

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Математичний факультет
Кафедра прикладної математики і механіки

ЗАТВЕРДЖУЮ
Декан математичного факультету
_____ С. І. Гоменюк
« _____ » _____ 2016 р.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
ПОЗИТИВНИХ СИСТЕМ**

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
підготовки магістра
спеціальності 8.04030101 – Прикладна математика

Укладач Леонтєва В.В.

Обговорено та ухвалено
на засіданні кафедри
прикладної математики і механіки

Протокол № 1 від 26 серпня 2016 р.

Завідувач кафедри

_____ В.З. Гришак
(підпис) (ініціали, прізвище)

Ухвалено науково-методичною
радою математичного факультету

Протокол № 1 від 01 вересня 2016 р.

Голова науково-методичної ради
факультету

_____ П.Г. Стеганцева
(підпис) (ініціали, прізвище)

2016 рік

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів – 4	Галузь знань 0403 – «Системні науки та кібернетика»	Вибіркова	
Загальна кількість годин – 120	Спеціальності: 8.04030101 – Прикладна математика	Рік підготовки:	
		2-й	
		Лекції	
		16 год.	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 5 самостійної роботи студента – 10	Рівень вищої освіти: магістерський	Лабораторні заняття	
		24 год.	
		Самостійна робота	
		80 год.	
		Вид контролю: залік	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою викладання даного курсу є надання систематичних знань студентам загальних принципів та підходів до побудови математичних моделей позитивних статичних та динамічних, дискретних та неперервних систем, проведення аналізу побудованих моделей, перевірки основних обмежень, які дозволяють отримувати на нескінченному інтервалі часу розв'язки, що відповідають заданим властивостям моделей. В даному курсі розглядаються методи та приклади побудови й аналізу математичних моделей для різних задач, що оперують позитивними змінними.

Основні завдання курсу:

- вивчення основних понять, аксіом, теорем, на які спирається теорія позитивних систем;
- ознайомлення з поняттям процесу математичного моделювання позитивних систем;

- вивчення основних обмежень, що накладаються на змінні в математичних моделях позитивних систем та забезпечують їх позитивність на нескінченному інтервалі часу;

- надання студентам практичних навичок проведення аналізу вхідних характеристик математичних моделей позитивних систем;

- вивчення існуючих математичних моделей позитивних систем та проведення аналізу динамічних властивостей отримуваних за ними розв'язків;

- надання студентам практичних навичок проведення аналізу керованості позитивних систем;

- ознайомлення з методикою застосування різних підходів теорії автоматичного керування та регулювання (модальне керування, програмне керування) до розв'язання задачі синтезу керованої позитивної системи у випадку невиконання окремих обмежень вхідних характеристик та параметрів математичних моделей.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен

знати:

- основні поняття та визначення теорії позитивних систем;
- основні аксіоми та теореми теорії позитивних систем;
- загальні принципи методики побудови математичних моделей позитивних систем;
- основні види математичних моделей позитивних систем;
- основні обмеження на змінні в математичних моделях позитивних систем та забезпечують їх позитивність на нескінченному інтервалі часу;
- матричний метод розв'язання різницевих та диференціальних векторно-матричних рівнянь;
- умови керованості за Калманом динамічних систем;
- основні принципи застосування різних підходів теорії автоматичного керування та регулювання до розв'язання задачі синтезу керованої позитивної системи;

вміти:

- складати статичні та динамічні математичні моделі позитивних систем;
- перевіряти позитивність вхідних та вихідних характеристик позитивних систем;
- перевіряти керованість за Калманом позитивних систем;
- проводити аналіз математичних моделей позитивних систем;
- отримувати розв'язки за математичними моделями позитивних систем;
- застосовувати модальне керування до керованих позитивних систем;

- застосовувати методику побудови програмних керувань у керованих позитивних системах;
- робити порівняльний аналіз отриманих розв'язків.

Міждисциплінарні зв'язки.

Курс «Математичне моделювання позитивних систем» вивчає узагальнені математичні положення, методи та підходи до побудови та дослідження математичних моделей позитивних систем та отримуваних за ними розв'язків.

Для вивчення курсу необхідні знання з усіх дисциплін, що вивчалися студентами протягом навчання.

Теоретична база та практичні навички отримані при вивченні курсу служать фундаментом для практичного застосування методики побудови та аналізу математичних моделей позитивних систем до проведення досліджень складних систем, можуть бути корисними при написанні тез на наукові конференції, наукових статей та кваліфікаційної роботи магістра, необхідними при проведенні теоретичних та експериментальних досліджень.

3. Програма навчальної дисципліни

Розділ 1. Методичні основи математичного моделювання позитивних систем.

Тема 1. Основні поняття та визначення теорії позитивних систем. Предмет та задачі курсу.

Предмет та задачі курсу. Основні поняття теорії позитивних систем. Поняття про позитивні змінні. Основні теореми, на які спирається теорія позитивних систем. Поняття про M -матриці та їх основні властивості. Характеристика властивості позитивності систем та умови позитивності для дискретних та неперервних математичних моделей позитивних систем.

Тема 2. Математичні моделі динаміки позитивних систем.

Загальна характеристика математичних моделей позитивних систем. Основні вимоги до математичних моделей позитивних систем. Види математичних моделей позитивних систем різної фізичної природи, їх аналіз та порівняння. Основні положення з теорії матриць. Умови продуктивності та позитивності матриць у математичних моделях позитивних систем.

Розділ 2. Математичні моделі позитивних систем: побудова та аналіз.

Тема 3. Побудова та аналіз статичної математичної моделі В.В. Леонтєва.

Схематичне зображення статичної складної системи. Побудова статичної математичної моделі В.В. Леонт'єва. Основні обмеження на матриці коефіцієнтів статичної математичної моделі В.В. Леонт'єва. Отримання розв'язку за побудованою математичною моделлю. Аналіз отриманих результатів.

Тема 4. Побудова та аналіз динамічних математичних моделей В.В. Леонт'єва.

Схематичне зображення розімкненої динамічної складної системи. Побудова дискретної та неперервної математичних моделей В.В. Леонт'єва. Основні обмеження на матриці коефіцієнтів у побудованих математичних моделях. Отримання розв'язків за побудованими математичними моделями. Визначення умови рівноваги в моделях та перевірка збіжності отримуваних розв'язків за динамічними моделями до розв'язку статичної моделі В.В. Леонт'єва. Графічне зображення отриманих розв'язків. Аналіз отриманих результатів. Визначення умов, за якими отримані розв'язки є нестійкими за Ляпуновим.

Тема 5. Побудова та аналіз динамічних математичних моделей С. Карліна.

Схематичне зображення розімкненої динамічної складної системи. Побудова дискретної та неперервної математичних моделей С. Карліна. Основні обмеження на матриці коефіцієнтів у побудованих математичних моделях. Отримання розв'язків за побудованими математичними моделями. Визначення умови рівноваги в моделях та перевірка збіжності отримуваних розв'язків за динамічними моделями до розв'язку статичної моделі В.В. Леонт'єва. Графічне зображення отриманих розв'язків. Аналіз отриманих результатів.

Тема 6. Побудова та аналіз математичних моделей динаміки позитивних систем балансового типу.

Схематичне зображення розімкненої динамічної позитивної системи. Побудова дискретної та неперервної математичних моделей позитивної динамічної системи балансового типу. Відмінності від моделей В.В. Леонт'єва та С. Карліна. Основні обмеження на матриці коефіцієнтів у побудованих математичних моделях. Отримання розв'язків за побудованими моделями. Визначення умови рівноваги в моделях та перевірка збіжності отримуваних розв'язків за динамічними моделями до розв'язку статичної моделі В.В. Леонт'єва. Графічне зображення отриманих розв'язків. Аналіз отриманих результатів.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	сам. роб.	інд.		л	п	лаб	сам. роб.	інд.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
Розділ 1. Методичні основи математичного моделювання позитивних систем												
Тема 1. Основні поняття та визначення теорії позитивних систем. Предмет та задачі курсу.	28	4	4	–	–	20	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Математичні моделі динаміки позитивних систем.	26	2	4	–	–	20	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 1	54	6	8	–	–	40	–	–	–	–	–	–
Розділ 2. Математичні моделі позитивних систем: побудова та аналіз												
Тема 3. Побудова та аналіз статичної математичної моделі В.В. Леонтєва.	16	2	4	–	–	10	–	–	–	–	–	–
Тема 4. Побудова та аналіз динамічних математичних моделей В.В. Леонтєва.	16	2	4	–	–	10	–	–	–	–	–	–
Тема 5. Побудова та аналіз динамічних математичних моделей С. Карліна.	16	2	4	–	–	10	–	–	–	–	–	–
Тема 6. Побудова та аналіз математичних моделей динаміки позитивних систем балансового типу.	18	4	4	–	–	10	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 2	66	10	16	–	–	40	–	–	–	–	–	–
Усього годин	120	16	24	–	–	80	–	–	–	–	–	–

5. Теми лекційних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Основні поняття та визначення теорії позитивних систем. Предмет та задачі курсу.	4	–
2	Математичні моделі динаміки позитивних систем.	2	–
3	Побудова та аналіз статичної математичної моделі В.В. Леонтєва.	2	–
4	Побудова та аналіз динамічних математичних моделей В.В. Леонтєва.	2	–
5	Побудова та аналіз динамічних математичних моделей С. Карліна.	2	–
6	Побудова та аналіз математичних моделей динаміки позитивних систем балансового типу.	4	–
	Всього	16	–

6. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Основні поняття та визначення теорії позитивних систем. Предмет та задачі курсу.	4	–
2	Математичні моделі динаміки позитивних систем.	4	–
3	Побудова та аналіз статичної математичної моделі В.В. Леонтєва.	4	–
4	Побудова та аналіз динамічних математичних моделей В.В. Леонтєва.	4	–
5	Побудова та аналіз динамічних математичних моделей С. Карліна.	4	–
6	Побудова та аналіз математичних моделей динаміки позитивних систем балансового типу.	4	–
	Всього	24	–

7. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Основні поняття та визначення теорії позитивних систем. Предмет та задачі курсу.	20	–
2	Математичні моделі динаміки позитивних систем.	20	–
3	Побудова та аналіз статичної математичної моделі В.В. Леонтєва.	10	–
4	Побудова та аналіз динамічних математичних моделей В.В. Леонтєва.	10	–
5	Побудова та аналіз динамічних математичних моделей С. Карліна.	10	–
6	Побудова та аналіз математичних моделей динаміки позитивних систем балансового типу.	10	–
7	Всього	80	–

8. Види контролю і система накопичення балів

	Вид контролю	Кількість балів
Розділ 1	1) Самостійна робота за темою 1	10
	2) Самостійна робота за темою 2	10
Разом		20
Розділ 2	3) Самостійна робота за темою 3, 4	10
	4) Самостійна робота за темою 5, 6	10
	5) Колоквіум з питань, що виносяться на самостійне опрацювання	20
Разом		40
Залік		40
Всього за семестр		100

Критерії оцінювання кожного з проведених видів контролю

1. Самостійна робота складається з 5 завдань за темою «Основні поняття та визначення теорії позитивних систем. Предмет та задачі курсу», кожне з яких оцінюється в 2 бали.

2. Самостійна робота складається з 5 завдань за темою «Математичні моделі динаміки позитивних систем», кожне з яких оцінюється в 2 бали.

3. Самостійна робота складається з 5 завдань за темами «Побудова та аналіз статичної математичної моделі В.В. Леонтєва», «Побудова та аналіз

динамічних математичних моделей В.В. Леонтьєва», кожне з яких оцінюється в 2 бали.

4. Самостійна робота складається з 5 завдань за темами «Побудова та аналіз динамічних математичних моделей С. Карліна», «Побудова та аналіз математичних моделей динаміки позитивних систем балансового типу», кожне з яких оцінюється в 2 бали.

5. Колоквіум з питань, що виносяться на самостійне опрацювання. Під час колоквіуму заслуховуються короткі доповіді з опрацьованих питань, після кожної доповіді обов'язкове обговорення. Максимальна оцінка – 4 бали.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

ЗА ШКАЛОЮ ECTS	За шкалою університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)		

9. Рекомендована література

Основна

1. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами / Андреев Ю.Н. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1976. – 424 с.
2. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости / Барбашин Е.А. – М.: Наука, 1967. – 223 с.
3. Болнокин В.Е. Анализ и синтез систем автоматического управления на ЭВМ. Алгоритмы и программы / В.Е. Болнокин, П.И. Чинаев. – М.: Радио и связь, 1986. – 248 с.
4. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем / Бусленко Н. П. – М.: Наука, 1978. – 399 с.
5. Воронов А.А. Введение в динамику сложных управляемых систем / Воронов А.А. – М.: Наука. Главная редакция физико-математических наук, 1985. – 352 с.

6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Гантмахер Ф.Р. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
7. Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей / Гельфонд А.О. – М.: Физматгиз, 1959. – 400 с.
8. Иванов В.А., Чемоданов Б.К., Медведев В.С. Математические основы теории автоматического регулирования: [учеб. пособ. для вузов] / Иванов В.А., Чемоданов Б.К., Медведев В.С.; под ред. Б.К. Чемоданова. – М.: Высшая школа, 1971. – 808 с.
9. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике / Карлин С. – М.: Мир, 1964. – 838 с.
10. Квакернаак Х. Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернаак, Р. Сиван. – М.: Мир, 1977. – 656 с.
11. Кириченко Н.Ф. Введение в теорию стабилизации движения / Кириченко Н.Ф. – К.: Вища школа, 1978. – 184 с.
12. Кириченко Н.Ф. Оптимальный синтез структур для линейных систем управления / Н.Ф. Кириченко, В.Т. Матвиенко // Проблемы управления и информатики. – 1996. – №1,2. – С. 162 – 171.
13. Кириченко Н.Ф., Матвиенко В.Т. Оптимизация в задаче модального управления / Н.Ф. Кириченко, В.Т. Матвиенко // Вопросы оптимизации в динамических системах с непрерывно-дискретными параметрами. – К.: Наукова думка, 1980. – С. 27-34.
14. Кобринский Н.Е. Точность экономико-математических моделей / Н.Е. Кобринский, В.И. Кузьмин. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 255 с.
15. Красносельский М.А. Позитивные линейные системы: метод положительных операторов / Красносельский М.А., Лифшиц Е.А., Соболев А.В. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 256 с.
16. Красовский Н.Н. Теория управления движением / Красовский Н.Н. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
17. Леонтьева В.В. Построение и анализ замкнутых дискретной и непрерывной математических моделей позитивных динамических систем балансового типа / В.В. Леонтьева // Шоста регіональна наукова конференція молодих дослідників «Актуальні проблеми математики та інформатики» (24-25 квітня 2008 р., м. Запоріжжя). Збірка тез доповідей. – Запоріжжя: ЗНУ, 2008. – С. 34-37.
18. Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах / Под ред. А.А. Самарского, Н.Н. Моисеева, А.А. Петрова. – М.: Наука, 1986. – 294 с.
19. Молчанов А.А. Моделирование и проектирование сложных систем / Молчанов А.А. – К.: Вища школа, 1988. – 520 с.
20. Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы / Неймарк Ю.И. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1978. – 336 с.

21. Основы теории оптимального управления / [Кротов В.Ф., Лагоша Б.А., Лобанов С.М. и др.] ; под ред. В.Ф. Кротова – М.: Высшая школа, 1990. – 430 с.
22. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление / Ройтенберг Я.Н. – М.: Наука, 1971. – 396 с.
23. Савин М.М. Теория автоматического управления: учеб. пособие / М.М. Савин, В.С. Елсуков, О.Н. Пятина; под ред. д.т.н., проф. В.И. Лачина. – Ростов н/Д: Феникс, 2007. – 469 с.
24. Сейдж Э.П., Уайт III Ч.С. Оптимальное управление системами / Э.П.Сейдж, Ч.С. III Уайт. – М.: Радио и связь, 1982. – 392 с.
25. Спици К. Теория управления: Идентификация и оптимальное управления / Спици К., Браун Р., Гудвин Дж.; пер. с англ. Ю.Ф. Кичатова. – М.: Мир, 1973. – 248 с.
26. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления / Стрейц В.; пер. с англ. Э.Д. Аведьяна; под ред. Я.З.Цыпкина. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 296 с.

Додаткова

1. Benvenuti L. Filtering through combination of positive filters / L.Benvenuti, L. Farina, B.D.O. Anderson // IEEE Trans. Circuits Syst. I. – Vol. 46, Dec. – P. 1431-1440.
2. Caswell H. Matrix Population Models: Construction, Analysis, and Interpretation / Caswell H. – [2nd ed.]. – Sunderland (Massachusetts): Sinauer Associates. – 722 p.
3. Hirsch M.W. Competitive and cooperative systems: mini-review. Positive systems / M.W. Hirsch, H. Smith // Lecture Notes in Control and Inform. Sci. – 2003. – Vol. 294. – P. 183-190.
4. Kaczorek T. Some recent developments in positive systems / T.Kaczorek // Proc. 7th Conf. on Dynamical Systems: Theory and Applications. – Łydz, 2003. – P. 25-35.
5. Krause U. Concave Perron-Frobenius theory and applications / U. Krause // Nonlinear Analysis (TMA). – 2001. – Vol. 47. – P. 1457–1466.
6. Maruyama T. Nonlinear and Convex Analysis in Economic Theory / T. Maruyama, W. Takahashi. – Eds. Heidelberg, Germany: Springer-Verlag. – 1995. – P. 181-195.
7. Rumchev V.G. Controllability of positive linear discrete-time systems / V.G. Rumchev, D.J.G. James // International Journal of Control. – 1989. – No. 50. – P. 845-857.
8. Seneta E. Non-Negative Matrices and Markov Chains / Seneta E. – [2nd ed.]. – New York: Springer, 1981. – 288 p.
9. Valcher M.E. Controllability and reachability criteria for discrete-time positive systems / M.E. Valcher // International Journal of Control. – 1996. – Vol. 65. – P. 511–536.

10. van den Hof J.M. Realization of positive linear systems / J.M. van den Hof // *Linear Algebra and its Applications*. – 1997. – Vol. 256. – P. 287-308.
11. Zaslavsky B.G. Positive realizability of linear control systems / B.G. Zaslavsky // *Automath. Telemekh.* – 1989. – Vol. 6. – P. 13-22.
12. Алилуйко А.Н. Инвариантные множества и устойчивость линейных дифференциальных систем произвольного порядка / А.Н.Алилуйко, А.Г. Мазко // *Метод функций Ляпунова и его приложения : Тези Восьмої Кримської Міжнародної математичної школи (10–17 вересня 2006 р., Алушта)*. – Сімферополь: Нац. Таврійський ун-т України, 2006. – С. 10.
13. Алілуйко А.М. Інваріантні конуси та стійкість лінійних динамічних систем / А.М.Алілуйко, О.Г.Мазко // *Укр. мат. журн.* – 2006. – Т.58, № 11. – С. 1446–1461.
14. Зінчук М.О. Взаємне перетворення неперервних та дискретних моделей лінійних динамічних систем у виродженому випадку / М.О.Зінчук, В.В.Новицький // *Сучасні проблеми аналітичної механіки: Збірник праць Інституту математики НАН України*. – К.: Ін-т математики НАН України, 2004. – Т.1, № 2. – С. 94-105.
15. Иванилов Ю.П. Математические модели в экономике: [учеб. пособ. для вузов] / Ю.П. Иванилов, А.В. Лотов. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 304 с.
16. Крейн М.Г. Линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в пространстве Банаха / М.Г.Крейн, М.А. Рутман // *Успехи мат. наук.* – 1948. – Т. 3, № 1. – С. 3–95.
17. Моисеев Н.Н. Простейшие математические модели экономического прогнозирования / Моисеев Н.Н. – М.: Знание, 1975. – 63 с.
18. Немчинов В.С. Экономико-математические методы и модели / Немчинов В.С. – М.: Мысль, 1965. – 478 с.
19. Чезари Л. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений / Чезари Л.; под ред. В.В. Немыцкого; пер. с англ. – М.: Мир, 1964. – 477 с.
20. Экланд И. Элементы математической экономики / Экланд И.; под ред. А.А. Корбута; пер с франц. – М.: Мир, 1983. – 248 с.
21. Экономико-математические методы и прикладные модели: учеб. пособие для вузов / [В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Дайитбегов и др.] ; под ред. В.В. Федорсеева. – М.: ЮНИТИ, 2002. – 391 с.

Інформаційні ресурси

1. Abara P.U. On the stability of positive nonlinear systems: Cooperative and concave system dynamics with applications to distributed networks / Abara P.U. – Padova: University of Padova; Linköping: Linköping University, 2014. – 77 p. – Режим доступу: <http://tesi.cab.unipd.it/47179/1/UgoAbara1057486.pdf>. – Назва з екрана.

2. Bokharaie V.S. Stability Analysis of Positive Systems with Applications to Epidemiology / V.S. Bokharaie. – Hamilton: Hamilton Institute, 2012. – 166 p. – Режим доступа: http://www.hamilton.ie/publications/Vahid_Thesis.pdf. – Назва з екрана.
3. Control system // WikipediA, the free encyclopedia. – Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Control_system. – Назва з екрана.
4. Farina L. Positive Linear Systems: Theory and Applications / L. Farina, S. Rinaldi. – New York, Chichester: John Wiley & Sons, 2011. – 318 p. – Режим доступа: https://books.google.com.ua/books?id=uuMdLpC5h3EC&printsec=frontcover&hl=ru&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false. – Назва з екрана.
5. Farina L. Positive systems in the state space approach: main issues and recent results / L. Farina. – Режим доступа: https://www3.nd.edu/~mtns/papers/14900_1.pdf. – Назва з екрана.
6. Krause U. Positive Dynamical Systems in Discrete Time: Theory, Models, and Applications / Ulrich Krause. – Berlin, Munich, Boston: Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2015. – 363 p. – Режим доступа: <http://zeabooks.com/readbook.php?asin=3110369753&no=348>. – Назва з екрана.
7. Palm W. J. System dynamics / William J. Palm III. – 3rd edition. – New York: McGraw-Hill, 2014. – 926 p. – Режим доступа: <http://zeabooks.com/readbook.php?asin=0073398063&no=928>. – Назва з екрана.
8. Positive Systems // WikipediA, the free encyclopedia. – Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Positive_systems. – Назва з екрана.
9. Rami M.A. Positive observation problem for linear discrete positive systems / M. Ait Rami, F. Tadeo // Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, December 13-15, 2006, San Diego, CA, USA. – Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/224700213_Positive_observation_problem_for_linear_discrete_positive_systems. – Назва з екрана.
10. Rami M.A. Positive observation problem for linear time-delay positive systems / M. Ait Rami, U. Helmke, F. Tadeo // Proceedings of the 15th Mediterranean Conference on Control & Automation, July 27-29, 2007, Athens, Greece. – Режим доступа: <http://advantech.gr/med07/papers/T19-027-598.pdf>; https://www.researchgate.net/publication/4312678_Positive_observation_problem_for_linear_time-delay_positive_systems. – Назва з екрана.
11. Shorten R. A Positive Systems Model of TCP-Like Congestion Control: Asymptotic Results / R. Shorten, F. Wirth, D. Leith // Transactions on networking. – 2006. – Vol. 14, No. 3. – P. 616-629. – Режим доступа: <http://eprints.maynoothuniversity.ie/1764/1/HamiltonPositiveSystems.pdf>. – Назва з екрана.
12. Wang G. Positive observer design for discrete-time positive system with missing data in output / Guoliang Wang, Boyu Li, Qingling Zhang, Chunyu Yang // Neurocomputing. – 2015. – No.168. – P. 427-434. – Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/283655824_Positive_observer_design_f

- or discrete-time positive system with missing data in output. – Назва з екрана.
13. Краснощеков П.С. Принципы построения моделей. [Электронный ресурс] / П.С. Краснощеков, А.А. Петров. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 264 с. – Режим доступа: http://www.studmed.ru/krasnoschekov-ps-petrov-aa-principyu-postroeniya-modeley_157d821bba6.html
 14. Михайлов А.П. Математическое моделирование. [Электронный ресурс] / А.П. Михайлов под ред. Дж. Эндрюса, Р. Мак-Лоуна; пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 278 с. – Режим доступа: <http://techlibrary.ru/bookpage.htm>
 15. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. [Электронный ресурс] / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 488 с. – Режим доступа: <http://www.twirpx.com/file/937361/>
 16. Петров А.А. Опыт математического моделирования экономики. [Электронный ресурс] / А.А. Петров, И.Г. Поспелов, А.А. Шананин. – М.: Энергоиздат, 1996. – 544 с. – Режим доступа: <http://simulation.su/uploads/files/default/immod-2005-1-32-41.pdf>
 17. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов. [Электронный ресурс] / В.Г. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкредидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Гостехиздат, 1961. – 392 с. – Режим доступа: <http://login.ru/books/matematiceskaya-teoriya-optimalnykh-processov-pontyagin-l-s-boltyanskiy-v-g-gamkrelidze-r-v-mishenko-e-f-nauka-i-obrazovanie>.
 18. Самарский А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры [Электронный ресурс] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с. – Режим доступа: <http://padabum.com/d.php?id=21299>

Погоджено _____
 відділ з навчальної роботи
 « _____ » _____ 2016 р.

