

Індивідуальне домашнє завдання

I. Обчислити визначник

1. Обчислити визначник порядку n , елементи якого задаються умовами $a_{ij} = \min(i, j)$.
2. Обчислити визначник порядку n , елементи якого задаються умовами $a_{ij} = \max(i, j)$.
3. Обчислити визначник порядку n , елементи якого задаються умовами $a_{ij} = |i - j|$.

$$\begin{array}{l}
 4. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 3 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \dots & 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 3 \end{vmatrix} \cdot 5. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & x+1 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2 & x+1 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & x+1 \end{vmatrix} \cdot 6. \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_0 & x & a_2 & \dots & a_n \\ a_0 & a_1 & x & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & x \end{vmatrix} \\
 7. \begin{vmatrix} 7 & 5 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 7 & 5 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & 7 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 7 \end{vmatrix} \cdot 8. \begin{vmatrix} 9 & 5 & 0 & \dots & 0 \\ 4 & 9 & 5 & \dots & 0 \\ 0 & 4 & 9 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 9 \end{vmatrix} \cdot 9. \begin{vmatrix} 2 & 2 & \dots & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & \dots & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & \dots & 3 & 2 & 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & n-1 & \dots & 2 & 2 & 2 \\ 2 & n-1 & \dots & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}
 \end{array}$$

II. Звести λ -матрицю до нормального діагонального вигляду

$$\begin{array}{l}
 1. \begin{pmatrix} \lambda+1 & \lambda^2+1 & \lambda^2 \\ 3\lambda-1 & 3\lambda^2-1 & \lambda^2+2\lambda \\ \lambda-1 & \lambda^2-1 & \lambda \end{pmatrix} \quad 2. \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{pmatrix} \\
 3. \begin{pmatrix} \lambda-2 & -1 & 0 \\ 0 & \lambda-2 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda-2 \end{pmatrix} \quad 4. \begin{pmatrix} \lambda(\lambda+1) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda+1)^2 \end{pmatrix} \quad 5. \begin{pmatrix} 1-\lambda & \lambda^2 & \lambda \\ \lambda & \lambda & -\lambda \\ 1+\lambda^2 & \lambda^2 & -\lambda^2 \end{pmatrix} \\
 6. \begin{pmatrix} \lambda(\lambda-1) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda(\lambda-2) & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda-1)(\lambda-2) \end{pmatrix} \quad 7. \begin{pmatrix} \lambda(\lambda-1) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda(\lambda-2) & 0 \\ 0 & 0 & \lambda(\lambda-3) \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$8. \begin{pmatrix} \lambda^2 + 2 & 2\lambda + 1 & \lambda^2 + 1 \\ \lambda^2 + 4\lambda + 4 & 2\lambda + 3 & \lambda^2 + 4\lambda + 3 \\ \lambda^2 - 4\lambda + 3 & 2\lambda - 1 & \lambda^2 - 4\lambda + 2 \end{pmatrix} \quad 9. \begin{pmatrix} 3\lambda + 1 & \lambda & 4\lambda - 1 \\ 1 - \lambda^2 & \lambda - 1 & \lambda - \lambda^2 \\ \lambda^2 + \lambda + 2 & \lambda & \lambda^2 + 2\lambda \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} \lambda + 1 & \lambda - 2 & \lambda^2 - 2\lambda \\ 2\lambda & 2\lambda - 3 & \lambda^2 - 2\lambda \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

III. Знайти елементарні множники матриці, мінімальний многочлен, жорданову нормальну форму (2 способами) та фробеніусову нормальну форму матриці.

$$1. \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix} \quad 2. \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad 3. \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix} \quad 4. \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} -2 & 8 & 6 \\ -4 & 10 & 6 \\ 4 & -8 & -4 \end{pmatrix} \quad 6. \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 4 & 10 & -12 \\ 3 & 6 & -7 \end{pmatrix} \quad 7. \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad 8. \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -5 & 7 & -5 \\ -6 & 6 & -4 \end{pmatrix} \quad 10. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

IV. Записати полярний розклад лінійного оператора (матрицю лінійного оператора взяти із попереднього завдання).