

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ЗАГАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

ЗАТВЕРДЖУЮ



Декан математичного факультету

С.І. Гоменюк

(ініціали та прізвище)

201__

РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ТА НЕСТАНДАРТНИХ ЗАДАЧ
ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
спеціальності 8.04020101 – Математика (за напрямками)

Укладач (Укладачі) Зінов'єв І.В., Гречнева М.О.

Обговорено та ухвалено
на засіданні кафедри алгебри та геометрії

Протокол №1 від "26" серпня 2016р.
Завідувач кафедри алгебри та геометрії

(підпис)

А.К.Приварников
(ініціали, прізвище)

Ухвалено науково-методичною радою
математичного факультету

Протокол №1 від "01" вересня 2016 р.
Голова науково-методичної ради матема-
тичного факультету

(підпис)

П.Г. Стеганцева
(ініціали, прізвище)

2016-17 рік

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти,	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів - 4.0	Галузь знань 11 – Математика та статисти- стика	Вибіркова	
Загальна кількість годин – 120	Спеціальність 111 математика	Рік підготовки:	
		2-й	2-й
		Лекції	
Тижневих аудиторних годин для денної форми навчання: – 5 год	Рівень вищої освіти: магістерський	16 год.	8 год.
		Практичні	
		24 год.	4 год.
		Лабораторні	
		Самостійна робота	
		80 год.	108 год.
		Вид контролю: Залік	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «Розв'язання типових та нестандартних задач елементарної математики» є забезпечення засвоєння студентами основних закономірностей, принципів та методів навчання математики, методів і прийомів підготовки вчителя до уроку математики, методів і прийомів організації навчання математиці на уроках факультативної та поглибленої підготовки. Ознайомлення з основними факультативними курсами, а також з методикою підготовки до олімпіад.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Розв'язання типових та нестандартних задач елементарної математики» є: підготовка студентів до викладання факультативних курсів математики і навчання методиці розв'язання задач олімпіадного рівня. Саме цьому питанню і присвячена дисципліна «Розв'язання типових та нестандартних задач елементарної математики», який є органічним продовженням курсу шкільної математики та методики її викладання.

Програма курсу складається з ряду незалежних розділів. У програму курсу винесено важливі в математичному плані питання, що поглиблюють основні напрямки загального курсу математики. При цьому програма передбачає досягнення двох **цілей**:

- а) довести вивчення матеріалу до рівня, на якому стає ясною його принципова математична значимість, до певного ступеня досконалості;
- б) показати безпосередні виходи шкільної математики в сфері серйозної науки і її додатків.

Передбачається, що в ході занять буде показана історія виникнення і розвитку ряду досліджуваних методів, концепцій і ідей, їхнє значення для математики й інші науки й областей практичної діяльності.

Матеріал курсу не дублює вузівських програм, але дозволяє з більш загальних позицій глянути на шкільну математику і доглянути єдність предмета і методу математичної науки, показати, як із матеріалу шкільного курсу математики виникають загальні концепції, що володіють теоретичною і прикладною цінністю. Досить істотне місце на факультативних заняттях по математиці повинно займати розв'язання задач, тому передбачається, що кожна тема супроводжується значною кількістю прикладів і задач з розв'язками.

За підсумками вивчення курсу студенти повинні:

знати: основні поняття, факти та теореми арифметики, алгебри, теорії чисел, комбінаторики, теорії ймовірностей та геометрії в обсязі, достатньому для розв'язання задач математики олімпіадного рівня;

вміти: застосовувати основні поняття, твердження та теореми до розв'язку задач; наводити приклади, які демонструють суттєвість теоретичних понять чи фактів, або спростовують хибні ствердження; розв'язувати типові задачі кожної з вивчених тем.

Міждисциплінарні зв'язки: Для оволодінням курсу студент повинен мати знання основ наступних дисциплін: аналітична геометрія, математичний аналіз, лінійна алгебра, дискретна математика, алгебра і теорія чисел, педагогічна

психологія, педагогіка та методика викладання математики й інформатики, шкільний курс математики і методика її викладання.

3. Програма навчальної дисципліни

Розділ 1 Методи розв'язання типових задач підвищеної складності елементарної математики.

Тема 1. Метод математичної індукції (ММІ)

Індукція і дедукція. Повна і неповна індукція. Недостатність неповної індукції. Принцип математичної індукції. Метод математичної індукції: класичне та узагальнене формулювання. Приклади застосування індуктивних та дедуктивних міркувань до розв'язання математичних задач. Приклади застосування методу математичної індукції.

Застосування методу математичної індукції в задачах на підсумовування. Застосування методу математичної індукції в задачах на доведення тотожностей. Застосування методу математичної індукції в задачах на доведення нерівностей. Нерівності Бернуллі, Коші, Чебишова, Йенсена. Застосування методу математичної індукції в задачах на подільність. Теорема Ферма. Дослідження властивостей числових послідовностей. Послідовність Фібоначчі. Застосування методу математичної індукції в задачах на дослідження властивостей кінцевих множин. Застосування методу математичної індукції в задачах геометрії.

Тема 2. Елементи комбінаторики. Елементи теорії ймовірностей.

Комбінаторика. Поняття комбінаторних задач. Правило добутку множин. Кортєжі. Довжина кортєжу. Кортєжі довжини k . Впорядкованість елементів кортєжу. Олімпіадні задачі на розміщення з повтореннями та без повторень. Узагальнене правило добутку множин. Перестановки. Сполучення з повторенням та без повторень. Трикутник Паскаля. Біном Ньютона та приклади його застосування. Комбінаторні задачі із геометричним змістом.

Відомості із історії теорії ймовірностей. Класичне означення ймовірності події. Підрахунок кількості можливих варіантів подій. Історичні та цікаві задачі теорії ймовірностей.

Тема 3. Розв'язання алгебраїчних рівнянь та доведення алгебраїчних нерівностей.

Поняття одномонотонних послідовностей. Одномонотонні послідовності розмірності 2×2 , 2×3 , $2 \times n$. Одномонотонні послідовності розмірності 3×3 , $3 \times n$ та $m \times n$, Застосування одномонотонних послідовностей до доведення класичних нерівностей.

Векторний спосіб доведення нерівностей. Векторна нерівність Коші-Буняковського. Розв'язання рівнянь та систем рівнянь за допомогою векторної нерівності Коші-Буняковського.

Метод упорядкування. Доведення нерівностей за допомогою ідеї упорядкування. Пошук закономірностей.

Тема 4. Розв'язання алгебраїчних рівнянь в цілих числах

Остачі від ділення. Олімпіадні задачі 5-7 класів: остачі, ознаки подільності, математичні ребуси та шифри. Основні теореми на остачі. Метод розкладання на множники. Застосування формул скороченого множення. Застосування ММІ до розв'язання задач в цілих числах. Порівняння та системи порівнянь першого ступеня. Позиційні системи числення та їх застосування до задач на подільність, задач на доведення простоти числа. Розв'язання нелінійних рівнянь у цілих числах.

Розділ 2 Класичні та нестандартні задачі олімпіадної математики

Тема 5. Задачі логіки на принцип Діріхле. Задачі на розфарбовування.

Класичне та узагальнене формулювання принципу Діріхле. Задачі арифметики й алгебри, до розв'язання яких застосовується принцип Діріхле. Застосування принципу Діріхле до розв'язання задач комбінаторики. Застосування принципу Діріхле до розв'язання задач геометрії.

Розв'язання задач, в яких розфарбування відоме. Розв'язання задач на пошук можливого або заданого розфарбування. Застосування принципу розфарбовування до розв'язання логічних задач. Задачі на пошук відповідного умовам розфарбування із застосуванням принципу Діріхле.

Тема 6. Принцип парності.

Класичне та узагальнене формулювання принципу парності. Застосування принципу парності до розв'язання задач арифметики. Застосування принципу парності до розв'язання задач алгебри. Застосування принципу парності до розв'язання задач геометрії. Застосування принципу парності до розв'язання задач аналізу.

Тема 7. Принцип крайнього.

Класичне та узагальнене формулювання принципу крайнього. Застосування принципу крайнього в задачах арифметики. Принцип крайнього в задачах алгебри. Застосування принципу крайнього в задачах алгебри. Застосування принципу крайнього в задачах геометрії. Принцип крайнього в задачах аналізу.

Тема 8. Інваріанти. Функціональні рівняння.

Класичне та узагальнене поняття інваріанту. Задачі на пошук заданого інваріанту. Інваріант як метод розв'язання задач на подільність. Інваріант як метод розв'язання алгебраїчних задач. Інваріант як метод розв'язання геометричних задач. Застосування інваріантів до розв'язання логічних задач. Застосування інваріантів до розв'язання задач аналізу.

Поняття функціональних рівнянь та методи їх розв'язання. Метод підстановок. Метод заміни змінної. Граничний перехід. Похідна та

функціональні рівняння. Розв'язок функціональних рівнянь на множині натуральних чисел.

4 Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин								
	Денна форма				Заочна форма				
	усього	у тому числі			усього	у тому числі			
		л	п	с.р.		л	п	с.р.	інд.р
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Розділ 1 Методи розв'язання типових задач підвищеної складності елементарної математики.									
Тема 1. Метод математичної індукції (ММІ)	13	2	2	9	16	1	1	6	8
Тема 2. Елементи комбінаторики. Елементи теорії ймовірностей.	16	2	4	10	15	1	0	8	6
Тема 3. Методи доведення та розв'язування нерівностей. Доведення тотожностей. Розв'язання рівнянь.	16	2	4	10	14	1	1	8	4
Тема 4. Розв'язання алгебраїчних рівнянь в цілих числах	14	2	2	10	13	1	0	6	6
Разом за розділом 2	59	8	12	39	58	4	2	28	24
Розділ 2 Класичні та нестандартні задачі олімпіадної математики									
Тема 5. Задачі логіки на принцип Діріхле. Задачі на розфарбовування.	14	2	2	10	16	1	1	8	6
Тема 6. Принцип парності.	15	2	4	9	14	1	1	6	6
Тема 7. Принцип крайнього.	14	2	2	10	15	1	0	6	8

Тема 8. Інваріанти. Функціональні рівняння	18	2	4	12	17	1	0	6	10
Разом за розділом 2	61	8	12	41	62	4	2	26	30
Усього годин	120	16	24	80	120	8	4	54	54

5 Теми лекційних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма	Заочна форма
1	Тема 1. Метод математичної індукції (ММІ)	2	1
2	Тема 2. Елементи комбінаторики. Елементи теорії ймовірностей.	2	1
3	Тема 3. Методи доведення та розв'язування нерівностей. Доведення тотожностей. Розв'язання рівнянь.	2	1
4	Тема 4. Розв'язання алгебраїчних рівнянь в цілих числах	2	1
5	Тема 5. Задачі логіки на принцип Діріхле. Задачі на розфарбовування.	2	1
6	Тема 6. Принцип парності.	2	1
7	Тема 7. Принцип крайнього.	2	1
8	Тема 8. Інваріанти. Функціональні рівняння	2	1
	Разом	16	8

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма	Заочна форма
1	Тема 1. Метод математичної індукції (ММІ)	2	1
2	Тема 2. Елементи комбінаторики. Елементи теорії ймовірностей.	4	0
3	Тема 3. Методи доведення та розв'язування нерівностей. Доведення тотожностей. Розв'язання рівнянь.	4	1
4	Тема 4. Розв'язання алгебраїчних рівнянь в цілих числах	2	0
5	Тема 5. Задачі логіки на принцип Діріхле. Задачі на розфарбовування.	2	1
6	Тема 6. Принцип парності.	4	1
7	Тема 7. Принцип крайнього.	2	0

8	Тема 8. Інваріанти. Функціональні рівняння	4	0
	Разом	24	4

7 Індивідуальне завдання

Комплексне теоретико-практичне завдання Індивідуальне завдання виконується кожним студентом самостійно, n – номер студента за списком у журналі.

8 Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма	Заочна форма
1	Тема 1. Метод математичної індукції (ММІ)	9	14
2	Тема 2. Елементи комбінаторики. Елементи теорії ймовірностей.	10	14
3	Тема 3. Методи доведення та розв'язування нерівностей. Доведення тотожностей. Розв'язання рівнянь.	10	12
4	Тема 4 Розв'язання алгебраїчних рівнянь в цілих числах.	10	12
5	Тема 5. Задачі логіки на принцип Діріхле.	10	14
6	Тема 6. Задачі на розфарбовування.	9	12
7	Тема 7. Принцип парності.	10	14
8	Тема 8. Принцип крайнього. Інваріанти	12	16
	Разом	80	108

9. Методи навчання

При викладанні курсу застосовуються такі методи навчання:

- пояснювально-ілюстративний (лекції, консультації, практичні заняття);
- репродуктивні (практичні заняття, організація індивідуальної роботи студентів);
- метод проблемного навчання (лекції, практичні заняття, організація самостійної роботи студентів);
- евристичний метод (практичні заняття, організація самостійної роботи студентів);
- дослідницький метод (практичні заняття, організація індивідуальної та самостійної роботи студентів);
- дистанційний метод (організація роботи з електронними ресурсами).

10. Види контролю і система накопичення балів

	Вид контролю	Кількість балів
Розділ 1	Самостійна робота за темами 1-2	10
	Тестування за темами 3-4	10
Разом		20
Розділ 2	Захист реферата за темою 5	10
	Самостійна робота за темою 6-8	10
Разом		20
Індивідуальне завдання	Захист індивідуального завдання	20
Залік		40
Всього за семестр		100

- тестування;
- контрольні роботи;
- опитування по матеріалу для самостійної роботи;
- співбесіда за тематикою рефератів;
- залік.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

ЗА ШКАЛОЮ ECTS	За шкалою Університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)		

12. Рекомендована література

Основна:

1. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6—11 классы / Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский – М. : Просвещение, 2010. – 148с
2. Апостолова Г.В. Ціла та дробова частина числа / Г.В. Апостолова. – К.: Факт, 1996. – 97с.
3. Бабинская О. Сборник олимпиадных задач по математике / О.Бабинская. – М: Наука, 1981. – 112с.
4. Башмакова И.Г. Диофант и диофантовы уравнения / И.Г.Башмакова. – М. : Наука, 1972. – 75с.
5. Вишенський В.А. Українські математичні олімпіади / В.А. Вишенський – К.: Вища школа, 1993. – 415с.
6. Вышенский В.А. Сборник задач киевских математических олимпиад / В.А. Вишенський – К.: Вища школа, 1984. – 238с.
7. Лейфура В.М. Задачі міжнародних математичних олімпіад та методи їх розв'язування / В.М. Лейфура. – Л., 1999. – 128с.
8. Лоповок Л.М. Збірник математичних задач логічного характеру / Л.М. Лоповок. – К.: Радянська школа, 1972. – 151с.
9. Мельник М.П. Олімпіади юних математиків / М.П. Мельник, В.І. Лукавецький.– К.: Радянська школа, 1985. – 104с.
10. Федак І.В. Методи розв'язування олімпіадних завдань з математики і не тільки їх / І.В. Федак. – Чернівці: Зелена Буковина, 2002. – 337с.
11. Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язування / В.А. Ясінський — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2008. – 208 с.
12. Математичні олімпіади школярів України: 2001 - 2006 рік / В.М.Лейфура, І.М.Мітельман, В.М.Радченко, В.А.Ясінський. Львів, Каменяр, 2006. – 348с

Додаткова

1. Пойа Д. Математическое открытие. / Д.Пойя. – М.: Наука, 1977. – 448с.
2. Петраков И.С. Математические кружки в 8-10 классах / И.С.Петраков. – М.: Просвещение, 1987. – 113с.
3. Васильев Н.Б. Заочные математические олимпиады / Н.Б. Васильев, В.Л. Гутенмахер, Ж.М. Раббот. – М.: Просвещение, – 1986. – 230с.
4. Агаханов Н.Х. Математические олимпиады школьников / Н.Х.Агаханов, Л.П. Купцов, Ю.В. Нестеренок – М.: Просвещение: Учеб. лит. , 1997. - 208 с.

14. Інформаційні ресурси

1. <http://www.math.ru/lib/>
2. <http://www.edu.ru/modules/>
3. <http://gen.lib.rus.ec/>

4. <http://window.edu.ru>
5. <http://elib.fksu.ru/index.php/book>
6. <http://ebookee.com>