

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
„ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”
МІНІСТЕРСТВА ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

**МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ЗАБЕСПЕЧЕННЯ
ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ 3 КУРСУ
ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ**

Затверджено
на засіданні кафедри
математичного аналізу
Протокол № 1 від 25 серпня 2011 р.

Запоріжжя 2011

Пояснювальна записка

У курсі «Інтегральні рівняння» для забезпечення підсумкового контролю знань студентів навчальним планом передбачено проведення заліку.

Методичні матеріали містять перелік теоретичних питань до заліку, зразки практичних завдань та список літератури, що рекомендована при підготовці до заліку.

I. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ ДО ЗАЛІКУ

1. Класифікація лінійних інтегральних рівнянь.
2. Інтегральні рівняння Вольтерра 1-ого та 2-ого роду. Інтегральні рівняння Фредгольма 1-ого та 2-ого роду. Однорідні інтегральні рівняння.
3. Інтегральне рівняння Вольтерра 2-го роду.
4. Аналітичні методи розв'язування інтегральних рівнянь. Зв'язок з диференціальними рівняннями.
5. Зв'язок рівнянь Вольтерра з диференціальними рівняннями.
6. Зведення задачі Коші до еквівалентного інтегрального рівняння (системи інтегральних рівнянь).
7. Аналітичне розв'язання рівняння Вольтерра 2-ого роду.
8. Метод послідовних наближень. Розв'язок за допомогою резольвенти.
9. Рівняння Вольтера 2-го роду типу згортки.
10. Основні теореми операційного числення. Таблиця перетворень Лапласа. Застосування перетворення Лапласа до рівняння Вольтера 2-го роду з різницеvim ядром.
11. Рівняння Вольтера 1-го роду.
12. Приклади задач, які приводять до цього рівняння. Зведення до інтегрального рівняння 2-ого роду
13. Інтегральні рівняння Фредгольма 2-го роду.
14. Метод послідовних наближень. Метод ітерації ядер для знаходження резольвенти і розв'язування інтегральних рівнянь.
15. Інтегральне рівняння Фредгольма 2-го роду з виродженим ядром.
16. Розв'язування рівняння Фредгольма 2-го роду з виродженим ядром. Метод невизначених коефіцієнтів.
17. Альтернатива Фредгольма.
18. Характеристичні числа і власні функції. Теореми Фредгольма.
19. Рівняння Фредгольма 2-го роду із симетричним ядром.
20. Теорема Гілберта – Шмідта. Білінійний ряд.
21. Додаткові відомсті.
22. Інтегральні рівняння Фредгольма першого роду. Нефредгольмовські інтегральні рівняння. Сингулярні рівняння.
23. Нелінійні інтегральні рівняння.
24. Нелінійні інтегральні рівняння Вольтерра. Рівняння в формі Урисона. Рівняння з виродженим ядром у формі Гаммерштейна

II. ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ

1. Переконатись, що $\varphi(x) = 1 - x$ є розв'язком інтегрального рівняння:

$$\int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt = x$$

Встановити тип цього рівняння.

2. Скласти інтегральне рівняння Вольтерра, яке відповідає диференціальному рівнянню:
 $y'' + y = \cos x, \quad y(0) = y'(0) = 0,$

3. Знайти резольвенту інтегрального рівняння Вольтерра з ядром:

$$K(x, t) = \frac{1 + x^2}{1 + t^2}$$

4. Переконатись, що $\varphi(x) = x - \frac{x^3}{6}$ є розв'язком інтегрального рівняння:

$$\varphi(x) = x - \int_0^x \operatorname{sh}(x-t) \varphi(t) dt$$

Встановити тип цього рівняння.

5. Скласти інтегральне рівняння Вольтерра, яке відповідає диференціальному рівнянню:
 $y'' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

6. Знайти резольвенту інтегрального рівняння Вольтерра з ядром:

$$K(x, t) = x - t$$

7. Перевірити чи є $\varphi(x) = 1$ розв'язком інтегрального рівняння:

$$\varphi(x) + \int_0^1 x(e^{xt} - 1) \varphi(t) dt = e^x - x$$

8. За допомогою резольвенти розв'язати рівняння:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \sin(x+t) \varphi(t) dt = 1$$

9. Розв'язати інтегральне рівняння Фредгольма з виродженим ядром:

$$\varphi(x) - 4 \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \varphi(t) dt = 2x - \pi$$

10. Перевірити чи є $\varphi(x) = e^x$ розв'язком інтегрального рівняння:

$$\varphi(x) + \int_0^1 \sin xt \varphi(t) dt = 1$$

11. За допомогою резольвенти розв'язати рівняння:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^1 (2x - t)\varphi(t)dt = \frac{x}{6}$$

12. Розв'язати інтегральне рівняння Фредгольма з виродженим ядром:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^{\pi/2} \sin x \cos t \varphi(t)dt = \sin x$$

III. ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. М.: Физматлит, 2005
2. Краснов М.Л. Интегральные уравнения: введение в теорию. М.: Наука, 1975
3. Краснов М.Л. Киселев А.И. Макаренко Г.И. Интегральные уравнения. Задачи и упражнения. М.: Наука, 1968

Додаткова

4. Брычков Ю.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования обобщенных функций М.: Наука, 1977
5. Красносельский М.А. Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений. М.: Гостехиздат, 1956
6. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. Москва, 1995
7. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л.: Наука, 1968
8. Петровський І.Г. Лекції по теорії інтегральних рівнянь. М.: Наука, 1975.
9. Трикомі Ф. Інтегральні рівняння. М.: 1960.
10. Канторович Л.В., Крилов В.І. Наближені методи вищого аналізу. М.: 1949.
11. Мишкіс А.Д. Математика. Спеціальні курси. –М.: Наука, 1971.
12. Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. М.: Наука, 1970