м	$a_3$ 300	
$D_1$	0 50	м	м	6	4	2 100	1 350	$d_1$ 500	
$D_2$	м	0 50	м	1 300	2 150	4	5	$d_2$ 500	
$D_3$	м	м	0 500	5	3	6	3	$d_3$ 500	
$d_k,$ $b_j$	$d_1$ 500	$d_2$ 500	$d_3$ 500	$b_1$ 300	$b_2$ 150	$b_3$ 100	$b_4$ 350		

Рисунок 3.15 Вихідний опорний план

План вийшов вироджений, тому що заповнених клітин 11, а має бути  $6+7-1=12$ . Поставимо в блоці I явний нуль в клітці (2;3).

Для перевірки оптимальності плану далі скористаємося методом потенціалів. У результаті розрахунків отримаємо наступне (рис.3.16):

$V_j$		2	0	-2	1	2	4	3	$a_i, d_k$
$U_i$		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
0	$A_1$	2 200	4	6	м	м	м	м	$a_1$ 200
-3	$A_2$	5 250	3 150	1 0	м	м	м	м	$a_2$ 400
-2	$A_3$	3 300	2	5	м	м	м	м	$a_3$ 300
2	$D_1$	0 50	м	м	6	4	2 100	1 350	$d_1$ 500
0	$D_2$	м	0 50	м	1 300	2 150	4	5	$d_2$ 500
-2	$D_3$	м	м	0 500	5	3	6	3	$d_3$ 500
$d_k, b_j$		$d_1$ 500	$d_2$ 500	$d_3$ 500	$b_1$ 300	$b_2$ 150	$b_3$ 100	$b_4$ 350	

Рисунок 3.16 Розрахунок потенціалів

Перевіряємо незаповнені клітини на потенційність. Якщо для них виконується умова  $V_j - U_i \leq C_{ij}$ , то клітини потенційні, а план оптимальний.

В результаті розрахунків визначили, що в клітинах (3;1), (6;5), (6;7) вищевказана умова не дотримується, тобто клітини є *непотенційними*. Це говорить про те, що план можна поліпшити. У клітці (6;7) найбільше відхилення значить будувати необхідно цикл для цієї клітини. Будуємо для неї цикл:

Записуємо в клітині циклу поперемінно знаки «+» і «-», починаючи з непотенційної клітини  $\theta$ , в яку завжди призначаємо «+» (рис.3.17).

Перевіримо значення цільової функції:  
 $Z = 2 \cdot 200 + 5 \cdot 250 + 3 \cdot 150 + 2 \cdot 300 + 1 \cdot 300 + 2 \cdot 150 + 2 \cdot 100 + 1 \cdot 350 = 3850$  ден. од.  
 Далі визначаємо:

$$\theta = \min \{x\}$$

$$\theta = \min \{350; 250; 500\} = 250$$

Робимо перерахунок по циклу, додаючи число  $\theta$  до перевезень, що стоять в плюсових клітинах циклу, і віднімаючи - у мінусових. При цьому клітина для якої був досягнутий мінімум при виборі  $\theta$ , звільняється. Виходить наступний план перевезень, перевіряємо його на оптимальність методом потенціалів (рис. 3.18).

В результаті розрахунків визначили, що клітина (6;5) є непотенційною. Це говорить про те, що план можна поліпшити. Будуємо для неї цикл (рис. 3.19).

$V_j$		2	0	-2	1	2	4	3	$a_i, d_k$
$U_i$		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
0	$A_1$	2 200	4	6	М	М	М	М	$a_1$ 200
-3	$A_2$	5 250 -	3 150	1 0 +	М	М	М	М	$a_2$ 400
-2	$A_3$	3	2 300	5	М	М	М	М	$a_3$ 300
2	$D_1$	0 50 +	М	М	6	4	2 100	1 350 -	$d_1$ 500
0	$D_2$	М	0 50	М	1 300	2 150	4	5	$d_2$ 500
-2	$D_3$	М	М	0 500 -	5	3	6	3 +	$d_3$ 500
$d_k, b_j$		$d_1$ 500	$d_2$ 500	$d_3$ 500	$b_1$ 300	$b_2$ 150	$b_3$ 100	$b_4$ 350	

Рисунок 3.17 Перерозподіл плану перевезень

$V_j$		2	2	0	3	4	4	3	$a_i, d_k$
$U_i$		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
0	$A_1$	2 200	4	6	М	М	М	М	$a_1$ 200
-1	$A_2$	5	3 150	1 250	М	М	М	М	$a_2$ 400
0	$A_3$	3	2 300	5	М	М	М	М	$a_3$ 300
2	$D_1$	0 300	М	М	6	4	2 100	1 100	$d_1$ 500
2	$D_2$	М	0 50	М	1 300	2 150	4	5	$d_2$ 500
0	$D_3$	М	М	0 250	5	3	6	3 250	$d_3$ 500
$d_k, b_j$		$d_1$ 500	$d_2$ 500	$d_3$ 500	$b_1$ 300	$b_2$ 150	$b_3$ 100	$b_4$ 350	

Рисунок 3.18 Результати перерахунку по циклу

$V_j$		2	2	0	3	4	4	3	$a_i, d_k$
$U_i$		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
0	$A_1$	2 200	4	6	м	м	м	м	$a_1$ 200
-1	$A_2$	5	3 150 -	1 250 +	м	м	м	м	$a_2$ 400
0	$A_3$	3	2 300	5	м	м	м	м	$a_3$ 300
2	$D_1$	0 300	м	м	6	4	2 100	1 100	$d_1$ 500
2	$D_2$	м	0 50 +	м	1 300	2 150 -	4	5	$d_2$ 500
0	$D_3$	м	м	0 250 -	5	3 +	6	3 250	$d_3$ 500
$d_k, b_j$		$d_1$ 500	$d_2$ 500	$d_3$ 500	$b_1$ 300	$b_2$ 150	$b_3$ 100	$b_4$ 350	

Рисунок 3.19 Перерахунок по циклу

Одержаний план є оптимальним, оскільки дотримується умова  $V_j - U_i \leq C_{ij}$  в усіх незаповнених клітинах (рис. 3.20).

$$Z = 2 \cdot 200 + 1 \cdot 400 + 2 \cdot 300 + 1 \cdot 300 + 3 \cdot 150 + 2 \cdot 100 + 1 \cdot 100 + 3 \cdot 250 = 3200 \text{ ден. од}$$

$V_j$		2	2	0	3	3	4	3	$a_i, d_k$
$U_i$		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
0	$A_1$	2 200	4	6	м	м	м	м	$a_1$ 200
-1	$A_2$	5	3 0	1 400	м	м	м	м	$a_2$ 400
0	$A_3$	3	2 300	5	м	м	м	м	$a_3$ 300
2	$D_1$	0 300	м	м	6	4	2 100	1 100	$d_1$ 500
2	$D_2$	м	0 200	м	1 300	2	4	5	$d_2$ 500
0	$D_3$	м	м	0 100	5	3 150	6	3 250	$d_3$ 500
$d_k, b_j$		$d_1$ 500	$d_2$ 500	$d_3$ 500	$b_1$ 300	$b_2$ 150	$b_3$ 100	$b_4$ 350	

Рисунок 3.20 Оптимальний план перевезення

### 3.3.2 Використання EXCEL для розв'язання багатоступового транспортного завдання

Розв'язання задачі в Excel для цього типу задач подібне до завдання з пункту 3.1.2. Тобто аналогічним способом заносяться обмеження та цільова функція багатоступового завдання. Покажемо зручний спосіб розміщення інформації на аркуші Excel та введення формул математичної моделі. (рис.3.21).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	Cij	D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4			
2	A1	2	4	6	1000	1000	1000	1000	200	M=1000	
3	A2	5	3	1	1000	1000	1000	1000	400		
4	A3	3	2	5	1000	1000	1000	1000	300		
5	D1	0	1000	1000	6	4	2	1	500		
6	D2	1000	0	1000	1	2	4	5	500		
7	D3	1000	1000	0	5	3	6	3	500		
8		500	500	500	300	150	100	350			
9											
10											
11	Xij	D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4		обмеження щодо вивез	
12	A1								200	=СУММ(B12:H12)	
13	A2								400	=СУММ(B13:H13)	
14	A3								300	=СУММ(B14:H14)	
15	D1								500	=СУММ(B15:H15)	
16	D2								500	=СУММ(B16:H16)	
17	D3								500	=СУММ(B17:H17)	
18		500	500	500	300	150	100	350			
19		=СУММ(B12:B17)	=СУММ(C12:C17)	=СУММ(D12:D17)	=СУММ(E12:E17)	=СУММ(F12:F17)	=СУММ(G12:G17)	=СУММ(H12:H17)			обмеження щодо ввез
20											
21	Z=	=СУММПРОИЗВ(B2:H7;B12:H17)									

Рисунок 3.21 Розміщення інформації на аркуші Excel та введення формул математичної моделі

#### Введення формул у "Пошук рішення" (рис.3.22).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Cij	D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4								
2	A1	2	4	6	1000	1000	1000	1000	200	M=1000						
3	A2	5	3	1	1000	1000	1000	1000	400							
4	A3	3	2	5	1000	1000	1000	1000	300							
5	D1	0	1000	1000	6	4	2	1	500							
6	D2	1000	0	1000	1	2	4	5	500							
7	D3	1000	1000	0	5	3	6	3	500							
8		500	500	500	300	150	100	350								
9																
10																
11	Xij	D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4			обмеження					
12	A1								200		0					
13	A2								400		0					
14	A3								300		0					
15	D1								500		0					
16	D2								500		0					
17	D3								500		0					
18		500	500	500	300	150	100	350								
19		0	0	0	0	0	0	0	0							
20																
21	Z=	0														

Рисунок 3.22 "Пошук рішення"

Після натискання кнопки "Знайти рішення" отримуємо оптимальний план (рис.3.23).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	<b>C<sub>ij</sub></b>	D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4				
2	A1	2	4	6	1000	1000	1000	1000	200	M=5000		
3	A2	5	3	1	1000	1000	1000	1000	400			
4	A3	3	2	5	1000	1000	1000	1000	300			
5	D1	0	1000	1000	6	4	2	1	500			
6	D2	1000	0	1000	1	2	4	5	500			
7	D3	1000	1000	0	5	3	6	3	500			
8		500	500	500	300	150	100	350				
9												
10												
11	<b>X<sub>ij</sub></b>	D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4		обмеження щодо вивезення		
12	A1	200	0	0	0	0	0	0	200	200		
13	A2	0	0	400	0	0	0	0	400	400		
14	A3	0	300	0	0	0	0	0	300	300		
15	D1	300	0	0	0	0	100	100	500	500		
16	D2	0	200	0	300	0	0	0	500	500		
17	D3	0	0	100	0	150	0	250	500	500		
18		500	500	500	300	150	100	350				
19		500	500	500	300	150	100	350				
20		обмеження щодо ввезення										
21	Z=	3200 усл.од.										
22												

Рисунок 3.23 Оптимальний план

Результати рішення завжди потребують пояснення та інтерпретації. Покажемо у вигляді схеми отриманий план перевезень (ланцюг постачання) (рис.3.24).

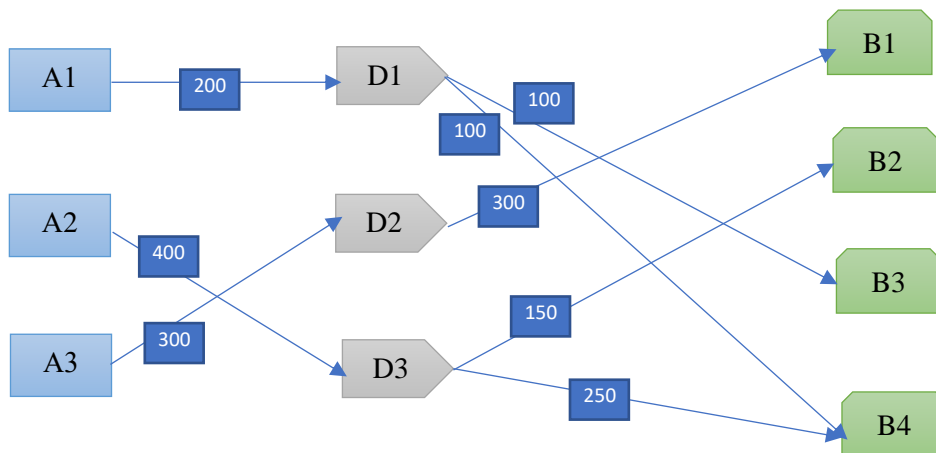


Рисунок 3.24 Ланцюг розподілу вантажопотоку

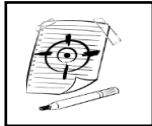
Таким чином, на рисунку видно, яким чином відбувається перевезення (від якого постачальника, через яку базу і далі від бази кінцевому споживачеві). Основою такої схеми є таблиця з розв'язанням задачі.

Особливу увагу відведемо до пояснення III блоку транспортної матриці. Не нульові значення на діагоналі, отримані в результаті вирішення задачі ніяким чином не відображені у схемі рішення. Ця інформація розрахована не для даного перевізного процесу, а швидше для майбутніх вантажопотоків.

Не нульові значення змінних на діагоналі означають недовикористання потужностей (наприклад складських) при роботі з цим вантажопотоком, тобто компанія може працювати в перспективі з даними базами, але враховувати той факт, що перший вантажопотік зайняв частину потужностей.

У нашому випадку спочатку три бази могли переробляти по 500 умов од. вантажу. Паралельно для наступного вантажопотоку (поки не освоєно перший) доступні будуть потужності:  $D1=300$ ,  $D2=200$ ,  $D3=100$ .

#### Тема 4. Методи вибору постачальника у логістиці постачання



**Мета заняття:** перерахувати та охарактеризувати відомі методи вибору постачальників. Розглянути рейтинговий метод

#### 4.1 Теоретичні відомості

Вибір постачальника є одним із найважливіших завдань закупівельної логістики. Вона є одним із чотирьох основних завдань відділу постачання/закупівель компанії. Деякі менеджери недооцінюють значення правильного вибору постачальника для ефективного функціонування компанії. Власний успіх компанії-покупця у забезпеченні споживачів якісною продукцією та послугами залежить багато в чому від того, наскільки чітко постачальники виконують свої функції. Деякі дослідження свідчать, що у багатьох компаніях світу, принаймні, 50% проблем, що з якістю, виникає через товарів та послуг, якими їх забезпечили постачальники. Тому вибір «правильного» постачальника є основою успішного функціонування та створення стійкої бази постачання будь-якої компанії.

Можливі два напрями вибору постачальника:

1. Вибір постачальника з-поміж компаній, які були постачальниками (або є ними) і з якими вже встановлені ділові відносини. Це полегшує вибір, оскільки відділ закупівель компанії має точними даними про діяльність цих постачальників (хоча так буває не завжди). Основні етапи вирішення цього завдання:

- збирання інформації про постачальників;
- аналіз інформації на основі критеріїв вибору постачальника;
- ухвалення рішення про вибір постачальника.

2. Вибір нового постачальника в результаті пошуку та аналізу цікавого ринку: ринку, з яким компанія вже працює, або абсолютно нового ринку (наприклад, якщо прийнято рішення диверсифікувати діяльність). Для перевірки потенційного постачальника часто необхідні великі витрати часу та ресурсів, тому її слід здійснювати тільки щодо тих постачальників з невеликого списку, які дійсно мають серйозний шанс отримати велике замовлення. Від потенційного постачальника, який конкурує з існуючими, очікується більш висока ефективність. Вибір постачальника (або групи постачальників) визначається системою критеріїв, але як для промислової, так

і для торгової компанії зазвичай основними критеріями вибору є: ціна, якість товару та надійність поставки. Встановлення системи критеріїв для початкового відбору постачальників залежить від маркетингової (виробничої) та логістичної стратегій конкретної компанії. У ряді випадків (залежно від корпоративної стратегії) на перше місце можуть виходити такі, наприклад, параметри, як час доставки, надійність постачальника, надання постачальником кредиту, постачання товарів на підставі взаємозаліку, та інші.

Існує кілька поширених методів вибору постачальника:

*Метод оцінки витрат.* Цей метод іноді називають затратно-коефіцієнтним методом або методом місій. Він полягає в тому, що весь досліджуваний процес постачання ділиться на кілька можливих варіантів (місій) і для кожного ретельно розраховуються всі витрати та доходи. У результаті виходять дані для порівняння та вибору варіантів рішень (місій). Для кожного постачальника розраховуються всі можливі витрати і доходи/виграші (при цьому враховуються логістичні ризики). Потім із набору варіантів (місій) вибирається найбільш вигідний (за критерієм загального прибутку). Фактично це – різновид методу ранжування (критеріїв) за вартістю. Метод цікавий з погляду факторів та їх вартісної оцінки і дозволяє визначати «вартість» вибору постачальника. Недолік методу полягає в тому, що він вимагає великого обсягу інформації та аналізу великого обсягу інформації щодо кожного постачальника.

*Метод домінуючих показників.* Метод полягає у зосередженні одному обраному параметрі (критерії). Цей параметр може бути: найнижчою ціною, найкращою якістю, графіком поставок, що вселяє найбільшу довіру, і т.п. Перевага цього – у простоті, а недолік – в ігноруванні інших чинників – критеріїв добору.

*Метод категорій переваги.* У цьому випадку оцінка постачальника, у тому числі і вибір способу його оцінки, залежить від інформації, що стікається з багатьох підрозділів компанії. Інженерні служби дають свою оцінку здатності постачальника виробляти високотехнологічну продукцію і можуть компетентно судити про її якість, диспетчерська повідомляє про терміни доставки закупуваних матеріальних ресурсів, виробничі відділи – про простоту і зручність користування матеріальних ресурсів у виробничому процесі. Такий метод має на увазі наявність великої і різноманітної інформації з безлічі джерел, яка дозволяє розглядати кожен фактор нарівні з іншими, у той час як для компанії, можливо, якийсь фактор є ключовим, наприклад, простота використання продукції у виробничому процесі.

*Метод рейтингових оцінок.* Найбільш поширеним методом вибору постачальника вважатимуться метод рейтингових оцінок, який, своєю чергою, є різновидом методу категорій переваги. Після відбору критеріїв вибору постачальника їх значущість зазвичай встановлюється експертним шляхом працівниками служби постачання/закупівель або залученими експертами. Підсумкове значення рейтингу визначається шляхом підсумовування

множення значень (питомої ваги) критерію з його експертну бальну оцінку (наприклад, за 10-бальною системою) даного постачальника.

Порівнюючи отримані значення рейтингу для різних постачальників, визначають найкращого партнера. Якщо рейтингова оцінка дає однакові результати для двох і більше постачальників за основними критеріями, то процедуру повторюють з використанням додаткових критеріїв оцінки. При зверненні до потенційних постачальників важко (а іноді практично неможливо) отримати об'єктивні дані, необхідні для роботи експертів. Остаточний вибір постачальника проводиться особою, яка приймає рішення у відділі логістики (закупівель), і, як правило, не може бути повністю формалізований.

Зазначимо, що тут перераховані не всі методи вибору постачальників. Останнім часом широко використовується метод аналізу ієрархій і оптимізаційні моделі, що описують один і більше критеріїв.

#### 4.2 Рейтинговий метод вибору постачальника (на прикладі вибору виробника напіввагону)

Порівняльні технічні характеристики напіввагонів виробництва вагонобудівних заводів України (умовно пронумеруємо їх 1,2,3,4) (табл. 4.1).

Як критерії розглядаються: ціна напіввагону (прагнемо мінімізувати), ціна перегону до покупця (прагне мінімізувати), кількість деповських ремонтів (прагне мінімізувати), термін постачання (прагне мінімізувати), завантаження піввагону (прагне максимізувати).

Наведемо значення показників у табл.4.1.

Таблиця 4.1 Значення критеріальних показників

Виробник	Ціна, дол.	Вартість перегону, дол.	Кількість деповських ремонтів	Термін постачання, міс.	Завантаження напіввагону, т.
1	70000	2000	9	4	69,5
2	62000	500	17	6	64,4
3	65400	2500	17	3	64,4
4	64000	400	17	4	67

Щоб визначити вагу критерію, необхідно здійснити процедуру ранжування. Усі критерії мають бути зрівняні між собою попарно. Вага проранжованих критеріїв ( $\gamma_i$ ) - визначаються за формулою.

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1 \quad (4.1)$$

де n – кількість критеріїв.

З формули (4.1) випливає, що  $0 < \gamma < 1$ .

Для обґрунтування ваг виконується наступна розрахункова процедура:

1. Складається таблиця, в якій за рядками та стовпцями в тому самому порядку перераховуються всі критерії

Таблиця 4.2 Порівняння критеріїв

	$K_1$	$K_2$	.....	$K_n$
$K_1$	1			$a_{in}$
$K_2$		1		
.....			1	
$K_n$	$1/a_{in}$			1

2. У кожен клітині цієї таблиці заноситься коефіцієнт відносної важливості одного критерію проти інших,  $a_{ij}$ . Цей критерій є суб'єктивною оцінкою, взятою із заздалегідь встановленої шкали:

- 1 – рівна важливість критеріїв,
- 3 – помірна перевага одного над іншим,
- 5 – істотна перевага,
- 7 – значну перевагу,
- 9 – дуже сильна перевага,
- 2, 4, 6, 8 – проміжні (компромісні) судження.

У клітинах головної діагоналі таблиці стоятимуть, природно, 1.

Для таблиці (матриці) характерна властивість зворотної симетричності. Кожній парі критеріїв відповідає 2 клітини, наприклад,  $K_1-K_2$  і  $K_2-K_1$ . Якщо ми свідомо вважаємо, що найважливішим нам критерій  $K_1$ , то першою заповнюємо клітину  $K_1-K_2$ , проставляючи у ній оцінку важливості, наприклад 5, у другу клітину  $K_2-K_1$  заносимо зворотну оцінку  $1/5$ . Якщо ми свідомо вважаємо, що важливішим для нас є критерій  $K_2$ , то першою відповідно заповнюємо клітину  $K_2-K_1$ , проставляючи в неї оцінку важливості, наприклад 5, в другу клітину  $K_1-K_2$  заносимо зворотну оцінку  $1/5$ .

Коефіцієнти відносної важливості встановлює експерт, виходячи зі власних уявлень про значущість обраних критеріїв.

3. Після заповнення таблиці розраховуються ваги критеріїв, що шукаються. Розрахунок виконується за рядками таблиці, кожному з яких перебуває певний критерій. Спочатку знаходиться середня геометрична з чисел, записаних у рядку.

$$b_i = \sqrt[n]{a_{i1} \cdot a_{i2} \cdot \dots \cdot a_{in}}, i = \overline{1, n} \quad (4.2)$$

Вага критерію є нормована величина.

$$\gamma_i = \frac{b_i}{\sum_{i=1}^n b_i}, i = \overline{1, n} \quad (4.3)$$

Таблиця 4.3 Ранжування критеріїв ( $\gamma_i$ )

Критерії	$i$	Ціна, дол.	Вартість перегону, дол.	Кількість деповських ремонтів	Термін постачання, міс.	Завантаження напіввагону	$b_i$	$\gamma_i$
Ціна, дол.	1	1	7	1/9	3	1/5	0,859	0,108
Вартість перегону, дол.	2	1/7	1	1/9	3	1/5	0,394	0,05
Кількість деповських ремонтів	3	9	9	1	9	1	3,737	0,472
Термін постачання, міс.	4	1/3	1/3	1/9	1	1/5	0,301	0,038
Завантаження напіввагону	5	5	5	1	5	1	2,627	0,332

$$b_1 = \sqrt[5]{1 \cdot 7 \cdot 1/9 \cdot 3 \cdot 1/5} = 0,859$$

$$b_2 = \sqrt[5]{1/7 \cdot 1 \cdot 1/9 \cdot 3 \cdot 1/5} = 0,394$$

$$b_3 = \sqrt[5]{9 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 1} = 3,737$$

$$b_4 = \sqrt[5]{1/3 \cdot 1/3 \cdot 1/9 \cdot 1 \cdot 1/5} = 0,301$$

$$b_5 = \sqrt[5]{5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1} = 2,627$$

$$\sum_{i=1}^n b_i = 0,859 + 0,394 + 3,737 + 0,301 + 2,627 = 7,918$$

$$\gamma_1 = 0,859/7,918 = 0,108$$

$$\gamma_2 = 0,394/7,918 = 0,05$$

$$\gamma_3 = 3,737/7,918 = 0,472$$

$$\gamma_4 = 0,301/7,918 = 0,038$$

$$\gamma_5 = 2,627/7,918 = 0,332$$

Результати розрахунків показали, що найбільш важливим є критерії кількість депівських ремонтів та завантаження піввагону, а найменш вагомим є термін поставки.

Для того, щоб позбавитися різномірності та різномаштабності здійснимо нормування критеріїв, при цьому враховуємо, що найкраща модель напіввагону матиме найвищий рейтинг. Для показників, що покращуються при зменшенні нормування здійснюється шляхом розподілу мінімального з них на кожен показник. Для показника, що покращується при збільшенні,

здійснимо поділ показників за всіма моделями напіввагонів на максимальний з них.

Таблиця 4.4 Нормування критеріальних показників ( $Z_{ij}$ ).

Виробник	Ціна, дол.	Вартість перегону, дол.	Кількість деповських ремонтів	Термін постачання, міс.	Завантаження напіввагону, т.
1	0,886	0,2	1	0,75	1
2	1	0,8	0,529	0,5	0,927
3	0,948	0,16	0,529	1	0,927
4	0,969	1	0,529	0,75	0,964

Приклад розрахунку таблиці:

$$Z_{11}=62000/700=0,886$$

$$Z_{21}=62000/62000=1$$

$$Z_{15}=69,5/69,5=1$$

$$Z_{25}=64,4/69,5=0,927 \text{ і т.д.}$$

Для оцінки рейтингу моделей напіввагонів виконуємо розрахунки за формулою:

$$R_k = \sum_i \gamma_i \cdot z_{ik}, k = \overline{1, K} \quad (4.4)$$

де  $z_{ik}$  - нормоване значення  $i$ -го критерію (критеріального показника) для  $k$ -ї моделі напіввагону.

$$R_1 = 0,886 \cdot 0,108 + 0,2 \cdot 0,05 + 1 \cdot 0,472 + 0,75 \cdot 0,038 + 1 \cdot 0,332 = 0,938$$

$$R_2 = 1 \cdot 0,108 + 0,8 \cdot 0,05 + 0,529 \cdot 0,472 + 0,5 \cdot 0,038 + 0,927 \cdot 0,332 = 0,724$$

$$R_3 = 0,948 \cdot 0,108 + 0,16 \cdot 0,05 + 0,529 \cdot 0,472 + 1,0 \cdot 0,038 + 0,927 \cdot 0,332 = 0,706$$

$$R_4 = 0,969 \cdot 0,108 + 1,0 \cdot 0,05 + 0,529 \cdot 0,472 + 0,75 \cdot 0,038 + 0,964 \cdot 0,332 = 0,753$$

Отже, найвищий рейтинг у виробника 1, вибираємо цю модель напіввагону для формування власного вагонного парку.

### 4.3 Використання Excel для розрахунку вибору постачальника

Вибір постачальників доводиться здійснювати час від часу. При використанні рейтингового методу для спрощення розрахунків і економії часу може бути використаний Excel.

Згодом вихідні дані можуть змінюватися. Якщо завести алгоритм розрахунку в Excel, достатньо буде лише змінювати вихідні дані та оцінки попарного порівняння. Рішення буде отримано ментально.

На рисунках 4.1, 4.2 показаний приклад введення алгоритму та результати розрахунку розглянутої задачі з пункту 4.2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<b>Ранжування критеріїв</b>								
2	Критерії	<i>i</i>	Ціна, дол.	Вартість	Кількість	Термін	Завантаження	$b_i$	$\gamma_i$
3	Ціна, дол.	1	1	7	=1/9	3	=1/5	=СТЕПЕНЬ(П3=Н3/Н\$8	
4	Вартість перегону, дол.	=1/7	1	1	=1/9	3	=1/5	=СТЕПЕНЬ(П4=Н4/Н\$8	
5	Кількість деповських ремонтів	3	9	9	1	9	1	=СТЕПЕНЬ(П5=Н5/Н\$8	
6	Термін постачання, міс	=1/3	=1/3	=1/9	=1/9	1	=1/5	=СТЕПЕНЬ(П6=Н6/Н\$8	
7	Завантаження напіввагону	5	5	5	1	5	1	=СТЕПЕНЬ(П7=Н7/Н\$8	
8								=СУММ(Н3:Н7)=СУММ(І3:І7)	
9									
10	<b>Нормування критеріальних показників (<math>Z_{ij}</math>).</b>								
11	Виробник	Ціна, дол.	Вартість перегону, дол.	Кількість деповських ремонтів	Термін постачання, міс.	Завантаження напіввагону, т.			
12	1	=B\$23/B18	=C\$23/C18	=D\$23/D18	=E\$23/E18	=F18/\$F\$23			
13	2	=B\$23/B19	=C\$23/C19	=D\$23/D19	=E\$23/E19	=F19/\$F\$23			
14	3	=B\$23/B20	=C\$23/C20	=D\$23/D20	=E\$23/E20	=F20/\$F\$23			
15	4	=B\$23/B21	=C\$23/C21	=D\$23/D21	=E\$23/E21	=F21/\$F\$23			
16	<b>Значення критеріальних показників</b>								
17	Виробник	Ціна, дол.	Вартість перегону, дол.	Кількість деповських ремонтів	Термін постачання, міс.	Завантаження напіввагону, т.			
18	1	70000	2000	9	4	69,5			
19	2	62000	500	17	6	64,4			
20	3	65400	2500	17	3	64,4			
21	4	64000	400	17	4	67			
22	Спрямування критерію	min	min	min	min	max			
23	Розрахунок	=МИН(B18:B21)	=МИН(C18:C21)	=МИН(D18:D21)	=МИН(E18:E21)	=МАКС(F18:F21)			
24									
25	<b>Оцінка рейтингу <math>R_k = \sum_i \gamma_i \cdot z_{ik}, k = 1, \bar{K}</math></b>								
26									
27									
28									
29									
30									
31									

Рисунок 4.1 Введення формул за алгоритмом рейтингової оцінки постачальників

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<b>Ранжування критеріїв</b>								
2	Критерії	<i>i</i>	Ціна,	Вартість	Кількість	Термін	Завант	$b_i$	$\gamma_i$
3	Ціна, дол.	1	1,00	7,00	0,11	3,00	0,20	0,86	0,11
4	Вартість перегону, дол.	2	0,14	1,00	0,11	3,00	0,20	0,39	0,05
5	Кількість деповських ремонтів	3	9,00	9,00	1,00	9,00	1,00	3,74	0,47
6	Термін постачання, міс	4	0,33	0,33	0,11	1,00	0,20	0,30	0,04
7	Завантаження напіввагону	5	5,00	5,00	1,00	5,00	1,00	2,63	0,33
8								7,92	1,00
9									
10	<b>Нормування критеріальних показників (<math>Z_{ij}</math>).</b>								
11	Виробник	Ціна, дол.	Вартість перегону, дол.	Кількість деповських ремонтів	Термін постачання, міс.	Завантаження напіввагону, т.			
12	1	0,89	0,20	1,00	0,75	1,00			
13	2	1,00	0,80	0,53	0,50	0,93			
14	3	0,95	0,16	0,53	1,00	0,93			
15	4	0,97	1,00	0,53	0,75	0,96			
16	<b>Значення критеріальних показників</b>								
17	Виробник	Ціна, дол.	Вартість перегону, дол.	Кількість деповських ремонтів	Термін постачання, міс.	Завантаження напіввагону, т.			
18	1	70000	2000	9	4	69,5			
19	2	62000	500	17	6	64,4			
20	3	65400	2500	17	3	64,4			
21	4	64000	400	17	4	67			
22	Спрямування критерію	min	min	min	min	max			
23	Розрахунок	62000	400	9	3	69,5			
24									
25	<b>Оцінка рейтингу <math>R_k = \sum_i \gamma_i \cdot z_{ik}, k = 1, \bar{K}</math></b>								
26									
27									
28									
29									
30									
31									

Рисунок 4.2 Результати вирішення завдання

## Тема 5. Модель Вільсона у визначенні економічної партії запасів



**Мета заняття:** придбати практичні навички з вибору стратегії керування запасами.

### 5.1 Теоретичні відомості

Проблема оптимізації рівня запасів при управлінні запасами в ланках ланцюгів поставок є загальновідомою і досить актуальною на даний час.

Запаси відображають уявлення компанії про попит в майбутньому і фінансових відносинах між конкуруючими позиціями. Якщо замовити занадто багато товарів, різко зростають ціни на їх зберігання; якщо товарів занадто мало, то вони швидко закінчаться і нічого буде продавати, що також призведе до фінансових втрат.

Для оптимізації розміру поточних запасів використовується ряд моделей, серед яких найбільшого поширення набула модель економічно обґрунтованого розміру замовлення (Модель Вільсона).

Основною метою управління запасами є мінімізація сукупних витрат на їх покупку, доставку та складське зберігання. При цьому витрати на доставку і зберігання демонструють різноспрямовану поведінку. З одного боку, збільшення партії поставки призводить до зниження витрат на поставку в розрахунку на одиницю запасів, а, з іншого боку, це призводить до зростання складських витрат на одиницю запасів. Для вирішення цього завдання Вілсоном (англ. R.H. Wilson) була розроблена методика розрахунку оптимальної партії поставки (англ. Economic Order Quantity, EOQ), відома також як EOQ-модель або формула Вілсона.

Практичне застосування EOQ-моделі передбачає ряд обмежень, які повинні бути дотримані при розрахунку оптимальної партії поставки:

- кількість споживаних запасів або закуповуваних товарів заздалегідь відомо, а їх споживання здійснюється рівномірно протягом усього планованого періоду;
- вартість організації замовлення та вартість однієї одиниці запасів залишаються незмінними протягом усього планованого періоду;
- час поставки є фіксованим;
- заміна одбракованих одиниць здійснюється миттєво;
- мінімальний залишок запасів дорівнює 0.

В основі EOQ-моделі знаходиться функція сукупних витрат, яка відображає витрати на придбання, доставку і зберігання запасів.

$$TC = p * D + \frac{D * K}{Q} + \frac{H * Q}{2} \quad (5.1)$$

Позначення:

p – ціна покупки або собівартість виробництва одиниці запасів;

$D$  – річна потреба в запасах;  
 $K$  – вартість організації замовлення (навантаження, розвантаження, упаковка, транспортні витрати);  
 $Q$  – обсяг партії поставки.  
 $H$  – вартість зберігання 1 одиниці запасів протягом року (вартість капіталу, складські витрати, страхівка і т.п.).

Оптимальна партія запасів визначається шляхом диференціації (5.1) щодо змінної  $Q$  і прирівнюванні до 0 та має вигляд:

$$EOQ = q_{opt} = \sqrt{\frac{2 * D * K}{H}} \quad (5/2)$$

Іншими словами, оптимальна партія поставки являє собою такий обсяг, при якому значення функції сукупних витрат буде мінімальним.

Графічно EOQ-модель можна представити таким чином (рис.5.1).

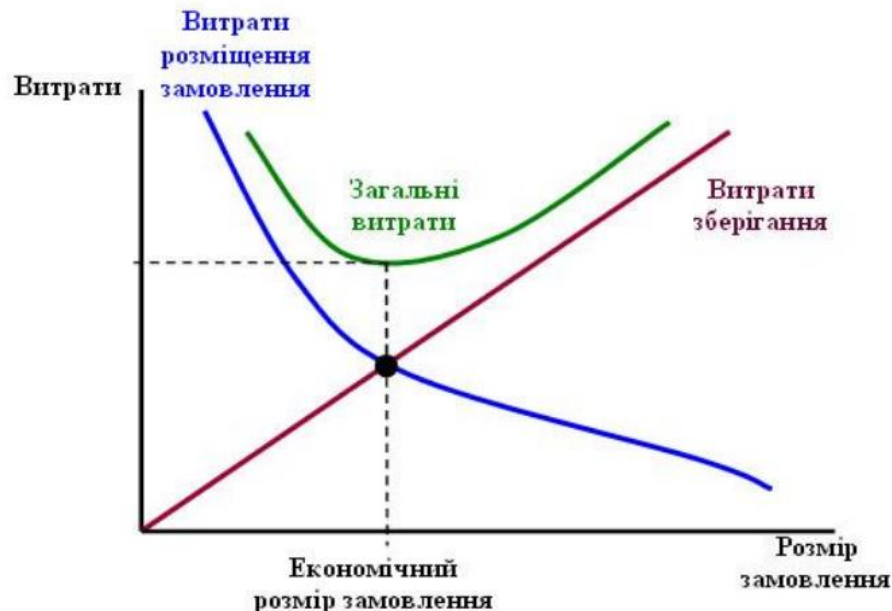


Рисунок 5.1 Графічне зображення EOQ-моделі

Рисунок демонструє взаємовідношення між кривими витрат розміщення замовлення, зберігання запасу, кривої загальних витрат і оптимальним розміром замовлення.

До моделі оптимального розміру партії можуть застосовуватися деякі розширення, що дозволяють врахувати витрати по заборгованості замовлень і, особливо, коли мова іде про великі обсяги товарів. Таким чином, оптимальний розмір замовлення – обсяг партії поставки, що відвантажується постачальником за замовленням споживача і забезпечує для споживача мінімальне значення суми двох складових: витрат на формування і зберігання запасів, і транспортно-заготівельних витрат.

Слід розуміти, що структура витрат важлива перш за все тому, що тісно пов'язана з ключовими факторами бізнесу. Саме це грає вирішальну роль в розробці системи управління запасами. Застосування моделей з управління витратами дозволяє вивести роботу підприємства на новий якісний рівень.

Визначення ж оптимального розміру замовлення за допомогою моделі Вілсона дозволяє мінімізувати загальні витрати управління запасами, що дозволяє скоротити зростання споживчих цін, тим самим позитивно впливаючи на конкурентоспроможність компанії.

*Знижки з ціни залежно від обсягу закупівель.* Знижки з ціни залежно від обсягу закупівель *розширюють формулу економічного розміру замовлення.* Включення знижок у базову модель ЕОО зводиться до розрахунку сукупних витрат і відповідного економічного розміру замовлення для кожного обсягу (і ціни) закупівлі. Якщо за певного обсягу закупівлі знижка буде достатньою, щоб компенсувати зростання витрат на утримання запасів за винятком скорочення витрат на розміщення замовлень, такий варіант, можливо, виявиться вигідним.

## 5.2 Приклад визначення оптимальної партії запасів

Знайдемо економічний розмір замовлення за таких умов: згідно з даними обліку вартість подання одного замовлення становить 200 грн, річна потреба в комплектуючому виробі — 1550 шт., ціна одиниці комплектуючого виробу — 560 грн, вартість зберігання комплектуючого виробу на складі дорівнює 20% його ціни. Визначити оптимальний розмір замовлення на комплектуючий виріб.

Тоді згідно (5.1) економічний розмір замовлення дорівнюватиме:

$$EOQ = q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1550 \cdot 200}{0,2 + 560}} = 74,402 \quad (5.3)$$

Розрахуємо загальні витрати на постачання оптимальної партії за формулою (5.1).

$$TC = 560 \cdot 1550 + \frac{1550 \cdot 200}{74,4} + \frac{(560 \cdot 0,2) \cdot 74,4}{2} = 876333,1 \text{ грош. од.} \quad (5.4)$$

Оскільки обрано постачання оптимальним розміром у формулі (5.1)  $Q = q_{opt}$ .

Щоб уникнути дефіциту комплектуючого виробу, можна округлити оптимальний розмір замовлення у більший бік. Таким чином, оптимальний розмір замовлення на комплектуючий виріб становитиме 75 шт.

Перевіримо, як це вплине на загальні витрати.

$$TC = 560 \cdot 1550 + \frac{1550 \cdot 200}{75} + \frac{(560 \cdot 0,2) \cdot 75}{2} = 837633,3 \text{ грош. од.} \quad (5.5)$$

Як бачимо, загальні витрати змінилися не значно. Це пов'язано з тим, що крива витрат в області перетину кривих, що описують витрати на зберігання та розміщення замовлення, суттєво згладжена.

Розрахуємо кількість постачання оптимальними партіями за рік.

$$N = \frac{D}{q_{opt}} = \frac{1550}{75} = 21 \quad (5.6)$$

### 5.3 Визначення партії поставок за умови знижки за ціною зі збільшенням поставки від оптимального розміру

Розглянемо вихідні дані прикладу з пункту (5.2). Постачальник даному споживачеві пропонує систему знижок на ціну зі збільшенням закупівельної партії (табл.5.1).

Таблиця 5.1 Пропозиції постачальника

Обсяг замовлення, од.	Ціна за одиницю, грн.
80	550
100	530
120	520

Для ухвалення рішення про можливість використання запрошення продавця, необхідно розрахувати загальні витрати по кожному (за трьома) його пропозицією. Критерієм вибору будуть мінімальні загальні витрати.

Для наочності зміни витрат розміщення та поранення запасів покаже рішення у таблиці 5.2. Зверніть увагу! Коефіцієнт  $H$  змінюється, тому що залежить від ціни (% від  $p$ ).

Таблиця 5.2 Розрахунок параметрів запасів з урахуванням знижки

Витрати, грн.	Обсяг замовлення, од.			
	75	80	100	120
На організацію Замовлень $\frac{D * K}{Q}$	$\frac{1550 * 200}{75} =$ = 4133,3	$\frac{1550 * 200}{80} =$ = 3875	$\frac{1550 * 200}{100} =$ = 3100	$\frac{1550 * 200}{120} =$ = 2583
На зберігання одного замовлення $\frac{H * Q}{2}$	$\frac{112 * 75}{2} =$ = 4200	$\frac{110 * 75}{2} =$ = 4400	$\frac{106 * 100}{2} =$ = 5300	$\frac{104 * 120}{2} =$ = 6240
На придбання запасів для річної потреби $p * D$	$1550 * 560 =$ = 868000	$1550 * 550 =$ = 852500	$1550 * 530 =$ = 821500	$1550 * 520 =$ = 806000
Загальні витрати	876333,3	860775	829900	814823

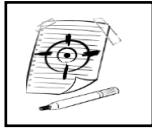
Для наочності побудуємо діаграму зміни загальних витрат побудови системи доставки (рис.5.2).



Рисунок 5.2 зміни загальних витрат

Видно, що мінімум досягається при постачанні партіями по 120 одиниць.

## **Тема 6. Завдання пошуку місця розташування розподільчого центру у розподільчій логістиці**



**Мета заняття:** формування вмінь та закріплення навичок вибору каналів розподілу та проектування дистрибутивних систем.

### **6.1 Теоретичні відомості**

Розподільча логістика — це управління транспортуванням, складуванням та іншими матеріальними і нематеріальними операціями, які здійснюються в процесі доведення готової продукції до споживача згідно з інтересами і вимогами останнього, а також передачі, зберігання й обробки відповідної інформації.

Матеріальний потік у сфері розподілу має форму готової продукції. Залежно від суб'єкту економічних відносин, який бере участь у доведенні ресурсів до споживача, потік готової продукції можна подати як товарний потік або як вантажний потік (на транспорті).

Канал розподілу — це сукупність підприємств і організацій, через які проходить продукція від місця її виготовлення до місця споживання. Сукупність каналів розподілу називається розподільчою мережею. Розподільчий центр — це складський комплекс, який отримує товари від підприємств-виробників або від підприємств оптової торгівлі (наприклад, які знаходяться в інших регіонах країни або за кордоном) і розподіляє їх більш дрібними партіями замовникам (підприємствам дрібнооптової та роздрібною торгівлі) через свою або їх товаропровідну мережу.

Для визначення місця розміщення розподільчих центрів застосовують такі методи:

- Метод визначення центру ваги;
- Визначення місця розташування розподільного центру методом пробної точки;
- Визначення місця розташування розподільчого складу методом перебору.

Розглянемо докладно деякі з них.

### **6.2 Метод визначення центру ваги**

Суть його полягає в наступному: на мапу району з нанесеними місцями розташування споживачів компанії наносять координатну сітку. На основі даних про вантажообіг компанії з кожним із споживачів та координат споживачів на карті, за методом середньозваженої величини розраховуються координати розподільчого центру.

Розрахунок центрів ваги (координат) місця розташування складу здійснюється за формулами:

$$X_{pc} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i x_i}{\sum_{i=1}^n q_i} \quad (6.1)$$

$$Y_{pc} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i y_i}{\sum_{i=1}^n q_i} \quad (6.2)$$

де, X и Y – координати розподільчого центру;

$x_i$  і  $y_i$  – координати  $i$ -го споживача, км;

$q_i$  – величина вантажопотоку від складу до  $i$ -го споживача, т;

$n$  – кількість споживачів.

Застосування описаного методу має деяке обмеження, оскільки на моделі відстань від пункту споживання матеріального потоку до місця розміщення розподільного центру враховується по прямій («як літає ворона»). У зв'язку з цим модельований район повинен мати розвинуту мережу доріг, оскільки в іншому випадку буде порушений основний принцип моделювання - принцип подібності моделі і модельованого об'єкта.

На реальній місцевості точка території, що забезпечує мінімум транспортної роботи з доставки, в загальному випадку не збігається зі знайденим на мапі центром ваги вантажопотоків, але, як правило, знаходиться десь недалеко.

*Приклад.* Компанія постачає продукцію шести магазинам (табл.6.1). Визначити координати місця розташування складу, які з урахуванням кількості вантажів, які транспортуються до кожного із магазинів, забезпечать компанії найменші транспортні витрати.

Координат постачальників та споживачів можуть бути задані за умовою завдання або, якщо розглядається географічна мапа, знаходяться після нанесення мережі на мапу (рис.6.1)

Таблиця 6.1 Вихідні дані

Показники	Номер магазину					
	1	2	3	4	5	6
$q_i, t$	10	3	12	7	15	2
$x_i, км$	2	4	10	8	2	11
$y_i, км$	7	6	6	5	2	1

Оптимальні координати складу визначаються за формулою:

$$X = \frac{10 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 12 \cdot 10 + 7 \cdot 8 + 15 \cdot 2 + 2 \cdot 11}{10 + 3 + 12 + 7 + 15 + 2} = \frac{260}{49} = 5,3 \text{ км};$$

$$Y = \frac{10 \cdot 7 + 3 \cdot 6 + 12 \cdot 6 + 7 \cdot 5 + 15 \cdot 2 + 2 \cdot 1}{10 + 3 + 12 + 7 + 15 + 2} = \frac{227}{49} = 4,6 \text{ км}.$$

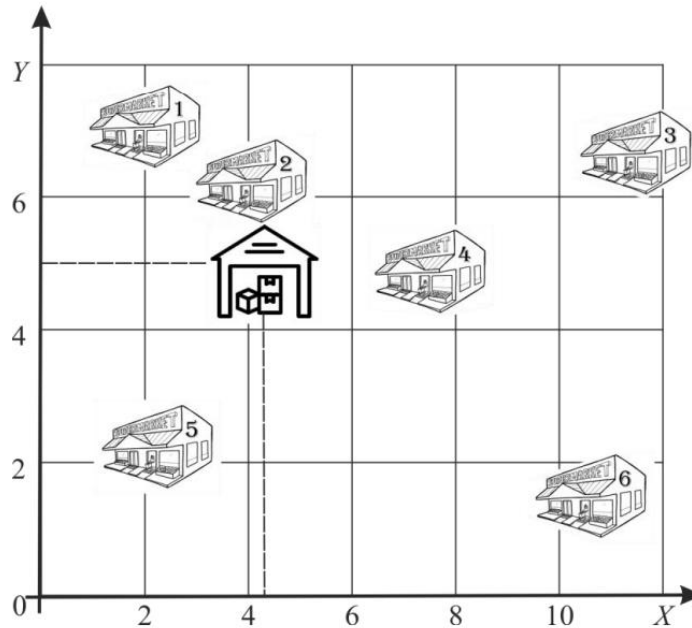


Рисунок 6.1 План розташування споживачів та складу

### 6.3 Визначення місця розташування розподільного центру методом пробної точки

Пропонований метод дозволяє визначити оптимальне місце розміщення розподільного складу в разі прямокутної конфігурації мережі автомобільних доріг на ділянці.

Суть методу полягає в послідовній перевірці кожного відрізка ділянки, що обслуговується, і складається з наступних етапів:

- 1) на мапі району наноситься координатна сітка паралельно транспортним магістралям, вздовж яких розташовані споживачі;
- 2) на осях  $X$  та  $Y$  проектуються координати знаходження споживачів і формуються відрізки як відстані між двома найближчими споживачами;
- 3) вводиться поняття пробної точки відрізка, а також поняття лівого і правого по відношенню до цієї точки обсягу завезення товарів.

Лівий по відношенню до пробної точки обсяг завезення товарів – товаропотік до споживачів, розташованих на всій ділянці обслуговування ліворуч від цієї точки. Правий від пробної точки обсяг завезення товарів – товаропотік до споживачів, розташованих праворуч від неї;

4) починаючи з крайнього лівого відрізка обирається пробна точка, як точка початку і кінця обраного відрізка. Розраховуються сума обсягів завезення товарів до споживачів, що знаходяться ліворуч і праворуч від поставленої точки;

5) розрахунок обсягів завезення товарів до споживачів на кожному відрізку триває доти, поки не з'явиться точка, для якої сума обсягів завезення до споживачів з лівої сторони не перевищить суму обсягів завезення до споживачів з правої сторони. Це і є точка розміщення складу.

*Приклад 1.* Визначити місце розміщення розподільчого складу за наступними вихідними даними у випадку прямолінійного розміщення споживачів.

Таблиця 6.2 Вантажопотоки до споживачів

	Магазини								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Вантажопотік	20	10	30	25	30	50	60	20	10

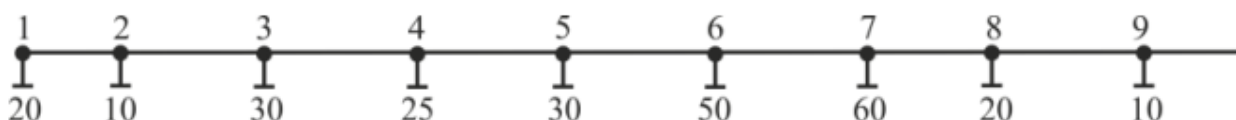


Рисунок 6.2 Прямолінійне розташування споживачів

Таблиця 6.3 Розрахунок обсягу завезення товару до споживачів у лівій та правій пробній точці обраного відрізка

Відрізок	Обсяг завезення товару до споживачів у пробній точці обраного відрізка, т	
	лівий	правий
1-2	20 (20)	235 (10+20+60+50+30+25+30+10)
2-3	30 (20+10)	225 (10+20+60+50+30+25+30)
3-4	60 (20+10+30)	195 (10+20+60+50+30+25)
4-5	85 (20+10+30+25)	170 (10+20+60+50+30)
5-6	115 (20+10+30+25+30)	140 (10+20+60+50)
6-7	165 (20+10+30+25+30+50)	90 (10+20+60)
7-8	225 (20+10+30+25+30+50+60)	30 (10+20)
8-9	245 (20+10+30+25+30+50+60+20)	10 (10)

За даними розрахунку можна зробити висновок про можливість розташування розподільчого складу в точці 6. Розміщення складу в даній точці дозволить компанії досягти найменших транспортних витрат по доставці товарів до обраних споживачів.

Усі існуючі методи визначення розподільчого складу базуються на врахуванні існуючого або прогнозного вантажообігу з визначеною кількістю споживачів. У разі зміни структури споживачів та місць їх розташування точка оптимального розміщення розподільчого складу зміниться.

Приклад 2. Визначити місце розміщення розподільчого складу за наступними вихідними даними у випадку прямокутного розміщення споживачів.

Таблиця 6.3 Вихідні дані для розрахунку

Показники	Номер магазину					
	1	2	3	4	5	6
$G_i, т$	10	20	30	15	25	50
$X_i, км$	2	4	10	8	2	11
$Y_i, км$	7	6	6	5	2	1

Для визначення оптимального місця розміщення розподільчого складу методом пробної точки необхідно нанести на карту району координатну сітку, зорієнтовану паралельно дорогам (осі  $X$  і  $Y$ , км).

Визначивши координати споживачів, необхідно на кожній координатній осі знайти методом пробної точки оптимальне місце розташування координати  $X$  і координати  $Y$  розподільчого складу (за осями  $X$  і  $Y$ , т).

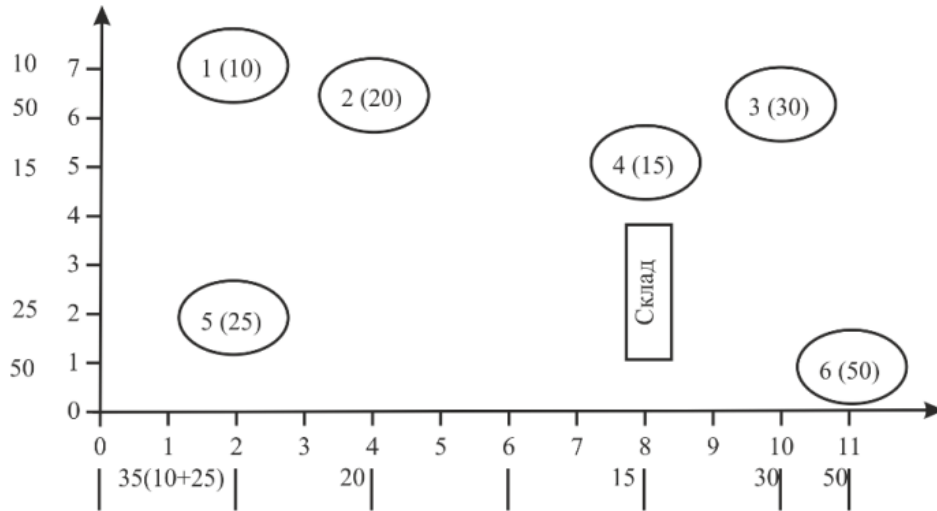


Рисунок 6.2 Географічне та прямокутне розташування споживачів компанії

В даному прикладі пробна точка на осі  $X$  знаходиться в точці 8, на осі  $Y$  в будь-якій точці відрізка 2–5 (оскільки значення обсягу вантажопотоку ліворуч і праворуч відрізка дорівнюють 75 т).

## РОЗДІЛ 2. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ

### Тема 2. Мережеві моделі

#### 2.1 Завдання про мінімізацію мережі

У районі новобудови (рис.2.1) планують провести кабельну мережу. Необхідно розрахувати траєкторію прокладання кабелі з урахуванням мінімізації витрат на кабель, що використовується. Станція з обладнанням передачі сигналу та відстань між пунктами за варіантами наведені у таблиці 2.1.

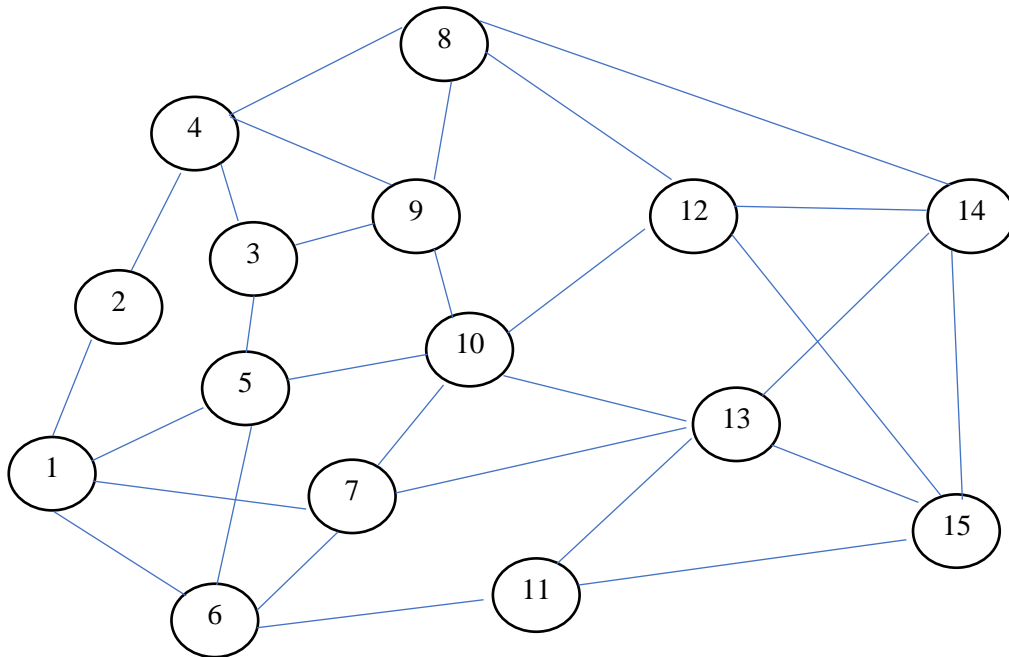


Рисунок 2.1 Мережа району новобудови

Таблиця 2.1 Відстань між пунктами та передавальна станція за варіантами наведені у таблиці 2.2.

Ділянка мережі	Відстань за варіантом															
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	2	2	4	3	5	5	7	6	4	3	4	10	3	9	6	9
1	5	5	10	6	8	12	10	11	8	9	7	5	6	15	10	14
1	6	8	16	9	12	20	8	15	13	5	10	8	9	12	8	11
1	7	3	6	4	5	7	8	6	4	11	4	16	4	5	3	4
2	4	4	8	5	6	9	5	8	7	8	10	12	5	2	1	7
3	4	10	20	12	16	10	6	15	16	18	5	8	12	7	5	5
3	5	6	12	8	10	15	10	13	11	4	8	11	8	13	9	12
3	9	4	8	5	5	10	4	5	7	7	4	15	5	12	8	11
4	8	3	6	4	5	7	13	6	6	12	9	18	4	15	10	14
4	9	11	22	13	17	15	10	20	18	3	13	5	13	18	12	7
5	6	5	10	6	8	12	8	10	9	9	7	13	6	9	6	9
5	10	15	30	18	24	10	17	9	25	4	6	6	18	21	14	15
6	7	3	6	4	5	7	7	7	6	10	5	15	4	8	5	6

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
6	11	6	9	12	3	7	5	3	9	9	15	11	9	4	6	4
7	10	10	15	20	5	12	24	12	14	15	3	6	15	8	11	10
7	13	8	12	16	4	10	20	10	11	12	5	15	12	13	15	16
8	9	3	5	6	2	4	7	4	4	5	12	6	5	4	6	6
8	12	1	2	2	1	5	9	5	7	2	10	8	2	7	8	8
8	14	5	7	10	3	6	10	8	5	7	6	9	7	16	15	20
9	10	9	13	18	5	10	15	9	12	13	10	6	13	11	13	12
10	12	8	12	16	4	10	10	5	11	12	9	15	12	7	5	8
10	13	10	15	20	5	13	7	4	14	15	11	3	15	6	6	6
11	13	12	18	24	6	15	15	8	7	18	14	13	18	18	20	22
11	15	6	9	12	3	8	13	7	9	9	7	12	9	9	10	10
12	14	14	21	22	7	17	10	4	15	21	12	8	21	25	9	30
12	15	5	8	8	3	7	7	5	6	8	5	12	8	6	7	6
13	14	7	11	12	4	9	15	8	9	11	7	7	11	10	9	4
13	15	9	12	10	5	5	10	11	7	12	15	10	12	9	3	9
Передавальна станція																
		1	3	5	7	9	12	14	2	4	6	8	10	11	12	13

## 2.2 Знаходження найкоротшого маршруту (мережа без циклів)

Задано два варіанти конфігурації мережі (рис.2.2). Розрахувати мінімальну відстань з пункту 1 до пункту 9, вказати тректорію руху. Відстань за варіантами наведено у таблиці 2.2.

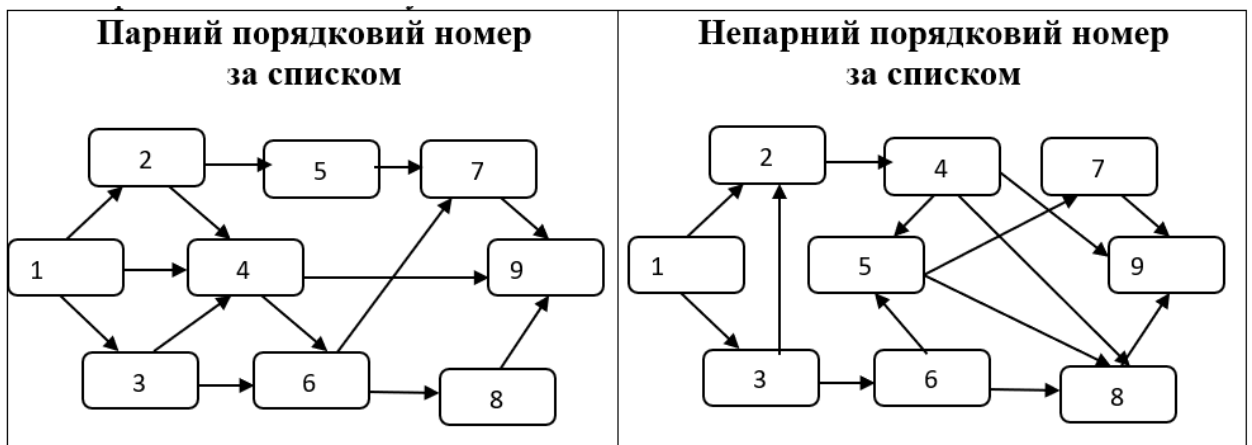


Рисунок 2.2 Конфігурації мережі

Таблиця 2.2 Відстань за варіантом

Ділянка мережі	Відстань для парного варіанту мережі											
	Варіанти											
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	
1	2	2	4	3	5	5	7	6	4	3	4	
1	3	5	10	6	8	12	10	11	8	9	7	

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
1	4	8	16	9	12	20	8	15	13	5	10
2	4	3	6	4	5	7	8	6	4	11	4
2	5	4	8	5	6	9	5	8	7	8	10
3	4	10	20	12	16	10	6	15	16	18	5
3	6	6	12	8	10	15	10	13	11	4	8
4	6	4	8	5	5	10	4	5	7	7	4
4	9	3	6	4	5	7	13	6	6	12	9
5	7	11	22	13	17	15	10	20	18	3	13
6	7	5	10	6	8	12	8	10	9	9	7
6	8	15	30	18	24	10	17	9	25	4	6
7	9	3	6	4	5	7	7	7	6	10	5
8	9	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ділянка мережі	Відстань для <i>непарного</i> варіанта мережі										
	Варіанти										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	3	5	3	9	9	15	11	9	4	6	4
2	4	24	12	14	15	3	6	15	8	11	10
3	2	20	10	11	12	5	15	12	13	15	16
3	6	7	4	4	5	12	6	5	4	6	6
4	5	9	5	7	2	10	8	2	7	8	8
4	8	10	8	5	7	6	9	7	16	15	20
4	9	15	9	12	13	10	6	13	11	13	12
5	7	10	5	11	12	9	15	12	7	5	8
5	8	7	4	14	15	11	3	15	6	6	6
6	5	15	8	7	18	14	13	18	18	20	22
6	8	13	7	9	9	7	12	9	9	10	10
7	9	10	4	15	21	12	8	21	25	9	30
8	9	7	5	6	8	5	12	8	6	7	6

Вирішити завдання з використанням потенціалів та економіко-математичної моделі. Порівняти результати.

### 2.3 Знаходження найкоротшого шляху у мережах з циклами

Задано транспортну мережу (рис.2.3). Географія доставки включає односторонні рух, об'їзні маршрути та тунелі. Виходячи з цієї відстані у прямому та зворотному напрямку може суттєво відрізнятись. Знайти оптимальний маршрут із початкового до кінцевого пункту. Відстань за варіантами задані у таблиці 2.3.

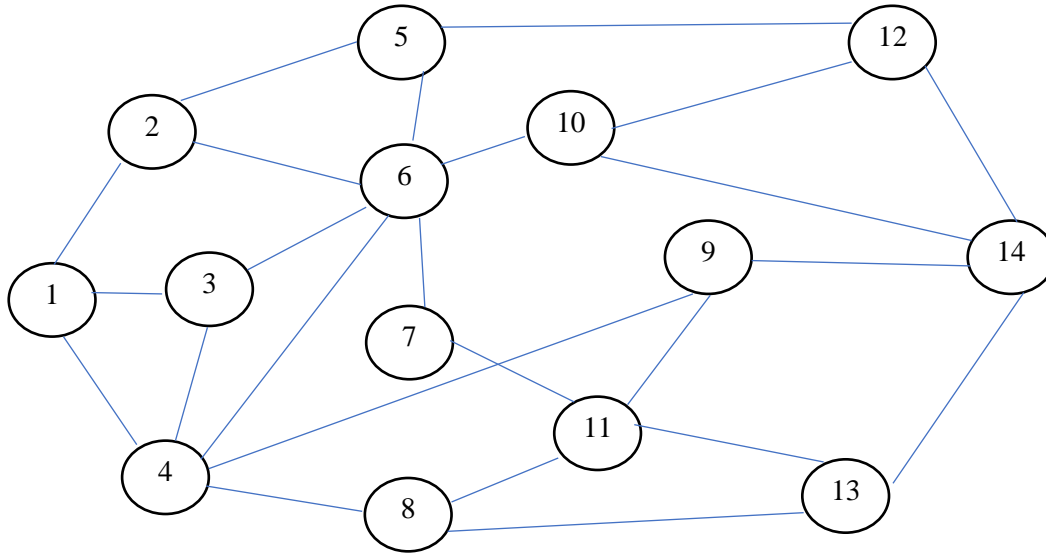


Рисунок 2.3 Конфігурація транспортної мережі

Таблиця 2.3 Відстань за варіантом

Ділянка мережі	Відстань за варіантом															
	Відстань <i>у прямому</i> напрямку															
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>	<i>16</i>	<i>17</i>
1	2	2	4	3	5	5	7	6	4	3	4	10	3	9	6	9
1	3	5	10	6	8	12	10	11	8	9	7	5	6	15	10	14
1	4	8	16	9	12	20	8	15	13	5	10	8	9	12	8	11
2	5	3	6	4	5	7	8	6	4	11	4	16	4	5	3	4
2	6	4	8	5	6	9	5	8	7	8	10	12	5	2	1	7
3	4	10	20	12	16	10	6	15	16	18	5	8	12	7	5	5
3	6	6	12	8	10	15	10	13	11	4	8	11	8	13	9	12
4	6	4	8	5	5	10	4	5	7	7	4	15	5	12	8	11
4	8	3	6	4	5	7	13	6	6	12	9	18	4	15	10	14
4	9	11	22	13	17	15	10	20	18	3	13	5	13	18	12	7
5	6	5	10	6	8	12	8	10	9	9	7	13	6	9	6	9
5	12	15	30	18	24	10	17	9	25	4	6	6	18	21	14	15
6	7	3	6	4	5	7	7	7	6	10	5	15	4	8	5	6
6	10	6	9	12	3	7	5	3	9	9	15	11	9	4	6	4
7	11	10	15	20	5	12	24	12	14	15	3	6	15	8	11	10
8	11	8	12	16	4	10	20	10	11	12	5	15	12	13	15	16
8	13	3	5	6	2	4	7	4	4	5	12	6	5	4	6	6
9	11	1	2	2	1	5	9	5	7	2	10	8	2	7	8	8
9	14	5	7	10	3	6	10	8	5	7	6	9	7	16	15	20
10	12	9	13	18	5	10	15	9	12	13	10	6	13	11	13	12
10	14	8	12	16	4	10	10	5	11	12	9	15	12	7	5	8
11	13	10	15	20	5	13	7	4	14	15	11	3	15	6	6	6
12	14	12	18	24	6	15	15	8	7	18	14	13	18	18	20	22

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
13	14	6	9	12	3	8	13	7	9	9	7	12	9	9	10	10
Ділянка мережі		Відстань за варіантом														
		Відстань у зворотному напрямку														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
2	1	1	4	3	5	5	8	6	10	3	10	8	8	9	6	5
3	1	6	5	6	8	10	10	11	8	2	7	5	6	15	10	6
4	1	10	10	9	10	5	9	10	5	5	3	10	3	15	8	3
5	2	3	6	10	5	7	8	6	4	8	4	12	4	5	3	4
6	2	4	8	5	6	9	12	10	∞	8	10	12	5	12	1	7
4	3	12	∞	10	15	5	6	10	16	∞	13	8	10	7	5	10
6	3	6	12	8	10	10	10	13	11	4	8	15	2	13	9	12
6	4	4	10	5	10	10	∞	10	3	7	8	15	5	10	8	4
8	4	5	6	8	5	7	13	6	6	20	9	∞	4	15	10	14
9	4	11	20	13	15	8	10	∞	18	3	10	5	8	5	12	7
6	5	8	10	6	8	12	8	10	9	10	7	13	6	9	6	9
12	5	10	15	∞	24	10	10	9	10	4	6	10	5	21	∞	15
7	6	3	6	4	5	7	7	12	6	10	5	15	4	8	5	6
10	6	6	9	12	∞	14	5	3	9	9	15	10	∞	4	12	4
11	7	3	10	15	5	12	10	12	6	11	∞	6	15	8	20	10
11	8	8	12	16	4	10	20	6	11	12	5	10	12	13	15	∞
13	8	5	5	6	6	∞	7	4	4	5	12	6	5	4	10	6
11	9	∞	4	2	1	5	15	10	7	12	10	8	4	7	8	8
14	9	5	7	5	8	6	10	8	5	7	15	10	7	∞	13	12
12	10	10	13	18	5	5	5	10	10	13	10	6	13	11	5	12
14	10	8	12	16	4	10	10	15	11	5	10	10	12	7	5	10
13	11	10	15	15	10	12	8	4	5	15	11	3	10	6	6	6
14	12	12	15	24	6	15	15	8	7	3	8	13	18	18	10	10
14	13	6	9	12	3	8	13	7	10	9	7	12	9	9	10	10

Вирішити завдання з використанням потенціалів та економіко-математичної моделі. Порівняти результати.

## 2.4 Завдання про знаходження максимального потоку в мережі

Є орієнтований граф (рис.2.3), у якому вага ребра (відстань із табл.2.3) позначає пропускну спроможність між вершинами. Потрібно знайти максимальний потік, який можна пропустити з початку 1 в стік 14.

## Тема 3. Транспортна логістика

### 3.1 Транспортне завдання класичного типу

Скласти план перевезення однорідного вантажу від пунктів виробництва до пунктів споживання з мінімальними сумарними транспортними витратами.

Таблиця 3.1

Варіант 1	Відправник	Споживач					Усього відправлено
		B1	B2	B3	B4	B5	
	A10	1	10	5	3	1	210
	A2	8	5	12	10	20	150
	A3	6	3	14	9	15	60
	Усього прибуло	120	80	65	105	50	
Варіант 2	Відправник	Споживач					Усього відправлено
		B1	B2	B3	B4	B5	
	A10	5	9	2	20	9	115
	A2	12	7	8	18	6	135
	A3	10	4	10	7	3	155
	Усього прибуло	125	38	52	110	80	
Варіант 3	Відправник	Споживач					Усього відправлено
		B1	B2	B3	B4	B5	
	A10	4	2	7	24	7	155
	A2	13	26	4	15	16	85
	A3	12	20	3	26	13	120
	Усього прибуло	55	128	67	65	45	
Варіант 4	Відправник	Споживач					Усього відправлено
		B1	B2	B3	B4	B5	
	A10	2	5	7	3	2	80
	A2	16	3	17	10	15	90
	A3	12	2	20	9	8	130
	Усього прибуло	50	64	38	48	100	
Варіант 5	Відправник	Споживач					Усього відправлено
		B1	B2	B3	B4	B5	
	A10	3	1	5	28	5	120
	A2	10	20	3	17	12	140
	A3	9	15	2	20	10	40
	Усього прибуло	46	93	51	60	50	
Варіант 6	Відправник	Споживач					Усього відправлено
		B1	B2	B3	B4	B5	
	A10	15	12	18	20	14	125
	A2	8	22	10	8	9	85
	A3	21	13	7	5	5	140
	Усього прибуло	66	58	44	72	110	

Варіант 7	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	2	5	10	9	1	210
		A2	16	12	5	7	20	140
		A3	12	10	3	4	15	60
	Усього прибуло	110	80	65	105	50		
Варіант 8	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	2	14	4	5	2	80
		A2	10	7	10	15	8	90
		A3	7	5	12	13	27	110
	Усього прибуло	50	64	38	48	80		
Варіант 9	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	8	14	3	32	15	115
		A2	20	11	13	26	10	135
		A3	16	6	16	11	5	150
	Усього прибуло	125	38	42	110	85		
Варіант 10	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	3	1	5	16	5	155
		A2	9	17	3	10	11	85
		A3	8	13	2	15	8	120
	Усього прибуло	55	128	67	65	45		
Варіант 11	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	4	1	7	18	7	120
		A2	13	26	4	12	16	140
		A3	10	20	3	11	13	40
	Усього прибуло	46	93	51	60	50		
Варіант 12	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	11	9	13	15	10	125
		A2	5	17	8	6	7	85
		A3	16	10	5	4	4	140
	Усього прибуло	66	58	44	72	110		

Варіант 13	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	2	2	8	4	3	210
		A2	16	10	20	13	9	140
		A3	12	7	16	10	8	65
	Усього прибуло	110	90	65	100	50		
Варіант 14	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	5	14	14	1	9	65
		A2	12	7	11	26	17	105
		A3	10	5	6	20	10	110
	Усього прибуло	50	62	38	48	82		
Варіант 15	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	4	2	8	12	8	115
		A2	19	4	20	20	18	135
		A3	5	3	15	10	17	150
	Усього прибуло	113	37	50	110	90		
Варіант 16	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	1	3	5	10	1	145
		A2	20	10	12	5	8	140
		A3	15	9	14	3	6	85
	Усього прибуло	45	105	65	70	85		
Варіант 17	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	7	24	2	9	4	155
		A2	16	15	26	26	13	85
		A3	13	26	20	20	12	120
	Усього прибуло	50	128	67	70	45		
Варіант 18	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	14	18	20	12	15	125
		A2	9	10	8	22	8	95
		A3	10	7	5	13	21	130
	Усього прибуло	60	53	47	80	110		

Варіант 19	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	3	2	4	5	5	210
		A2	24	8	10	17	14	140
		A3	18	5	8	13	13	75
	Усього прибуло	110	100	65	100	50		
Варіант 20	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	12	5	7	20	11	65
		A2	9	15	2	12	6	105
		A3	15	8	13	15	4	110
	Усього прибуло	52	60	38	48	82		
Варіант 21	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	10	7	6	10	14	115
		A2	7	17	1	6	9	135
		A3	13	10	12	8	7	150
	Усього прибуло	110	37	53	110	90		
Варіант 22	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	3	2	1	11	4	145
		A2	22	9	8	6	11	110
		A3	17	8	10	4	9	85
	Усього прибуло	45	75	65	70	85		
Варіант 23	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	3	7	5	5	16	155
		A2	9	16	11	3	10	105
		A3	8	13	8	2	15	120
	Усього прибуло	52	128	67	88	45		
Варіант 24	Відправник		Споживач					Усього відправлено
			B1	B2	B3	B4	B5	
		A10	8	1	13	10	4	105
		A2	20	26	8	5	13	115
		A3	16	20	5	3	10	130
	Усього прибуло	60	53	47	80	110		

Вихідні дані транспортних завдань наведено у таблицях. Завдання вирішити з допомогою методу потенціалів. Перевірити рішення за допомогою Excel.

### 3.2 Багатоетапне (двохетапне) транспортне завдання

Ускладнимо постановку завдання прикладу пункту 3.1. Нехай прямі перевезення від А до В не можливі географічно. Для доставки вантажу до пунктів  $B_j$ , його необхідно з пунктів відправлення  $A_i$  доставити до портів перевалки  $D_k$ , а потім з портів доставити до пунктів призначення  $B_j$ . Вихідні дані по портах наведено у таблиці 3.2.

Таблиця 3.2

Варіант	Відправник/посередник	Споживач/посередник живач								Усього відправлено
		D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4		
1	A1	8	1	13					105	
	A2	20	26	8					115	
	A3	16	20	5					130	
	D1		0	0	10	9	3	1	250	
	D2	0		0	5	8	10	20	250	
	D3	0	0		3	6	9	15	250	
	Усього прибуло	250	250	250	60	93	87	110		
2	A1	2	5	7					115	
	A2	16	3	17					95	
	A3	12	2	20					130	
	D1		0	0	8	200	12	1	200	
	D2	0		0	10	250	6	7	250	
	D3	0	0		5	200	8	15	200	
	Усього прибуло	200	250	200	80	93	57	110		
3	A1	2	20	9					110	
	A2	8	18	6					85	
	A3	10	7	3					55	
	D1		0	0	5	9	2	58	250	
	D2	0		0	12	7	8	2	200	
	D3	0	0		10	4	10	15	250	
	Усього прибуло	250	200	250	120	50	64	36		

Варіант	Відправник/посередни	Споживач/посередник								Усього відправлено
		D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4		
Варіант 4	A1	10	5	13					35	
	A2	6	12	8					100	
	A3	9	10	5					95	
	D1		0	0	3	9	13	2	150	
	D2	0		0	5	10	11	4	150	
	D3	0	0		7	6	9	15	150	
	Усього прибуло	150	150	150	95	55	32	48		
Варіант 5	A1	2	5	7					28	
	A2	6	8	17					42	
	A3	12	2	10					80	
	D1		0	0	8	4	12	1	100	
	D2	0		0	10	2	6	7	150	
	D3	0	0		5	1	8	15	100	
	Усього прибуло	100	150	100	35	43	32	40		
Варіант 6	A1	12	6	9					70	
	A2	8	18	10					55	
	A3	5	7	4					75	
	D1		0	0	12	9	16	8	90	
	D2	0		0	5	15	8	2	90	
	D3	0	0		10	2	4	15	100	
	Усього прибуло	90	90	100	43	57	60	40		
Варіант 7	A1	5	6	9					110	
	A2	14	8	10					75	
	A3	5	7	9					115	
	D1		0	0	11	19	16	8	150	
	D2	0		0	10	15	8	6	100	
	D3	0	0		10	4	3	15	200	
	Усього прибуло	150	100	200	120	25	65	90		

Варіант 8	Відправник/посередни		Споживач/посередник							Усього відправлено
			D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4	
		A1	2	14	4					45
		A2	10	7	10					55
		A3	7	5	12					70
		D1		0	0	1	5	4	18	100
		D2	0		0	14	3	32	15	150
		D3	0	0		11	13	26	10	150
	Усього прибуло	100	150	150	63	37	25	45		
Варіант 9	Відправник/посередни		Споживач/посередник							Усього відправлено
			D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4	
		A1	4	5	2					35
		A2	10	15	8					65
		A3	12	13	27					50
		D1		0	0	2	5	10	9	80
		D2	0		0	16	12	5	7	80
		D3	0	0		12	10	3	4	80
	Усього прибуло	80	80	80	25	43	27	55		
Варіант 10	Відправник/посередни		Споживач/посередник							Усього відправлено
			D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4	
		A1	8	14	3					35
		A2	20	11	13					65
		A3	16	6	16					50
		D1		0	0	1	7	18	7	80
		D2	0		0	26	4	12	16	80
		D3	0	0		20	3	11	13	80
	Усього прибуло	80	80	80	23	27	45	55		
Варіант 11	Відправник/посередни		Споживач/посередник							Усього відправлено
			D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4	
		A1	3	1	5					70
		A2	9	17	3					35
		A3	8	13	2					55
		D1		0	0	9	13	15	10	120
		D2	0		0	17	8	6	7	100
		D3	0	0		10	5	4	4	80
	Усього прибуло	120	100	80	38	42	50	30		

Варіант 12	Відправник/посередни	Споживач/посередник								Усього відправлено
		D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4		
	A1	2	14	4					120	
	A2	10	7	6					210	
	A3	7	5	12					110	
	D1		0	0	14	5	10	20	300	
	D2	0		0	6	3	32	15	200	
	D3	0	0		11	13	26	10	200	
	Усього прибуло	300	200	200	132	125	83	100		
Варіант 13	Відправник/посередни	Споживач/посередник								Усього відправлено
		D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4		
	A1	4	5	2					200	
	A2	10	15	8					200	
	A3	12	13	27					200	
	D1		0	0	2	5	10	9	300	
	D2	0		0	16	12	5	7	300	
	D3	0	0		12	10	3	4	300	
	Усього прибуло	300	300	300	210	140	200	50		
Варіант 14	Відправник/посередни	Споживач/посередник								Усього відправлено
		D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4		
	A1	8	14	3					130	
	A2	20	11	13					150	
	A3	16	6	16					130	
	D1		0	0	1	7	18	7	250	
	D2	0		0	26	4	12	16	250	
	D3	0	0		20	3	11	13	250	
	Усього прибуло	250	250	250	145	124	98	43		
Варіант 15	Відправник/посередни	Споживач/посередник								Усього відправлено
		D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4		
	A1	9	8	5					80	
	A2	3	10	3					60	
	A3	8	13	2					160	
	D1		0	0	18	13	6	10	120	
	D2	0		0	5	8	16	7	100	
	D3	0	0		10	5	4	4	80	
	Усього прибуло	120	100	80	75	83	102	40		

Варіант 16	Відправник/посередни		Споживач/посередник						Усього відправлено	
			D1	D2	D3	B1	B2	B3		B4
		A1	10	5	13					120
		A2	6	12	8					80
		A3	9	10	5					70
		D1		0	0	14	5	10	20	200
		D2	0		0	6	3	32	15	200
		D3	0	0		11	13	26	10	200
	Усього прибуло	200	200	200	53	62	75	80		
Варіант 17	Відправник/посередни		Споживач/посередник						Усього відправлено	
			D1	D2	D3	B1	B2	B3		B4
		A1	4	5	2					85
		A2	10	15	8					65
		A3	12	13	27					90
		D1		0	0	10	5	13	9	150
		D2	0		0	6	12	8	7	150
		D3	0	0		9	10	5	4	150
	Усього прибуло	150	150	150	43	74	65	58		
Варіант 18	Відправник/посередни		Споживач/посередник						Усього відправлено	
			D1	D2	D3	B1	B2	B3		B4
		A1	5	13	9					160
		A2	12	8	7					130
		A3	10	5	4					160
		D1		0	0	5	2	18	7	300
		D2	0		0	15	8	12	16	300
		D3	0	0		13	27	11	13	100
	Усього прибуло	300	300	100	128	92	130	100		
Варіант 19	Відправник/посередни		Споживач/посередник						Усього відправлено	
			D1	D2	D3	B1	B2	B3		B4
		A1	8	4	12					80
		A2	10	2	6					50
		A3	5	1	8					70
		D1		0	0	11	13	6	10	150
		D2	0		0	5	8	16	7	200
		D3	0	0		10	5	9	4	100
	Усього прибуло	150	200	100	25	37	68	70		

Варіант 20	Відправник/посередник	Споживач/посередник							Усього відправлено
		D1	D2	D3	B1	B2	B3	B4	
	A1	8	4	12					80
	A2	10	2	6					50
	A3	5	8	1					70
	D1		0	0	5	3	1	5	150
	D2	0		0	12	4	6	12	150
	D3	0	0		14	9	15	14	200
	Усього прибуло	150	150	200	64	38	55	43	

Завдання, вирішити за допомогою методу потенціалів та перевірити рішення в середовищі Excel. Побудувати схему розподілу вантажопотоку (логістичний ланцюг).

## Тема 4. Методи вибору постачальника у логістиці постачання

### 4.1 Рейтенговий метод

Виробник здійснює доставку свого продукту споживача. Для поліпшення обслуговування перед відділом логістики стоїть завдання вибору пересозника готової продукції. В результаті маркетингового вивчення ринку та встановлених критеріїв було увібрано чотири претенденти. Збудувати рейтинг претендентів. Критерії, що пред'являються перевізникам, за 5-бальною шкалою, були оцінені у відділі логістики, дані за варіантами наведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 Значення критеріальних показників

Перевізник	Швидкість. K1	Надійність K2	Вартість за одиницю товару, дол. K3	Вантажопідйомність в одиницю часу, т. K4	Доступність послуги. K5
<b>Варіант 1</b>					
1	4	3	100	5	4
2	2	3	95	4	5
3	5	5	110	5	4
4	4	4	90	3	3
<b>Варіант 2</b>					
1	5	5	120	4	3
2	3	4	100	4	5
3	4	5	90	3	2
4	5	3	105	5	4

Перевізник	Швидкість. К1	Надійність К2	Вартість за одиницю товару, дол. К3	Вантажопідйомність в одиницю часу, т. К4	Доступність послуги. К5
Варіант 3					
1	4	3	50	3	4
2	2	5	65	4	5
3	5	5	45	5	4
4	4	4	60	3	3
Варіант 4					
1	3	5	80	4	3
2	5	4	100	3	5
3	4	4	82	5	2
4	5	3	80	5	4
Варіант 5					
1	4	3	100	5	4
2	5	3	95	4	3
3	5	5	110	5	4
4	4	4	90	3	3
Варіант 6					
1	3	5	50	4	3
2	5	4	45	4	5
3	4	4	30	3	2
4	5	3	45	5	4
Варіант 7					
1	4	3	55	5	4
2	5	3	95	4	5
3	5	5	60	5	4
4	2	4	50	3	3
Варіант 8					
1	5	5	55	4	3
2	3	4	95	5	5
3	4	5	60	3	2
4	5	2	50	3	2
Варіант 9					
1	4	3	100	5	4
2	2	3	95	4	5
3	5	5	110	5	4
4	3	4	90	5	3

Перевізник	Швидкість. К1	Надійність К2	Вартість за одиницю товару, дол. К3	Вантажопідйомність в одиницю часу, т. К4	Доступність послуги. К5
<b>Варіант 10</b>					
1	4	3	82	5	4
2	2	3	95	4	5
3	2	5	100	3	4
4	4	4	90	3	3
<b>Варіант 11</b>					
1	5	5	65	4	3
2	5	4	100	4	5
3	4	5	70	3	2
4	5	3	65	5	4
<b>Варіант 12</b>					
1	4	3	65	5	2
2	5	5	100	4	5
3	3	5	70	5	4
4	4	4	65	3	3
<b>Варіант 13</b>					
1	3	5	100	4	3
2	3	4	100	4	5
3	4	5	90	3	2
4	5	3	105	5	4
<b>Варіант 14</b>					
1	4	3	100	5	4
2	2	3	95	4	5
3	5	5	110	5	5
4	4	4	90	3	3
<b>Варіант 15</b>					
1	2	5	50	4	3
2	3	4	50	4	5
3	5	2	90	3	2
4	5	3	55	5	4
<b>Варіант 16</b>					
1	2	3	100	5	4
2	2	3	95	4	5
3	5	5	110	5	4
4	4	3	90	3	3

Перевізник	Швидкість. К1	Надійність К2	Вартість за одиницю товару, дол. К3	Вантажопідйомність в одиницю часу, т. К4	Доступність послуги. К5
<b>Варіант 17</b>					
1	4	3	50	2	4
2	2	3	55	4	5
3	5	2	50	3	4
4	4	4	60	3	3
<b>Варіант 18</b>					
1	5	5	120	4	3
2	3	4	100	4	5
3	5	3	90	3	2
4	5	3	105	5	4
<b>Варіант 19</b>					
1	4	3	60	3	4
2	2	3	70	4	5
3	5	5	65	5	4
4	4	4	70	5	5
<b>Варіант 20</b>					
1	5	3	60	4	3
2	3	4	80	5	5
3	4	5	65	3	2
4	5	3	70	5	4

### Тема 5. Модель Вільсона у визначенні економічної партії запасів

Знайти економічний розмір партії поставок. Вихідні дані щодо варіантів представлені у таблиці 5.1. Виробник пропонує зниження закупівельної ціни за умови збільшення розрахованої економічної закупівельної партії (табл.5.2). Річний обсяг закупівлі є незмінним. Розробити стратегію поповнення запасів.

Таблиця 5.1 Вихідні дані

Варіант	Вартість одного замовлення (ум. од.)	Потреба в товарноматеріальних цінностях за певний період (шт.)	Ціна одиниці комплектуючого виробу (ум. од.)	Витрати на зберігання одиниці запасу (%)
1	2	3	4	5
1	220	1560	200	20
2	210	1467	310	15
3	200	1378	210	18

4	190	1450	430	22
5	193	1790	216	21
6	145	1689	211	19
7	189	1636	314	16
8	231	1309	234	17
9	250	1590	124	20
10	219	1575	231	15
11	234	1384	275	18
12	240	1283	319	22
13	241	1748	416	21
14	209	1379	136	19
15	205	1836	324	16
16	199	1520	158	17
17	194	1245	154	20
18	185	1739	148	15
19	167	1843	162	18
20	159	1429	423	22
21	203	1249	321	21
22	206	1628	347	19
23	214	1493	226	16
24	152	1405	222	17
25	238	1734	412	20
26	140	1902	333	22

Таблиця 5.2 Система знижок на збільшенні оптимальної партії

Варіант знижки від виробника	Збільшення оптимальної партії, %		Зниження закупівельної ціни, %	
	парний варіант завдання	непарний варіант завдання	парний варіант завдання	непарний варіант завдання
1	10	12	2	3
2	14	16	5	7
3	20	18	10	8

При розв'язанні задачі виписати індивідуальні вихідні, показати загальну розрахункову формулу та безпосередні розрахунки. Висновок, визначення стратегії поповнення запасів, ілюструвати діаграмою, де показані загальні витрати по економічному та знижковим варіантам поставок.

## Тема 6. Завдання пошуку місця розташування розподільчого центру у розподільчій логістиці

### 6.1 Метод визначення центру ваги

На території району є 10 магазинів, що торгують продовольчими товарами.

У табл. 6.1 наведені координати магазинів за варіантами (у прямокутній системі координат), а також їхній місячний вантажообіг.

Таблиця 6.1 Координати магазинів та місячний вантажообіг за варіантами

Показники № магазину	Магазини									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Варіант 1</b>										
Координата X, км	15	35	6	55	18	49	73	60	12	35
Координата Y, км	23	32	66	15	48	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	35	40	12	36	15	25	34	20	31	40
<b>Варіант 2</b>										
Координата X, км	15	35	6	55	18	49	73	88	102	35
Координата Y, км	23	32	66	15	48	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	35	44	12	36	5	25	34	50	31	40
<b>Варіант 3</b>										
Координата X, км	10	30	16	50	18	49	73	88	102	35
Координата Y, км	23	32	30	15	48	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	40	44	12	36	20	25	34	50	31	40
<b>Варіант 4</b>										
Координата X, км	15	35	6	55	18	49	73	88	102	35
Координата Y, км	13	23	16	15	40	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	35	30	12	36	15	25	34	25	31	40
<b>Варіант 5</b>										
Координата X, км	20	35	25	50	18	49	60	40	20	35
Координата Y, км	23	32	30	25	48	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	35	44	12	36	5	25	34	50	31	40

Показники № магазину	Магазини									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Варіант 6</b>										
Координата X, км	15	35	6	55	18	49	73	60	12	35
Координата Y, км	23	10	15	15	48	15	37	67	23	74
Вантажопотік, т/міс	35	40	12	30	15	25	34	20	35	40
<b>Варіант 7</b>										
Координата X, км	40	35	6	55	18	49	73	30	102	35
Координата Y, км	23	32	66	20	48	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	35	44	12	36	40	25	34	50	31	40
<b>Варіант 8</b>										
Координата X, км	10	30	16	50	18	49	73	88	102	35
Координата Y, км	23	32	30	15	48	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	40	44	12	36	20	25	34	50	31	40
<b>Варіант 9</b>										
Координата X, км	13	35	16	20	18	49	73	40	10	35
Координата Y, км	10	23	16	15	40	30	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	30	25	12	36	15	25	34	25	31	40
<b>Варіант 10</b>										
Координата X, км	12	35	25	20	18	35	20	40	20	35
Координата Y, км	23	15	30	25	48	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	35	44	36	18	25	25	34	30	31	40
<b>Варіант 11</b>										
Координата X, км	15	35	22	55	18	49	73	18	30	35
Координата Y, км	13	23	16	15	20	15	37	37	10	74
Вантажопотік, т/міс	35	30	12	36	15	25	14	25	31	20
<b>Варіант 12</b>										
Координата X, км	20	35	25	40	18	49	30	40	20	35
Координата Y, км	23	15	30	25	48	55	37	67	10	54
Вантажопотік, т/міс	35	20	12	36	10	25	34	50	31	40

Показники № магазину	Магазини									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Варіант 13</b>										
Координата X, км	15	35	10	55	18	49	13	60	12	35
Координата Y, км	23	10	15	15	48	15	37	67	23	74
Вантажопотік, т/міс	40	35	22	10	15	25	35	20	35	40
<b>Варіант 14</b>										
Координата X, км	15	35	26	55	18	30	73	30	102	35
Координата Y, км	23	32	46	20	48	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	30	44	25	36	40	15	34	50	31	40
<b>Варіант 15</b>										
Координата X, км	15	30	16	20	18	49	13	88	10	35
Координата Y, км	23	32	30	15	48	55	22	67	20	74
Вантажопотік, т/міс	40	44	12	36	20	25	34	15	31	40
<b>Варіант 16</b>										
Координата X, км	13	35	20	20	18	15	25	40	10	35
Координата Y, км	10	23	10	15	40	30	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	30	25	20	36	15	25	34	25	10	40
<b>Варіант 17</b>										
Координата X, км	12	35	25	20	18	35	20	40	20	35
Координата Y, км	23	15	30	25	48	55	37	67	10	74
Вантажопотік, т/міс	40	10	36	18	25	30	34	30	31	40
<b>Варіант 18</b>										
Координата X, км	15	35	22	55	18	30	73	18	30	35
Координата Y, км	20	23	10	15	20	15	37	37	10	74
Вантажопотік, т/міс	35	20	40	36	15	25	50	25	31	20
<b>Варіант 19</b>										
Координата X, км	20	35	25	15	18	49	30	40	20	25
Координата Y, км	23	15	30	25	48	55	37	25	10	54
Вантажопотік, т/міс	35	20	12	40	10	25	34	50	31	40

Показники № магазину	Магазини									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Варіант 20										
Координата X, км	15	35	30	25	18	49	73	60	12	35
Координата Y, км	10	10	15	15	48	15	37	67	23	74
Вантажопотік, т/міс	35	40	12	30	50	25	34	20	35	40

## 6.2 Визначення місця розташування розподільного центру методом пробної точки

За даними попередньої задачі (табл. 6.1) знайти орієнтовне місце для розташування розподільного центру з використанням методу пробної точки.

Зобразити схематично місце розташування розподільного центру та магазини.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Марченко В.М. Логістика: Підручник/ В.М. Марченко, В.В. Шутюк. – К.: Видавничий дім «Артек», 2018. — 312 с.  
[https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/36003/1/Logistyka\\_Marchenko.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/36003/1/Logistyka_Marchenko.pdf)
2. Логістика: навч. посіб. / Безугла Л.С., Юрченко Н.І., Ільченко Т.В., Пальчик І.М., Воловик Д.В. – Дніпро: Пороги, 2021. - 252 с.  
[https://dspace.dsau.dp.ua/bitstream/123456789/4959/1/НП\\_Логістика.pdf](https://dspace.dsau.dp.ua/bitstream/123456789/4959/1/НП_Логістика.pdf)
3. Логістика: Практикум / В.М. Марченко, В.В. Шутюк, В.І. Ємцев. – Київ: КПП ім. Сікорського, 2021. – 188 с.  
[https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/42815/1/Logistyka\\_praktykum\\_Marchenko.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/42815/1/Logistyka_praktykum_Marchenko.pdf)
4. Міжнародна логістика та глобальні ланцюги постачань: навчальний посібник у схемах / Негода А., Русак Д. – К., 2023. – 268 с.  
<https://www.iir.edu.ua/sites/default/files/2023-03/Міжнародна%20логістика.pdf>
5. Основи логістики : навчальний посібник / Біліченко В. В., Буренніков Ю. Ю., Романюк С. О. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 129 с.  
[http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/IRVC/2021/Bilichenko\\_2017\\_129.pdf](http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/IRVC/2021/Bilichenko_2017_129.pdf)
6. Логістика [Текст]: навч. посіб. до виконання практ. робіт /А. В. Кононенко, Ю. О. Романенков, В. П. Гатило. – Харків: Нац.аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2019. –56 с.  
[https://www.researchgate.net/publication/333486023\\_Logistika\\_navc\\_posib\\_do\\_vikonanna\\_prakt\\_robit](https://www.researchgate.net/publication/333486023_Logistika_navc_posib_do_vikonanna_prakt_robit)
7. Федорова В.О. Логістика: навчальний посібник / В.О. Федорова, В.В. Блага. – Х.: ФОП Бровін О.В., 2019. – 153 с.  
[https://fmab.khadi.kharkov.ua/fileadmin/F-FUB/Економіки\\_і\\_підприємництва/ек\\_predpriyatiy/posobiya\\_pdf/Посібник\\_Логістика\\_Федорова\\_Блага.pdf](https://fmab.khadi.kharkov.ua/fileadmin/F-FUB/Економіки_і_підприємництва/ек_predpriyatiy/posobiya_pdf/Посібник_Логістика_Федорова_Блага.pdf)