МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

математичний Факультет

Кафедра ЗАГАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Декан \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ факультету

\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (ініціали та прізвище)

«\_\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_202\_\_\_

**АЛГЕБРАЇЧНІ СТРУКТУРИ**

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

підготовки бакалаврів

очної (денної) та заочної (дистанційної) форм здобуття освіти

спеціальності 111 - Математика

освітньо-професійна програма Математика

**Укладач:** Стєганцева Поліна Георгіївна, к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри загальної математики

|  |  |
| --- | --- |
| Обговорено та ухвалено  на засіданні кафедри\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Протокол №\_\_\_\_ від “\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_202\_ р.  Завідувач кафедри\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (підпис) (ініціали, прізвище ) | Ухвалено науково-методичною радою  факультету \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_    Протокол №\_\_\_\_від “\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_202\_\_ р.  Голова науково-методичної ради факультету \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (підпис) (ініціали, прізвище ) |

|  |  |
| --- | --- |
| Погоджено  з навчально-методичним відділом  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (підпис) (ініціали, прізвище) | Погоджено з навчальною лабораторією інформаційного забезпечення освітнього процесу  (підпис) (ініціали, прізвище) |

2020 рік

**1. Опис навчальної дисципліни**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | |
| **Галузь знань, спеціальність,**  **освітня програма**  **рівень вищої освіти** | **Нормативні показники для планування і розподілу дисципліни на змістові модулі** | **Характеристика навчальної дисципліни** | |
| очна (денна) форма здобуття освіти | заочна (дистанційна)  форма здобуття освіти |
| Галузь знань  11 – Математика та статистика | Кількість кредитів – 5 | **Вибіркова** | |
| Цикл дисциплін вільного вибору студента | |
| Спеціальність:  111 – Математика | Загальна кількість годин – 150 | **Семестр:** | |
| 5 -й | -й |
| Змістових модулів – 3 | **Лекції** | |
| Освітньо-професійна программа –  Математика | 28 год. | год. |
| **Практичні** | |
| Рівень вищої освіти: **бакалаврський** | Кількість поточних контрольних заходів – 6 | 28 год. | год. |
| **Самостійна робота** | |
| 94год. | год. |
| **Вид підсумкового семестрового контролю**:  залік | |

* + 1. **2. Мета та завдання навчальної дисципліни**

**Метою** викладання навчальної дисципліни «Алгебраїчні структури» є ознайомлення студентів із основами теорій груп, кілець та полів, з методами розв’язання задач та застосуванням цих понять і методів.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Алгебраїчні структури» є:

* ознайомлення з основними фактами аксіоматичних теорій структур групи, кільця, поля;
* повторення та поглиблення знань з курсу алгебри та теорії чисел;
* забезпечення засвоєння основних теоретичних відомостей і набуття практичних вмінь і навичок розв’язування основних типів задач;
* ознайомитися із застосуванням алгебраїчних структур до обгрунтування розв’язання відомих задач алгебри та теорії чисел, дискретної математики.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен набути таких результатів навчання (знання, уміння тощо) та компетентностей:

|  |  |
| --- | --- |
| Заплановані робочою програмою результати навчання  та компетентності | Методи і контрольні заходи |
| **1** | **2** |
| **Загальні:**  Здатність до навчання, в тому числі, і самостійного.  Здатність використовувати математичні методи.  Здатність застосовувати прийоми логічного мислення: аналіз, синтез, індукцію, дедукцію, узагальнення та конкретизацію та ін..  Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.  Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.  **Спеціальні:**  Здатність створювати математичну модель розв’язуваної проблеми.  Здатність конструювати доведення та обґрунтовувати отримані результати у відповідності до обраного методу дослідження.  Здатність формулювати гіпотези та доводити або спростовувати їх.  Здатність викладення результатів дослідження у логічній послідовності, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей та технічних викладок.  Здатність отримувати якісну інформацію на основі кількісних даних. Здатність пояснювати в математичних термінах результати, отримані під час розрахунків.  Готовність розв’язувати нові проблеми у нових галузях знань. | Індивідуальне завдання  Включення до індивідуального завдання задач без указання методу розв’язання  Включення до індивідуального завдання задач відповідного змісту  Захист частини індивідуального завдання в оффлайн-режимі, контрольні роботи.  Організація взаємоперевірки виконаних самостійно робіт.  Індивідуальні завдвння, контрольні роботи.  Самостійні та контрольні роботи.  Індивідуальні завдвння.  Індивідуальні завдвння, контрольні роботи.  Захист частини індивідуального завдання в оффлайн-режимі.  Підсумкові заходи. |

**Міждисциплінарні зв’язки.**

Курс «Алгебраїчні структури» є логічним продовженням курсу алгебри та теорії чисел і є необхідною складовою програми підготовки спеціаліста з математики. Курс базується на знаннях та навичках, які студенти отримали при вивченні курсів «Алгебра і теорія чисел» «Дискретна математика», «Математична логіка». Теорія алгебраїчних структур є невичерпним джерелом для формулювання дослідницьких задач, які можна ставити перед студентами в рамках підготовки випускних робіт.

**4. Структура навчальної дисципліни**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Змістовий модуль | Усього  годин | Аудиторні (контактні) години | | | | | Самостійна робота, год | | Система накопичення балів | | |
| Усього  годин | Лекційні  заняття, год | | Практичні  Заняття,год | | Теор.  зав-ня,  к-ть балів | Практ.  зав-ня,  к-ть балів | Усього балів |
| о/дф. | з/дист  ф. | о/д ф. | з/дист  ф. | о/д ф. | з/дист  ф. |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| 1 | 40 |  | **10** |  | **10** |  | **20** |  | **5** | **10** | **15** |
| 2 | 40 |  | **10** |  | **10** |  | **20** |  | **5** | **15** | **20** |
| 3 | 40 |  | **8** |  | **8** |  | **24** |  | **5** | **20** | **25** |
| Усього за змістові модулі | 120 |  | **28** |  | **28** |  | **64** |  |  |  | 60 |
| Підсумковий семестровий контроль  **залік/екзамен** | 30 |  |  |  |  |  | 30 | 30 |  |  | 40 |
| Загалом | **150** | | | | | | | | **100** | | |

**3. Програма навчальної дисципліни**

**Змістовий модуль 1.** *Елементи теорії груп*

Означення та приклади груп. Підгрупи. Таблиця Келі. Симетрична та знакозмінна групи. Абелеві групи. Означення системи твірних. Циклічні групи. Групи з більш ніж однією твірною. Класичні матричні групи. Ізоморфізми груп.Гомоморфізми груп. Автоморфізми груп. Мономорфізм . Суміжнікласи по підгрупі та їх властивості. Класи спряжених елементів. Ознаки нормальної підгрупи. Фактор-група.

**Змістовий модуль 2.** *Основні поняття та теореми теорії кілець*

Аксіоми кільця. Наслідки із аксіом кільця. Найпростіші властивості кілець. Таблиці додавання та множення скінчених кілець. Кільця з дільниками нуля. Комутативні кільця. Кільця з одиницею. Групова структура в множині оборотних елементів кільця. Цілісні кільця. Підкільця. Критерій підкільця. Ізоморфізми та гомоморфізми кілець. Ядро та образ гомоморфізму.

Кільця з одиницею. Нільпотенти та ідемпотенти кільця. Ліві і праві ідеали в кільці. Ідеали кілець. Порівняння елементів кільця за ідеалом. Головні ідеали. Кільця головних ідеалів. Дії над ідеалами. Відношення порівнянності за ідеалом як відношення еквівалентності. Фактор-кільця.

**Змістовий модуль 3.** *Структура поля*

Аксіоми поля. Наслідки із аксіом поля. Приклади полів. Зв’язок між структурами кілець та полів. Найпростіші властивості полів. Таблиці додавання та множення в скінчених полях.

**5. Теми лекційних занять**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № змістового  модуля | Назва теми | Кількість  годин | |
| о/д  ф. | з/дист  ф. |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| 1 | 1. Означення та приклади груп. Підгрупи. Таблиця Келі. Симетрична та знакозмінна групи. Абелеві групи. 2. Означення системи твірних. Циклічні групи. Групи з більш ніж однією твірною. 3. Класичні матричні групи. Ізоморфізми груп.Гомоморфізми груп. Автоморфізми груп. Мономорфізм . 4. Суміжнікласи по підгрупі та їх властивості. Класи спряжених елементів. 5. Ознаки нормальної підгрупи. Фактор-група. | 2  2  2  2  2 | … |
| **2** | 1. Аксіоми кільця. Наслідки із аксіом кільця. Найпростіші властивості кілець. Таблиці додавання та множення скінчених кілець. 2. Кільця з дільниками нуля. Комутативні кільця. Кільця з одиницею. Групова структура в множині оборотних елементів кільця. Цілісні кільця. 3. Підкільця. Критерій підкільця. Ізоморфізми та гомоморфізми кілець. Ядро та образ гомоморфізму. Кільця з одиницею. Нільпотенти та ідемпотенти кільця. 4. Ідеали кілець. Ліві і праві ідеали в кільці. Порівняння елементів кільця за ідеалом. Головні ідеали. Кільця головних ідеалів. Дії над ідеалами. 5. Відношення порівнянності за ідеалом як відношення еквівалентності. Фактор-кільця. | 2  2  2  2  2 |  |
| **3** | 1. Аксіоми поля. Наслідки із аксіом поля. 2. Приклади полів. Зв’язок між структурами кілець та полів. 3. Найпростіші властивості полів. 4. Таблиці додавання та множення в скінчених полях. | 2  2  2  2 |  |
| Разом | | **28** | … |

**6. Теми практичних занять**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № змістового  модуля | | Назва теми | Кількість  годин | |
|  | | о/д  ф. | з/дист  ф. |
| **1** | **2** | | **3** | **4** |
| 1 | 1. Означення та приклади груп. Підгрупи. Таблиця Келі. Симетрична та знакозмінна групи. Абелеві групи. 2. Означення системи твірних. Циклічні групи. Групи з більш ніж однією твірною. 3. Класичні матричні групи. Ізоморфізми груп.Гомоморфізми груп. Автоморфізми груп. Мономорфізм . 4. Суміжнікласи по підгрупі та їх властивості. Класи спряжених елементів. 5. Ознаки нормальної підгрупи. Фактор-група. | | 2  2  2  2  2 | … |
| **2** | 1. Аксіоми кільця. Наслідки із аксіом кільця. Найпростіші властивості кілець. Таблиці додавання та множення скінчених кілець. 2. Кільця з дільниками нуля. Комутативні кільця. Кільця з одиницею. Групова структура в множині оборотних елементів кільця. Цілісні кільця. 3. Підкільця. Критерій підкільця. Ізоморфізми та гомоморфізми кілець. Ядро та образ гомоморфізму. Кільця з одиницею. Нільпотенти та ідемпотенти кільця. 4. Ідеали кілець. Ліві і праві ідеали в кільці. Порівняння елементів кільця за ідеалом. Головні ідеали. Кільця головних ідеалів. Дії над ідеалами. 5. Відношення порівнянності за ідеалом як відношення еквівалентності. Фактор-кільця. | | 2  2  2  2  2 |  |
| **3** | 1. Аксіоми поля. Наслідки із аксіом поля. 2. Приклади полів. Зв’язок між структурами кілець та полів. 3. Найпростіші властивості полів. 4. Таблиці додавання та множення в скінчених полях. | | 2  2  2  2 |  |
| Разом | | | **28** | … |

1. **Види і зміст поточних контрольних заходів**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № змістового модуля | Вид поточного контрольного заходу | Зміст поточного контрольного заходу | \*\*Критерії оцінювання | Усього балів |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| 1 | Теоретичне завдання – тест 1 | *Питання для підготовки*:   * Група. Підгрупи. * Симетрична ггрзнакозмінна групи. Абелеві група. * Системи твірних. Циклічні групи. * Ізоморфізми груп. Гомоморфізми груп. * Суміжні класи по підгрупі. * Нормальні підгрупи. Фактор-група. | Правильно/Неправильно | **5** |
| Практичне завдання – самостійна робота 1 | *Вимоги до виконання та оформлення*:  До кожної задачі обов’язково: умова, рисунок, розв’язання з посиланнями на означення, теореми та формули. | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;  наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **10** |
| **Усього за ЗМ 1**  **контр.**  **заходів** | **2** |  |  | **15** |
| 2 | Теоретичне завдання – тест 2 | *Питання для підготовки*:   * Аксіоми кільця. Властивості кілець.Скінчені кільця. * Дільники нуля. Комутативні кільця. * Кільця з одиницею.. Цілісні кільця. * Підкільця. Критерій підкільця. * Ізоморфізми та гомоморфізми кілець. * Ядро та образ гомоморфізму. * Ідеали кілець. Ліві і праві ідеали в кільці. * Головні ідеали. * Дії над ідеалами. * Фактор-кільця. | Правильно/Неправильно | **5** |
| Практичне завдання – самостійна робота 2 | *Вимоги до виконання та оформлення*:  До кожної задачі обов’язково: умова, рисунок, розв’язання з посиланнями на означення, теореми та формули. | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;  наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **15** |
| **Усього за ЗМ 2**  **контр.**  **заходів** | **2** | … | … | **20** |
| 3 | Теоретичне завдання – тест 3 | *Питання для підготовки*:   * Аксіоми поля. * Наслідки із аксіом поля. * Приклади полів. * Зв’язок між структурами кілець та полів. * Властивості полів. * Таблиці додавання та множення в скінчених полях. | Правильно/Неправильно | **5** |
| Практичне завдання – контрольна робота 1 | *Вимоги до виконання та оформлення*:  До кожної задачі обов’язково: умова, рисунок, розв’язання з посиланнями на означення, теореми та формули. | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;  наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **20** |
| **Усього за ЗМ 3**  **контр.**  **заходів** | **2** |  |  | **25** |
| **Усього за змістові модулі контр.**  **заходів** | **6** |  |  | **60** |

**8. Підсумковий семестровий контроль**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Форма | Види підсумкових контрольних заходів | Зміст підсумкового контрольного заходу | Критерії оцінювання | Усього балів |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **Залік**  **/Екзамен** | Теоретичне завдання-  *Підсумковий тест* | Питання для підготовки: *див. питання до ЗМ 1-3 в попередній таблиці* | Правильно/Неправильно | **20** |
| Практичне завдання-  *Індивідуальне завдання* |  | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;  наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **20** |
| Усього за підсумковий семестровий контроль |  | | | **40** |

**9. Рекомендована література**

**Основна**:

1. Батурин Ю.А. Основные структуры современной алгебры [Текст] / Ю.А. Батурин. – М.: Наука, 1990.– 431 с.
2. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра [Текст] / Б.Л. Ван дер Варден - М.: Наука, 1979.– 629 с.
3. Каргополов М.И. Основы теории групп [Текст] / М.И.Каргополов, Ю.И. Мерзляков - М.: Наука, 1982.–269 с.
4. Курош А.Г. Теория групп [Текст] / А.Г.Курош. – М.: Наука, 1967.–428с.
5. Общая алгебра. Т.1 [Текст] / Мельников О.В., Ремесленников В.Н., Романьков В.А. и др.; под общ ред. Скорнякова Л.А.– М.: Наука, 1990.–314 с..
6. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре[Текст] / А.И Кострикин. – М.: Физ-мат. л-ра, 2001.– 463 с.
7. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры [Текст] / Л.А. Скорняков - М.: Наука, 1983.– 345с.
8. Холл М. Теория групп / М. Холл – М.: Изд-во иностранной литературы, 1962.– 462с.
9. Кострикин А. И. Введение в алгебру. III часть [Текст] / А. И. Кострикин – М.: Физматлит, 2001.– 271 с.
10. Каролинский Е.А. Сборник задач по теории групп [Текст] / Е.А. Каролинский, Б.В. Новиков – Луганск, 2002. – 68 с.

11.Стєганцев Є.В. Теорія груп : метод. вказівки для студ. напряму підготовки "Математика" спеціалізації "Алгебра і теорія чисел"[Текст] / Є.В.Стєганцев.– Запоріжжя: ЗНУ, 2013.–35с.

**Додаткова**:

1. Белоногов В. А. Задачник по теории групп [Текст]. / В. А. Белоногов – М.: Наука, 2000. – 267с.
2. Богопольский О.В. Введение в теорию групп [Текст] / О.В.Богопольский – Москва – Ижевск, 2002. – 148 с.
3. Винберг Э.Б. Курс алгебры [Текст] / Э.Б. Винберг – М.: Факториал Пресс, 2002. – 544 с.
4. Кэртис Ч. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгбр [Текст] / Ч.Кэртис, И. Райнер – М.: Наука, 1969. – 325с.
5. Ленг С. Алгебра [Текст] / С. Ленг - М.: Мир, 1968. – 436с.
6. Чандлер Б. Развитие комбинаторной теории групп [Текст] / Б.Чандлер, В М. Магнус – М.: Мир, 1985. – 236с.

**Інформаційні джерела**:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру : Учебник для вузов. Ч.3 : Основные структуры [Електронний ресурс] / Режим доступу:  <http://ebooks.zsu.zp.ua/files/mathbooks/agrebra_i_teoriya_chisel/BOOKS/algebra/Kostrikin3.djvu>

2. Бесплатная электронная библиотека [Електронний ресурс] / Режим доступу: [http://lib.rus.ec/b/138952](http://lib.rus.ec/b/138952%20)

3. Сборник задач по алгебре под ред. А.И. Кострикина [Електронний ресурс] / Режим доступу: [http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Dyachenko/0036695.djvu](http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Dyachenko/0036695.djvu%20)

4. Тронин С.Н. Введение в теорию групп. Задачи и теоремы : учеб. пособие. Ч. 1-2 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Stegantseva/0034979.pdf>